



ИЗВЕСТИЯ ВЫСШИХ УЧЕБНЫХ ЗАВЕДЕНИЙ

россии

3

РАДИОЭЛЕКТРОНИКА

2017

Индекс по каталогу «Пресса России» 45818

**Учредитель:**

Федеральное государственное автономное образовательное учреждение высшего образования «Санкт-Петербургский государственный электротехнический университет "ЛЭТИ" им. В. И. Ульянова (Ленина)» (СПбГЭТУ "ЛЭТИ")

Журнал основан в 1998 г.  
Издается 6 раз в год

Журнал зарегистрирован Федеральной службой по надзору за соблюдением законодательства в сфере массовых коммуникаций и охране культурного наследия по Северо-Западному федеральному округу (ПИ № ФС2-8341 от 02.11.2006 г.)

Журнал по решению ВАК Минобрнауки РФ включен в Перечень периодических и научно-технических изданий, выпускаемых в Российской Федерации, в которых рекомендуется публикация основных результатов диссертаций на соискание ученой степени доктора наук

**Редакция журнала:**

197376, Санкт-Петербург,  
ул. Проф. Попова, д. 5, СПбГЭТУ «ЛЭТИ».  
Тел.: 8 (812) 234-10-13,  
e-mail: radioelectronic@yandex.ru  
http://re.eltech.ru

**Издательство СПбГЭТУ «ЛЭТИ»**

197376, Санкт-Петербург,  
ул. Проф. Попова, д. 5  
Тел. / факс: 8 (812) 346-28-56

**Главный редактор**

**В. Н. Малышев**, д. т. н., проф. (Санкт-Петербург)

**Редакционный совет:**

*председатель совета В. М. Кутузов*,  
д. т. н., проф. (Санкт-Петербург)

*заместитель председателя В. Н. Малышев*,  
д. т. н., проф. (Санкт-Петербург)

*ответственный секретарь В. А. Мейев*,  
к. т. н., с. н. с. (Санкт-Петербург)

**В. М. Балашов**, д. т. н., проф. (Санкт-Петербург)

**А. Г. Вострецов**, д. т. н., проф. (Новосибирск) – Восточная  
региональная секция

**Ю. В. Гуляев**, академик РАН, д. ф.-м. н., проф. (Москва)

**Т. А. Исмаилов**, д. т. н., проф. (Махачкала) – Северокавказская  
региональная секция

**Б. А. Калинин**, д. ф.-м. н., проф. (Санкт-Петербург)

**Э. Ляхдеранта**, д., проф. (Лаппеенранта)

**С. Б. Макаров**, д. т. н., проф. (Санкт-Петербург)

**Ф. Мартин**, д., проф. (Барселона)

**В. А. Обуховец**, д. т. н., проф. (Ростов-на-Дону) – Южная  
региональная секция

**Б. А. Панченко**, д. т. н., проф. (Екатеринбург) – Уральская  
региональная секция

**В. А. Пахотин**, д. ф.-м. н., проф. (Калининград) – Западная  
региональная секция

**А. А. Потапов**, д. ф.-м. н., проф. (Москва)

**А. Д. Плужников**, д. т. н., проф. (Нижний Новгород) – Поволжская  
региональная секция

**А. В. Соломонов**, д. ф.-м. н., проф. (Санкт-Петербург)

**Р. М. Степанов**, д. т. н., проф. (Санкт-Петербург)

**Ю. М. Таиров**, д. т. н., проф. (Санкт-Петербург)

**А. Л. Толстихина**, д. ф.-м. н. (Москва)

**И. Б. Федоров**, академик РАН, д. т. н., проф. (Москва)

**Ю. В. Филатов**, д. т. н., проф. (Санкт-Петербург)

**М. Хайн**, д., проф. (Ильменау)

**Й. Хорстман**, д. (Гестахт)

**В. А. Шевцов**, д. т. н., проф. (Москва)

**Редакционная коллегия**

**К. Е. Аббакумов**, д. т. н., проф.

**В. В. Алексеев**, д. т. н., проф.

**Е. М. Антонюк**, д. т. н., проф.

**А. М. Боронахин**, д. т. н., проф.

**С. А. Баруздин**, д. т. н., проф.

**А. А. Бузников**, д. т. н., проф.

**В. И. Веремьев**, к. т. н., доц.

**А. А. Головков**, д. т. н., проф.

**А. Д. Григорьев**, д. т. н., проф.

**В. П. Ипатов**, д. т. н., проф.

**Н. В. Лысенко**, д. т. н., проф.

**И. Г. Мироненко**, д. т. н., проф.

**А. А. Монаков**, д. т. н., проф.

**А. М. Мончак**, к. т. н., доц.

**В. А. Мошников**, д. ф.-м. н., проф.

**Н. Н. Потрахов**, д. т. н., проф.

**А. Б. Устинов**, д. ф.-м. н., проф.

**В. Н. Ушаков**, д. т. н., проф.

**З. М. Юлдашев**, д. т. н., проф.

**Ю. С. Юрченко**, д. т. н., проф.

Редакторы: Э. К. Долгатов, И. Г. Скачек  
Выпускающий редактор И. Г. Скачек  
Компьютерная верстка Е. Н. Стекачевой

Подписано в печать 29.06.17. Формат 60 × 84 1/8.  
Бумага офсетная. Печать цифровая. Гарнитура «Times New Roman».  
Уч.-изд. л. 10,53. Усл.-печ. л. 10,25. Тираж 300 экз. (1-й завод 1–150 экз.). Заказ 62.

## СОДЕРЖАНИЕ № 3/2017

### **Радиотехнические средства передачи, приема и обработки сигналов**

|                                                                                                                                                                                   |    |
|-----------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|----|
| <b>Коротков В. Ф., Зырянов Р. С.</b> Разделение импульсных последовательностей в смешанном потоке сигналов .....                                                                  | 5  |
| <b>Попов Д. И.</b> Анализ систем обработки многочастотных сигналов.....                                                                                                           | 10 |
| <b>Немов А. В., Данг Ле Минь, Тюфтяков Д. Ю.</b> Применение метода главных компонент для компенсации помех при приеме сигналов глобальной навигационной спутниковой системы ..... | 16 |
| <b>Червинский Е. Н.</b> Устойчивость частотных характеристик к изменениям параметров электрического фильтра.....                                                                  | 24 |
| <b>Боровицкий Д. С., Жестерев А. Е., Ипатов В. П., Мамчур Р. М.</b> Аналитическая модель эхосигнала спутникового высотомера.....                                                  | 39 |
| <b>Боровицкий Д. С., Жестерев А. Е., Ипатов В. П., Мамчур Р. М.</b> Эхосигнал спутникового высотомера с учетом доплеровского рассеяния .....                                      | 46 |
| <b>Никитин Ю. А.</b> Анализ механизмов образования помех на выходе многоуровневого конечного автомата .....                                                                       | 52 |

### **Телевидение и обработка изображений**

|                                                                                                                         |    |
|-------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|----|
| <b>Белоус Д. А.</b> Оптимизация режима работы твердотельного фотоприемника в ближнем инфракрасном участке спектра ..... | 60 |
|-------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|----|

### **Электродинамика, микроволновая техника, антенны**

|                                                                                                                                                                                                                                        |    |
|----------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|----|
| <b>Кошкидько В. Г., Алпатова О. В.</b> Эквивалентный поверхностный импеданс бесконечной решетки щелевых импедансных нагрузок, построенных на основе отверстия в стенке плоскопараллельного волновода с диэлектрическим покрытием ..... | 66 |
| <b>Письма в журнал</b> .....                                                                                                                                                                                                           | 75 |
| <b>Правила для авторов статей</b> .....                                                                                                                                                                                                | 78 |



IZVESTIYA VYSSHIKH UCHEBNYKH ZAVEDENII ROSSII.

## RADIOELEKTRONIKA

JOURNAL OF THE RUSSIAN UNIVERSITIES.

## RADIOELECTRONICS

3  
2017

### Founder:

Saint Petersburg  
Electrotechnical  
University "LETI"  
(ETU "LETI")

Founded in 1998  
Issued 6 times a year

### Editorial address:

Saint Petersburg  
Electrotechnical  
University «LETI»,  
5, Prof. Popov Str.,  
197376, St. Petersburg,  
Russia  
Tel.: +7 (812) 234-1013  
e-mail: radioelectronic@yandex.ru  
http://re.eltech.ru

Journal is registered  
in Federal Service  
for Media Law Compliance  
and Cultural Heritage  
in the North-West Federal Region  
(PI No FS2-8341 of 02.11.2006).

Editors: E. K. Dolgatov,  
I. G. Skachek  
Publishing Editor I. G. Skachek  
DTP Professional E. N. Stekacheva

### Editor-in-Chief

**Viktor N. Malyshev**, D. Sc. in Engineering, Prof.

### Editorial Council

*Head of Editorial Council* **Vladimir M. Kutuzov**,  
D. Sc. in Engineering (St. Petersburg, Russia)

*Deputy Head of Editorial Council* **Viktor N. Malyshev**,  
D. Sc. in Engineering, Prof. (St. Petersburg, Russia)

*Executive Secretary of Editorial Council* **Vladislav A. Meyev**,  
Ph. D. in Science (St. Petersburg, Russia)

**Viktor Balashov**, D. Sc. in Engineering, Prof. (St. Petersburg, Russia),  
**Igor B. Fedorov**, Academician of the RAS, D. Sc. in Engineering (Moscow, Russia),  
**Yury V. Filatov**, D. Sc. in Engineering, Prof. (St. Petersburg, Russia),  
**Yury V. Gulyaev**, Academician of the RAS, D. Sc. (Phys.-Math.) (Moscow, Russia),  
**Matthias A. Hein**, Dr. rer. Nat. habil., Prof. (Ilmenau, Germany),  
**Jochen Horstmann**, Dr. rer. Nat., Geesthacht (Germany),  
**Tagir A. Ismailov**, D. Sc. in Engineering, Prof. (Makhachkala, Russia),  
**Boris A. Kalinikos**, D. Sc. (Phys.-Math.), Prof. (St. Petersburg, Russia),  
**Erkki Lahderanta**, Dr., Prof. (Lappeenranta, Finland),  
**Sergey B. Makarov**, D. Sc. in Engineering, Prof. (St. Petersburg, Russia),  
**Ferran Martin**, Dr., Prof. (Barcelona, Spain),  
**Viktor A. Obuhovets**, D. Sc. in Engineering, Prof. (Rostov-on-Don, Russia),  
**Valery A. Pahotin**, D. Sc. (Phys.-Math.), Prof. (Kaliningrad, Russia),  
**Boris A. Panchenko**, D. Sc. in Engineering, Prof. (Yekaterinburg, Russia),  
**Anatoly D. Pluzhnikov**, D. Sc. in Engineering (Nizhny Novgorod, Russia),  
**Alexandr A. Potapov**, D. Sc. (Phys.-Math.), Prof. (Moscow, Russia),  
**Vyacheslav A. Shevtsov**, D. Sc. in Engineering, Prof. (Moscow, Russia),  
**Alexandr V. Solomonov**, D. Sc. (Phys.-Math.), Prof. (St. Petersburg, Russia),  
**Aleksey G. Vostretsov**, D. Sc. in Engineering, Prof. (Novosibirsk, Russia),  
**Rudolf M. Stepanov**, D. Sc. in Engineering, Prof. (St. Petersburg, Russia),  
**Yury M. Tairov**, D. Sc. in Engineering, Prof. (St. Petersburg, Russia),  
**Alla L. Tolstikhina**, D. Sc. in Mathematics and Physics (Moscow, Russia)

### Editorial Board

**K. E. Abbakumov**, D. Sc. in Engineering, Prof.  
**V. V. Alekseev**, D. Sc. in Engineering, Prof.  
**E. M. Antonyuk**, D. Sc. in Engineering, Prof.  
**A. M. Boronakhin**, D. Sc. in Engineering, Prof.  
**S. A. Baruzdin**, D. Sc. in Engineering, Prof.  
**A. A. Buznikov**, D. Sc. in Engineering, Prof.  
**A. A. Golovkov**, D. Sc. in Engineering, Prof.  
**A. D. Grigoriev**, D. Sc. in Engineering, Prof.  
**V. P. Ipatov**, D. Sc. in Engineering, Prof.  
**N. V. Lysenko**, D. Sc. in Engineering, Prof.

**I. G. Mironenko**, D. Sc. in Engineering, Prof.  
**A. A. Monakov**, D. Sc. in Engineering, Prof.  
**A. M. Monchak**, Ph. D. in Science, Assoc. Prof.  
**V. A. Moshnikov**, D. Sc. (Phys.-Math.), Prof.  
**N. N. Potrakhov**, D. Sc. in Engineering, Prof.  
**V. N. Ushakov**, D. Sc. in Engineering, Prof.  
**A. B. Ustinov**, D. Sc. (Phys.-Math.), Prof.  
**V. I. Veremyev**, Ph. D. in Science, Assoc. Prof.  
**Z. M. Yuldashev**, D. Sc. in Engineering, Prof.  
**Y. S. Yurchenko**, D. Sc. in Engineering, Prof.

On the resolution of the Higher Attestation Committee under the Russian Federation Ministry of Education  
the Journal is included in the «List of Periodical and Scientific and Technical Publications Issued  
in the Russian Federation where the Doctoral Theses Key Results shall be published»

## CONTENTS № 3/ 2017

### **Radio Electronic Facilities of Transmitting, Receiving and Processing of Signals**

|                                                                                                                                                                 |    |
|-----------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|----|
| <b>Korotkov V. F., Zyryanov R. S.</b> Pulse Sequence Division in Mixed Signal Flow .....                                                                        | 5  |
| <b>Popov D. I.</b> Analysis of Multifrequency Signals Processing Systems.....                                                                                   | 10 |
| <b>Nemov A. V., Dang Le Minh, Tyufiyakov D. Yu.</b> Application of the Main Components Method for GNSS Interference Suppression.....                            | 16 |
| <b>Chervinskiy E. N.</b> Frequency Responses Resistance to Variations of Electric Filter Parameters .....                                                       | 24 |
| <b>Borovitsky D. S., Zhesterev A. E., Ipatov V. P., Mamchur R. M.</b> Radar Altimeter Echo-Signal Analytical Model .....                                        | 39 |
| <b>Borovitsky D. S., Zhesterev A. E., Ipatov V. P., Mamchur R. M.</b> The Space-Based Altimeter Echo-Signal when Doppler Scattering is taken Into Account ..... | 46 |
| <b>Nikitin Yu. A.</b> Analysis of Mechanism of Formation of Interference at the Output Multilevel Finite State Machine.....                                     | 52 |

### **Television and Image Processing**

|                                                                                                                            |    |
|----------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|----|
| <b>Belous D. A.</b> Optimization of an Operation Mode of the Solid-State Image Sensor in a Short-Wave Infrared Region..... | 60 |
|----------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|----|

### **Electrodynamics, Microwave Engineering, Antennas**

|                                                                                                                                                                                                          |    |
|----------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|----|
| <b>Koshkidko V. G., Alpatova O. V.</b> Equivalent Surface Impedance of Slot Impedance Load Based on Aperture in Parallel-Plate Waveguide Wall with the Dielectric Coating as Part of Infinite Array..... | 66 |
| <b>Letters to the magazine</b> .....                                                                                                                                                                     | 75 |
| <b>Author's Guide</b> .....                                                                                                                                                                              | 78 |



УДК 621.396.96

В. Ф. Коротков  
ООО "Специальный технологический центр" (Санкт-Петербург)  
Р. С. Зырянов  
Санкт-Петербургский государственный электротехнический  
университет "ЛЭТИ" им. В. И. Ульянова (Ленина)

## Разделение импульсных последовательностей в смешанном потоке сигналов

*Рассмотрена двухэтапная процедура временной селекции импульсных последовательностей. На первом этапе определяется массив наиболее вероятных значений периодов повторения импульсов. Затем для каждого элемента массива находится и выделяется предполагаемая импульсная последовательность. Для выбора вероятных значений периода повторения импульсов использован порог в виде константы.*

**Селекция, период повторения импульсов, радиотехнический контроль, радиоэлектронная обстановка, гистограмма разности**

В [1] показана возможность классификации источников радиоизлучения (ИРИ). Для предотвращения ложной классификации сигналов в смеси, поступающей на вход радиоприемного устройства, требуется провести временную селекцию. Под селекцией будем понимать разделение смеси входных сигналов на импульсные последовательности, принадлежащие разным ИРИ. Задача временной селекции на станции радиотехнического контроля (РТК) возникает всякий раз, когда на входе анализирующего устройства одновременно присутствуют сигналы от нескольких ИРИ, образуя сложную смесь импульсов.

Решение указанной задачи осуществляется, как правило, с использованием алгоритма поиска [2]. Однако этот алгоритм работает ненадежно, если в смеси импульсов от нескольких (как правило, 3–5) ИРИ из-за случайного характера приема и измерения времени прихода импульсов (ВПИ) присутствуют ложные импульсы. В этом случае велика вероятность формирования в результате поиска ложных оценок входных последовательностей. Таким образом, в условиях высокой плотности потока сигналов и, как следствие, появления ложных импульсов указанный алгоритм не обеспечивает высокой достоверности селекции.

Целью настоящей статьи является разработка усовершенствованного алгоритма временной селекции, отличающегося большей достоверностью разделения сигналов в сложной радиоэлектронной обстановке (РЭО).

**Виды сигналов.** Модуляция периода повторения импульсов (ППИ) в сигналах современных РЛС является наиболее информативным параметром, позволяющим идентифицировать принадлежность сигнала отдельным ИРИ [3]. Применяются сигналы с модуляцией периода по различным законам, в зависимости от которых сигнал относится к тому или иному классу. Сигналы с постоянным периодом следования импульсов имеют отклонение (вобуляция) ППИ, не превышающую 1 % от среднего значения. Такое изменение ППИ рассматривается как случайное, не выполняющее полезной функции. Для РЛС с постоянным ППИ используется, как правило, несколько значений периода. Конкретное значение выбирается в зависимости от требуемого разрешения по дальности.

Сигнал с изменением ППИ от пачки к пачке (dwell and switch) включает в себя две и более пачек импульсов с постоянным ППИ внутри каждой пачки и его значимым изменением при переходе от пачки к пачке. Количество импульсов в пачке может меняться в зависимости от режима работы РЛС.

Сигнал с изменением ППИ от импульса к импульсу по детерминированному закону (stagger) использует 2 и более значений, выбираемых из фиксированной последовательности, с периодическим повторением. Отдельные значения ППИ могут появляться более, чем один раз за период. Период wobulation stagger-сигнала равен периоду повторения циклов повторения – кадров в последовательности. В свою очередь среди stagger-сигналов выделяются последовательности с монотонным увеличением (уменьшением) ППИ в пределах периода (sliding, W1), с изменением ППИ по синусоидальному закону относительно среднего значения (wobulation, W2) и с флуктуацией ППИ по случайному закону с размахом до 30 % от среднего значения ППИ (jittered, W3). Случайное изменение интервалов может быть распределено по закону Гаусса, равномерному, неравномерному или дискретному законам.

С точки зрения выделения импульсных последовательностей из смеси общим свойством всех stagger-сигналов, кроме jittered, является необходимость анализа изменения ППИ в пределах не менее одного периода.

**Модель сигнальной обстановки.** Положим, что на вход анализирующего устройства с разных направлений поступает смесь сигналов (потоков импульсов) от  $K$  источников излучения (рис. 1). В смеси могут присутствовать одновременно сигналы со всеми описанными ранее видами wobulation ППИ. Обозначим через  $T_k$  ( $k = \overline{1, K}$ ) ППИ в  $k$ -м потоке, а время прихода  $n$ -го импульса в смеси  $t_i$ ,  $i = \overline{1, N}$ .

ВПИ в смеси составляют последовательность  $\{t_i\} \triangleq \{t_1, t_2, \dots, t_N\}$ . Количество принятых импульсов смеси пропорционально времени наблюдения данного потока  $T_{\max}$ . Число межимпульсных интервалов  $k$ -го потока равно  $\lfloor T_{\max}/T_k \rfloor$ , где  $\lfloor \cdot \rfloor$  – символ взятия целого числа, не превосходящего аргумента.

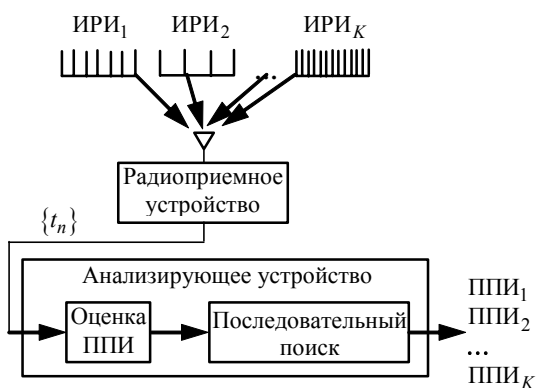


Рис. 1

**Описание алгоритма.** Предложенный алгоритм основан на анализе значений экстремумов гистограммы разностей ВПИ и их распределения в области определения этих разностей.

Наличие в смеси сигналов от различных ИРИ, обладающих различными средними значениями и законами wobulation ППИ, приводит к тому, что импульсы различных сигналов в смеси перемешаны, т. е. соседние импульсы с высокой вероятностью принадлежат сигналам, поступившим от различных ИРИ. В связи с этим для определения ППИ необходим анализ разности ВПИ смеси, разделенных несколькими другими импульсами. Введем понятие уровня разности ВПИ  $q = \overline{1, Q}$ , под которым будем понимать количество импульсов в интервале между теми из них, для которых определяется разность ВПИ.

Анализ входной смеси производится последовательно по классам сигналов. На первом проходе входная смесь анализируется на наличие последовательностей с постоянным значением ППИ, на втором определяется наличие switch-последовательностей, далее выявляются последовательности с изменением ППИ от импульса к импульсу (stagger-последовательности) различных типов. На заключительном этапе рассматривается наличие jitter-последовательностей со случайным изменением ППИ.

Алгоритм подробно описан на примере последовательностей с постоянным значением ППИ. Сигналы остальных типов выделяются по аналогичным алгоритмам, но с некоторыми допущениями, которые описаны далее.

Для каждой отдельно взятой последовательности выполняются один за другим 2 этапа обработки. На первом определяется наиболее вероятное значение ППИ; на втором ищутся, выделяются и удаляются из принятой смеси импульсы, составляющие импульсную последовательность с определенным периодом либо законом его изменения.

Последовательности с постоянными ППИ выявляются простейшим обнаружителем периодических последовательностей (рис. 2) на основе метода гистограммы разностей [4]. Количество разностей, необходимых для полного анализа выборки из  $N$  импульсов на предмет наличия последовательности с постоянным ППИ, составляет  $N(N-1)/2$ .

На каждом  $i$ -м проходе алгоритма сначала формируются массивы разностей моментов фиксации импульсов (рис. 2, 1) уровня  $q = \overline{1, Q}$ :

$$\{\Delta t_{qn}\} \triangleq \{\Delta t_{qn} = t_{q+n} - t_n\},$$

где  $\Delta t_{qn}$ , ( $n = \overline{1, N-q}$ ,  $q = \overline{1, Q}$ ,  $Q < N$ ) – разность  $q$ -го уровня времени прихода импульсов.

Из полученных разностей формируется гистограмма (рис. 2, 3). Для дальнейшего анализа формируется список ППИ<sub>*i*</sub> (рис. 2, 4), содержащий значения, для которых уровни гистограммы превосходят порог, обычно устанавливаемый равным 1 % от числа элементов списка. Если в списке оказывается единственная разность, она принимается в качестве оценки периода следования импульсной последовательности на этапе поиска. Если заданный порог превышают несколько разностей, причем максимальное значение гистограммы имеет наименьшая из них, она принимается в качестве указанной оценки. При обоих указанных решениях анализ гистограммы  $q$ -го уровня завершается. Если же максимальное значение гистограммы соответствует не минимальному значению разности, все разности, включенные в список ППИ<sub>*i*</sub>, со значениями, меньшими позиции максимального значения гистограммы, подвергаются дополнительному тесту на наличие субгармоник. При этом из списка удаляются все ППИ, кратные ППИ с максимальным значением гистограммы. Все оставшиеся в списке ППИ<sub>*i*</sub> разности принимаются в качестве ППИ предполагаемых сигналов для последующего этапа поиска.

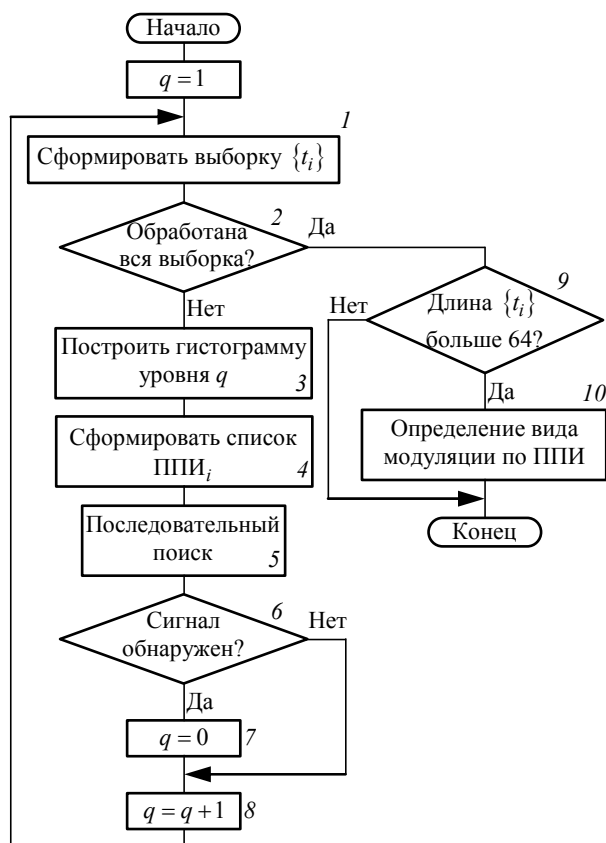


Рис. 2

На втором этапе (рис. 2, 5) выполняется поиск импульсов последовательностей с определенными ППИ. Во время поиска допускается отклонение ППИ от определенного ранее значения<sup>1</sup> в пределах 1 мкс.

Для минимизации неудачных выборов поиск следует начинать с малых значений интервалов.

Обычно исходной точкой поиска последовательности является любая произвольно выбранная пара импульсов. В этом случае, если выборка содержит несколько сигналов, существуют ложные интервалы, не принадлежащие ни одной последовательности, что увеличивает время поиска.

Число итераций можно существенно уменьшить, если поиск начинать с анализа последовательности из трех импульсов. Это позволяет исключить случайные пары импульсов возбуждающих последовательностей.

Блок-схема поиска последовательностей импульсов представлена на рис. 3. Здесь  $a, b, c$  – 3 анализируемых импульса, образующие 2 интервала, проверяемые (рис. 3, 5–10) на удовлетворение критерию

$$t_c - t_b = t_b - t_a = \text{ППИ}_i \quad (1)$$

( $t_a, t_b, t_c$  – ВПИ  $a, b, c$  соответственно);  $d$  – импульс, следующий за тройкой  $a, b, c$ ;  $t$  – временное положение текущего импульса прогнозируемой последовательности;  $i, j$  – вспомогательные переменные).

После считывания выборки (рис. 3, 1) последовательно отбирается тройка импульсов (рис. 3, 4, 5, 8) и определяется их удовлетворение критерию (1) (рис. 3, 6, 9). Импульсы, соответствующие критерию поиска, удаляются из последовательности (рис. 3, 18). Каждый раз, когда находится новый импульс, соответствующий критерию поиска, время  $t$  устанавливается равным ВПИ найденного импульса (рис. 3, 10, 17).

Если тройки импульсов, удовлетворяющей критерию (1), нет, то принимается решение, что в анализируемом сигнале нет последовательности с ППИ<sub>*i*</sub> (рис. 3, 7). Если же такая последовательность выявлена, продолжается поиск остальных принадлежащих ей импульсов (рис. 3, 12, 13, 15–17, 20, 21).

Для определения простой последовательности с помощью рассмотренного алгоритма требуется как минимум 5 импульсов. Для идентификации составного (stagger) сигнала требуется выделить

<sup>1</sup> Указанное значение допустимого отклонения характерно для выделения всех последовательностей, кроме последовательностей с возбуждающей ППИ. В последнем случае допустимое отклонение определяется среднеквадратическим отклонением ППИ.

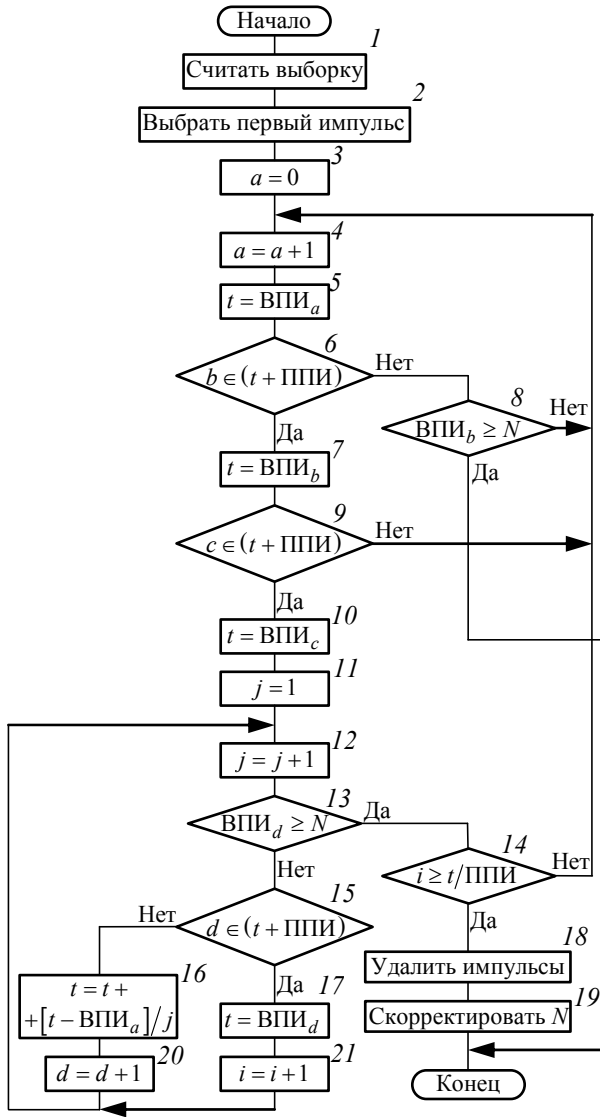


Рис. 3

$M$  непересекающихся во времени последовательностей с одинаковыми значениями ППИ, составляющих кадр (период вобуляции) сигнала.

Сигнал, включающий в себя  $M$  пачек импульсов (dwell&switch), идентифицируется алгоритмом, если будет выделено  $M$  последовательностей с разными ППИ.

После того как отселектированы простые и вобулирующие по детерминированному закону сигналы и в исходной выборке осталась неклассифицированная последовательность импульсов, принимается решение о ее принадлежности к одному из трех видов изменения (вобуляции) ППИ: W1, W2 или W3.

Обозначим оставшуюся после временной селекции выборку  $\mathbf{t} = \{t_n\}$ ,  $n = 1, \dots, N_0, \dots, N$ , где  $N_0$  – длина выборки, при которой наблюдается не менее одного периода вобуляции ППИ. Классификация последовательности  $\mathbf{t}$  производится с помощью признаков  $C_1$  и  $C_2$ :

$$C_1 = \frac{N_c}{N-1}; \quad C_2 = \frac{1}{N_0} \sum_{n=1}^{N_0} s(n),$$

где  $N_c$  – число интервалов  $z_n$ , которые удовлетворяют условию  $z_n \leq 0.03\hat{T}$ ;

$$s(n) = \begin{cases} -1, & z_n < -\varepsilon; \\ 0, & |z_n| < \varepsilon; \\ 1, & z_n > \varepsilon, \end{cases}$$

причем

$$z_n = x_{n+1} - x_n = t_{n+2} - 2t_{n+1} + t_n \quad (x_n = t_{n+1} - t_n),$$

$$n = 1, N-2; \quad \hat{T} = (t_N - t_1)/N; \quad \varepsilon = 3 \dots 5 \text{ мкс} - \text{значение непреднамеренного изменения ППИ.}$$

На основании анализа периодов вобуляции существующих ИРИ принято  $N_0 = 64$ .

Признак  $C_2$  позволяет разделить сигнал вида W1 от сигналов W2 и W3, а признак  $C_1$  – W3 от W2. Классификация производится в 2 этапа. Вначале с использованием признака  $C_2$  проверяется наличие в выборке сигнала с вобуляцией W1 согласно условию  $C_2 > \varepsilon_2$ . Если условие не выполняется, осуществляется переход на второй шаг и по признаку  $C_1$  принимается решение о присутствии сигнала с вобуляцией W2 (если  $C_1 < \varepsilon_1$ ) или W3 – в противном случае.

**Результаты моделирования.** На рис. 4 представлена смесь трех сигналов: с постоянным значением ППИ, равным 1.7 мс (маркеры "+"), dwell&switch с двумя ППИ, равными 0.8 и 2.7 мс (маркеры "x"), и составной (stagger) сигнал с ППИ, равными 0.857, 0.920, 0.964, 1.144 и 1.34 мс (маркеры "\*"). Из рисунка видно, что составной (stagger) сигнал в интервале существования  $0.24 < t_n < 0.56$  с полностью смешался с остальными сигналами. Тем самым не только потеряна информация об этом сигнале, но стало невозможным определение и двух остальных сигналов.

На рис. 5 приведены результаты компьютерного моделирования усовершенствованного алгоритма селекции описанной смеси сигналов. Смесь разделена на 3 импульсные последовательности с незначительным количеством ошибочных решений, в частности, полностью восстановлена структура составного сигнала.

Таким образом, рассмотренный алгоритм селекции позволяет реализовать разделение смешанного

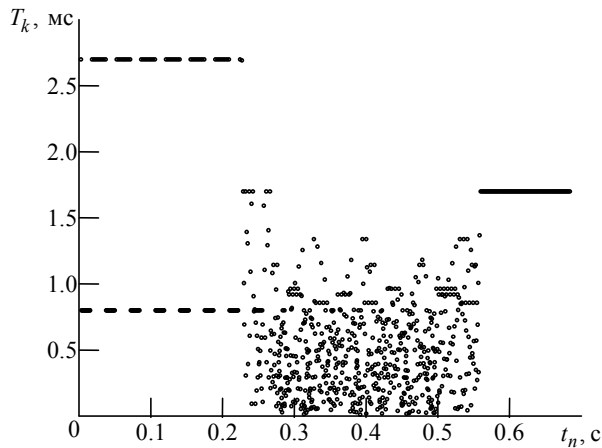


Рис. 4

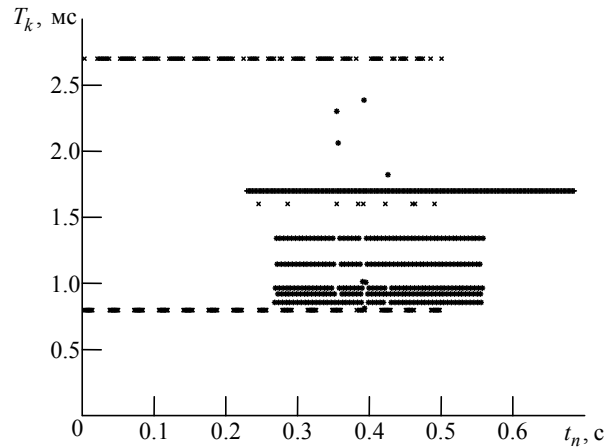


Рис. 5

потока в реальном масштабе времени за счет определения по гистограмме разностей наиболее веро-

ятных ППИ, присутствующих в исходной выборке.

### СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Mardia H. K. New Techniques for The Deinterleaving of Repetitive Sequences // IEE Proc. F-Radar and Signal Processing. 1989. Vol. 136, № 4. P. 149–154.
2. Wiley R. G. Electronic Intelligence: The Analysis of Radar Signals. Dedham: Artech House, Inc., 1982. Vol. 1. 250 p.

3. Коротков В. Ф. Распознавание РЭС с использованием нейронных сетей. СПб.: ВУС, 2003. 156 с.
4. Milojevic D. J., Popovic B. M. Improved Algorithm for The Deinterleaving of Radar Pulses // IEE Proc. F-Radar and Signal Processing. 1992. Vol. 139, № 1. P. 98–104.

Статья поступила в редакцию 28 ноября 2016 г.

**Для цитирования:** Коротков В. Ф., Зырянов Р. С. Разделение импульсных последовательностей в смешанном потоке сигналов // Изв. вузов России. Радиоэлектроника. 2017. № 3. С. 5–10.

**Коротков Владимир Федорович** – доктор технических наук (2005), старший научный сотрудник (1998), ведущий инженер ООО "Специальный технологический центр" (Санкт-Петербург). Автор 57 научных работ. Сфера научных интересов – пассивная радиолокация; анализ и обработка радиолокационных сигналов. E-mail: diofant2912@mail.ru

**Зырянов Роман Сергеевич** – бакалавр по направлению "Нанотехнологии и микросистемная техника" (2015), студент 2-го курса магистратуры Санкт-Петербургского государственного электротехнического университета "ЛЭТИ" им. В. И. Ульянова (Ленина). Автор шести научных публикаций. Сфера научных интересов – обработка больших объемов данных, интеллектуальный анализ данных; фрактальный анализ изображений. E-mail: roman.tm.z@gmail.com

V. F. Korotkov  
Special Technology Center Ltd. (Saint Petersburg)  
R. S. Zyryanov  
Saint Petersburg Electrotechnical University "LETI"

### Pulse Sequence Division in Mixed Signal Flow

**Abstract.** The task of time selection of the signals from individual radio emission sources (RES) occurs at the station of radio control (RC) whenever at the entrance of the analyzing device combines signals from multiple sources.

This problem is solved using a search algorithm [2]. However, this algorithm does not work reliably, if the pulses from the several (usually 3–5) RES present in the mixture. In this case, the probability of forming false estimates of the input sequences.

The purpose of this article is to develop an improved algorithm for time selection with a higher accuracy of signal separation in the complex electronic environment.

Classification of signals by referring to the wobble of pulses repetition period in the sequence, including the sequence with constant value of the period, dwell and switch, stagger, sliding, wobulaten and jittered sequences are given. Based on the classification improved algorithm for the allocation sequence is developed. The algorithm (Fig. 3) provides analysis of the histogram of the values of the delays between the adjacent pulses of the input mixture. The most probable values of the periods of repetition is allocated on the basis of the analysis of changes in pulses which are related to the signals, com-

posed the mixture. The allocation is from the simple to the more complex signals. After the detection of the individual signal in's pulses are removed from the mixture, and the analysis is repeated.

The results of the processing of signal (Fig. 6), including pulse sequences from several sources (Fig. 5) are given.

**Key words:** Selection, Pulse Repetition Period, Radio Control, Radio-Electronic Situation, The Histogram Of Differences

## REFERENCES

1. Mardia, H. K. New techniques for the deinterleaving of repetitive sequences. IEE Proceedings F-Radar and Signal Processing. 1989, vol. 136, no. 4, pp. 149–154.

2. Wiley R. G. Electronic intelligence: the analysis of radar signals. Dedham, MA, Artech House, Inc. 1982, vol. 1, 250 p.

3. Korotkov V. F., Raspoznavaniye RES s ispolzovaniem neyronnih setey [Radar recognition with neural networks]. Saint Petersburg, VUS Publ., 2003. 156 p. (In Russian)

4. Milojevic, D. J., and B. M. Popovic. Improved Algorithm for the Deinterleaving of Radar Pulses. IEE Proceedings F-Radar and Signal Processing. 1992, vol. 139, no. 1, pp. 98–104.

Received November, 28, 2017

**For citation:** Korotkov V. F., Zyryanov R. S. Pulse Sequence Division in Mixed Signal Flow. *Izvestiya Vysshikh Uchebnykh Zavedenii Rossii. Radioelektronika* [Journal of the Russian Universities. Radioelectronics]. 2017, no. 3, pp. 5–10. (In Russian)

**Vladimir F. Korotkov** – D.Sc. in Engineering (2005), SRF (1998), lead engineer of "Special Technology Center" Ltd (Saint Petersburg). The author of 58 scientific publications. Area of expertise: passive location; analysis and processing of location signals.

E-mail: diofant2912@mail.ru

**Roman S. Zyryanov** – bachelor on nanotechnologies and micro system technics (2015), 2nd year Master's Degree student of Saint Petersburg Electrotechnical University "LETI". The author of 6 scientific publications. Area of expertise: big data; data mining; image fractal analysis.

E-mail: roman.tm.z@gmail.com

УДК 621.391:621.396.96

Д. И. Попов

Рязанский государственный радиотехнический университет

## Анализ систем обработки многочастотных сигналов

*Проведен сравнительный анализ характеристик систем межпериодной обработки многочастотного сигнала на фоне пассивных помех для различных вариантов объединения частотных каналов при когерентном режектировании помех и последующем некогерентном накоплении остатков режектирования.*

### Доплеровская фаза, многочастотные сигналы, обработка сигналов, пассивные помехи

Эффективное обнаружение сигналов движущихся целей на фоне коррелированных (пассивных) помех затрудняют так называемые слепые скорости цели [1], [2]. Применение многочастотных сигналов позволяет исключить эти скорости. Обработка многочастотных сигналов на фоне пассивных помех рассмотрена в [3], [4].

Эффективное обнаружение движущихся целей затрудняет также априорная неопределенность корреляционных характеристик пассивных помех. В связи с этим системы обработки необходимо строить по адаптивному принципу. В этом случае оптимальная обработка многочастотного сигнала в каждом частотном канале реализуется на основе адаптивного (к параметрам помехи)

матричного фильтра (АМФ) и неадаптивного многоканального (по доплеровской фазе сигнала) фильтра, вычисляющего дискретное преобразование Фурье выходных отсчетов АМФ [3]. При этом сигнал от движущейся цели попадает в различные доплеровские тракты каждого из частотных каналов, что исключает возможность объединения последних. Решение о наличии сигнала принимается раздельно в доплеровских трактах каждого частотного канала по результатам сравнения с пороговыми уровнями обнаружения. В то же время актуальными для практики являются системы с объединением частотных каналов.

В [5] рассмотрены характеристики обнаружения систем обработки многочастотного сигнала на

фоне белого (собственного) шума с различными способами объединения частотных каналов приемного устройства без учета накопления сигнала. Для борьбы с пассивными помехами в таких системах применяются режекторные фильтры, место включения которых, зависящее от способа объединения каналов, и организация последующего некогерентного накопления существенно влияют на характеристики системы обработки.

Цель настоящей статьи – сравнение характеристик многочастотных систем межпериодной обработки, характеризующихся когерентным режектированием помех и различными вариантами объединения частотных каналов с последующим некогерентным накоплением результатов режектирования, при обнаружении сигнала на фоне пассивных (коррелированных) помех.

Положим, что в каждом частотном канале в результате внутрипериодной обработки суммы сигнала, отраженного от цели, и пассивной помехи образуется пачка из  $N$  когерентных импульсов, которые можно представить в виде последовательности цифровых отсчетов комплексных величин

$$U_{jl} = x_{jl} + iy_{jl}, \quad j = \overline{1, N},$$

где  $x_{jl}$ ,  $y_{jl}$  – квадратурные составляющие (проекции) сигнала;  $l$  – номер канала.

Анализ проведем для применяемых на практике двухчастотных систем. Сигналы в каналах считаем статистически независимыми, что обеспечивается соответствующим разнесом несущих частот [5]. Объединение двух частотных каналов возможно перемножением или суммированием отсчетов обрабатываемых сигналов. Способ объединения каналов, а также последовательность операций

объединения каналов и подавления пассивной помехи определяют несколько вариантов построения многочастотных систем межпериодной обработки (рис. 1). Рассматриваемые системы осуществляют подавление пассивной помехи режекторным фильтром РФ порядка  $m$ , обеспечивающим отдельную обработку цифровых кодов проекций  $x_{jl}$  и  $y_{jl}$  в двух квадратурных каналах, с последующим вычислением квадрата модуля в блоке объединения БО и накоплением сигнала на фоне декоррелированных остатков помехи в накопителе Н.

Система на рис. 1, а объединяет каналы на основании комплексного перемножения ( $\dot{\times}$ ) отсчетов первого частотного канала с комплексно сопряженными ( $*$ ) отсчетами второго частотного канала, что при аналоговой реализации соответствует смешиванию сигналов с дальнейшей обработкой на разностной частоте [5]. Система на рис. 1, б (в противоположность системе на рис. 1, а) вначале производит режектирование помехи в каждом частотном канале, а затем комплексное перемножение результатов режектирования. В системе на рис. 1, в каждый из каналов содержит РФ и БО, результаты обработки в которых после суммирования накапливаются, что равноценно комбинированной обработке (когерентному режектированию помехи и некогерентному накоплению остатков режекции) в каждом из каналов, с последующим суммированием результатов обработки. Система на рис. 1, г получена эвристически упрощением алгоритма системы на рис. 1, в: некогерентное накопление здесь осуществляется после суммирования результатов режектирования каждого из частотных каналов.

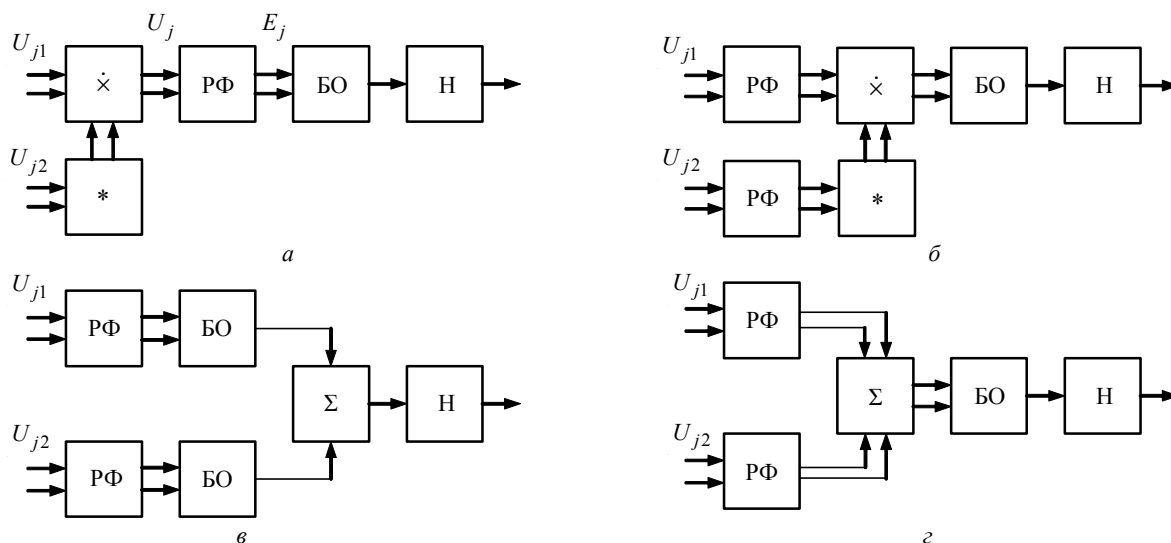


Рис. 1

При анализе описанных систем прежде всего представляют интерес скоростные характеристики. Обозначим  $r_l = f_l / f_1$  – отношение несущих частот частотных каналов. Так как доплеровский набег фаз за период повторения зондирующих импульсов  $T$  в каждом частотном канале однозначно связан с радиальной скоростью цели  $v_{\text{рад}}$  соотношением  $\varphi_{1,2} = 4\pi T f_{1,2} v_{\text{рад}} / c$  ( $c$  – скорость распространения радиоволн), а сами доплеровские фазы в частотных каналах связаны очевидным соотношением  $\varphi_2 = r\varphi_1$ , то в качестве скоростных характеристик можно рассматривать зависимости амплитуды выходного сигнала от доплеровского сдвига фазы, например в первом частотном канале.

В системе на рис. 1, а режекция помехи эквивалентна обработке на разностной частоте, поэтому скоростная характеристика будет соответствовать характеристике одночастотной системы:

$$K(\varphi_p) = K[(1-r)\varphi_1] = \sum_{j,k=0}^m g_j g_k \cos[(j-k)\varphi_p],$$

где  $\varphi_p = \varphi_1 - \varphi_2$ ;  $g_k = (-1)^k C_m^k$  – коэффициенты импульсной характеристики режекторного фильтра ( $C_m^k$  – число сочетаний из  $m$  по  $k$ ).

Для системы на рис. 1, б эта характеристика имеет вид:

$$K(\varphi_1) = K_1(\varphi_1) K_2(\varphi_2) = K_1(\varphi_1) K_2(r\varphi_1),$$

где  $K_1(\varphi_1)$  и  $K_2(r\varphi_1)$  – зависимости амплитуды выходного сигнала от доплеровского сдвига фазы для первого и второго частотных каналов соответственно.

Скоростная характеристика систем по рис. 1, в и г равна сумме характеристик каждого частотного канала:

$$K(\varphi_1) = K_1(\varphi_1) + K_2(\varphi_2) = K_1(\varphi_1) + K_2(r\varphi_1).$$

Скоростные характеристики рассматриваемых систем для  $r = 0.9$  и РФ второго порядка ( $m = 2$ ) приведены на рис. 2. Наилучшей с точки зрения исключения слепых скоростей является система на рис. 1, а, обладающая плавной характеристикой в широком диапазоне скоростей (кривая 1). Система на рис. 1, б имеет сильно изрезанную характеристику с большим числом слепых скоростей (кривая 2) и не представляет практического интереса, в связи с чем в дальнейшем не рассматривается. Системы на рис. 1, в и г позволяют уменьшить влияние слепых скоростей,

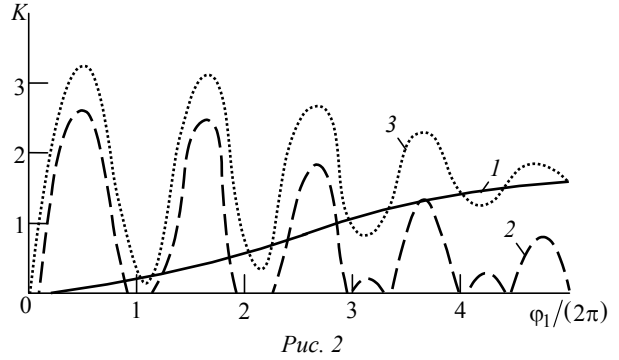


Рис. 2

причем тем эффективнее, чем больше номер слепой скорости  $[\varphi_1 / (2\pi)]$  (кривая 3).

Сравним теперь энергетические характеристики систем. Для этого найдем коэффициент улучшения  $\mu$  на выходе линейной части систем:

$$\mu = \frac{P_{\text{п.вх}}}{P_{\text{п.вых}}} \frac{P_{\text{ш.вых}}}{P_{\text{ш.вх}}} = \frac{P_{\text{п.вых}}}{P_{\text{п.вх}}} \frac{P_{\text{ш.вых}}}{P_{\text{ш.вх}}},$$

где  $P_{\text{п.вх}} / P_{\text{п.вых}}$  – коэффициент подавления помехи;

$P_{\text{ш.вых}} / P_{\text{ш.вх}}$  – коэффициент усиления собственных шумов приемника режекторным фильтром, равный коэффициенту усиления сигнала по мощности, усредненному по всем скоростям цели [2].

Для системы с перемножением (рис. 1, а), с учетом статистической независимости сигналов частотных каналов найдем мощность помехи на входе  $U_j$  и выходе  $E_j$  РФ:

$$\begin{aligned} P_{\text{п.вх}} &= \overline{0.5 U_j U_j^*} = \overline{0.5 U_{j1} U_{j2}^* U_{j1}^* U_{j2}} = \\ &= 0.5 \left[ \overline{U_{j1} U_{j2}^* U_{j1}^* U_{j2}} + \overline{U_{j1} U_{j1}^* U_{j2}^* U_{j2}} + \right. \\ &\quad \left. + \overline{U_{j1} U_{j2}^* U_{j1}^* U_{j2}^*} \right] = 0.5 U_{j1} U_{j1}^* U_{j2}^* U_{j2} = \\ &= 2 P_{\text{п.вх}1} P_{\text{п.вх}2}; \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} P_{\text{п.вых}} &= \overline{0.5 E_j E_j^*} = 0.5 \sum_{n=0}^m g_n U_{m-n} \sum_{p=0}^m g_p U_{m-p}^* = \\ &= 0.5 \sum_{n,p=0}^m g_n g_p \overline{U_{m-n} U_{m-p}^*} = \\ &= 0.5 \sum_{n,p=0}^m g_n g_p \overline{U_{m-n,1} U_{m-p,1}^* U_{m-n,2}^* U_{m-p,2}} = \\ &= 2 \sum_{n,p=0}^m g_n g_p R_{m-n,m-p,1} R_{m-n,m-p,2}, \end{aligned}$$

где  $R_{n,p,l} = P_{\text{п.вх}} \rho_l(n,p)$  – элементы корреляционной матрицы помехи в  $l$ -м канале, причем  $\rho_l(n,p)$  – коэффициенты межпериодной корре-

ляции помехи в  $l$ -м канале;  $l=1, 2$  – номер частотного канала.

Для шума  $R_{\text{ш},n,p} = P_{\text{ш},\text{вх}} \delta_{n,p}$  ( $\delta_{n,p}$  – символ Кронекера), поэтому

$$P_{\text{ш},\text{вых}} = 2 \sum_{n,p=0}^m g_n g_p P_{\text{ш},\text{вх}}^1 P_{\text{ш},\text{вх}}^2.$$

С учетом приведенных соотношений коэффициент улучшения для схемы на рис. 1, а имеет вид

$$\mu = \frac{\sum_{n=0}^m g_n^2}{\sum_{n,p=0}^m g_n g_p R_{m-n,m-p,1} R_{m-n,m-p,2}}.$$

Для схемы на рис. 1, в, считая фильтры в каналах одинаковыми, получим:

$$\mu = \frac{2 \sum_{n=0}^m g_n^2}{\sum_{n,p=0}^m g_n g_p [R_{m-n,m-p,1} + R_{m-n,m-p,2}]}.$$

На рис. 3 представлены зависимости коэффициента  $\mu$  от нормированной ширины спектра помехи  $\beta = \Delta f T$  в первом частотном канале при гауссовской аппроксимации корреляционной функции помехи в частотных каналах:

$$\rho_l(j, k) = \exp\left\{-\left[\pi \beta r_l(j-k)\right]^2 / 2.8\right\},$$

$$r_1 = f_1 / f_1 = 1, \quad r_2 = f_2 / f_1 < 1.$$

Анализ полученных зависимостей показывает, что при любом порядке используемого РФ схема с суммированием (сплошные кривые) всегда имеет преимущество перед схемой с перемножением (штриховые кривые), что объясняется расширением спектра помехи при смешивании отраженных сигналов и согласуется с ожидаемыми ре-

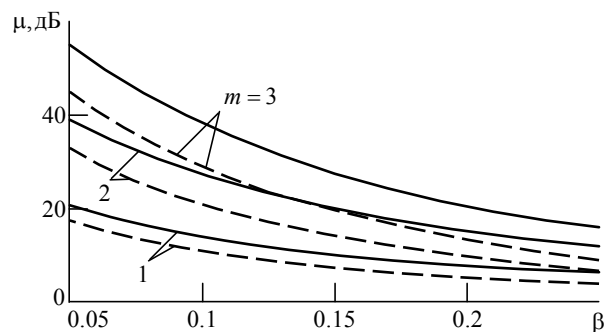


Рис. 3

зультатами. С увеличением  $\beta$  выигрыш уменьшается; в частности при  $\beta = 0.1$  этот выигрыш составляет от 3 до 8 дБ в зависимости от порядка РФ.

С точки зрения энергетических выигрышей, использование систем с суммированием (см. рис. 1, в и з) наиболее перспективно. Для сравнения эффективности последних систем (по энергетическим показателям этого сделать не удастся) проанализируем их характеристики обнаружения.

Для расчета характеристик обнаружения необходимо найти распределение величины  $v$ , получаемой на выходе системы обработки. Для схемы на рис. 1, в данная величина представляется в виде суммы квадратичных форм:

$$v = \mathbf{U}_1^{*T} \mathbf{Q} \mathbf{U}_1 + \mathbf{U}_2^{*T} \mathbf{Q} \mathbf{U}_2 = \sum_{j,k=1}^N Q_{jk} U_{j1}^* U_{k1} + \sum_{j,k=1}^N Q_{jk} U_{j2}^* U_{k2},$$

а для схемы на рис. 1, з – в виде квадратичной формы:

$$v = (\mathbf{U}_1^{*T} + \mathbf{U}_2^{*T}) \mathbf{Q} (\mathbf{U}_1 + \mathbf{U}_2) = \sum_{j,k=1}^N Q_{jk} (U_{j1}^* + U_{j2}^*) (U_{k1} + U_{k2}),$$

где

$$\mathbf{U}_1 = (U_{11}, \dots, U_{j1}, \dots, U_{N1})^T,$$

$$\mathbf{U}_2 = (U_{12}, \dots, U_{j2}, \dots, U_{N2})^T$$

– вектор-столбцы входных отсчетов первого и второго частотных каналов соответственно;  $\mathbf{Q}$  – матрица обработки с размерами  $N \times N$ , элементы которой определяются следующим образом:

$$Q_{jk} = Q_{kj} = \sum_{l=1}^N h_{N-l} g_{l-j} g_{l-k},$$

причем  $h_{N-l}$  – коэффициенты импульсной характеристики накопителя; "Т" – символ транспонирования.

Плотность вероятности величины  $v$  определяется выражением:

$$p(v) = (2\pi)^{-1} \int_{-\infty}^{\infty} \theta_v(it) \exp(-itv) dt,$$

где  $\theta_v(it) = \overline{\exp(itv)}$  – характеристическая функция величины  $v$ .

Считая сигнал и помеху гауссовскими случайными процессами, характеристические функ-

ции величины  $v$  для схем на рис. 1, в и з можно найти соответственно в виде

$$\theta_v(it) = [\det(I - 2itR_1Q)\det(I - 2itR_2Q)]^{-1},$$

$$\theta_v(it) = \{\det[I - 2it(R_1 + R_2)Q]\}^{-1},$$

где  $I$  – единичная матрица;  $R_1, R_2$  – корреляционные матрицы обрабатываемых отсчетов в первом и втором частотных каналах соответственно (все матрицы имеют размеры  $N \times N$ ).

Преобразовав характеристические функции при помощи метода следа [6], найдем кумулянты распределения  $p(v)$ . Для схемы на рис. 1, в эти кумулянты имеют вид

$$\kappa_s = 2^s (s-1)! [\text{sp}(R_1Q)^s + \text{sp}(R_2Q)^s],$$

а для схемы на рис. 1, з:

$$\kappa_s = 2^s (s-1)! \text{sp}[(R_1 + R_2)Q]^s,$$

где  $\text{sp}[\cdot]$  – след матрицы – сумма диагональных элементов матрицы.

Вероятность превышения значением  $v$  порогового уровня обнаружения  $v_0$  определяется соотношением:

$$P(v \geq v_0) = \int_{v_0}^{\infty} p(v) dv,$$

приводящим к ряду Эджворта [6], коэффициенты которого задаются кумулянтами  $\kappa_s$ .

Вычисление кумулянтов  $\kappa_s$  с использованием корреляционных матриц  $R_1$  и  $R_2$  для помехи приводит к вычислению вероятности ложной тревоги  $F$ , а с использованием корреляционных матриц  $R_1$  и  $R_2$  для суммы сигнала и помехи – к вычислению вероятности правильного обнаружения  $D$ .

На основании характеристик обнаружения получены приведенные на рис. 4 зависимости порогового отношения "сигнал/помеха"  $q$  на входе системы обработки от доплеровского сдвига фазы в первом частотном канале  $\phi_1$  систем со схемами по рис. 1, в (кривая 1) и з (кривая 2). Расчеты проведены для совместных флуктуаций сигнала и

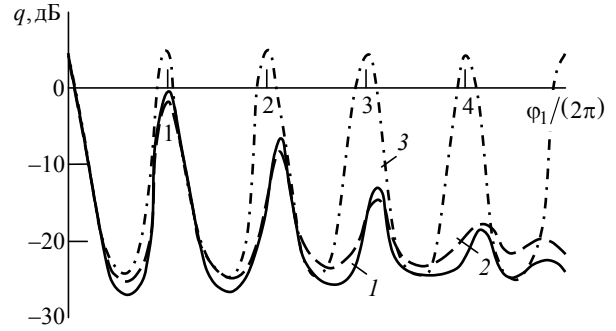


Рис. 4

гауссовской аппроксимации корреляционной функции пассивной помехи при

$$\beta = 0.1, m = 2, N = 10, D = 0.5, F = 10^{-3}.$$

Выигрыш системы по схеме рис. 1, в относительно системы по схеме рис. 1, з при данных условиях составляет около 2 дБ при любых скоростях цели, что объясняется неоптимальностью алгоритма обработки во втором случае, который, однако, позволяет несколько упростить структурную схему приемника. Для сравнения на рис. 4 приведена зависимость  $q(\phi_1)$  для одночастотной системы (кривая 3). Из проведенного анализа следует, что применение двухчастотных систем обеспечивает выигрыш в пороговом отношении "сигнал/помеха" на слепых скоростях цели, возрастающий с увеличением номера слепой скорости.

Таким образом, проведенный анализ вариантов построения многочастотных систем межпериодной обработки с когерентным режектированием и последующим некогерентным накоплением результатов режектирования позволяет оценить преимущества и недостатки этих систем и может помочь разработчику сделать вывод о целесообразности выбора того или иного варианта в зависимости от требований к параметрам системы и условий обнаружения многочастотного сигнала. Нередко используемый на практике алгоритм режекции пассивной помехи после объединения каналов обеспечивает наилучшие скоростные характеристики, однако по эффективности режекции помехи существенно уступает системам, осуществляющим раздельное режектирование помехи в каждом частотном канале, которые, в свою очередь, позволяют значительно улучшить условия обнаружения сигнала на слепых скоростях цели по сравнению с одночастотными системами.

## СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Radar Handbook / ed. by M. I. Skolnik. 3rd ed. McGraw-Hill, 2008. 1352 p.
2. Principles of Modern Radar: Basic Principles / ed. by M. A. Richards, J. A. Scheer, W. A. Holm. New York: SciTech Publishing, IET, Edison, 2010. 924 p.
3. Попов Д. И. Оптимальная обработка многочастотных сигналов // Изв. вузов России. Радиоэлектроника. 2013. Вып. 1. С. 32–39.
4. Попов Д. И. Адаптивная обработка многочастотных сигналов // Изв. вузов России. Радиоэлектроника. 2013. Вып. 6. С. 15–20.
5. Вишин Г. М. Многочастотная радиолокация. М.: Воениздат, 1973. 92 с.
6. Миддлтон Д. Введение в статистическую теорию связи; в 2 т. М.: Сов. радио, 1961. Т. 1. 782 с.; Т. 2. 832 с.

Статья поступила в редакцию 24 января 2017 г.

**Для цитирования:** Попов Д. И. Анализ систем обработки многочастотных сигналов // Изв. вузов России. Радиоэлектроника. 2017. № 3. С. 10–15.

**Попов Дмитрий Иванович** – доктор технических наук (1990), профессор (1992) кафедры радиотехнических систем Рязанского государственного радиотехнического университета. Автор более 340 научных работ. Сфера научных интересов – теория и техника обработки радиолокационных сигналов на фоне помех. E-mail: adop@mail.ru

D. I. Popov

Ryazan State Radio Engineering University

## Analysis of Multi-Frequency Signal Processing Systems

**Abstract.** A processing system of multi-frequency signals on the background of correlated (passive) interference is considered. The article presents a comparative analysis of characteristics of multi-processing systems of interperiod processing with various multiplex systems on coherent rejection of interference and subsequent non-coherent accumulation of rejection results. The criteria used in the analysis are high-speed and power characteristics as well as processing system detection characteristics. The analysis of the various options for building of multi-frequency interperiod processing systems with non-coherent accumulation makes it possible to evaluate the advantages and disadvantages of these systems. Frequently practiced algorithm of interference rejection after multiplexing provides the best speed performance, but it gives way to the schemes carrying out interference separate rejection in each frequency channel, which, in turn, can significantly improve signal detection conditions for blind target speeds as compared to single frequency systems.

**Key words:** Doppler Phase, Multifrequency Signals, Signals Processing, Clutter

## REFERENCES

1. Radar Handbook; ed. by M. I. Skolnik. 3rd ed. McGraw-Hill, 2008, 1352 p.
2. Richards M. A., Scheer J. A., Holm W. A. (Eds.). Principles of Modern Radar: Basic Principles. New York, SciTech Publishing, IET, Edison, 2010, 924 p.
3. Popov D. I. Optimum processing of multifrequency signals. *Izvestiya Vuzov Rossii. Radioelektronika*. 2013, no. 1, pp. 32–39. (In Russian)
4. Popov D. I. Adaptive processing of multifrequency signals. *Izvestiya Vuzov Rossii. Radioelektronika*. 2013, no. 6, pp. 15–20. (In Russian)
5. Vishin G. M. *Mnogochastotnaya radiolokatsiya* [Multifrequency radar]. Moscow, Voenizdat, 1973, 92 p. (In Russian)
6. Middleton D. An Introduction to Statistical Communication Theory, Wiley-IEEE Press, 1996, 1184 p.

Received January, 24, 2017

**For citation:** Popov D. I. Analysis of Multifrequency Signals Processing Systems. *Izvestiya Vysshikh Uchebnykh Zavedenii Rossii. Radioelektronika* [Journal of the Russian Universities. Radioelectronics]. 2017, no. 3, pp. 10–15. (In Russian)

**Dmitry I. Popov** – D.Sc. in Engineering (1990), Professor (1992) of the Department of Radio Equipment Systems of Ryazan State Radio Engineering University. The author of more than 340 scientific publications. Area of expertise: theory and technique of radar signal processing against background noise. E-mail: adop@mail.ru

УДК 621.396.99

А. В. Немов

АО "Российский институт радионавигации и времени" (Санкт-Петербург)

Данг Ле Минь

Санкт-Петербургский государственный электротехнический  
университет "ЛЭТИ" им. В. И. Ульянова (Ленина)

Д. Ю. Тюфтяков

ЗАО "Конструкторское бюро навигационных систем" (Санкт-Петербург)

## Применение метода главных компонент для компенсации помех при приеме сигналов глобальной навигационной спутниковой системы

*Для адаптивного управления пространственной избирательностью цифровой антенной решетки (ЦАР) использована разновидность метода главных компонент. Компенсация помех в ЦАР, включенной в состав аппаратуры потребителей глобальных навигационных спутниковых систем, производится взвешиванием вектора принимаемых колебаний вектором весовых коэффициентов (ВВК). Для формирования ВВК используются собственные числа и векторы шумового подпространства собственной системы оценки корреляционной матрицы принятых колебаний. ВВК адаптируется по критерию минимизации мощности процесса суммарных колебаний на выходе ЦАР или по критерию минимизации нормы ВВК при ограничениях на уровни диаграммы направленности в выбранных направлениях. Предложен комплексный критерий качества и проведен анализ эффективности методов компенсации помех.*

### **Цифровая антенная решетка, пространственно-временная обработка сигналов, компенсация радиопомех, главные компоненты, собственная система, корреляционная матрица, ГНСС**

Недостаточная надежность решения навигационной задачи в силу низкой помехоустойчивости навигационной аппаратуры потребителей (НАП) глобальных навигационных спутниковых систем (ГНСС), а также аппаратуры контрольно-корректирующих станций и центров управления обусловлена крайне малым энергопотенциалом системного сигнала навигационного космического аппарата (НКА) в приземной области приема. В частности, для ГНСС ГЛОНАСС и GPS мощность системного сигнала на выходе стандартной приемной антенны согласно интерфейсным контрольным документам составляет  $-161$  дБВт. Помехоустойчивость НАП ГНСС общего назначения не превосходит  $31...34$  дБ [1], поэтому шумоподобная радиопомеха с мощностью на входе стандартной антенны НАП в полосе приема  $-127$  дБВт ( $10^{-127}$  Вт) приводит к невозможности захвата системных сигналов НКА. Такая помеха легко может быть обеспечена при радиопротиводействии [1] или даже из хулиганских побуждений.

Наиболее эффективный метод фильтрации широкополосных и любых иных мощных радиопомех (далее помех) основан на применении по-

давителей (компенсаторов) помех на базе цифровой антенной решетки (ЦАР), реализующих цифровые алгоритмы пространственно-временной обработки сигналов (фильтрации) [2]. Под ЦАР понимается совокупность аппаратных, программных средств и математических операций над оцифрованными сигналами. Цель пространственно-временных алгоритмов – формирование нулей (минимумов) диаграммы направленности (ДН) ЦАР в направлениях на источники помех.

Виртуальная настройка ДН происходит автоматически и заключается в формировании вектора весовых коэффициентов (ВВК). Набор элементов ВВК однозначно определяет форму настроенной ДН. Скалярный выходной процесс ЦАР формируется в результате свертки ВВК с вектором оцифрованных входных сигналов, принимаемых радиоприемным устройством (РПУ) ЦАР. На выходе ЦАР помеховые колебания скомпенсированы. Набор элементов ВВК однозначно определяет форму настроенной ДН.

Распространенные на практике так называемые слепые, алгоритмы пространственно-временной фильтрации [1], [2] работают по критерию минимизации мощности выходных колебаний ЦАР в

заданных направлениях при выбранных ограничениях на уровни ДН и используют для формирования ВВК непосредственно оценку корреляций в пространственно-временном фильтре. Выходным сигналом ЦАР является процесс на выходе такого фильтра. Недостаток указанных алгоритмов проявляется в том, что в них не учитывается информация о количестве источников помех. В результате количество нулей ДН может не совпасть с количеством помех, а области нулей расширяются. При небольшом пространственном разнесении источников системного сигнала и помехи из-за расширения области нуля ДН падает отношение мощности системного сигнала к собственному шуму НАП (отношение "сигнал/шум" – ОСШ). Этот эффект может привести к невозможности захвата НАП системного сигнала или к потере слежения, поскольку увеличение отношения "сигнал/помеха + шум" при компенсации помех окажется недостаточным.

Улучшить ОСШ на выходе ЦАР при приеме сигналов НКА с близких к источникам помех направлений или, что то же самое, расширить рабочую область ГНСС по пространству [3] можно на основе неклассических подходов к компенсации помех. Эти методы используют для формирования ВВК вместо оценки корреляционной матрицы принимаемых колебаний главные компоненты разложения по собственной системе этой матрицы [4], [5], разделенной на шумовое и сигнальное подпространства. В основу компенсации помеховых колебаний положено свойство ортогональности собственных векторов, соотнесенных подпространствам шума и сигналов. Однако из известной литературы [1], [2], [6] получить непротиворечивое представление об эффективности неклассических методов затруднительно.

Пространственно-временные алгоритмы фильтрации помех рассмотрены далее с позиции пространственно-временной обработки сигналов (ПВОС).

В качестве комплексного показателя качества работы ЦАР может выступать набор двух критериев: коэффициент подавления мощности помех в ЦАР  $S_{\Pi}$  (отношение мощностей внутриполосных помех на антенном входе и на выходе ЦАР) и доля рабочего пространства ГНСС, оставшаяся после подавления помех (отношение телесного угла, в котором возможен прием сигналов НКА с требуемым качеством, к телесному углу верхней полусферы  $180^\circ$ ) [3].

**Алгоритмы минимизации мощности процесса суммарных колебаний на выходе ЦАР с линейными ограничениями на уровни ДН в**

**заданных направлениях.** Критерием настройки (адаптации) ЦАР является достижение экстремума целевой функции, описывающей зависимость целевой функции от различных параметров процедуры адаптации.

Ограничения на значения нормированной ДН в направлениях на  $\beta$  НКА имеют вид

$$\mathbf{F}(\theta_{\nu}) = \mathbf{C}^T \mathbf{W} = \mathbf{B}, \quad (1)$$

где  $\theta_{\nu}$  ( $\nu = 1 \dots \beta$ ) – направления, на которых накладываются ограничения;  $\mathbf{C}$  – матрица с размерами  $M \times \beta$ , задающая линейные ограничения на  $\beta$  НКА для  $M$  резонаторов физически реализуемой АР;  $\mathbf{W}$  – ВВК длины  $M$ ;  $\mathbf{B}$  – единичный вектор-столбец длины  $\beta$  с элементами, имеющими значения 1 или 0; "Т" – символ транспонирования.

Критерий минимизации выходной мощности  $Y^2$  АФАР описывается выражением

$$O = \min_{\mathbf{W}} Y^2 = \min_{\mathbf{W}} [\mathbf{W}^H (\mathbf{R}_{\Pi} + \mathbf{R}_{\text{ш}}) \mathbf{W}], \quad (2)$$

где  $\mathbf{R}_{\Pi}$ ,  $\mathbf{R}_{\text{ш}}$  – известные корреляционные матрицы принимаемых колебаний помех и собственных шумов НАП соответственно; "H" – символ эрмитова сопряжения. При отсутствии временной фильтрации матрицы  $\mathbf{R}_{\Pi}$  и  $\mathbf{R}_{\text{ш}}$  имеют размеры  $M \times M$ .

Оптимальный ВВК, соответствующий минимуму мощности выходного процесса, в предположении несмещенности входных процессов записывается в следующем виде [2]

$$\mathbf{W}_{\text{opt}} = c (\mathbf{R}_{\Pi} + \mathbf{R}_{\text{ш}})^{-1} \mathbf{W}_0, \quad (3)$$

где  $c$  – постоянное число;  $\mathbf{W}_0$  – начальный ВВК. От корреляционной матрицы системных сигналов  $\mathbf{R}_{\text{с}}$  оптимальный ВВК не зависит.

Поскольку для ГНСС характерен высокий (15...30 дБ) обратный контраст по мощности системных сигналов и собственных шумов, в целях компенсации мощных (с не меньшим контрастом) помех можно использовать пространственную корреляционную матрицу принимаемой смеси колебаний без устранения системных сигналов:

$$\mathbf{R} = \mathbf{R}_{\text{с}} + \mathbf{R}_{\text{ш}} + \sum_{l=1}^{\beta_{\Pi}} \mathbf{R}_{\Pi l}, \quad \mathbf{R} = \mathbf{X} \cdot \mathbf{X}^H,$$

где  $\beta_{\Pi}$  – количество помех;  $\mathbf{X}$  – вектор-столбец комплексных амплитуд входной смеси колебаний длины  $M$ .

Тогда при времени наблюдения  $t_H \rightarrow \infty$  оптимальный ВВК (3) определяется как

$$\mathbf{W}_{\text{opt}} = \min_{\mathbf{W}} \left\{ \overline{(\mathbf{W}^H \cdot \mathbf{X}) \cdot (\mathbf{W}^H \cdot \mathbf{X})^H} \right\} = \min_{\mathbf{W}} \left\{ \mathbf{W}^H \cdot \overline{\mathbf{X} \cdot \mathbf{X}^H} \cdot \mathbf{W} \right\} = \min_{\mathbf{W}} \left\{ \mathbf{W}^H \cdot \mathbf{R} \cdot \mathbf{W} \right\}. \quad (4)$$

Выражение для рекуррентного расчета оптимального ВВК (4) и описание традиционного алгоритма минимизации мощности (minimum power – MP) (компенсации помех) при линейных ограничениях на уровни ДН, использующего оценку  $\hat{R}$  корреляционной матрицы по ограниченной во времени выборке, приведено в [2].

При указанном ранее характерном для ГНСС условии высокого обратного контраста сигналов относительно помех алгоритмы, синтезированные по критерию (2) при ограничениях (1), сравнительно легко технически реализуются и дают высокие результаты подавления помех. Этому критерию наряду с алгоритмом MP удовлетворяет и представленный далее неклассический алгоритм минимизации мощности с учетом разложения ковариационной матрицы по собственной системе (minimum power eigencanceller – MPE). Наряду с ними рассмотрен неклассический алгоритм минимизации нормы ВВК с учетом разложения по собственной системе (minimum norm eigencanceller – MNE).

Структура общего для всех трех алгоритмов пространственно-временного фильтра представлена на рис. 1. В каждом канале обработки для

увеличения количества степеней свободы в дополнение к пространственной фильтрации функционирует настраиваемый фильтр с конечной импульсной характеристикой (КИХ) порядка  $K$ , обеспечивающий временную фильтрацию.

Компенсация помех заключается в формировании нулей ДН АР или ЦАР в направлениях помех с помощью ВВК  $\mathbf{W}$ , который с учетом  $M$  элементов АР и порядка  $K$  временного фильтра может быть представлен в виде

$$\mathbf{W} = [w_{11}, \dots, w_{1M}, \dots, w_{k1}, \dots, w_{K1}, \dots, w_{KM}]^T. \quad (5)$$

Вектор входной смеси комплексных сигналов в этих условиях имеет аналогичный вид:

$$\mathbf{X} = [x_{11}, \dots, x_{1M}, \dots, x_{k1}, \dots, x_{K1}, \dots, x_{KM}]^T.$$

Сигнал на выходе фильтра (рис. 1) описывается следующим выражением:

$$y(n) = \sum_{m=1}^M \sum_{k=1}^K x_m(n-k+1) w_{km}^*,$$

где  $n$  – дискретные временные отсчеты.

В матрично-векторной форме сигнал на выходе фильтра описывается выражением  $y(n) = \mathbf{W}^H(n) \cdot \mathbf{X}(n)$ .

Для упрощения целесообразно использовать режим без сопровождения полезного сигнала. Тогда условие оптимизации ВВК ПВОС алгоритма MP в матричном виде определено формулой (2) при ограничении (1), если в выражения подставить ВВК (5) с усложненной структурой и по

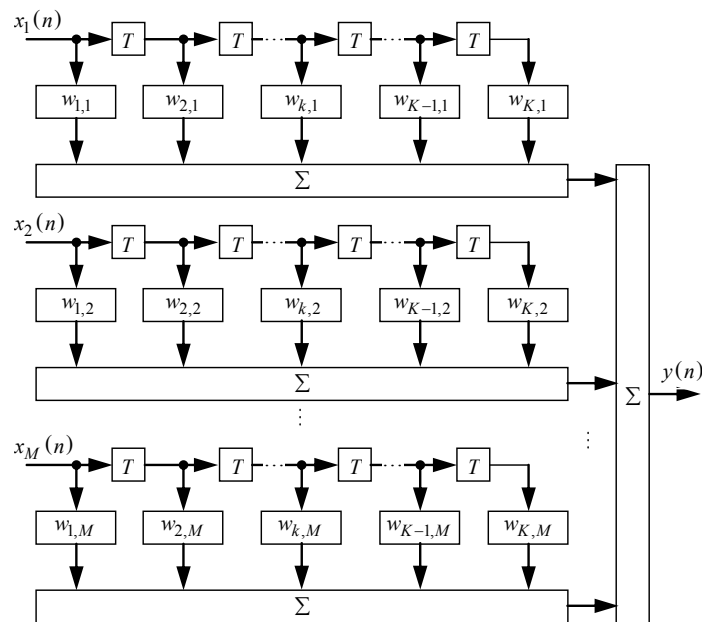


Рис. 1

аналогии векторы  $\mathbf{X}$ ,  $\mathbf{B}$ , содержащий  $\beta$  элементов, и матрицу  $\mathbf{C}$  с размерами  $KM \times \beta$ , а  $\mathbf{W}_{\text{opt}}$  получить из (4). В этом случае ограничение (1) задает начальные значения амплитудно-частотных характеристик (АЧХ) КИХ-фильтров и уровней ДН ЦАР [2], матрица  $\mathbf{R}$  имеет размеры  $KM \times KM$ .

Далее описаны ПВОС-алгоритмы подавления помех [6], использующие разложение корреляционной матрицы принятых ЦАР сигналов  $\mathbf{R} = \mathbf{X} \cdot \mathbf{X}^H$ ,  $t_n \rightarrow \infty$  по собственной системе. Разложение представим в виде [7]  $\mathbf{R} = \mathbf{Q} \cdot \mathbf{\Lambda} \cdot \mathbf{Q}^H$ , где  $\mathbf{Q}$  – унитарная матрица соответствующих им собственных векторов;  $\mathbf{\Lambda}$  – диагональная матрица собственных чисел, расположенных в порядке убывания. Алгоритм разложения комплексной матрицы  $\mathbf{R}$  основан на трансформации Хаусхолдера с целью приведения к бидиагональной форме, что позволяет найти собственные числа бидиагональной матрицы с помощью QR-алгоритма.

Для подавления помех используется свойство взаимной ортогональности собственных векторов, соответствующих сигнальному подпространству и шумовым собственным векторам. В данном случае под сигналами подразумеваются помехи, поскольку мощности сигналов НКА по отношению к собственным шумам НАП и помехам пренебрежимо малы. Следовательно, если ВВК  $\mathbf{W}$  выбрать из области шумового подпространства, то при сворачивании с вектором принятых ЦАР колебаний  $\mathbf{X}$  по формуле  $y(t) = \mathbf{W}^H \cdot \mathbf{X}(t)$  помехи будут скомпенсированы.

В вычислениях используется оценка  $\hat{\mathbf{R}}$  корреляционной матрицы  $\mathbf{R}$ . При использовании фильтра со структурой по рис. 1 в случае независимых источников помех  $\hat{\mathbf{R}}$  имеет  $KM$  собственных чисел, из которых не более  $K + M - 1$  наибольших соответствуют сигнальному подпространству. Пусть  $\mathbf{\Gamma}$  – диагональная матрица (с размерами  $KM \times KM$ ) величин, обратных собственным числам матрицы  $\hat{\mathbf{R}}$ . Выделим из  $\mathbf{\Gamma}$  диагональную матрицу  $\mathbf{\Gamma}_{\text{ш}}$  с размерами  $(KM - \beta_{\text{п}}) \times (KM - \beta_{\text{п}})$ , соответствующую шумовым собственным числам, где  $\beta_{\text{п}} \leq K + M - 1$  – количество помех.

После выделения матрицы  $\mathbf{\Gamma}_{\text{ш}}$  из матрицы  $\mathbf{Q}$  формируется матрица векторов  $\mathbf{Q}_{\text{ш}}$ , соответствующих шумовому подпространству. Из критерия минимизации выходной мощности ЦАР

$\mathbf{W}_{\text{opt}} = \min_{\mathbf{W}} \{ \mathbf{W}^H \cdot \mathbf{R} \cdot \mathbf{W} \}$  при линейных ограниче-

ниях на ортогональность собственных векторов:  $\mathbf{Q}_{\text{ш}}^H \cdot \mathbf{W} = \mathbf{0}$  ( $\mathbf{0}$  – нулевой вектор-столбец длины  $KM - \beta_{\text{п}}$ ) и на АЧХ фильтров и ДН АВР:  $\mathbf{C}^T \cdot \mathbf{W} = \mathbf{B}$  ( $\mathbf{B}$  – вектор-столбец длины  $\beta$ ) определяется оптимальный ВВК алгоритма МРЕ в виде [6]

$$\mathbf{W}_{\text{opt}} = \mathbf{Q}_{\text{ш}} \cdot \mathbf{\Gamma}_{\text{ш}} \cdot \mathbf{Q}_{\text{ш}}^H \cdot \mathbf{C} \times \\ \times (\mathbf{C}^H \cdot \mathbf{Q}_{\text{ш}}^H \cdot \mathbf{\Gamma}_{\text{ш}} \cdot \mathbf{Q}_{\text{ш}}^H \cdot \mathbf{C})^{-1} \cdot \mathbf{B}. \quad (6)$$

Длина временной выборки колебаний  $\mathbf{X}$  не должна быть менее  $M + K - 2$ .

Алгоритм (4) при малом угловом разнесении источников помех в системе координат ДН позволяет сформировать более острые нули ДН по сравнению с традиционным ПВОС-алгоритмом.

Если изначально количество  $\beta_{\text{п}}$  неизвестно, для формирования  $\mathbf{\Gamma}_{\text{ш}}$  размер помехового подпространства необходимо оценить. Однако алгоритмы оценки, например по критерию Акаике (Akaike information criterion – AIC) или по максимуму правдоподобия [8], [9], недостаточно эффективны при априорной неопределенности относительно коррелированности колебаний генераторов сигналов и до настоящего времени не до конца изучены.

Иной критерий адаптации (MNE) состоит в минимизации нормы весового вектора

$\mathbf{W}_{\text{opt}} = \min_{\mathbf{W}} \{ \mathbf{W}^H \cdot \mathbf{W} \}$  при прежних ограниче-

ях:  $\mathbf{Q}_{\text{ш}}^H \cdot \mathbf{W} = \mathbf{0}$ ;  $\mathbf{C}^T \cdot \mathbf{W} = \mathbf{B}$ . Оптимальный ВВК алгоритма MNE описывается выражением

$$\mathbf{W}_{\text{opt}} = \mathbf{Q}_{\text{ш}} \cdot \mathbf{Q}_{\text{ш}}^H \cdot \mathbf{C} \cdot (\mathbf{C}^H \cdot \mathbf{Q}_{\text{ш}} \cdot \mathbf{Q}_{\text{ш}}^H \cdot \mathbf{C})^{-1} \cdot \mathbf{B}. \quad (7)$$

Из сравнения (6) и (7) видно, что в отсутствие помех при "белом" собственном шуме аппаратуры ЦАР, т. е. когда  $\mathbf{\Gamma}_{\text{ш}} = (1/\sigma_{\text{ш}}^2) \mathbf{I}$ , алгоритмы МРЕ и MNE совпадают ( $\sigma_{\text{ш}}$  – среднеквадратическое отклонение шумов;  $\mathbf{I}$  – единичная матрица).

Основное отличие алгоритмов (6) и (7) от традиционного МР-алгоритма заключается в том, что оптимальные ВВК этих методов ортогональны помеховому подпространству, в то время как для традиционного МР-алгоритма ортогональность не требуется.

Можно показать, что весовой вектор (5) более устойчив к ошибкам в оценке корреляционной матрицы  $\hat{\mathbf{R}}$ , чем (4). ВВК (6) не обладает робастностью ВВК (7).

**Структура компенсатора помех.** На рис. 2 приведена структурная схема НАП ГНСС (на примере четырехэлементной ЦАР) с повышенным уровнем помехоустойчивости, реализующая описываемые алгоритмы компенсации помех. Компенсация осуществляется управлением ДН с виртуальным формированием нулей в направлении источников помех.

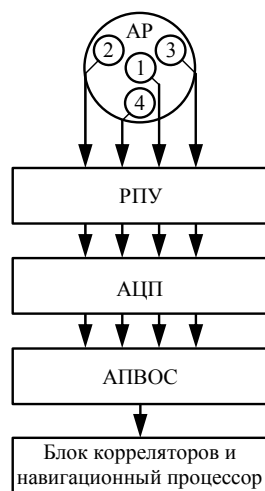


Рис. 2

Проследим прохождение сигнала по тракту обработки сигналов НАП. Радиосигнал принимается четырехэлементной АР. Принятые колебания с резонаторов 1–4 поступают на радиоприемное устройство РПУ, где они переносятся на промежуточную частоту, усиливаются и фильтруются. Далее сигналы оцифровываются в АЦП, переносятся на видеочастоту квадратурным детектором КД и "выбеливаются" в устройстве адаптивной пространственно-временной цифровой обработки сигналов АПВОС, формирующем виртуальные нули ДН и лучи в направлениях, полученных в результате работы описанных ранее алгоритмов за счет наложения линейных ограничений на ДН. В блоке корреляторов и в навигационном процессоре формируется навигационное решение. Тракт обработки сигналов ЦАР в целом формирует нули ДН АР.

**Результаты имитационного моделирования алгоритмов компенсации помех.** Вследствие высокой сложности аналитических расчетов количественная оценка качества функционирования алгоритмов получена на программной модели в среде инженерных расчетов MATLAB. Идеализация модели заключалась в принятии следующих допущений:

- источники помех принимаются точечными;
- многоходовость сигналов отсутствует;
- резонаторы АР не влияют друг на друга;
- приемный тракт линеен;
- фильтры каналов приемного тракта идентичны.

На рис. 3–5 представлены проекции сечений ДН семиэлементной ЦАР ( $M = 7$ ,  $K = 1$ ) плоскостями, параллельными плоскости АР, полученные в ходе адаптации по критерию минимума мощности (МР), минимума мощности с ограничением на ортогональность (МРЕ) и минимума нормы с ограничением на ортогональность (МНЕ) ( $\varphi$  – азимут). Маркером "+" в центре диаграмм показано направление максимума ДН до начала работы алгоритмов (направление на НКА). "Звездочками" показаны точки расположения источников помех. ДН нормированы на значение максимума до начала адаптации. Нулям ДН соответствуют сгущения линий сечения ДН, а направлениям наибольшей чувствительности (лучам) – области разряжения.

В первом случае (рис. 3) угол азимута помехи равен  $90^\circ$ , а дополнительный угол места составляет  $85^\circ$ . На рис. 4 приведены результаты для случая, когда два источника помех разнесены по углу азимута на  $10^\circ$ , а их дополнительные углы места равны  $85^\circ$ . В последнем случае (рис. 5) действуют равномерно распределенные по азимуту 6 помех с дополнительными углами места, равными  $75^\circ$ ,  $75^\circ$ ,  $80^\circ$ ,  $80^\circ$ ,  $82^\circ$  и  $85^\circ$  (практически в плоскости горизонта).

Из рис. 3–5 следует, что форма нулей и лучей ДН для различных алгоритмов при одинаковых начальных условиях может варьироваться, в том числе формируются дополнительные (паразитные) нули и лучи.

В таблице приведены размеры рабочей зоны ГНСС (область видимости НКА, сигналы которых остались пригодными для решения навигационной задачи после компенсации помех) в процентах от всей области видимости для рассмотренных алгоритмов в ситуациях рис. 3–5. Анализируя полученные результаты, можно заключить, что размер рабочей зоны наиболее деградирует для алгоритма МРЕ.

На рис. 6 представлены частотные зависимости коэффициента подавления помех в рассмотренных помеховых ситуациях. Мощность помех в полосе обработки сигналов по отношению к мощности собственных шумов НАП выбрана равной 60 дБ. Цифровая обработка сигналов в рассмотренном случае производится в комплексной области после дискретизации выходного сигнала РПУ с частотой выборки 45 МГц в полосе 17 МГц и переноса дискретного спектра на видеочастоту в КД АПВОС. В связи с этим на рис. 6 представлен комплексный спектр коэффициента подавления, являющегося действительной величиной. В интер-

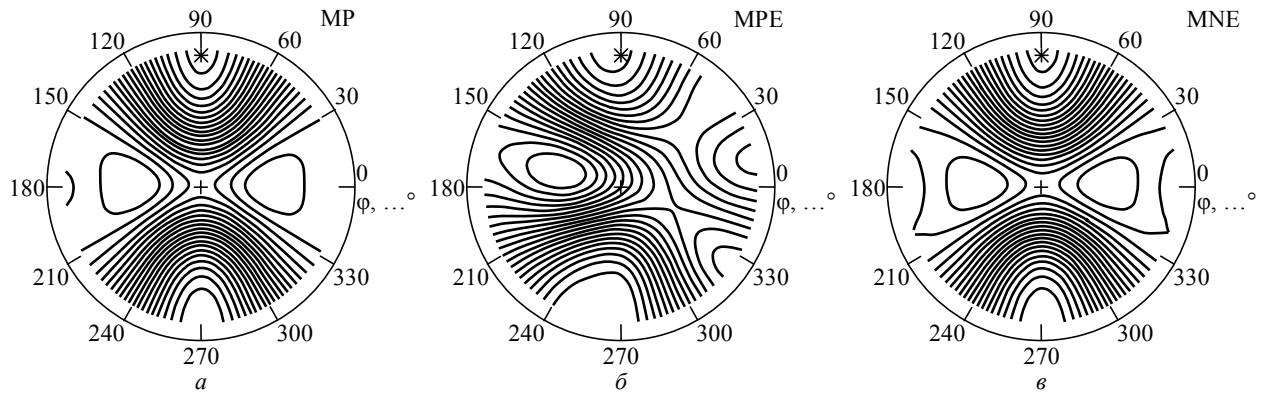


Рис. 3

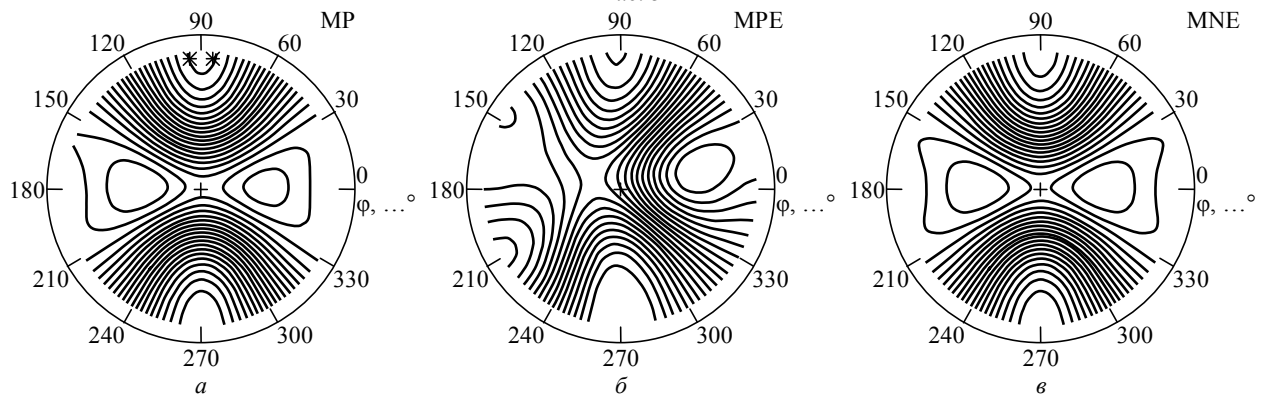


Рис. 4

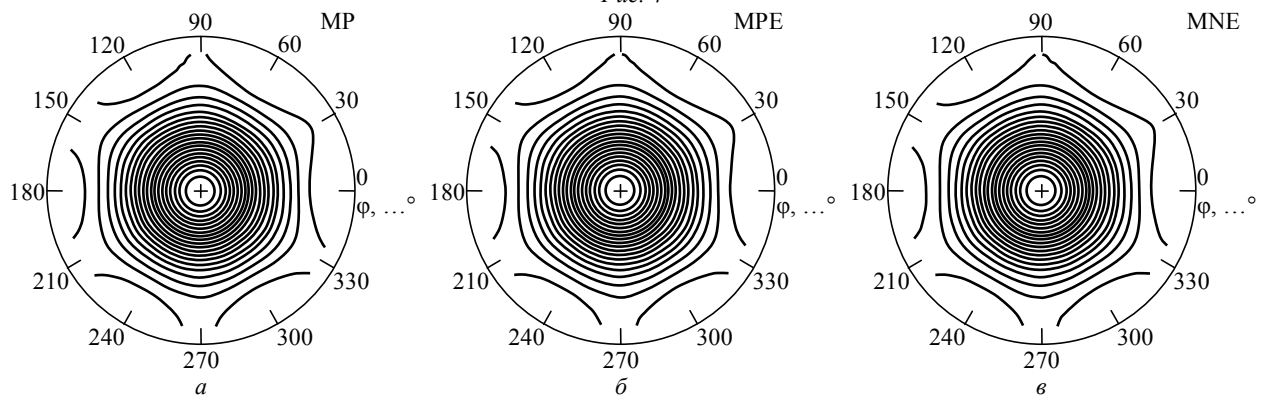


Рис. 5

| Количество помех | Алгоритм        |     |     |
|------------------|-----------------|-----|-----|
|                  | MP              | MPE | MNE |
|                  | Рабочая зона, % |     |     |
| 1                | 79              | 62  | 80  |
| 2                | 78              | 55  | 80  |
| 6                | 43              | 43  | 43  |

тервале 8.5...36.5 МГц значение коэффициента подавления интереса не представляет, поскольку данная область соответствует полосе режекции фильтра нижних частот, входящего в состав КД для подавления спектра вне единичного значения "полуокна" Найквиста, а также остатков внеполос-

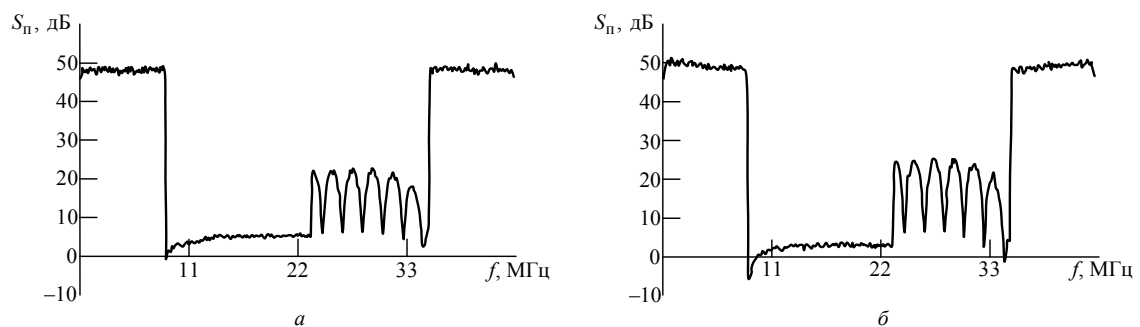


Рис. 6

ных помех. В остальном частотном интервале при двух источниках помех все алгоритмы показали близкие результаты, представленные на рис. 6, а. При действии шести источников помех (рис. 6, а) результаты для методов МРЕ и МНЕ совпадают принципиально. Это связано с тем, что размерность шумового подпространства равна единице, и поэтому формулы (6) и (7) становятся идентичными.

Представленное рассмотрение показывает, что МР-алгоритм, синтезированный в рамках классического подхода, и неклассические алгоритмы МРЕ и МНЕ, использующие собственную систему корреляционной матрицы, имеют близкие количественные характеристики по подавлению помех.

Алгоритм МНЕ при подавлении помех обеспечивает незначительно большую рабочую об-

ласть ГНСС по отношению к работе алгоритмов МР и МРЕ.

Указанные в зарубежной литературе [6] преимущества неклассических методов компенсации помех как с точки зрения увеличения степени подавления мощности помех, так и расширения рабочей зоны ГНСС, не очевидны. Как минимум, неклассические алгоритмы практически не уступают классическому методу МР. Однако для уверенного вывода о предпочтительности неклассических алгоритмов необходимо экспериментальное исследование, поскольку модель может не учитывать нюансы реальной помеховой ситуации и свойств реального приемного тракта.

## СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Немов А. В. Цифровые антенные решетки: новое качество спутниковых радионавигационных систем. СПб.: Изд-во СПбГЭТУ "ЛЭТИ", 2014. 159 с.
2. Гейбриел У. Введение в теорию адаптивных антенных решеток // ТИИЭР. 1976. Т. 64, № 2. С. 55–95.
3. Немов А. В. Рабочие зоны глобальных навигационных спутниковых систем при использовании подавителей помех // Изв. вузов России. Радиоэлектроника. 2014. Вып. 6. С. 44–49.
4. Прикладная статистика. Классификация и снижение размерности / С. А. Айвоян, В. М. Бухштабер, И. С. Енюков, Л. Д. Мешалкин. М.: Финансы и статистика, 1989. 607 с.
5. Jolliffe I. T. Principal Component Analysis, Series: Springer Series in Statistics, 2nd ed. New York: Springer, 2002. 487 p.
6. Haimovich A. E. The Eigencanceler: Adaptive Radar by Eigenanalysis Methods // IEEE Trans. on Aerospace and Electronic Systems. 1996. Vol. AES-32, № 2. P. 532–542.
7. Марпл-мл. С. Л. Цифровой спектральный анализ и его приложения. М.: Мир, 1990. 584 с.
8. Wax M. Detection of Signal by Information Theoretic Criteria // IEEE Trans. Acoustic, Speech, and Signal Processing. 1985. Vol. ASSP-33, № 4. P. 387–392.
9. Akaike H. A New Look at the Statistical Model Identification // IEEE Trans. Autom. Control. 1974. Vol. AC-19, № 6. P. 716–723.

Статья поступила в редакцию 17 февраля 2017 г.

**Для цитирования:** Немов А. В., Данг Ле Минь, Тюфтяков Д. Ю. Применение метода главных компонент для компенсации помех при приеме сигналов глобальной навигационной спутниковой системы // Изв. вузов России. Радиоэлектроника. 2017. № 3. С. 16–23.

**Немов Андрей Васильевич** – кандидат технических наук (1989), старший научный сотрудник (1996), руководитель проектного направления АО "Российский институт радионавигации и времени" (Санкт-Петербург). Автор более 70 научных работ. Сфера научных интересов – спутниковая радионавигация; системы посадки; фазированные антенные решетки.  
E-mail: an.nilov2011@yandex.ru

**Данг Ле Минь** – магистр техники и технологии по направлению "Телекоммуникации" (2006, Вьетнам), инженер Вьетнамской академии наук и технологий, аспирант кафедры радиотехнических систем Санкт-Петербургского государственного электротехнического университета "ЛЭТИ" им. В. И. Ульянова (Ленина). Сфера научных интересов – радионавигация; пространственно-временная обработка сигналов.  
E-mail: leminh2882@gmail.com

**Тюфтяков Дмитрий Юрьевич** – магистр техники и технологий по направлению "Телекоммуникации" (2008), ведущий инженер ЗАО "КБ "НАВИС" (Санкт-Петербург). Автор 15 научных работ. Сфера научных интересов – спутниковая навигация; пространственно-временная обработка сигналов.  
E-mail: d.tuftyakov@gmail.com

A. V. Nemov

JSC "Russian Institute of Radionavigation and Time" (Saint Petersburg)

Dang Le Minh

Saint Petersburg Electrotechnical University "LETI"

D. Yu. Tyufiyakov

JSC "Design Bureau NAVIS" (Saint Petersburg)

## Application of the Main Components Method for GNSS Interference Suppression

**Abstract.** In this paper three methods of interferences nulling for GNSS GPS or GLONASS are described. A digital antenna array for compensation of interferences is implied. Two methods are based on the eigenvector decomposition of the correlation matrix of received oscillations. An expansion of the correlation matrix on its eigensystem is applied. The eigenvector matrix must be divided on the noise and signal subspaces. Some main components of the eigenvector matrix are used to weight vector calculation. The structure of a space-time interferences compensator is shown. The comprehensive test and the comparative analysis of effectiveness of described methods with the classic gradient method of output fluctuation power minimize under restriction on radiation pattern are completed. A suppression coefficient ranges up to 60 dB.

**Key words:** Digital Antenna Array, Space-Time Signal Processing, Interference Compensation, Main Components, Eigen System, Correlation Matrix, GNSS

## REFERENCES

1. Nemov A. V. *Tsifrovye antennnye reshetki: novoe kachestvo sputnikovyykh radionavigatsionnykh system* [Digital antenna arrays: a new quality of satellite radio navigation systems]. Saint Petersburg, *Izd-vo SPbGETU "LETI"*, 2014, 159 p. (In Russian)
2. Gabriel W. F. Adaptive Arrays – an Introduction. *Pros. of the IEEE*. 1976, vol. 64, no. 2, pp. 239–272.
3. Nemov A. V. Working zones of global navigational satellite systems using the suppressors in the fur. *Izvestiya Vuzov Rossii. Radioelektronika*. 2014, no. 6, pp. 44–49. (In Russian)
4. Aivozyan S. A., Bukhshtaber V. M., Enyukov I. S., Meshalkin L. D. *Prikladnaya statistika. Klassifikatsiya i snizhenie razmernosti* [Applied statistics. Classification and Dimension Reduction]. Moscow, *Finansy i statistika*, 1989, 607 p. (In Russian)
5. Jolliffe I. T. *Principal Component Analysis*, Series: Springer Series in Statistics, 2nd ed. New York, Springer, 2002, 487 p.
6. Haimovich A. E. The Eigencanceler: Adaptive Radar by Eigenanalysis Methods. *IEEE Trans. on Aerospace and Electronic Systems*. 1996, vol. AES-32, no. 2, pp. 532–542.
7. Marple S. L., Jr. *Digital spectral analysis with applications*. New Jersey, Prentice Hall, Inc., 1987, 492 p.
8. Wax M. Detection of Signal by Information Theoretic Criteria. *IEEE Trans. Acoustic, Speech, and Signal Processing*. 1985, vol. ASSP-33, no. 4, pp. 387–392.
9. Akaike H. A New Look at the Statistical Model Identification. *IEEE Trans. Autom. Control*. 1974, vol. AC-19, no. 6, pp. 716–723.

Received February, 17, 2017

**For citation:** Nemov A. V., Dang Le Minh, Tyufiyakov D. Y. Application of the Main Components Method for GNSS Interference Suppression. *Izvestiya Vysshikh Uchebnykh Zavedenii Rossii. Radioelektronika* [Journal of the Russian Universities. Radioelectronics]. 2017, no. 3, pp. 16–23. (In Russian)

**Andrey V. Nemov** – Ph.D. in Engineering (1989), senior researcher of JSC "Russian Institute of Radionavigation and Time" (Saint Petersburg). The author of more than 70 scientific publications. Area of expertise: satellite radio navigation; landing systems; phased array systems.  
E-mail: an.nilov2011@yandex.ru

**Dang Le Minh** – Master of engineering and technology in "Telecommunications" (2006, Vietnam), engineer of Vietnam Academy of science and technology, postgraduate student of the Department of radio systems of Saint Petersburg State Electrotechnical University "LETI". Area of expertise: radio navigation; space-time signal processing.  
E-mail: leminh2882@gmail.com

**Dmitry Yu. Tyufiyakov** – Master of engineering and technology in "Telecommunications" (2008), leading engineer of JSC "Design Bureau NAVIS" (Saint Petersburg). The author of 15 scientific publications. Area of expertise: satellite radio navigation; space-time signal processing.  
E-mail: d.tyufiyakov@gmail.com

УДК 621.372.54

Е. Н. Червинский  
ЗАО "СИМЕТА" (Санкт-Петербург)

## Устойчивость частотных характеристик к изменениям параметров электрического фильтра

*Предложена методика оценки устойчивости амплитудно- и фазочастотных характеристик к изменению параметров фильтров. В качестве меры отклонения реальной частотной характеристики от расчетной принята интегральная квадратичная функция переменной величины. Даны определения устойчивости по отдельному параметру и комплексной оценки устойчивости к изменению набора параметров. Определен критерий принятия к реализации одного из возможных решений системы нелинейных уравнений при синтезе фильтров. Приведены передаточные функции инверсных и квазиэллиптических фильтров нижних и верхних частот до девятого порядка и примеры расчета параметров фильтров.*

**Передаточная функция, синтез фильтра "в целом", инверсный фильтр нижних частот, квазиэллиптический фильтр нижних частот, фильтр верхних частот, устойчивость характеристики по параметру, комплексная оценка устойчивости**

При реализации электрического фильтра "в целом" параметры цепи определяются в результате решения системы уравнений, образованных приравнованием коэффициентов при одинаковых степенях переменной в выражениях реализуемой передаточной функции (ПФ) и ПФ фильтра [1], [2]. Примеры синтеза фильтров по ПФ цепи приведены в [3]. Решением системы нелинейных уравнений является искомый набор (или наборы) параметров фильтра, который должен быть приведен к стандартному ряду номинальных значений. Очевидно, что при замене расчетных значений номинальными частотные характеристики фильтра искажаются. Кроме того, сами шкалы номинальных значений в зависимости от выбранного ряда [4] имеют различный разброс значений. Для снижения стоимости изделия предпочтительнее выбирать к реализации массовые типы элементов.

Цель настоящей статьи – разработка методики оценки устойчивости характеристик фильтров к изменению параметров при реализации фильтра "в целом".

Рассмотрим цепь, электрическая схема которой приведена на рис. 1. Цифрами обозначены узлы схемы. На схеме  $\dot{U}_{\text{ВХ}}$  и  $\dot{U}_{\text{ВЫХ}}$  – комплексные амплитуды входного и выходного напряжений;  $r$  – ак-

тивное сопротивление, включающее сопротивление источника сигнала;  $Z_k$ ,  $k = 1, 3, \dots, n$  ( $n$  – нечетное) и  $Z_m$ ,  $m = 2, 4, \dots, n-1$  – сопротивления поперечных и продольных ветвей соответственно;  $R$  – сопротивление нагрузки;  $K_y$  – коэффициент усиления усилителя. Запишем соотношения для расчета входного сопротивления  $Z$  цепи через сопротивление различных сечений схемы  $Z_{k|(k+1)}$ :

$$\left\{ \begin{aligned} Z_{n|(n+1)} &= Z_n R (Z_n + R)^{-1}; \\ Z_{(n-2)|(n-1)} &= \left\{ Z_{n-2}^{-1} + [Z_{n-1} + Z_{n|(n+1)}]^{-1} \right\}^{-1}; \\ Z_{(n-4)|(n-3)} &= \left\{ Z_{n-4}^{-1} + [Z_{n-3} + Z_{(n-2)|(n-1)}]^{-1} \right\}^{-1}; \\ &\dots; \\ Z_{3|4} &= [Z_3^{-1} + (Z_4 + Z_{5|6})^{-1}]^{-1}; \\ Z_{1|2} &= [Z_1^{-1} + (Z_2 + Z_{3|4})^{-1}]^{-1}; \\ Z &= r + Z_{1|2}, \end{aligned} \right. \quad (1)$$

а также для расчета отношения  $\dot{U}_{\text{ВЫХ}}$  и  $\dot{U}_{\text{ВХ}}$ :

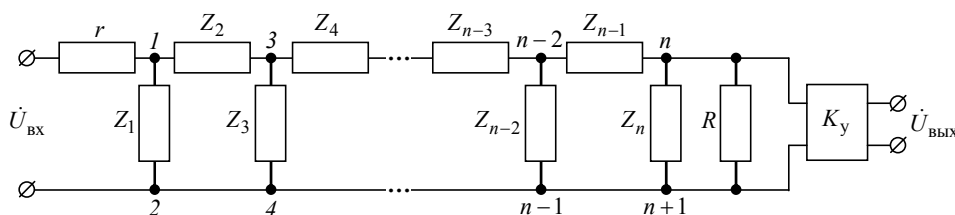


Рис. 1

$$\begin{aligned}
\dot{I}_{\text{BX}} &= \dot{U}_{\text{BX}} Z^{-1} = \dot{U}_{\text{BX}} (r + Z_{1|2})^{-1}; \\
\dot{U}_{1|2} &= \dot{I}_{\text{BX}} Z_{1|2} = \dot{U}_{\text{BX}} (r + Z_{1|2})^{-1} Z_{1|2}; \\
\dot{I}_{1|3} &= \dot{U}_{1|2} (Z_2 + Z_{3|4})^{-1} = \\
&= \dot{U}_{\text{BX}} (r + Z_{1|2})^{-1} Z_{1|2} (Z_2 + Z_{3|4})^{-1} = \\
&= \dot{U}_{\text{BX}} (r + Z_{1|2})^{-1} Z_1 (Z_1 + Z_2 + Z_{3|4})^{-1}; \\
\dot{U}_{3|4} &= \dot{I}_{1|3} Z_{3|4} = \\
&= \dot{U}_{\text{BX}} (r + Z_{1|2})^{-1} Z_1 (Z_1 + Z_2 + Z_{3|4})^{-1} Z_{3|4}; \\
&\dots \\
\dot{I}_{(n-4)|(n-2)} &= \\
&= \dot{U}_{(n-4)|(n-3)} [Z_{n-3} + Z_{(n-2)|(n-1)}]^{-1} = \\
&= \dot{U}_{\text{BX}} (r + Z_{1|2})^{-1} \times \\
&\times \prod_{i=1}^{(n-3)/2} \left\{ Z_{2i-1} [Z_{2i-1} + Z_{2i} + Z_{(2i+1)|(2i+2)}]^{-1} \right\}; \\
\dot{U}_{(n-2)|(n-1)} &= \dot{I}_{(n-4)|(n-2)} Z_{(n-2)|(n-1)} = \\
&= \dot{U}_{\text{BX}} (r + Z_{1|2})^{-1} Z_{(n-2)|(n-1)} \times \\
&\times \prod_{i=1}^{(n-3)/2} \left\{ Z_{2i-1} [Z_{2i-1} + Z_{2i} + Z_{(2i+1)|(2i+2)}]^{-1} \right\}; \\
\dot{I}_{(n-2)|n} &= \dot{U}_{(n-2)|(n-1)} [Z_{n-1} + Z_{n|(n+1)}]^{-1} = \\
&= \dot{U}_{\text{BX}} (r + Z_{1|2})^{-1} \times \\
&\times \prod_{i=1}^{(n-1)/2} \left\{ Z_{2i-1} [Z_{2i-1} + Z_{2i} + Z_{(2i+1)|(2i+2)}]^{-1} \right\}; \\
\dot{U}_{\text{ВЫХ}} &= K_y \dot{I}_{(n-2)|n} Z_{n|(n+1)} = \\
&= K_y \dot{U}_{\text{BX}} (r + Z_{1|2})^{-1} Z_n R (Z_n + R)^{-1} \times \\
&\times \prod_{i=1}^{(n-1)/2} \left\{ Z_{2i-1} [Z_{2i-1} + Z_{2i} + Z_{(2i+1)|(2i+2)}]^{-1} \right\}; \\
\dot{U}_{\text{ВЫХ}} / \dot{U}_{\text{BX}} &= K_y (r + Z_{1|2})^{-1} Z_n R (Z_n + R)^{-1} \times \\
&\times \prod_{i=1}^{(n-1)/2} \left\{ Z_{2i-1} [Z_{2i-1} + Z_{2i} + Z_{(2i+1)|(2i+2)}]^{-1} \right\},
\end{aligned} \tag{2}$$

где  $\dot{I}_{\text{BX}}$  – комплексная амплитуда входного тока;  $\dot{U}_{k|(k+1)}$  и  $\dot{I}_{k|(k+2)}$  – комплексные амплитуды напряжений и токов, относящихся к узлам  $k$ ,  $(k+1)$  и  $(k+2)$ .

Отношение  $\frac{\dot{U}_{\text{ВЫХ}}}{\dot{U}_{\text{BX}}}(p)$ , рассматриваемое как функция комплексной переменной  $p = \sigma + j\omega$ , есть ПФ фильтра  $H_n(p)$ . Поскольку нули и полюсы ПФ либо вещественные числа, либо образуют комплексно-сопряженные пары [5], то после перемножения комплексных чисел соответствующее

выражение становится функцией мнимой частоты  $s = j\omega$ . Оно записывается в виде отношения полиномов с наибольшей степенью  $n$ . Разделив числитель и знаменатель дробно-рациональной функции на  $\omega_c^n$  ( $\omega_c$  – угловая частота среза), перейдем к выражению  $H_n(s_H)$  как функции нормированной мнимой частоты  $s_H = j\omega/\omega_c = j\omega_H$ .

**Фильтры нижних частот.** При использовании в поперечных ветвях емкостей  $C_k$ ,  $k = 1, 3, \dots, n$ , а в продольных ветвях – параллельных колебательных контуров с элементами  $L_m$ ,  $C_m$ ,  $m = 2, 4, \dots, n-1$ , цепь по схеме рис. 1 является фильтром нижних частот (ФНЧ)  $n$ -го порядка с полюсами затухания в полосе задерживания (ПЗ). Сопротивления поперечных и продольных ветвей ФНЧ определяются как  $Z_k = 1/(sC_k)$  и  $Z_m = sL_m / (s^2 L_m C_m + 1)$  соответственно. Подставив  $Z_k$  и  $Z_m$  в (1), (2), определим ПФ  $H_{n\text{ФНЧ}}(s_H)$ , амплитудно-частотную характеристику (АЧХ)  $H_{n\text{ФНЧ}}(\omega)$  и входное сопротивление  $Z_{n\text{ФНЧ}}(s)$  цепи по схеме рис. 1:

$$\begin{aligned}
H_{n\text{ФНЧ}}(s_H) &= \\
&= \frac{\frac{K_n^{(H)}}{\omega_c} \left[ s_H^{n-1} + \sum_{i=1}^{(n-1)/2} \omega_c^{-2i} \alpha_{n(n-1-2i)} s_H^{n-1-2i} \right]}{s_H^n + \sum_{i=1}^n \omega_c^{-i} \left[ \beta_{n(n-i)}^{(H)} + \gamma_{n(n-i)}^{(H)} \right] s_H^{n-i}}; \tag{3} \\
H_{n\text{ФНЧ}}(\omega) &= \\
&= \left\{ K_n^{(H)} \left| \omega^{n-1} + \sum_{i=1}^{(n-1)/2} (-1)^i \alpha_{n(n-1-2i)} \omega^{n-1-2i} \right| \right\} \times \\
&\times \left\{ \left[ D_1^{(H)} \right]^2 + \left[ D_2^{(H)} \right]^2 \right\}^{-1/2}; \\
Z_{n\text{ФНЧ}}(s) &= r \frac{s^n + \sum_{i=1}^n \left[ \beta_{n(n-i)}^{(H)} + \gamma_{n(n-i)}^{(H)} \right] s^{n-i}}{s^n + \sum_{i=1}^n \beta_{n(n-i)}^{(H)} s^{n-i}},
\end{aligned}$$

где коэффициенты  $K_n^{(H)}$ ,  $\alpha_{ni}$ ,  $\beta_{ni}^{(H)}$ ,  $\gamma_{ni}^{(H)}$  – функции параметров фильтра;

$$\begin{aligned}
D_1^{(H)} &= \omega^n + \sum_{i=1}^{(n-1)/2} (-1)^i \left[ \beta_{n(n-2i)}^{(H)} + \gamma_{n(n-2i)}^{(H)} \right] \omega^{n-2i}; \\
D_2^{(H)} &= \sum_{i=0}^{(n-1)/2} (-1)^i \left[ \beta_{n(n-1-2i)}^{(H)} + \gamma_{n(n-1-2i)}^{(H)} \right] \omega^{n-1-2i}
\end{aligned}$$

(верхний индекс "н" указывает на принадлежность параметров ФНЧ).

Входящие в приведенные соотношения коэффициенты для ФНЧ порядков  $n = 3, 5, 7, 9$  пред-

ставлены в табл. 1, где  $\omega_{pm} = 1/\sqrt{L_m C_m}$  – резонансные частоты параллельных контуров.

Таблица 1

| $n$ | Коэффициенты                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                  |
|-----|-------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|
| 3   | $K_3^{(h)} = K_y C_2 / [\mu_3^{(h)} r]; \quad \alpha_{30} = \omega_{n2}^2;$<br>$\beta_{32}^{(h)} = (C_1 + C_2) / [\mu_3^{(h)} R]; \quad \gamma_{32}^{(h)} = (C_2 + C_3) / [\mu_3^{(h)} r];$<br>$\beta_{31}^{(h)} = (C_1 + C_3) / [L_2 \mu_3^{(h)}]; \quad \gamma_{31}^{(h)} = 1 / [\mu_3^{(h)} r R];$<br>$\beta_{30}^{(h)} = 1 / [L_2 \mu_3^{(h)} R]; \quad \gamma_{30}^{(h)} = 1 / [L_2 \mu_3^{(h)} r],$<br>где $\mu_3^{(h)} = C_1 C_2 + C_1 C_3 + C_2 C_3$ .                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                |
| 5   | $K_5^{(h)} = K_y C_2 C_4 / [\mu_5^{(h)} r]; \quad \alpha_{52} = \omega_{n2}^2 + \omega_{n4}^2; \quad \alpha_{50} = \omega_{n2}^2 \omega_{n4}^2;$<br>$\beta_{54}^{(h)} = [C_1 C_2 + (C_1 + C_2)(C_3 + C_4)] / [\mu_5^{(h)} R]; \quad \gamma_{54}^{(h)} = [(C_2 + C_3)(C_4 + C_5) + C_4 C_5] / [\mu_5^{(h)} r];$<br>$\beta_{53}^{(h)} = \{L_2 [C_1 C_2 + (C_1 + C_2)(C_3 + C_5)] + L_4 [(C_1 + C_3)(C_4 + C_5) + C_4 C_5]\} / [L_2 L_4 \mu_5^{(h)}];$<br>$\gamma_{53}^{(h)} = (C_2 + C_3 + C_4) / [\mu_5^{(h)} r R];$<br>$\beta_{52}^{(h)} = [L_2 (C_1 + C_2) + L_4 (C_1 + C_3 + C_4)] / [L_2 L_4 \mu_5^{(h)} R]; \quad \gamma_{52}^{(h)} = [L_2 (C_2 + C_3 + C_5) + L_4 (C_4 + C_5)] / [L_2 L_4 \mu_5^{(h)} r];$<br>$\beta_{51}^{(h)} = (C_1 + C_3 + C_5) / [L_2 L_4 \mu_5^{(h)}]; \quad \gamma_{51}^{(h)} = (L_2 + L_4) / [L_2 L_4 \mu_5^{(h)} r R];$<br>$\beta_{50}^{(h)} = 1 / [L_2 L_4 \mu_5^{(h)} R]; \quad \gamma_{50}^{(h)} = 1 / [L_2 L_4 \mu_5^{(h)} r];$<br>где $\mu_5^{(h)} = (C_1 C_2 + C_1 C_3 + C_2 C_3)(C_4 + C_5) + (C_1 + C_2) C_4 C_5$ .                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                     |
| 7   | $K_7^{(h)} = K_y C_2 C_4 C_6 / [\mu_7^{(h)} r]; \quad \alpha_{74} = \omega_{n2}^2 + \omega_{n4}^2 + \omega_{n6}^2; \quad \alpha_{72} = \omega_{n2}^2 \omega_{n4}^2 + \omega_{n2}^2 \omega_{n6}^2 + \omega_{n4}^2 \omega_{n6}^2; \quad \alpha_{70} = \omega_{n2}^2 \omega_{n4}^2 \omega_{n6}^2;$<br>$\beta_{76}^{(h)} = [(C_1 C_2 + C_1 C_3 + C_2 C_3)(C_4 + C_5 + C_6) + (C_1 + C_2) C_4 (C_5 + C_6)] / [\mu_7^{(h)} R];$<br>$\gamma_{76}^{(h)} = \{[(C_2 + C_3)(C_4 + C_5) + C_4 C_5](C_6 + C_7) + (C_2 + C_3 + C_4) C_6 C_7\} / [\mu_7^{(h)} r];$<br>$\beta_{75}^{(h)} = \{L_2 (C_1 C_2 + C_1 C_3 + C_2 C_3) [L_4 (C_4 + C_5 + C_7) + L_6 (C_6 + C_7)] + [L_2 (C_1 + C_2)(C_5 + C_7) + (C_1 + C_3) L_6 (C_6 + C_7)] \omega_{p4}^{-2} +$<br>$+ [L_2 (C_1 + C_2) + L_4 (C_1 + C_3 + C_4)] L_6 (C_5 C_6 + C_5 C_7 + C_6 C_7)\} / [L_2 L_4 L_6 \mu_7^{(h)}];$<br>$\gamma_{75}^{(h)} = [(C_2 + C_3) C_4 + (C_2 + C_3 + C_4)(C_5 + C_6)] / [\mu_7^{(h)} r R];$<br>$\beta_{74}^{(h)} = \{C_1 \omega_{n2}^{-2} (L_4 + L_6) + L_2 (C_1 + C_2) [L_4 (C_3 + C_4) + L_6 (C_3 + C_5 + C_6)] +$<br>$+ L_4 L_6 [(C_1 + C_3) C_4 + (C_1 + C_3 + C_4)(C_5 + C_6)]\} / [L_2 L_4 L_6 \mu_7^{(h)} R];$<br>$\gamma_{74}^{(h)} = \{L_2 L_4 [(C_2 + C_3) C_4 + (C_2 + C_3 + C_4)(C_5 + C_7)] + [L_2 (C_2 + C_3 + C_5) + L_4 (C_4 + C_5)] L_6 (C_6 + C_7) +$<br>$+ (L_2 + L_4) \omega_{n6}^{-2} C_7\} / [L_2 L_4 L_6 \mu_7^{(h)} r];$<br>$\beta_{73}^{(h)} = \{L_2 [C_1 C_2 + (C_1 + C_2)(C_3 + C_5 + C_7)] + L_4 [(C_1 + C_3) C_4 + (C_1 + C_3 + C_4)(C_5 + C_7)] +$<br>$+ L_6 [(C_1 + C_3 + C_5)(C_6 + C_7) + C_6 C_7]\} / [L_2 L_4 L_6 \mu_7^{(h)}];$<br>$\gamma_{73}^{(h)} = [L_2 (C_2 + C_3)(L_4 + L_6) + (L_2 + L_4) L_6 (C_5 + C_6) + (L_2 + L_6) \omega_{p4}^{-2}] / [L_2 L_4 L_6 \mu_7^{(h)} r R];$<br>$\beta_{72}^{(h)} = [L_2 (C_1 + C_2) + L_4 (C_1 + C_3 + C_4) + L_6 (C_1 + C_3 + C_5 + C_6)] / [L_2 L_4 L_6 \mu_7^{(h)} R];$<br>$\gamma_{72}^{(h)} = [L_2 (C_2 + C_3 + C_5 + C_7) + L_4 (C_4 + C_5 + C_7) + L_6 (C_6 + C_7)] / [L_2 L_4 L_6 \mu_7^{(h)} r];$<br>$\beta_{71}^{(h)} = (C_1 + C_3 + C_5 + C_7) / [L_2 L_4 L_6 \mu_7^{(h)}]; \quad \gamma_{71}^{(h)} = (L_2 + L_4 + L_6) / [L_2 L_4 L_6 \mu_7^{(h)} r R],$<br>$\beta_{70}^{(h)} = 1 / [L_2 L_4 L_6 \mu_7^{(h)} R], \quad \gamma_{70}^{(h)} = 1 / [L_2 L_4 L_6 \mu_7^{(h)} r],$<br>где $\mu_7^{(h)} = (C_1 C_2 + C_1 C_3 + C_2 C_3) [(C_4 + C_5)(C_6 + C_7) + C_6 C_7] + (C_1 + C_2) C_4 (C_5 C_6 + C_5 C_7 + C_6 C_7)$ . |

Окончание табл. 1

| $n$ | Коэффициенты                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                           |
|-----|------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|
| 9   | $K_9^{(H)} = K_y C_2 C_4 C_6 C_8 / (\mu_9^H r); \quad \alpha_{96} = \omega_{p2}^2 + \omega_{p4}^2 + \omega_{p6}^2 + \omega_{p8}^2; \quad \alpha_{94} = \omega_{p2}^2 \omega_{p4}^2 + \omega_{p2}^2 \omega_{p6}^2 + \omega_{p2}^2 \omega_{p8}^2 + \omega_{p4}^2 \omega_{p6}^2 + \omega_{p4}^2 \omega_{p8}^2 + \omega_{p6}^2 \omega_{p8}^2;$ $\alpha_{92} = \omega_{p2}^2 \omega_{p4}^2 \omega_{p6}^2 + \omega_{p2}^2 \omega_{p4}^2 \omega_{p8}^2 + \omega_{p2}^2 \omega_{p6}^2 \omega_{p8}^2 + \omega_{p4}^2 \omega_{p6}^2 \omega_{p8}^2; \quad \alpha_{90} = \omega_{p2}^2 \omega_{p4}^2 \omega_{p6}^2 \omega_{p8}^2;$ $\beta_{98}^H = \{ (C_1 C_2 + C_1 C_3 + C_2 C_3) C_4 (C_6 + C_7 + C_8) + [C_1 C_2 + (C_1 + C_2)(C_3 + C_4)] [C_5 C_6 + (C_5 + C_6)(C_7 + C_8)] \} / (\mu_9^H R);$ $\gamma_{98}^{(H)} = \{ (C_2 + C_3 + C_4) C_6 (C_7 C_8 + C_7 C_9 + C_8 C_9) + [(C_2 + C_3)(C_4 + C_5) + C_4 C_5] [(C_6 + C_7)(C_8 + C_9) + C_8 C_9] \} / (\mu_9^H r);$ $\beta_{97}^{(H)} = \{ L_2 (C_1 C_2 + C_1 C_3 + C_2 C_3) \omega_{p4}^{-2} [L_6 (C_6 + C_7 + C_9) + L_8 (C_8 + C_9)] + L_2 L_4 [C_1 C_2 + (C_1 + C_2)(C_3 + C_4)] \times$ $\times [L_6 (C_5 C_6 + C_5 C_7 + C_5 C_9 + C_6 C_7 + C_6 C_9) + L_8 (C_5 C_8 + C_5 C_9 + C_7 C_8 + C_7 C_9 + C_8 C_9)] +$ $+ [L_2 (C_1 C_2 + C_1 C_3 + C_1 C_5 + C_2 C_3 + C_2 C_5) + L_4 (C_1 C_4 + C_1 C_5 + C_3 C_4 + C_3 C_5 + C_4 C_5)] L_6 L_8 \times$ $\times [(C_6 + C_7)(C_8 + C_9) + C_8 C_9] + [L_2 (C_1 + C_2) + L_4 (C_1 + C_3 + C_4)] \omega_{p6}^{-2} L_8 (C_7 C_8 + C_7 C_9 + C_8 C_9) \} / (L_2 L_4 L_6 L_8 \mu_9^H);$ $\gamma_{97}^{(H)} = \{ (C_2 + C_3) C_4 (C_6 + C_7 + C_8) + (C_2 + C_3 + C_4) [C_5 (C_6 + C_7 + C_8) + C_6 (C_7 + C_8)] \} / (\mu_9^H r R);$ $\beta_{96}^{(H)} = \{ L_2 L_4 (C_1 C_2 + C_1 C_3 + C_2 C_3) [(L_6 + L_8)(C_4 + C_5) + \omega_{p6}^{-2} L_8 (C_7 + C_8)] + L_2 \omega_{p4}^{-2} (C_1 + C_2) \times [L_6 (C_5 + C_6) +$ $+ L_8 (C_5 + C_7 + C_8)] + [L_2 (C_1 + C_2) + L_4 (C_1 + C_3 + C_4)] \omega_{p6}^{-2} L_8 (C_7 + C_8) + [L_2 (C_1 C_2 + C_1 C_3 + C_1 C_5 + C_2 C_3 + C_2 C_5) +$ $+ L_4 (C_1 C_4 + C_1 C_5 + C_3 C_4 + C_3 C_5 + C_4 C_5)] L_6 L_8 (C_6 + C_7 + C_8) \} / (L_2 L_4 L_6 L_8 \mu_9^H R);$ $\gamma_{96}^{(H)} = \{ L_2 (C_2 + C_3) \omega_{p4}^{-2} [L_6 (C_6 + C_7 + C_9) + L_8 (C_8 + C_9)] + L_2 L_4 (C_2 + C_3 + C_4) [L_6 (C_5 C_6 + C_5 C_7 + C_5 C_9 + C_6 C_7 + C_6 C_9) +$ $+ L_8 (C_5 C_8 + C_5 C_9 + C_7 C_8 + C_7 C_9 + C_8 C_9)] + [L_2 (C_2 + C_3 + C_5) + L_4 (C_4 + C_5)] \omega_{p6}^{-2} L_8 (C_8 + C_9) +$ $+ [L_2 (C_2 + C_3) + \omega_{p4}^{-2} (L_2 + L_4) (C_5 + C_6)] L_6 L_8 (C_7 C_8 + C_7 C_9 + C_8 C_9) \} / [L_2 L_4 L_6 L_8 \mu_9^{(H)} r];$ $\beta_{95}^{(H)} = \{ L_2 L_4 [(C_1 C_2 + C_1 C_3 + C_2 C_3)(C_4 + C_5 + C_7 + C_9) + (C_1 + C_2) C_4 (C_5 + C_7 + C_9)] + L_2 (C_1 + C_2) \times$ $\times [\omega_{p6}^{-2} (C_7 + C_9) + L_8 (C_7 C_8 + C_7 C_9 + C_8 C_9)] + [(\omega_{p2}^2 + \omega_{p4}^2)(C_1 + C_3 + C_5) + L_2 C_1 (C_3 + C_5) + L_4 (C_1 + C_3) C_5] \times$ $\times [L_6 (C_6 + C_7 + C_9) + L_8 (C_8 + C_9)] + L_4 (C_1 + C_3 + C_4) [\omega_{p6}^{-2} (C_7 + C_9) + L_8 (C_7 C_8 + C_7 C_9 + C_8 C_9)] +$ $+ L_6 L_8 [(C_1 + C_3 + C_5)(C_6 + C_7)(C_8 + C_9) + C_6 C_7 (C_8 + C_9) + (C_1 + C_3 + C_5 + C_6) C_8 C_9] \} / (L_2 L_4 L_6 L_8 \mu_9^H);$ $\gamma_{95}^{(H)} = \{ L_2 (C_2 + C_3) \omega_{p4}^{-2} (L_6 + L_8) + L_2 L_4 (C_2 + C_3 + C_4) [L_6 (C_5 + C_6) + L_8 (C_5 + C_7 + C_8)] +$ $+ (L_2 + L_4) \omega_{p6}^{-2} L_8 (C_7 + C_8) + [L_2 (C_2 + C_3 + C_5) + L_4 (C_4 + C_5)] L_6 L_8 (C_6 + C_7 + C_8) \} / (L_2 L_4 L_6 L_8 \mu_9^H r R);$ $\beta_{94}^{(H)} = \{ C_1 \omega_{p2}^{-2} (L_4 + L_6 + L_8) + L_2 (C_1 + C_2) [L_4 (C_3 + C_4) + L_6 (C_3 + C_5 + C_6) + L_8 (C_3 + C_5 + C_7 + C_8)] +$ $+ L_4 L_6 [(C_1 + C_3)(C_4 + C_5 + C_6) + C_4 (C_5 + C_6)] + L_4 L_8 [(C_1 + C_3) C_4 + (C_1 + C_3 + C_4)(C_5 + C_7 + C_8)] +$ $+ L_6 L_8 [(C_1 + C_3 + C_5)(C_6 + C_7 + C_8) + C_6 (C_7 + C_8)] \} / (L_2 L_4 L_6 L_8 \mu_9^H R);$ $\gamma_{94}^{(H)} = \{ L_2 L_4 [(C_2 + C_3) C_4 + (C_2 + C_3 + C_4)(C_5 + C_7 + C_9)] + (L_2 + L_4) \omega_{p6}^{-2} (C_7 + C_9) + [L_2 (C_2 + C_3 + C_5) + L_4 (C_4 + C_5)] \times$ $\times L_6 (C_6 + C_7 + C_9) + [L_2 (C_2 + C_3 + C_5 + C_7) + L_4 (C_4 + C_5 + C_7) + L_6 (C_6 + C_7)] L_8 (C_8 + C_9) +$ $+ (L_2 + L_4 + L_6) \omega_{p8}^{-2} C_9 \} / (L_2 L_4 L_6 L_8 \mu_9^H r);$ $\beta_{93}^{(H)} = \{ L_2 [C_1 C_2 + (C_1 + C_2)(C_3 + C_5 + C_7 + C_9)] + L_4 [(C_1 + C_3) C_4 + (C_1 + C_3 + C_4)(C_5 + C_7 + C_9)] +$ $+ L_6 [(C_1 + C_3 + C_5)(C_6 + C_7 + C_9) + C_6 (C_7 + C_9)] + L_8 [(C_1 + C_3 + C_5 + C_7)(C_8 + C_9) + C_8 C_9] \} / (L_2 L_4 L_6 L_8 \mu_9^H);$ $\gamma_{93}^{(H)} = \{ L_2 L_4 (C_2 + C_3 + C_4) + (L_2 + L_4 + L_8) \omega_{p6}^{-2} + (L_2 + L_4 + L_6) L_8 (C_7 + C_8) +$ $+ [L_2 (C_2 + C_3 + C_5) + L_4 (C_4 + C_5)] (L_6 + L_8) \} / (L_2 L_4 L_6 L_8 \mu_9^H r R);$ $\beta_{92}^{(H)} = [L_2 (C_1 + C_2) + L_4 (C_1 + C_3 + C_4) + L_6 (C_1 + C_3 + C_5 + C_6) + L_8 (C_1 + C_3 + C_5 + C_7 + C_8)] / (L_2 L_4 L_6 L_8 \mu_9^H R);$ $\gamma_{92}^{(H)} = [L_2 (C_2 + C_3 + C_5 + C_7 + C_9) + L_4 (C_4 + C_5 + C_7 + C_9) + L_6 (C_6 + C_7 + C_9) + L_8 (C_8 + C_9)] / (L_2 L_4 L_6 L_8 \mu_9^H r);$ $\beta_{91}^{(H)} = (C_1 + C_3 + C_5 + C_7 + C_9) / (L_2 L_4 L_6 L_8 \mu_9^H); \quad \gamma_{91}^{(H)} = (L_2 + L_4 + L_6 + L_8) / (L_2 L_4 L_6 L_8 \mu_9^H r R);$ $\beta_{90}^{(H)} = (C_1 + C_3 + C_5 + C_7 + C_9) / (L_2 L_4 L_6 L_8 \mu_9^H); \quad \gamma_{90}^{(H)} = 1 / (L_2 L_4 L_6 L_8 \mu_9^H r);$ <p>где <math>\mu_9^{(H)} = [C_1 C_2 + (C_1 + C_2)(C_3 + C_4)] C_6 (C_7 C_8 + C_7 C_9 + C_8 C_9) + [(C_1 C_2 + C_1 C_3 + C_2 C_3)(C_4 + C_5) + (C_1 + C_2) C_4 C_5] \times</math><br/> <math>\times [(C_6 + C_7)(C_8 + C_9) + C_8 C_9]</math></p> |

Представим реализуемую ПФ ФНЧ  $n$ -го порядка как отношение произведения двучленов и многочлена степени  $n$ :

$$H_{n\text{ФНЧ}}(s_H) = \frac{K(s_H^2 + a_1)(s_H^2 + a_2) \dots [s_H^2 + a_{(n-1)/2}]}{s_H^n + b_{n-1}s_H^{n-1} + \dots + b_1s_H + b_0}, \quad (4)$$

где коэффициенты  $K$ ,  $a_i$ ,  $b_i$  – вещественные положительные числа.

В зависимости от значений коэффициентов рассматриваемые фильтры являются инверсными фильтрами нижних частот (ИФНЧ) или квазиэллиптическими фильтрами нижних частот (КФНЧ). ИФНЧ характеризуется минимальным затуханием в ПЗ  $\bar{\delta}$ , КФНЧ – неравномерностью АЧХ в полосе пропускания (ПП)  $\tilde{\delta}$  и минимальным затуханием в ПЗ  $\bar{\delta}$ .

При расчете ПФ с полюсами затухания возможен синтез АЧХ по заданному значению частоты подавления помехи в ПЗ. Таких значений может быть выбрано одно для ИФНЧ и 2 для КФНЧ (при  $n > 3$ ). При этом параметрами, подлежащими определению, являются  $\bar{\delta}$  для ИФНЧ,  $\tilde{\delta}$  и  $\bar{\delta}$  для КФНЧ. В [6] приведены системы уравнений для определения параметров реализуемой АЧХ фильтров при нечетном  $n$ :

$$H_{n\text{ФНЧ}}(\omega_H) = \frac{K \left| \prod_{l=1}^{(n-1)/2} (\omega_H^2 - a_l) \right|}{\sqrt{D_{H1}^2 + D_{H2}^2}}, \quad (5)$$

где

$$D_{H1} = \omega_H^n + \sum_{j=1}^{(n-1)/2} (-1)^j b_{n-2j} \omega_H^{n-2j};$$

$$D_{H2} = \sum_{j=0}^{(n-1)/2} (-1)^j b_{n-1-2j} \omega_H^{n-1-2j}.$$

Для расчета параметров ФНЧ приравняем коэффициенты при одинаковых степенях переменной  $s_H$  в выражениях  $H_{n\text{ФНЧ}}(s_H)$  (3) и  $H_{n\text{ФНЧ}}(s_H)$  (4). Число составленных уравнений равно  $(3n+1)/2$ , а число неизвестных параметров ФНЧ с полюсами затухания  $(3n+5)/2$ , поэтому 2 параметра задаются произвольно. В общем случае система уравнений имеет несколько решений с положительными значениями неизвестных, из которых к реализации должно быть принято одно решение.

Рассматривая схему, приведенную на рис. 1, со стороны входных зажимов как двухполюсник, обратимся к ее входному комплексному сопротивлению  $Z(s)$ . Схема двухполюсника реализуема, если все нули и полюсы функции  $Z(s)$  находятся в левой полуплоскости переменной  $p$  [7]. Перейдем в выражениях для  $H_{n\text{ФНЧ}}(s_H)$  к ненормированной переменной  $s$ , умножив числитель и знаменатель рациональной дроби на  $\omega_c^n$ . После выполнения сокращений найдем, что знаменатель ПФ  $H_{n\text{ФНЧ}}(s)$  и числитель функции  $Z_{n\text{ФНЧ}}(s)$  совпадают, а следовательно, совпадают полюсы и нули этих функций соответственно. Представим знаменатель функции  $H_{n\text{ФНЧ}}(s_H)$  в виде произведения сомножителей:

$$(s_H - p_{H0})(s_H - p_{H1})(s_H - p_{H2})(s_H - p_{H3}) \times \dots [s_H - p_{H(n-2)}][s_H - p_{H(n-1)}], \quad (6)$$

где  $p_{H0} = -\sigma_{H0}$ ,  $p_{H1} = -\sigma_{H1} + j\omega_{H1}$ ,  $p_{H2} = -\sigma_{H2} + j\omega_{H2}$ , ... – корни знаменателя. Как показано в [6], коэффициенты  $b_{n-1}$ ,  $b_{n-2}$ , ...,  $b_0$  знаменателя ПФ выбираются такими, чтобы указанные корни лежали в левой полуплоскости переменной  $p_H$ . После умножения на  $\omega_c^n$  выражение (6) принимает вид

$$(s - p_{H0}\omega_c)(s - p_{H1}\omega_c) \times \dots [s - p_{H(n-2)}\omega_c][s - p_{H(n-1)}\omega_c]. \quad (7)$$

Выражение (7) представляет собой разложение на сомножители числителя функции  $Z_{n\text{ФНЧ}}(s)$ , причем  $p_{H0}\omega_c$ ,  $p_{H1}\omega_c$ , ...,  $p_{H(n-1)}\omega_c$  – корни (нули) числителя, лежащие в левой полуплоскости комплексной переменной  $p$ . Таким образом, проверке подлежат только полюсы функции  $Z_{n\text{ФНЧ}}(s)$ .

Из совпадения выражений знаменателя ПФ  $H_{n\text{ФНЧ}}(s)$  и числителя функции  $Z_{n\text{ФНЧ}}(s)$  следует также равенство нулей  $Z_{n\text{ФНЧ}}(s)$  для всех найденных решений системы уравнений.

Если условия реализуемости схемы выполняются, все решения системы уравнений являются истинными. Однако расположение корней уравнений числителя и знаменателя функции  $Z(s)$  в левой полуплоскости комплексной переменной является необходимым, но не достаточным условием для принятия к реализации того или иного решения системы.

Исследуем зависимость амплитудно-частотной и фазочастотной характеристик синтезируемого фильтра от изменения ряда параметров. В качестве меры отклонения реальной АЧХ  $H_{n\text{ФНЧ}}(\omega, \chi_j)$  от синтезируемой АЧХ  $H_{n\text{ФНЧ}}(\omega, \chi_{ji})$  при отклонении параметра  $\chi_j$  от расчетного для  $i$ -го решения значения  $\chi_{ji}$  на величину  $\delta\chi_{ji}$  примем значение определенного интеграла на отрезке  $[0, \omega_{\text{ПЗ}}]$  квадрата разности функций  $H_{n\text{ФНЧ}}(\omega, \chi_j)$  и  $H_{n\text{ФНЧ}}(\omega, \chi_{ji})$ :

$$I_{n\text{ФНЧ}_i}^H(\chi_j) = \int_0^{\omega_{\text{ПЗ}}} [H_{n\text{ФНЧ}}(\omega, \chi_j) - H_{n\text{ФНЧ}}(\omega, \chi_{ji})]^2 d\omega. \quad (8)$$

Значение интеграла (8) зависит от длины отрезка оси частот, задающего верхний предел интегрирования. Выбор частоты  $\omega_{\text{ПЗ}}$  правее крайнего полюса затухания в ПЗ позволяет учесть характер искажений в большей части области реализации АЧХ.

Устойчивость АЧХ по параметру  $\chi_j$  определим как величину, обратную среднему значению функции  $I_{n\text{ФНЧ}_i}^H(\chi_j)$  в области изменения параметра  $(1 \pm \Delta)\chi_{ji}$ :

$$s_{n\text{ФНЧ}_i}^H \langle \chi_j \rangle = \left[ \frac{1}{2\Delta\chi_{ji}} \int_{(1-\Delta)\chi_{ji}}^{(1+\Delta)\chi_{ji}} I_{n\text{ФНЧ}_i}^H(\chi_j) d\chi_j \right]^{-1}. \quad (9)$$

$I_{n\text{ФНЧ}_i}^H(\chi_j)$  в (8) выражается в рад/с,  $s_{n\text{ФНЧ}_i}^H \langle \chi_j \rangle$  в (9) – в  $(\text{рад/с})^{-1}$ .

Подставив в (9) подынтегральную функцию (8), найдем окончательно:

$$s_{n\text{ФНЧ}_i}^H \langle \chi_j \rangle = \left\{ \frac{1}{2\Delta\chi_{ji}} \int_{(1-\Delta)\chi_{ji}}^{(1+\Delta)\chi_{ji}} \int_0^{\omega_{\text{ПЗ}}} [H_{n\text{ФНЧ}}(\omega, \chi_j) - H_{n\text{ФНЧ}}(\omega, \chi_{ji})]^2 d\omega d\chi_j \right\}^{-1}.$$

Комплексной оценкой устойчивости АЧХ к изменению параметров фильтра может служить обрат-

ная сумма средних значений функций  $I_{n\text{ФНЧ}_i}^H(\chi_j)$  для определенного набора элементов  $\chi_j$ :

$$S_{n\text{ФНЧ}_i}^H = \left( \sum_j \left\{ \frac{1}{2\Delta\chi_{ji}} \int_{(1-\Delta)\chi_{ji}}^{(1+\Delta)\chi_{ji}} \int_0^{\omega_{\text{ПЗ}}} [H_{n\text{ФНЧ}}(\omega, \chi_j) - H_{n\text{ФНЧ}}(\omega, \chi_{ji})]^2 d\omega d\chi_j \right\} \right)^{-1}. \quad (10)$$

Для оценки устойчивости фазочастотной характеристики (ФЧХ)

$$\varphi_{n\text{ФНЧ}}(\omega) = \arg H_{n\text{ФНЧ}}(s)$$

к изменениям параметров фильтра введем функцию

$$I_{n\text{ФНЧ}_i}^\varphi(\chi_j) = \int_0^{\omega_{10}} [\varphi_{n\text{ФНЧ}}(\omega, \chi_j) - \varphi_{n\text{ФНЧ}}(\omega, \chi_{ji})]^2 d\omega,$$

где  $\omega_{10}$  – первая частота максимального подавления помехи;  $\varphi_{n\text{ФНЧ}}(\omega, \chi_j) = \arg H_{n\text{ФНЧ}}(s, \chi_j)$  – ФЧХ как функция параметра  $\chi_j$ ;

$$\varphi_{n\text{ФНЧ}}(\omega, \chi_{ji}) = \arg H_{n\text{ФНЧ}}(s, \chi_{ji})$$

– ФЧХ при значении параметра фильтра  $\chi_j$  для  $i$ -го решения.

Для уменьшения объема вычислений при интегрировании следует исключить области, где функции  $\varphi_{n\text{ФНЧ}}[\omega, (1 \pm \Delta)\chi_{ji}]$  претерпевают скачки на  $\pi$  радиан. Границы областей определяются из уравнений

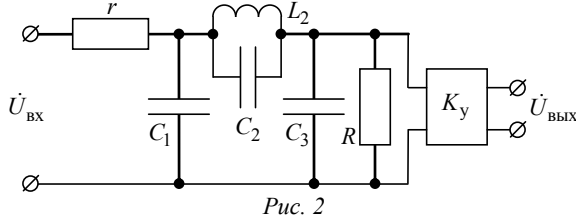
$$\varphi_{n\text{ФНЧ}}[\omega, (1 \pm \Delta)\chi_{ji}] = -k\pi/2, \quad k = 1, 3, \dots$$

Устойчивость ФЧХ в ПП фильтра определим по аналогии с (10) как обратную сумму средних значений функций  $I_{n\text{ФНЧ}_i}^\varphi(\chi_j)$  в тех же областях изменения того же ряда параметров:

$$S_{n\text{ФНЧ}_i}^\varphi = \left( \sum_j \left\{ \frac{1}{2\Delta\chi_{ji}} \int_{(1-\Delta)\chi_{ji}}^{(1+\Delta)\chi_{ji}} \int_0^{\omega_{10}} [\varphi_{n\text{ФНЧ}}(\omega, \chi_j) - \varphi_{n\text{ФНЧ}}(\omega, \chi_{ji})]^2 d\omega d\chi_j \right\} \right)^{-1}. \quad (11)$$

Из соотношений (10) и (11) следует, что величины  $S_{n\text{ФНЧ}_i}^H$  и  $S_{n\text{ФНЧ}_i}^\Phi$  выражаются в  $(\text{рад/с})^{-1}$  и  $(\text{рад}^3/\text{с})^{-1}$  соответственно.

**Пример.** Рассчитаем ИФНЧ третьего порядка (рис. 2) с частотой среза  $\omega_c = 10^5$  рад/с и частотой максимального подавления помехи в ПЗ  $\bar{\omega}_{10} = 2.4\omega_c$  ( $\bar{\omega}_{10} = 2.4$ ).



Неизвестными параметрами АЧХ  $\bar{H}_3(\bar{\omega}_H)$  являются: коэффициенты  $\bar{K}$ ,  $\bar{b}_2$ ,  $\bar{b}_1$ ,  $\bar{b}_0$ ; нормированные абсцисса локального максимума в ПЗ  $\bar{\omega}_{H1\max}$  и граница  $\bar{r}_H > 1$  отрезка частотной оси, где АЧХ спадает до уровня  $\bar{H}_3(\bar{\omega}_{H1\max})$ ; абсцисса отрезка  $\bar{d}_H < 1$ , определяемая из условия  $\bar{H}_3(\bar{d}_H) = 1 - \bar{H}_3(\bar{r}_H)$ , а также минимальное затухание в ПЗ  $\bar{\delta} = -20 \lg \bar{H}_3(\bar{\omega}_{H1\max})$ . В соответствии с (5) коэффициент  $\bar{a}_1 = \bar{\omega}_{H10}^2 = 5.76$ . Система восьми уравнений для определения параметров АЧХ имеет вид [6]

$$\begin{cases} (\bar{K}/\bar{b}_0)\bar{a}_1 = 1; \\ \bar{H}_3(\bar{d}_H) = 1 - \bar{H}_3(\bar{r}_H); \\ \bar{H}_3(1) = 1/\sqrt{2}; \\ \bar{H}_3(\bar{\omega}_{H1\max}) = \bar{H}_3(\bar{r}_H); \\ d\bar{H}_3(\bar{\omega}_{H1\max})/d\bar{\omega}_{H1\max} = 0; \\ \sqrt{\bar{a}_1} = \bar{k}_{1r_0}\bar{r}_H; \\ \bar{\omega}_{H1\max} = \bar{k}_{1r\max}\bar{r}_H; \\ \bar{\delta} = -20 \lg \bar{H}_3(\bar{\omega}_{H1\max}), \end{cases}$$

где

$$\bar{H}_3(\bar{\omega}_H) = \bar{K} |\bar{\omega}_H^2 - \bar{a}_1| / \sqrt{(\bar{\omega}_H^3 - \bar{b}_1\bar{\omega}_H)^2 + (\bar{b}_2\bar{\omega}_H^2 - \bar{b}_0)^2};$$

$$\bar{k}_{1r_0} = 1.1547005384; \quad \bar{k}_{1r\max} = 2.$$

Решение системы уравнений с положительными коэффициентами полинома знаменателя:

$$\begin{aligned} \bar{\delta} &= 29.454 \text{ дБ}; \quad \bar{K} = 0.210084; \quad \bar{b}_2 = 2.070831; \\ \bar{b}_1 &= 2.122103; \quad \bar{b}_0 = 1.210084; \quad \bar{r}_H = 2.078461; \end{aligned}$$

$$\bar{d}_H = 0.667424; \quad \bar{\omega}_{H1\max} = 4.156922.$$

Нормированная ширина переходной области АЧХ  $\bar{r}_H - \bar{d}_H = 1.411037$ .

Приравняв коэффициенты при одинаковых степенях переменной  $s_H$  в выражениях  $H_{3\text{ФНЧ}}(s_H)$  и  $H_{3\text{НЧ}}(s_H)$ , получим систему пяти уравнений для определения семи неизвестных параметров фильтра ( $r$ ,  $C_1$ ,  $L_2$ ,  $C_2$ ,  $C_3$ ,  $R$ ,  $K_y$ ):

$$\begin{cases} \omega_c^2 L_2 C_2 = 1/a_1; \\ \frac{(C_1 + C_2)r + (C_2 + C_3)R}{\omega_c(C_1 C_2 + C_1 C_3 + C_2 C_3)rR} = b_2; \\ \frac{(C_1 + C_3)rR + L_2}{\omega_c^2 L_2 (C_1 C_2 + C_1 C_3 + C_2 C_3)rR} = b_1; \\ \frac{r + R}{\omega_c^3 L_2 (C_1 C_2 + C_1 C_3 + C_2 C_3)rR} = b_0; \\ \frac{K_y C_2}{\omega_c(C_1 C_2 + C_1 C_3 + C_2 C_3)r} = K. \end{cases} \quad (12)$$

Система (12) является общей для расчета параметров ИФНЧ и КФНЧ. Примем для ИФНЧ  $C_1 = 100$  нФ,  $C_2 = 10$  нФ. При заданных начальных условиях система уравнений (12) имеет три решения ( $i = 1, 2, 3$ ) с положительными значениями неизвестных:

$$1. \quad L_2 = 1.736 \text{ мГн}, \quad C_3 = 79.5 \text{ нФ}, \quad r = 87.7 \text{ Ом}, \\ R = 110.3 \text{ Ом}, \quad K_y = 1.79.$$

$$2. \quad L_2 = 1.736 \text{ мГн}, \quad C_3 = 77.1 \text{ нФ}, \quad r = 100.6 \text{ Ом}, \\ R = 100.3 \text{ Ом}, \quad K_y = 2.$$

$$3. \quad L_2 = 1.736 \text{ мГн}, \quad C_3 = 25.4 \text{ нФ}, \quad r = 820.1 \text{ Ом}, \\ R = 148.3 \text{ Ом}, \quad K_y = 6.53.$$

Входное комплексное сопротивление схемы (рис. 2) определяется следующим образом:  $Z_{3\text{ФНЧ}}(s) = r(N_{3\text{ФНЧ}}/D_{3\text{ФНЧ}})$ ; где

$$\begin{aligned} N_{3\text{ФНЧ}} &= s^3 + \frac{(C_1 + C_2)r + (C_2 + C_3)R}{(C_1 C_2 + C_1 C_3 + C_2 C_3)rR} s^2 + \\ &+ \frac{(C_1 + C_3)rR + L_2}{L_2(C_1 C_2 + C_1 C_3 + C_2 C_3)rR} s + \\ &+ \frac{r + R}{L_2(C_1 C_2 + C_1 C_3 + C_2 C_3)rR}; \\ D_{3\text{ФНЧ}} &= s^3 + \frac{C_1 + C_2}{(C_1 C_2 + C_1 C_3 + C_2 C_3)r} s^2 + \end{aligned}$$

$$+ \frac{C_1 + C_3}{L_2(C_1 C_2 + C_1 C_3 + C_2 C_3)} s + \frac{1}{L_2(C_1 C_2 + C_1 C_3 + C_2 C_3) R}.$$

Нули функции  $Z_{3\text{ФНЧ}}(s)$  для всех указанных решений одинаковы и составляют

$$p_1^0 = -114045.8, \quad p_{2,3}^0 = -46518.7 \pm j91905.0.$$

Полюсы для этих решений имеют значения:

$$1) \quad p_1^* = -65397.1, \quad p_{2,3}^* = -18472.0 \pm j88618.7;$$

$$2) \quad p_1^* = -77655.7, \quad p_{2,3}^* = -19031.6 \pm j86260.0;$$

$$3) \quad p_1^* = -107160.4, \quad p_{2,3}^* = -44272.8 \pm j87195.4.$$

В качестве примера на рис. 3 представлены зависимости  $I_{3\text{ФНЧ}_i}^H(C_1)$ ,  $I_{3\text{ФНЧ}_i}^H(C_2)$ ,  $I_{3\text{ФНЧ}_i}^H(C_3)$ ,  $I_{3\text{ФНЧ}_i}^H(R)$  для  $\omega_{ПЗ} = 3 \cdot 10^5$  при изменении параметров  $\chi_j$  в пределах  $\chi_{ji} \pm 0.1\chi_{ji}$ .

Влияние на АЧХ ИФНЧ отклонения емкостей  $C_1$ ,  $C_2$ ,  $C_3$ , индуктивности  $L_2$  и резисторов  $r$ ,  $R$  от расчетных значений на величину  $\pm \Delta\chi_{ji} = \pm 0.1\chi_{ji}$  оценим с помощью характеристик устойчивости, имеющих значения:  $\bar{S}_{3\text{ФНЧ}_1}^H = 0.0031$ ;  $\bar{S}_{3\text{ФНЧ}_2}^H = 0.0029$ ;  $\bar{S}_{3\text{ФНЧ}_3}^H = 0.0017$  (единицы измерения характеристик опущены).

ФЧХ ФНЧ третьего порядка имеет вид

$$\varphi_{3\text{ФНЧ}}(\omega) = \arctg[N_{3\text{ФНЧ}}(\omega)/D_{3\text{ФНЧ}}(\omega)],$$

где

$$N_{3\text{ФНЧ}}(\omega) = [(C_1 + C_3)rR + L_2]\omega - [L_2(C_1 C_2 + C_1 C_3 + C_2 C_3)rR]\omega^3;$$

$$D_{3\text{ФНЧ}}(\omega) = L_2[(C_1 + C_2)r + (C_2 + C_3)R]\omega^2 - (r + R).$$

Интегралы квадрата разности функций  $\varphi_{3\text{ФНЧ}}(\omega, \chi_j)$  и  $\varphi_{3\text{ФНЧ}}(\omega, \chi_{ji})$  на отрезке  $[0, 2.4\omega_c]$  записываются как

$$I_{3\text{ФНЧ}_i}^\varphi(\chi_j) = \int_0^{\omega_1} [\varphi_{3\text{ФНЧ}}(\omega, \chi_j) - \varphi_{3\text{ФНЧ}}(\omega, \chi_{ji})]^2 d\omega + \int_{\omega_2}^{2.4\omega_c} [\varphi_{3\text{ФНЧ}}(\omega, \chi_j) - \varphi_{3\text{ФНЧ}}(\omega, \chi_{ji})]^2 d\omega$$

где  $\omega_1$  и  $\omega_2$  – решения уравнений

$$\varphi_{3\text{ФНЧ}}[\omega_{1,2}, (1 \pm 0.1)\chi_{ji}] = -\pi/2.$$

Устойчивость ФЧХ для трех решений системы уравнений при изменении параметров в областях  $\chi_{ji} \pm 0.1\chi_{ji}$  рассчитана по (11):  $\bar{S}_{3\text{ФНЧ}_1}^\varphi = 0.0012$ ;  $\bar{S}_{3\text{ФНЧ}_2}^\varphi = 0.0012$  и  $\bar{S}_{3\text{ФНЧ}_3}^\varphi = 0.0011$ .

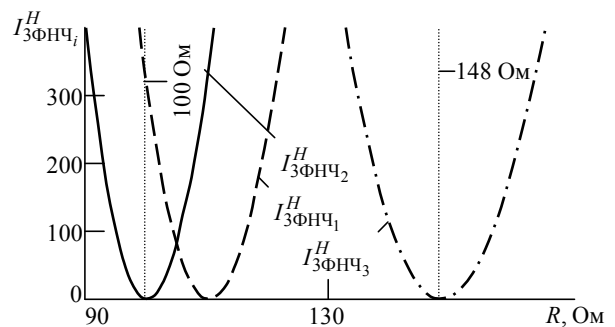
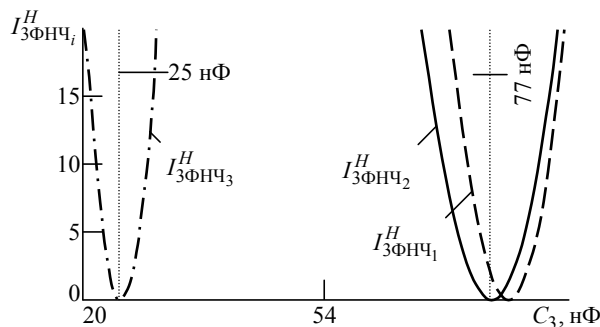
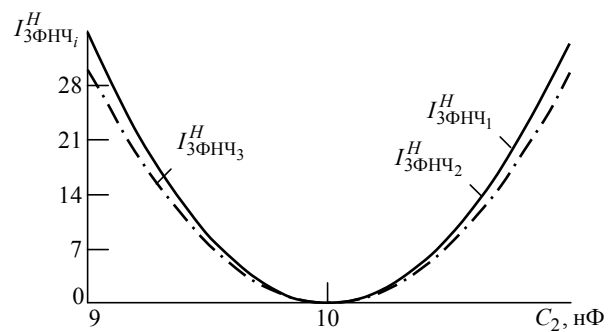
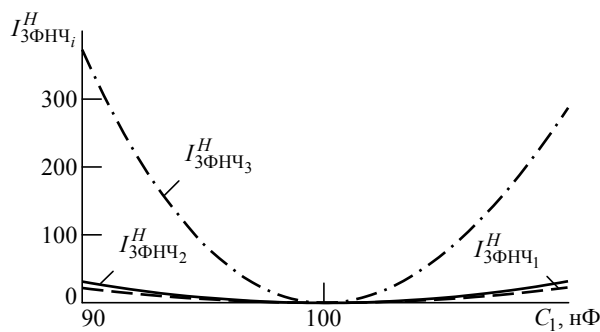


Рис. 3

Наиболее различаются величины  $\bar{S}_{3\text{ФНЧ}_2}^H$ . С учетом того, что номиналы четырех из шести элементов  $C_1$ ,  $C_2$ ,  $r$  и  $R$  во втором решении соответствуют рядам предпочтительных значений для резисторов и конденсаторов E24, E12, E6 и не требуют корректировки, принимаем к реализации второе решение. После перехода к ряду E24 имеем номиналы элементов:  $C_1 = 100$  нФ,  $C_2 = 10$  нФ,  $L_2 = 1.736$  мГн,  $C_3 = 75$  нФ,  $r = 100$  Ом,  $R = 100$  Ом. Коэффициент усиления усилителя  $K_y = 2$ .

При ином наборе элементов схема на рис. 2, реализует КФНЧ. Учитывая возможность выбора для КФНЧ двух параметров, положим при частоте максимального подавления помехи  $\bar{\omega}_{10} = 2.4\omega_c$  минимальное затухание в ПЗ  $\bar{\delta} = 35$  дБ. При тех же начальных условиях число решений системы уравнений (12)  $i = 2$ :

1.  $L_2 = 1.736$  мГн,  $C_3 = 118.3$  нФ,  $r = 123.3$  Ом,  $R = 146.8$  Ом,  $K_y = 1.86$ .
2.  $L_2 = 1.736$  мГн,  $C_3 = 122.0$  нФ,  $r = 144.5$  Ом,  $R = 118.4$  Ом,  $K_y = 2.25$ .

Опустив промежуточные выкладки, приведем значения устойчивости АЧХ и ФЧХ КФНЧ для обоих наборов элементов:  $\tilde{S}_{3\text{ФНЧ}_1}^H = 0.0030$ ,  $\tilde{S}_{3\text{ФНЧ}_2}^H = 0.0027$  и  $\tilde{S}_{3\text{ФНЧ}_1}^\Phi = \tilde{S}_{3\text{ФНЧ}_2}^\Phi = 0.0011$ . Принимаем к исполнению первое решение; окончательные параметры КФНЧ:  $C_1 = 100$  нФ,  $C_2 = 10$  нФ,  $L_2 = 1.736$  мГн,  $C_3 = 120$  нФ,  $r = 120$  Ом,  $R = 150$  Ом,  $K_y = 1.82$ . Неравномерность АЧХ КФНЧ в ПП  $\tilde{\delta} = 0.2$  дБ.

Из сравнения зависимостей  $\bar{H}_{3\text{ФНЧ}}(\omega)$  и  $\tilde{H}_{3\text{ФНЧ}}(\omega)$  (рис. 4) следует, что предпочтительной является реализация КФНЧ.

**Фильтры верхних частот.** При использовании в поперечных ветвях схемы (рис. 1) индуктивностей  $L_k$  ( $k = 1, 3, \dots, n$ ) а в продольных ветвях – параллельных колебательных контуров с элементами  $L_m$ ,  $C_m$  ( $m = 2, 4, \dots, n-1$ ) образуется фильтр верхних частот (ФВЧ)  $n$ -го порядка с полюсами затухания в ПЗ. Сопротивления поперечных и продольных ветвей ФВЧ определяются как  $Z_k = sL_k$  и  $Z_m = sL_m / (s^2 L_m C_m + 1)$  соответ-

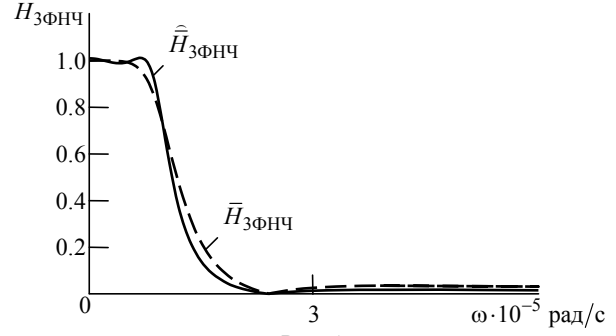


Рис. 4

ственно. Подставив  $Z_k$  и  $Z_m$  в (1), (2), запишем ПФ  $H_{n\text{ФВЧ}}(s_n)$ , АЧХ  $H_{n\text{ФВЧ}}(\omega)$  и входное сопротивление  $Z_{n\text{ФВЧ}}(s)$  ФВЧ  $n$ -го порядка:

$$H_{n\text{ФВЧ}}(s_n) = \frac{\frac{K_y R}{r + R} s_n \left[ s_n^{n-1} + \sum_{i=1}^{(n-1)/2} \omega_c^{-2i} \alpha_{n(n-1-2i)} s_n^{n-1-2i} \right]}{s_n^n + \sum_{i=1}^n \omega_c^{-i} \left[ \beta_{n(n-i)}^{(b)} + \gamma_{n(n-i)}^{(b)} \right] s_n^{n-i}},$$

$$H_{n\text{ФВЧ}}(\omega) = \frac{\frac{K_y R}{r + R} \omega \left| \omega^{n-1} + \sum_{i=1}^{(n-1)/2} (-1)^i \alpha_{n(n-1-2i)} \omega^{n-1-2i} \right|}{\sqrt{\left[ D_1^{(b)} \right]^2 + \left[ D_2^{(b)} \right]^2}},$$

$$Z_{n\text{ФВЧ}}(s) = (r + R) \frac{s^n + \sum_{i=1}^n \left[ \beta_{n(n-i)}^{(b)} + \gamma_{n(n-i)}^{(b)} \right] s^{n-i}}{s^n + \frac{r + R}{r} \sum_{i=1}^n \beta_{n(n-i)}^{(b)} s^{n-i}},$$

где коэффициенты  $\alpha_{ni}$ ,  $\beta_{ni}^{(b)}$ ,  $\gamma_{ni}^{(b)}$  – функции параметров фильтра;

$$D_1^{(b)} = \omega^n + \sum_{i=1}^{(n-1)/2} (-1)^i \left[ \beta_{n(n-2i)}^{(b)} + \gamma_{n(n-2i)}^{(b)} \right] \omega^{n-2i},$$

$$D_2^{(b)} = \sum_{i=0}^{(n-1)/2} (-1)^i \left[ \beta_{n(n-1-2i)}^{(b)} + \gamma_{n(n-1-2i)}^{(b)} \right] \omega^{n-1-2i}$$

(верхний индекс "в" указывает на принадлежность коэффициентов ФВЧ).

Выражения для коэффициентов ФВЧ порядков  $n = 3, 5, 7, 9$  приведены в табл. 2.

Получим аналитическое выражение реализуемой ПФ ФВЧ  $H_{n\text{ВЧ}}(s_n)$ , применив преобразование  $s_n \rightarrow 1/s_n$  [5] к ПФ фильтра-прототипа нижних частот  $H_{n\text{НЧ}}(s_n)$ . Выполнив преобра-

Таблица 2

| $n$ | Коэффициенты                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                    |
|-----|-----------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|
| 3   | $\alpha_{30} = \omega_{p2}^2$ ;<br>$\beta_{32}^{(H)} = (L_1 + L_3)rR / [L_1 L_3 (r + R)]$ ; $\gamma_{32}^{(B)} = 1 / [C_2 (r + R)]$ ;<br>$\beta_{31}^{(B)} = (L_1 + L_2)r / [L_1 \mu_3^{(B)}]$ ; $\gamma_{31}^{(B)} = (L_2 + L_3)R / [L_3 \mu_3^{(B)}]$ ;<br>$\beta_{30}^{(B)} = (L_1 + L_2 + L_3)rR / [L_1 L_3 \mu_3^{(B)}]$ ; $\gamma_{30}^{(B)} = 0$ ,<br>где $\mu_3^{(B)} = \omega_{p2}^{-2} (r + R)$                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                       |
|     | $n = 5$                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                         |
| 5   | $\alpha_{52} = \omega_{p2}^2 + \omega_{p4}^2$ ; $\alpha_{50} = \omega_{p2}^2 \omega_{p4}^2$ ;<br>$\beta_{54}^{(B)} = (L_1 L_3 + L_1 L_5 + L_3 L_5)rR / [L_1 L_3 L_5 (r + R)]$ ; $\gamma_{54}^{(B)} = (C_2 + C_4) / [C_2 C_4 (r + R)]$ ;<br>$\beta_{53}^{(B)} = [\omega_{p2}^{-2} (L_1 L_3 + L_1 L_4 + L_3 L_4) + \omega_{p4}^{-2} (L_1 + L_2) L_3] r / [L_1 L_3 \mu_5^{(B)}]$ ;<br>$\gamma_{53}^{(B)} = [\omega_{p2}^{-2} L_3 (L_4 + L_5) + \omega_{p4}^{-2} (L_2 L_3 + L_2 L_5 + L_3 L_5)] R / [L_3 L_5 \mu_5^{(B)}]$ ;<br>$\beta_{52}^{(B)} = \{ \omega_{p2}^{-2} [(L_1 + L_3)(L_4 + L_5) + L_1 L_3] + \omega_{p4}^{-2} [(L_1 + L_2)(L_3 + L_5) + L_3 L_5] \} rR / [L_1 L_3 L_5 \mu_5^{(B)}]$ ;<br>$\gamma_{52}^{(B)} = (L_2 L_3 + L_2 L_4 + L_3 L_4) / [L_3 \mu_5^{(B)}]$ ;<br>$\beta_{51}^{(B)} = [(L_1 + L_2)(L_3 + L_4) + L_3 L_4] r / [L_1 L_3 \mu_5^{(B)}]$ ; $\gamma_{51}^{(B)} = [L_2 L_3 + (L_2 + L_3)(L_4 + L_5)] R / [L_3 L_5 \mu_5^{(B)}]$ ;<br>$\beta_{50}^{(B)} = [(L_1 + L_2) L_3 + (L_1 + L_2 + L_3)(L_4 + L_5)] rR / [L_1 L_3 L_5 \mu_5^{(B)}]$ ; $\gamma_{50}^{(B)} = 0$ ,<br>где $\mu_5^{(B)} = \omega_{p2}^{-2} \omega_{p4}^{-2} (r + R)$                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                 |
|     | $n = 7$                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                         |
| 7   | $\alpha_{74} = \omega_{p2}^2 + \omega_{p4}^2 + \omega_{p6}^2$ ; $\alpha_{72} = \omega_{p2}^2 \omega_{p4}^2 + \omega_{p2}^2 \omega_{p6}^2 + \omega_{p4}^2 \omega_{p6}^2$ ; $\alpha_{70} = \omega_{p2}^2 \omega_{p4}^2 \omega_{p6}^2$ ;<br>$\beta_{76}^{(B)} = [(L_1 + L_3) L_5 L_7 + L_1 L_3 (L_5 + L_7)] rR / [L_1 L_3 L_5 L_7 (r + R)]$ ; $\gamma_{76}^{(B)} = (C_2 C_4 + C_2 C_6 + C_4 C_6) / [C_2 C_4 C_6 (r + R)]$ ;<br>$\beta_{75}^{(B)} = \{ \omega_{p2}^{-2} \omega_{p4}^{-2} [(L_1 + L_3) L_5 L_6 + L_1 L_3 (L_5 + L_6)] + \omega_{p2}^{-2} \omega_{p6}^{-2} (L_1 L_3 + L_1 L_4 + L_3 L_4) L_5 + \omega_{p4}^{-2} \omega_{p6}^{-2} (L_1 + L_2) L_3 L_5 \} r / [L_1 L_3 L_5 \mu_7^{(B)}]$ ;<br>$\gamma_{75}^{(B)} = \{ \omega_{p2}^{-2} \omega_{p4}^{-2} L_3 L_5 (L_6 + L_7) + \omega_{p2}^{-2} \omega_{p6}^{-2} L_3 (L_4 L_5 + L_4 L_7 + L_5 L_7) + \omega_{p4}^{-2} \omega_{p6}^{-2} [(L_2 + L_3) L_5 L_7 + L_2 L_3 (L_5 + L_7)] \} R / [L_3 L_5 L_7 \mu_7^{(B)}]$ ;<br>$\beta_{74}^{(B)} = \{ \omega_{p2}^{-2} \omega_{p4}^{-2} [(L_1 + L_3) L_5 (L_6 + L_7) + L_1 L_3 (L_5 + L_6 + L_7)] + \omega_{p2}^{-2} \omega_{p6}^{-2} [(L_1 + L_3) L_5 L_7 + (L_1 L_3 + L_1 L_4 + L_3 L_4) (L_5 + L_7)] + \omega_{p4}^{-2} \omega_{p6}^{-2} [(L_1 + L_2 + L_3) L_5 L_7 + (L_1 + L_2) L_3 (L_5 + L_7)] \} rR / [L_1 L_3 L_5 L_7 \mu_7^{(B)}]$ ;<br>$\gamma_{74}^{(B)} = \{ \omega_{p2}^{-2} L_3 (L_4 L_5 + L_4 L_6 + L_5 L_6) + \omega_{p4}^{-2} [(L_2 + L_3) L_5 L_6 + L_2 L_3 (L_5 + L_6)] + \omega_{p6}^{-2} (L_2 L_3 + L_2 L_4 + L_3 L_4) L_5 \} / [L_3 L_5 \mu_7^{(B)}]$ ;<br>$\beta_{73}^{(B)} = \{ \omega_{p2}^{-2} [(L_1 + L_3) L_5 L_6 + (L_1 L_3 + L_1 L_4 + L_3 L_4) (L_5 + L_6)] + \omega_{p4}^{-2} [(L_1 + L_2 + L_3) L_5 L_6 + (L_1 + L_2) L_3 (L_5 + L_6)] + \omega_{p6}^{-2} [(L_1 + L_2) (L_3 + L_4) + L_3 L_4] L_5 \} r / [L_1 L_3 L_5 \mu_7^{(B)}]$ ;<br>$\gamma_{73}^{(B)} = \{ \omega_{p2}^{-2} L_3 [(L_4 + L_5) (L_6 + L_7) + L_4 L_5] + \omega_{p4}^{-2} [L_2 L_3 (L_5 + L_6 + L_7) + (L_2 + L_3) L_5 (L_6 + L_7)] + \omega_{p6}^{-2} [(L_2 + L_3) L_5 L_7 + (L_2 L_3 + L_2 L_4 + L_3 L_4) (L_5 + L_7)] \} R / [L_3 L_5 L_7 \mu_7^{(B)}]$ ;<br>$\beta_{72}^{(B)} = \{ \omega_{p2}^{-2} [(L_1 + L_3) L_5 (L_6 + L_7) + (L_1 L_3 + L_1 L_4 + L_3 L_4) (L_5 + L_6 + L_7)] + \omega_{p4}^{-2} [(L_1 + L_2) L_3 (L_5 + L_6 + L_7) + (L_1 + L_2 + L_3) \times L_5 (L_6 + L_7)] + \omega_{p6}^{-2} [(L_1 + L_2 + L_3) L_5 L_7 + (L_1 L_3 + L_1 L_4 + L_2 L_3 + L_2 L_4 + L_3 L_4) (L_5 + L_7)] \} rR / [L_1 L_3 L_5 L_7 \mu_7^{(B)}]$ ;<br>$\gamma_{72}^{(B)} = [(L_2 + L_3) L_5 L_6 + (L_2 L_3 + L_2 L_4 + L_3 L_4) (L_5 + L_6)] / [L_3 L_5 \mu_7^{(B)}]$ ;<br>$\beta_{71}^{(B)} = \{ (L_1 + L_2) [(L_3 + L_4) (L_5 + L_6) + L_5 L_6] + L_3 (L_4 L_5 + L_4 L_6 + L_5 L_6) \} r / [L_1 L_3 L_5 \mu_7^{(B)}]$ ;<br>$\gamma_{71}^{(B)} = [(L_2 + L_3) L_5 (L_6 + L_7) + (L_2 L_3 + L_2 L_4 + L_3 L_4) (L_5 + L_6 + L_7)] R / [L_3 L_5 L_7 \mu_7^{(B)}]$ ;<br>$\beta_{70}^{(B)} = \{ (L_1 + L_2) [(L_3 + L_4) (L_5 + L_6 + L_7) + L_5 (L_6 + L_7)] + L_3 [(L_4 + L_5) (L_6 + L_7) + L_4 L_5] \} rR / [L_1 L_3 L_5 L_7 \mu_7^{(B)}]$ ; $\gamma_{70}^{(B)} = 0$ ,<br>где $\mu_7^{(B)} = \omega_{p2}^{-2} \omega_{p4}^{-2} \omega_{p6}^{-2} (r + R)$ |

| n | Коэффициенты                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                              |
|---|-----------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|
|   | $\alpha_{96} = \omega_{n2}^2 + \omega_{n4}^2 + \omega_{n6}^2 + \omega_{n8}^2; \quad \alpha_{94} = \omega_{n2}^2 \omega_{n4}^2 + \omega_{n2}^2 \omega_{n6}^2 + \omega_{n2}^2 \omega_{n8}^2 + \omega_{n4}^2 \omega_{n6}^2 + \omega_{n4}^2 \omega_{n8}^2 + \omega_{n6}^2 \omega_{n8}^2;$ $\alpha_{92} = \omega_{n2}^2 \omega_{n4}^2 \omega_{n6}^2 + \omega_{n2}^2 \omega_{n4}^2 \omega_{n8}^2 + \omega_{n2}^2 \omega_{n6}^2 \omega_{n8}^2 + \omega_{n4}^2 \omega_{n6}^2 \omega_{n8}^2; \quad \alpha_{90} = \omega_{n2}^2 \omega_{n4}^2 \omega_{n6}^2 \omega_{n8}^2;$ $\beta_{98}^{(B)} = \left[ (L_1 + L_3) L_5 L_7 L_9 + L_1 L_3 (L_5 L_7 + L_5 L_9 + L_7 L_9) \right] r R / \left[ L_1 L_3 L_5 L_7 L_9 (r + R) \right];$ $\gamma_{98}^{(B)} = \left[ C_2 C_4 (C_6 + C_8) + (C_2 + C_4) C_6 C_8 \right] / \left[ C_2 C_4 C_6 C_8 (r + R) \right];$ $\beta_{97}^{(B)} = \left\{ \omega_{n2}^{-2} \omega_{n4}^{-2} \omega_{n6}^{-2} \left[ L_1 L_3 (L_5 L_7 + L_5 L_8 + L_7 L_8) + (L_1 + L_3) L_5 L_7 L_8 \right] + \omega_{n2}^{-2} \omega_{n4}^{-2} \omega_{n8}^{-2} \left[ (L_1 + L_3) L_5 L_6 + L_1 L_3 (L_5 + L_6) \right] L_7 + \right. \\ \left. + \omega_{n2}^{-2} \omega_{n6}^{-2} \omega_{n8}^{-2} (L_1 L_3 + L_1 L_4 + L_3 L_4) L_5 L_7 + \omega_{n4}^{-2} \omega_{n6}^{-2} \omega_{n8}^{-2} (L_1 + L_2) L_3 L_5 L_7 \right\} r / \left[ L_1 L_3 L_5 L_7 \mu_9^{(B)} \right];$ $\gamma_{97}^{(B)} = \left\{ \omega_{n2}^{-2} \omega_{n4}^{-2} \omega_{n6}^{-2} L_3 L_5 L_7 (L_8 + L_9) + \omega_{n2}^{-2} \omega_{n4}^{-2} \omega_{n8}^{-2} L_3 L_5 (L_6 L_7 + L_6 L_9 + L_7 L_9) + \omega_{n2}^{-2} \omega_{n6}^{-2} \omega_{n8}^{-2} L_3 \times \right. \\ \left. \times \left[ L_4 L_5 (L_7 + L_9) + (L_4 + L_5) L_7 L_9 \right] + \omega_{n4}^{-2} \omega_{n6}^{-2} \omega_{n8}^{-2} \left[ (L_2 + L_3) L_5 L_7 L_9 + L_2 L_3 (L_5 L_7 + L_5 L_9 + L_7 L_9) \right] \right\} R / \left[ L_3 L_5 L_7 L_9 \mu_9^{(B)} \right];$ $\beta_{96}^{(B)} = \left\{ \omega_{n2}^{-2} \omega_{n4}^{-2} L_1 L_3 L_5 \left[ (\omega_{n6}^{-2} + \omega_{n8}^{-2}) (L_7 + L_9) + \omega_{n6}^{-2} L_8 \right] + \omega_{n2}^{-2} \omega_{n4}^{-2} (L_1 L_3 + L_1 L_5 + L_3 L_5) \times \right. \\ \left. \times \left[ \omega_{n6}^{-2} L_7 (L_8 + L_9) + \omega_{n8}^{-2} (L_6 L_7 + L_6 L_9 + L_7 L_9) \right] + \left[ \omega_{n2}^{-2} (L_1 + L_3) + \omega_{n4}^{-2} (L_1 + L_2 + L_3) \right] \omega_{n6}^{-2} \omega_{n8}^{-2} L_5 L_7 L_9 + \right. \\ \left. + \left[ \omega_{n2}^{-2} (L_1 L_3 + L_1 L_4 + L_3 L_4) + \omega_{n4}^{-2} (L_1 + L_2) L_3 \right] \omega_{n6}^{-2} \omega_{n8}^{-2} (L_5 L_7 + L_5 L_9 + L_7 L_9) \right\} r R / \left[ L_1 L_3 L_5 L_7 L_9 \mu_9^{(B)} \right];$ $\gamma_{96}^{(B)} = \left\{ \omega_{n2}^{-2} \omega_{n4}^{-2} \left[ L_3 L_5 (L_6 L_7 + L_6 L_8 + L_7 L_8) \right] + \omega_{n2}^{-2} \omega_{n6}^{-2} \left[ L_3 L_4 L_5 (L_7 + L_8) + L_3 (L_4 + L_5) L_7 L_8 \right] + \right. \\ \left. + \omega_{n2}^{-2} \omega_{n8}^{-2} L_3 (L_4 L_5 + L_4 L_6 + L_5 L_6) L_7 + \omega_{n4}^{-2} \omega_{n6}^{-2} \left[ L_2 L_3 L_5 (L_7 + L_8) + (L_2 L_3 + L_2 L_5 + L_3 L_5) L_7 L_8 \right] + \right. \\ \left. + \omega_{n4}^{-2} \omega_{n8}^{-2} \left[ (L_2 + L_3) L_5 L_6 + L_2 L_3 (L_5 + L_6) \right] L_7 + \omega_{n6}^{-2} \omega_{n8}^{-2} (L_2 L_3 + L_2 L_4 + L_3 L_4) L_5 L_7 \right\} / \left[ L_3 L_5 L_7 \mu_9^{(B)} \right];$ $\beta_{95}^{(B)} = \left\{ \left[ (\omega_{n2}^{-2} + \omega_{n4}^{-2}) (L_1 + L_3) + L_2 \omega_{n4}^{-2} \right] L_5 L_6 L_7 L_8 (C_6 + C_8) + \omega_{n2}^{-2} \omega_{n4}^{-2} \left[ L_1 L_3 L_5 (L_7 + L_8) + (L_1 L_3 + L_1 L_5 + L_3 L_5) \times \right. \right. \\ \left. \times (L_6 L_7 + L_6 L_8 + L_7 L_8) \right] + \omega_{n2}^{-2} (L_1 L_3 + L_1 L_4 + L_3 L_4) \left[ \omega_{n6}^{-2} (L_5 L_7 + L_5 L_8 + L_7 L_8) + \omega_{n8}^{-2} (L_5 + L_6) L_7 \right] + (L_1 + L_2) L_3 \omega_{n4}^{-2} \times \\ \left. \times \left[ \omega_{n6}^{-2} (L_5 L_7 + L_5 L_8 + L_7 L_8) + (L_5 + L_6) L_7 \omega_{n8}^{-2} \right] + \omega_{n6}^{-2} \omega_{n8}^{-2} \left[ (L_1 + L_2) (L_3 + L_4) + L_3 L_4 \right] L_5 L_7 \right\} r / \left[ L_1 L_3 L_5 L_7 \mu_9^{(B)} \right];$ |
| 9 | $\gamma_{95}^{(B)} = \left\{ \omega_{n2}^{-2} \omega_{n4}^{-2} L_3 L_5 \left[ L_6 L_7 + (L_6 + L_7) (L_8 + L_9) \right] + \omega_{n2}^{-2} \omega_{n6}^{-2} L_3 \left[ L_4 L_5 (L_7 + L_8 + L_9) + (L_4 + L_5) L_7 (L_8 + L_9) \right] + \right. \\ \left. + \omega_{n2}^{-2} \omega_{n8}^{-2} L_3 \left[ (L_4 + L_5) L_7 L_9 + (L_4 L_5 + L_4 L_6 + L_5 L_6) (L_7 + L_9) \right] + L_2 L_3 \omega_{n4}^{-2} L_5 \left[ (\omega_{n6}^{-2} + \omega_{n8}^{-2}) (L_7 + L_9) + \omega_{n6}^{-2} L_8 \right] + \right. \\ \left. + (L_2 L_3 + L_2 L_5 + L_3 L_5) \omega_{n4}^{-2} \left[ \omega_{n6}^{-2} L_7 (L_8 + L_9) + \omega_{n8}^{-2} (L_6 L_7 + L_6 L_9 + L_7 L_9) \right] + \right. \\ \left. + \omega_{n6}^{-2} \omega_{n8}^{-2} \left[ (L_2 + L_3) L_5 L_7 L_9 + (L_2 L_3 + L_2 L_4 + L_3 L_4) (L_5 L_7 + L_5 L_9 + L_7 L_9) \right] \right\} R / \left[ L_3 L_5 L_7 L_9 \mu_9^{(B)} \right];$ $\beta_{94}^{(B)} = \left\{ \omega_{n2}^{-2} \omega_{n4}^{-2} \left[ L_1 L_3 L_5 (L_7 + L_8 + L_9) + (L_1 L_3 + L_1 L_5 + L_3 L_5) (L_6 L_7 + L_6 L_8 + L_6 L_9 + L_7 L_8 + L_7 L_9) \right] + \right. \\ \left. + \left[ (\omega_{n2}^{-2} + \omega_{n4}^{-2}) (L_1 + L_3) + L_2 \omega_{n4}^{-2} \right] L_5 \omega_{n6}^{-2} L_7 (L_8 + L_9) + \right. \\ \left. + \omega_{n2}^{-2} \omega_{n8}^{-2} \left[ (L_1 + L_3) L_5 (L_6 L_7 + L_6 L_9 + L_7 L_9) + (L_1 L_3 + L_1 L_4 + L_3 L_4) (L_5 L_7 + L_5 L_9 + L_6 L_7 + L_6 L_9 + L_7 L_9) \right] + \right. \\ \left. + \left[ \omega_{n2}^{-2} (L_1 L_3 + L_1 L_4 + L_3 L_4) + \omega_{n4}^{-2} (L_1 + L_2) L_3 \right] \omega_{n6}^{-2} \left[ L_5 L_7 + (L_5 + L_7) (L_8 + L_9) \right] + \right. \\ \left. + \omega_{n4}^{-2} \omega_{n8}^{-2} \left[ (L_1 + L_2) L_3 L_5 (L_7 + L_9) + (L_1 L_3 + L_1 L_5 + L_2 L_3 + L_2 L_5 + L_3 L_5) (L_6 L_7 + L_6 L_9 + L_7 L_9) \right] + \right. \\ \left. + \omega_{n6}^{-2} \omega_{n8}^{-2} \left[ (L_1 + L_2 + L_3) L_5 L_7 L_9 + (L_1 L_3 + L_1 L_4 + L_2 L_3 + L_2 L_4 + L_3 L_4) (L_5 L_7 + L_5 L_9 + L_7 L_9) \right] \right\} r R / \left[ L_1 L_3 L_5 L_7 L_9 \mu_9^{(B)} \right];$ $\gamma_{94}^{(B)} = \left\{ \left[ L_2 L_3 L_4 (C_2 + C_4) (L_7 + L_8) + (L_2 + L_3) L_6 L_7 L_8 (C_6 + C_8) \right] L_5 + \left[ \omega_{n2}^{-2} L_3 (L_4 + L_5) + \omega_{n4}^{-2} (L_2 L_3 + L_2 L_5 + L_3 L_5) \right] \times \right. \\ \left. \times (L_6 L_7 + L_6 L_8 + L_7 L_8) + (L_2 L_3 + L_2 L_4 + L_3 L_4) \left[ \omega_{n6}^{-2} (L_5 L_7 + L_5 L_8 + L_7 L_8) + \omega_{n8}^{-2} (L_5 + L_6) L_7 \right] \right\} / \left[ L_3 L_5 L_7 \mu_9^{(B)} \right];$ $\beta_{93}^{(B)} = \left\{ (L_1 + L_2 + L_3) L_5 L_6 L_7 L_8 (C_6 + C_8) + \omega_{n2}^{-2} \left[ (L_1 + L_3) L_5 (L_6 L_7 + L_6 L_8 + L_7 L_8) + (L_1 L_3 + L_1 L_4 + L_3 L_4) \times \right. \right. \\ \left. \times (L_5 L_7 + L_5 L_8 + L_6 L_7 + L_6 L_8 + L_7 L_8) \right] + \omega_{n4}^{-2} \left[ (L_1 + L_2) L_3 L_5 (L_7 + L_8) + (L_1 L_3 + L_2 L_3 + L_1 L_5 + L_2 L_5 + L_3 L_5) \times \right. \\ \left. \times (L_6 L_7 + L_6 L_8 + L_7 L_8) \right] + \left[ (L_1 + L_2) (L_3 + L_4) + L_3 L_4 \right] \left[ \omega_{n6}^{-2} (L_5 L_7 + L_5 L_8 + L_7 L_8) + \omega_{n8}^{-2} (L_5 + L_6) L_7 \right] \right\} r / \left[ L_1 L_3 L_5 L_7 \mu_9^{(B)} \right];$ $\gamma_{93}^{(B)} = \left\{ L_2 L_4 (C_2 + C_4) L_3 L_5 (L_7 + L_8 + L_9) + \left[ \omega_{p2}^{-2} L_3 (L_4 + L_5) + \omega_{p4}^{-2} (L_2 L_3 + L_2 L_5 + L_3 L_5) \right] \left[ L_6 L_7 + (L_6 + L_7) (L_8 + L_9) \right] + \right. \\ \left. + \omega_{p6}^{-2} \left[ (L_2 + L_3) L_5 L_7 (L_8 + L_9) + (L_2 L_3 + L_2 L_4 + L_3 L_4) (L_5 L_7 + L_5 L_8 + L_5 L_9 + L_7 L_8 + L_7 L_9) \right] + \right. \\ \left. + \omega_{p8}^{-2} \left[ (L_2 + L_3) L_5 (L_6 L_7 + L_6 L_9 + L_7 L_9) + (L_2 L_3 + L_2 L_4 + L_3 L_4) (L_5 L_7 + L_5 L_9 + L_6 L_7 + L_6 L_9 + L_7 L_9) \right] \right\} R / \left[ L_3 L_5 L_7 L_9 \mu_9^{(B)} \right];$                                                                                                                                                                                                                                                                        |

| $n$ | Коэффициенты                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                      |
|-----|-------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|
| 9   | $\beta_{92}^{(B)} = \left\{ \omega_{n2}^{-2} (L_1 + L_3) L_5 \left[ L_6 (L_7 + L_8 + L_9) + L_7 (L_8 + L_9) \right] + \left[ \omega_{n2}^{-2} (L_1 L_3 + L_1 L_4 + L_3 L_4) + (L_1 + L_2) L_3 \omega_{n4}^{-2} \right] \left[ (L_5 + L_6) \times \right. \right.$ $\times (L_7 + L_8 + L_9) + L_7 (L_8 + L_9) \left. \right] + (L_1 + L_2 + L_3) \omega_{n4}^{-2} L_5 \left[ L_6 L_7 + (L_6 + L_7) (L_8 + L_9) \right] + (L_1 + L_2 + L_3) L_5 \times$ $\times \left[ \omega_{n6}^{-2} L_7 (L_8 + L_9) + \omega_{n8}^{-2} (L_6 L_7 + L_6 L_9 + L_7 L_9) \right] + \left[ (L_1 + L_2) (L_3 + L_4) + L_3 L_4 \right] \omega_{n6}^{-2} \left[ L_5 (L_7 + L_8 + L_9) + \right.$ $\left. + L_7 (L_8 + L_9) \right] + \left[ (L_1 + L_2) (L_3 + L_4) + L_3 L_4 \right] \omega_{n8}^{-2} \left[ (L_5 + L_6) (L_7 + L_9) + L_7 L_9 \right] \left. \right\} rR / \left[ L_1 L_3 L_5 L_7 L_9 \mu_9^{(B)} \right];$ $\gamma_{92}^{(B)} = \left\{ \left[ (L_2 + L_3) L_5 L_6 + (L_2 L_3 + L_2 L_4 + L_3 L_4) (L_5 + L_6) \right] (L_7 + L_8) + \left[ L_2 L_3 + (L_2 + L_3) (L_4 + L_5) \right] L_7 L_8 \right\} / \left[ L_3 L_5 L_7 \mu_9^{(B)} \right];$ $\beta_{91}^{(B)} = \left\{ \left[ (L_1 + L_2 + L_3) L_5 L_6 + (L_1 L_3 + L_1 L_4 + L_2 L_3 + L_2 L_4 + L_3 L_4) (L_5 + L_6) \right] (L_7 + L_8) + \right.$ $\left. + \left[ (L_1 + L_2) (L_3 + L_4 + L_5) + L_3 (L_4 + L_5) \right] L_7 L_8 \right\} r / \left[ L_1 L_3 L_5 L_7 \mu_9^{(B)} \right];$ $\gamma_{91}^{(B)} = \left\{ \left[ (L_2 + L_3) L_5 L_6 + (L_2 L_3 + L_2 L_4 + L_3 L_4) (L_5 + L_6) \right] (L_7 + L_8 + L_9) + \right.$ $\left. + \left[ L_2 (L_3 + L_4 + L_5) + L_3 (L_4 + L_5) \right] L_7 (L_8 + L_9) \right\} R / \left[ L_3 L_5 L_7 L_9 \mu_9^{(B)} \right];$ $\beta_{90}^{(B)} = \left\{ (L_1 + L_2 + L_3) L_5 L_6 (L_7 + L_8 + L_9) + \left[ (L_1 + L_2) (L_3 + L_4) + L_3 L_4 \right] (L_5 + L_6) (L_7 + L_8 + L_9) + \right.$ $\left. + \left[ (L_1 + L_2) (L_3 + L_4 + L_5) + L_3 (L_4 + L_5) \right] L_7 (L_8 + L_9) \right\} rR / \left[ L_1 L_3 L_5 L_7 L_9 \mu_9^{(B)} \right];$ $\gamma_{90}^{(B)} = 0,$ <p>где <math>\mu_9^{(B)} = \omega_{n2}^{-2} \omega_{n4}^{-2} \omega_{n6}^{-2} \omega_{n8}^{-2} (r + R)</math></p> |

зование частоты в (4) при нечетном  $n$ , перейдем к ПФ ФВЧ с полюсами затухания:

$$H_{\text{нВЧ}}(s_{\text{н}}) = \frac{K a_1 a_2 \dots a_{(n-1)/2}}{b_0} \times$$

$$s_{\text{н}} \left( s_{\text{н}}^2 + \frac{1}{a_1} \right) \left( s_{\text{н}}^2 + \frac{1}{a_2} \right) \dots \left[ s_{\text{н}}^2 + \frac{1}{a_{(n-1)/2}} \right] \times$$

$$\frac{1}{s_{\text{н}}^n + \frac{b_1}{b_0} s_{\text{н}}^{n-1} + \dots + \frac{b_{n-1}}{b_0} s_{\text{н}} + \frac{1}{b_0}}. \quad (13)$$

Система уравнений, составленная для определения параметров ФВЧ, также может иметь несколько решений, анализ которых с использованием коэффициентов  $\alpha_{ni}$ ,  $\beta_{ni}^{(B)}$ ,  $\gamma_{ni}^{(B)}$  подобен выполненному ранее для ФНЧ с поправками на вид АЧХ и ФЧХ. Так, при вычислении определенного интеграла квадрата разности функций реальной и синтезируемой АЧХ на отрезке  $[0, \omega_{\text{ПП}}]$  верхний предел интегрирования определяется произвольно выбранным значением частоты  $\omega_{\text{ПП}}$  в полосе пропускания. При оценке же устойчивости ФЧХ к изменениям параметров фильтра нижний предел интегрирования выбирается равным частоте среза ФВЧ.

**Пример.** Рассчитаем КФВЧ пятого порядка с нормированными частотами максимального подавления помехи в ПЗ  $\tilde{\omega}_{\text{н}10} = 0.4$ ,  $\tilde{\omega}_{\text{н}20} = 0.65$ . Соответствующие частоты КФНЧ-прототипа с нулевыми значениями АЧХ составляют  $1/\tilde{\omega}_{\text{н}20} = 1.538462$  и  $1/\tilde{\omega}_{\text{н}10} = 2.5$ . Двойной знак над бук-

вой указывает на принадлежность символа к квази-эллиптическому фильтру. На основании (5) найдем коэффициенты  $\tilde{a}_i$  числителя функции  $\tilde{H}_{5\text{НЧ}}(\omega_{\text{н}})$ :

$$\tilde{a}_1 = 1.538462^2 = 2.366864; \quad \tilde{a}_2 = 2.5^2 = 6.25.$$

АЧХ КФНЧ равномерно приближает на отрезке  $[0, \tilde{\omega}_{\text{н}}]$  единичное значение в ПП и имеет равномерные пульсации на бесконечном полуинтервале  $[\tilde{\omega}_{\text{н}}, \infty)$  в ПЗ. Система 16 уравнений для определения неизвестных параметров модуля ПФ КФНЧ имеет вид [6]:

$$\begin{cases} 20 \lg \left[ \tilde{K} \tilde{a}_1 \tilde{a}_2 / (2 \tilde{b}_0 - \tilde{K} \tilde{a}_1 \tilde{a}_2) \right] = \tilde{\delta}; \\ \tilde{H}_{5\text{НЧ}}(\tilde{\omega}_{\text{н}i}) = 2 - \tilde{K} \tilde{a}_1 \tilde{a}_2 / \tilde{b}_0, i = 2, 4; \\ \tilde{H}_{5\text{НЧ}}(\tilde{\omega}_{\text{н}i}) = \tilde{K} \tilde{a}_1 \tilde{a}_2 / \tilde{b}_0, i = 3, 5; \\ \tilde{H}_{5\text{НЧ}}(\tilde{\omega}_{\text{н}}) = 2 - \tilde{K} \tilde{a}_1 \tilde{a}_2 / \tilde{b}_0; \\ \tilde{H}_{5\text{НЧ}}(1) = 1/\sqrt{2}; \\ \tilde{H}_{5\text{НЧ}}(\tilde{\omega}_{\text{н}h}^{\text{max}}) = \tilde{H}_{5\text{НЧ}}(\tilde{\omega}_{\text{н}}), h = 1, 2; \\ d\tilde{H}_{5\text{НЧ}}(\tilde{\omega}_{\text{н}i})/d\tilde{\omega}_{\text{н}i} = 0, i = 2-5; \\ d\tilde{H}_{5\text{НЧ}}(\tilde{\omega}_{\text{н}h}^{\text{max}})/d\tilde{\omega}_{\text{н}h}^{\text{max}} = 0, h = 1, 2; \\ -20 \lg \tilde{H}_{5\text{НЧ}}(\tilde{\omega}_{\text{н}}) = \tilde{\delta}, \end{cases}$$

где  $\tilde{\omega}_{\text{н}i}$  ( $i = 2-5$ ) – нормированные частоты экстремумов АЧХ в ПП;  $\tilde{\omega}_{\text{н}h}^{\text{max}}$  ( $h = 1, 2$ ) – нормированные частоты максимумов АЧХ в ПЗ.

В результате решения системы уравнений получены параметры АЧХ КФНЧ-прототипа:

$$\begin{aligned}\tilde{\delta} &= 1.28 \cdot 10^{-8} \text{ дБ}, \quad \bar{\delta} = 33.831 \text{ дБ}, \quad \tilde{K} = 0.149931, \\ \tilde{b}_4 &= 3.642535, \quad \tilde{b}_3 = 6.535050; \quad \tilde{b}_2 = 7.339901, \\ \tilde{b}_1 &= 5.179548, \quad \tilde{b}_0 = 2.217913, \quad \tilde{r}_H = 1.462141, \\ \tilde{d}_H &= 0.209443.\end{aligned}$$

Нормированная ширина переходной области АЧХ  $\tilde{r}_H - \tilde{d}_H = 1.252698$ . Подставив найденные коэффициенты в (13) при  $n=5$ , получим выражение ПФ КФВЧ пятого порядка  $\tilde{H}_{5ВЧ}(s_H)$ , соответствующее принятым начальным условиям.

Схема ФВЧ пятого порядка с двумя полюсами затухания в ПЗ  $[0, \omega_c]$  приведена на рис. 5.

Приравняв коэффициенты при одинаковых степенях переменной  $s_H$  в выражениях для  $H_{5ФВЧ}(s_H)$  и  $\tilde{H}_{5ВЧ}(s_H)$ , получим систему восьми уравнений для определения 10 неизвестных параметров КФВЧ:  $r, L_1, L_2, C_2, L_3, C_4, L_4, L_5, R, K_y$ . Положим  $\omega_c = 10^5$  рад/с,  $r = 82$  Ом,  $R = 100$  Ом. В этих условиях система уравнений имеет 5 решений (табл. 3).

Все нули и полюсы функции  $Z_{5ФВЧ}(s)$  для найденных решений лежат в левой полуплоскости комплексной переменной  $p$ , нули равны между собой. При определении устойчивости АЧХ по каждому параметру  $\chi_{ji}$  интегрирование осуществлялось

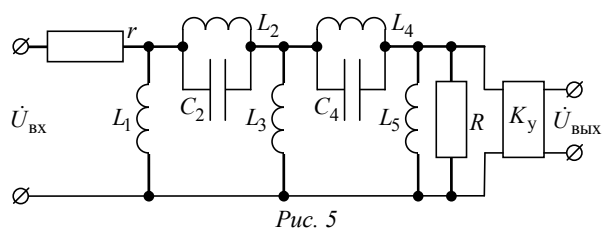


Рис. 5

Таблица 3

| Параметр    | Номер решения, $i$ |       |       |       |       |
|-------------|--------------------|-------|-------|-------|-------|
|             | 1                  | 2     | 3     | 4     | 5     |
| $L_1$ , мГн | 1.763              | 1.885 | 3.647 | 3.898 | 5.723 |
| $L_2$ , мГн | 2.958              | 6.881 | 4.824 | 1.940 | 3.836 |
| $C_2$ , нФ  | 80.0               | 90.8  | 129.6 | 122.0 | 162.9 |
| $L_3$ , мГн | 0.656              | 0.543 | 0.522 | 0.529 | 0.642 |
| $L_4$ , мГн | 6.439              | 2.436 | 2.672 | 8.190 | 2.692 |
| $C_4$ , нФ  | 97.1               | 97.2  | 88.6  | 76.3  | 87.9  |
| $L_5$ , мГн | 3.212              | 4.698 | 1.484 | 2.289 | 0.761 |
| $K_y$       | 1.82               | 1.82  | 1.82  | 1.82  | 1.82  |

Таблица 4

| $\chi_j$ | Номер решения $i$                             |          |          |          |           |
|----------|-----------------------------------------------|----------|----------|----------|-----------|
|          | 1                                             | 2        | 3        | 4        | 5         |
|          | $\tilde{S}_{5ФВЧ_i}^H \langle \chi_j \rangle$ |          |          |          |           |
| $L_1$    | 4.593283                                      | 1.216511 | 6.941704 | 5.190389 | 15.021041 |
| $L_2$    | 0.031551                                      | 1.069627 | 3.377133 | 0.052165 | 4.573784  |
| $C_2$    | 0.007274                                      | 0.045501 | 0.217367 | 0.014972 | 0.256541  |
| $L_3$    | 0.024421                                      | 0.015879 | 0.022888 | 0.015047 | 0.062464  |
| $L_4$    | 2.570187                                      | 0.050598 | 0.032090 | 1.025526 | 0.026010  |
| $C_4$    | 0.137145                                      | 0.013709 | 0.007787 | 0.040910 | 0.005987  |
| $L_5$    | 3.012230                                      | 4.614516 | 1.131073 | 1.099973 | 0.102279  |
| $r$      | 0.008149                                      | 0.005740 | 0.004909 | 0.005740 | 0.005411  |
| $R$      | 0.005902                                      | 0.006580 | 0.006089 | 0.006580 | 0.005997  |
|          | $\tilde{S}_{5ФВЧ_i}^H$                        |          |          |          |           |
|          | 0.001959                                      | 0.001977 | 0.001733 | 0.001980 | 0.001704  |

в пределах от 0 до  $\omega_{ПП1} = 3 \cdot 10^5$  рад/с и области изменения параметра  $(1 \pm 0.1)\chi_{ji}$ . Результаты расчета устойчивостей АЧХ по всем параметрам  $\tilde{S}_{5ФВЧ_i}^H \langle \chi_j \rangle$ , за исключением  $K_y$ , и комплексной оценки устойчивостей АЧХ  $\tilde{S}_{5ФВЧ_i}^H$  приведены в табл. 4.

ФЧХ ФВЧ пятого порядка имеет вид

$$\begin{aligned}\varphi_{5ФВЧ}(\omega) &= 2\pi + \\ &+ \arctg \frac{\left[ \beta_{54}^{(B)} + \gamma_{54}^{(B)} \right] \omega^4 - \left[ \beta_{52}^{(B)} + \gamma_{52}^{(B)} \right] \omega^2 + \beta_{50}^{(B)}}{\omega^5 - \left[ \beta_{53}^{(B)} + \gamma_{53}^{(B)} \right] \omega^3 + \left[ \beta_{51}^{(B)} + \gamma_{51}^{(B)} \right] \omega}.\end{aligned}$$

Устойчивость ФЧХ к изменениям параметров фильтра определялась с помощью суммы интегралов

$$\begin{aligned}I_{5ФВЧ_i}^\varphi(\chi_j) &= \\ &= \int_{\omega_1}^{\omega_c} \left[ \varphi_{5ФВЧ}(\omega, \chi_j) - \varphi_{5ФВЧ}(\omega, \chi_{ji}) \right]^2 d\omega + \\ &+ \int_{\omega_2}^{\omega_{ПП2}} \left[ \varphi_{5ФВЧ}(\omega, \chi_j) - \varphi_{5ФВЧ}(\omega, \chi_{ji}) \right]^2 d\omega,\end{aligned}$$

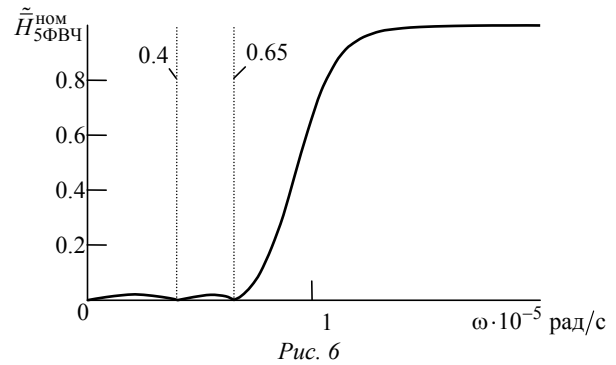
где  $\omega_1$  и  $\omega_2$  – решения уравнений  $\varphi_{5ФВЧ}[\omega_{1,2}; (1 \pm 0.1)\chi_{ji}] = 3\pi/2$ , а верхний предел интегрирования принят  $\omega_{ПП2} = 10^6$  рад/с. Результаты расчетов устойчивости ФЧХ приведены в табл. 5.

С учетом максимального значения комплексной характеристики  $\tilde{S}_{5ФНЧ_4}^H = 0.00198$  примем к реализации четвертое решение с расчетными но-

Таблица 5

| $\chi_j$ | Номер решения $i$                              |          |          |          |          |
|----------|------------------------------------------------|----------|----------|----------|----------|
|          | 1                                              | 2        | 3        | 4        | 5        |
|          | $\tilde{S}_{5\text{ФВЧ}_i}^{\text{Ф}}(\chi_j)$ |          |          |          |          |
| $L_1$    | 0.043146                                       | 0.075042 | 0.326645 | 0.319411 | 0.625087 |
| $L_2$    | 0.031134                                       | 0.319644 | 0.748038 | 0.037878 | 2.519916 |
| $C_2$    | 0.002401                                       | 0.003625 | 0.007961 | 0.003529 | 0.018531 |
| $L_3$    | 0.003009                                       | 0.002593 | 0.003050 | 0.002621 | 0.004435 |
| $L_4$    | 0.645924                                       | 0.043169 | 0.028346 | 0.366211 | 0.023742 |
| $C_4$    | 0.006942                                       | 0.003595 | 0.002348 | 0.003598 | 0.001956 |
| $L_5$    | 0.154373                                       | 0.328646 | 0.026485 | 0.078333 | 0.007271 |
| $r$      | 0.899760                                       | 0.175894 | 0.214672 | 0.175894 | 0.121493 |
| $R$      | 0.212198                                       | 0.146238 | 0.465236 | 0.146238 | 0.179780 |
|          | $\tilde{S}_{5\text{ФВЧ}_i}^{\text{Ф}}$         |          |          |          |          |
|          | 0.001039                                       | 0.001005 | 0.001038 | 0.001000 | 0.001014 |

миналами емкостей, близкими к ряду E24:  $C_2 = 120$  нФ,  $C_4 = 75$  нФ. АЧХ  $\tilde{H}_{5\text{ФВЧ}}^{\text{НОМ}}(\omega)$  КФВЧ с указанными значениями емкостей, соответствующими номинальному ряду резисторами и скорректированными значениями индуктивных контуров  $L_2 = 1.972$  мГн,  $L_4 = 8.333$  мГн представлена на рис. 6.



Таким образом, при наличии нескольких решений системы уравнений к реализации следует принимать то решение, которое дает близкое к максимальному значение комплексной оценки устойчивости АЧХ или ФЧХ, обеспечивающей решение конкретной задачи синтеза. Введенные определения зависимостей отклонения реальных характеристик от синтезируемых при разбросе значений отдельных параметров  $\chi_j$  дают возможность последовательного подбора элементов фильтра с учетом "веса" каждого элемента в суммарной оценке устойчивости частотной характеристики.

## СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Матханов П. Н. Основы синтеза линейных электрических цепей. М.: Высш. шк., 1978. 208 с.
2. Белецкий А. Ф. Теория линейных электрических цепей: учеб. 2-е изд. СПб.: Лань, 2009. 554 с.
3. Червинский Е. Н. Реализация электрических фильтров лестничной структуры // Изв. вузов России. Радиоэлектроника. 2013. Вып. 3. С. 24–37.
4. ГОСТ 28884-90 (МЭК 63-63). Межгосударственный стандарт. Ряды предпочтительных значений для резисторов и конденсаторов. М.: Стандартинформ, 2006. 13 с.
5. Баскаков С. И. Радиотехнические цепи и сигналы. М.: Высш. шк., 2000. 464 с.
6. Червинский Е. Н. Расчет передаточных функций фильтров с равноволновыми на отрезке и бесконечном полуинтервале амплитудно-частотными характеристиками // Изв. вузов России. Радиоэлектроника. 2014. Вып. 4. С. 13–28.
7. Толстов Ю. Г., Теврюков А. А. Теория электрических цепей: учеб. пособие для электротехнич. и радиотехн. специальностей вузов. М.: Высш. шк., 1971. 296 с.

Для цитирования: Червинский Е. Н. Устойчивость частотных характеристик к изменениям параметров электрического фильтра // Изв. вузов России. Радиоэлектроника. 2017. № 3. С. 24–38.

**Червинский Евгений Наумович** – доктор технических наук (2008), старший научный сотрудник (1985), начальник НТО ЗАО "СИМЕТА" (Санкт-Петербург). Автор 86 научных работ. Сфера научных интересов – системы точного времени.  
E-mail: enchervinsky@simeta.ru

E. N. Chervinskiy  
Closed JSC "SIMETA" (Saint Petersburg)

## Frequency Responses Resistance to Variations of Electric Filter Parameters

**Abstract.** When electric filter designs "on the whole" circuit's parameters are determined as a result of solving the system of equations formed by equating of coefficients at equal powers of the variable in terms of desirable transfer function (TF) and TF filter. The solution of the system of nonlinear equations is the set (or sets) of filter parameters. The transition to practical realization requires bringing the filter parameters to the standard range of nominal values. The frequency responses of the filter are distorted, when the calculated values are replace on the nominal values. Moreover, the nominal value scales themselves have different range of values depending on the selected range. The purpose of the article is to de-

velop evaluation methods of amplitude- and phase-frequency responses resistance of low-pass and high-pass filters to parameter variations during the filters realization.

The integral square function of a variable is taken as a measure of deviation of the real frequency response from calculated characteristic.

The specific parameter response resistance is defined as the inverse average value of the integral function at the given range of the parameter variations. The inverse sum of average values of the integral function for the specific set of elements serves as integrated evaluation of response resistance to the filters parameter variations. In case there are several solutions of the system of equations, providing filter synthesis, the one should be used that gives closest to the maximum value of integrated evaluation of resistance. The introduced definitions allow to fulfill the successive selection of filter elements in the light of the impact of each element in the total evaluation of the frequency response stability.

**Key words:** Transfer function, synthesis of the filter "on the whole", inverse low-pass filter, quasi-elliptic low-pass filter, high-pass filter, response resistance by parameter, complex valuation of resistance

## REFERENCES

1. Matkhanov P. N. *Osnovy sinteza lineinykh elektricheskikh tsepei* [Fundamentals of Linear Electric Circuit Synthesis]. Moscow, Vyssh. shk., 1978, 208 p. (In Russian)
2. Beletsky A. F. *Teoriya lineinykh elektricheskikh tsepei: uchebnik. 2-e izd.* [Theory of Linear Electric Circuits]. Saint Petersburg, Lan, 2009, 554 p. (In Russian)
3. Chervinskiy E. N. Realization of Ladder Structure Electric Filters. *Izvestiya Vysshikh Uchebnykh Zavedenii Rossii. Radioelektronika*. 2013, no. 3, pp. 24–37. (In Russian)
4. GOST Standard 28884-90 (IEC 63-63). Preferred Number Series for Resistors and Capacitors. Moscow, Standardinform, 2006, 13 p. (In Russian)
5. Baskakov S. I. *Radiotekhnicheskie tsepi i signaly* [Radiotechnical Circuits and Signals]. Moscow, Vyssh. shk., 2000, 464 p. (In Russian)
6. Chervinskiy E. N. Calculation of Transfer Functions of Filters with Equiwave at the section and Infinite Half-Interval by Amplitude-Frequency Characteristics. *Izvestiya Vuzov Rossii. Radioelektronika*. 2014, no. 4, pp. 13–28. (In Russian)
7. Tolstov Yu. G., Tevryukov A. A. *Teoriya elektricheskikh tsepei: ucheb. posobie dlya elektrotekhnich. i radio-tekhn. spetsial'nostei vuzov* [Theory of Electric Circuits. Study Guide for Electrical and Radio Engineering Universities]. Moscow, Vyssh. shk., 1971, 296 p. (In Russian)

Received January, 23, 2017

**For citation:** Chervinskiy E. N. Frequency Responses Resistance to Variations of Electric Filter Parameters. *Izvestiya Vysshikh Uchebnykh Zavedenii Rossii. Radioelektronika* [Journal of the Russian Universities. Radioelectronics]. 2017, no. 3, pp. 24–38. (In Russian)

**Eugeny N. Chervinskiy** – D.Sc. in Engineering (2008), Senior scientist (1985), the chief of the department of closed JSC "SIMETA" (Saint Petersburg). The author of 86 scientific publications. Scientific interests: precision time systems.

E-mail: [enchervinsky@simeta.ru](mailto:enchervinsky@simeta.ru)

---

УДК 621.396.96

Д. С. Боровицкий, А. Е. Жестерев  
 АО "Российский институт радионавигации и времени" (Санкт-Петербург)  
 В. П. Ипатов, Р. М. Мамчур  
 Санкт-Петербургский государственный электротехнический  
 университет "ЛЭТИ" им. В. И. Ульянова (Ленина)

## Аналитическая модель эхосигнала спутникового высотомера

*Получено выражение, связывающее усредненный профиль мощности, принимаемой спутниковым высотомером, с высотой орбиты, степенью взволнованности моря и отклонением луча антенны от вертикали. Компактность предлагаемой аналитической модели упрощает синтез и анализ алгоритмов поиска и сопровождения эхосигнала.*

### Спутниковый высотомер, эхосигнал, элементарный отражатель, гауссовский импульс

Спутниковая альтиметрия с момента своего появления стала основным средством космического мониторинга акваторий Мирового океана, открыв новые горизонты в прикладных и научных исследованиях Земли. Первый радиовысотомер космического базирования был выведен на орбиту в составе экспериментальной миссии SkyLab в 1973 г. С тех пор альтиметры стали неотъемлемой частью большинства масштабных программ дистанционного зондирования Земли из космоса [1].

Пролетая над подстилающей поверхностью, спутниковый альтиметр с высоты порядка тысячи километров засвечивает обширную территорию, площадь которой достигает десятков квадратных километров. При этом отражения от элементарных участков освещаемого пятна, имея свои случайные начальные фазы и амплитуды, складываются на входе приемника некогерентно, в результате чего суммарный полезный сигнал оказывается шумовым. Решающая роль в определении высоты принадлежит оценке временного положения нарастающего фронта профиля принимаемой мощности, а требуемая при этом высокая точность налагает необходимость излучать сигналы эквивалентной длительности порядка нескольких наносекунд. Альтиметры, строящиеся по такому принципу, являются импульсно-ограниченными. Измерение других характеристик поверхности (степень взволнованности моря, отражающая способность) также связано с оценкой параметров профиля мощности эхосигнала [2], [3].

В настоящей статье исследуется математическая модель усредненной мощности отраженного сигнала, а также приводятся весьма точные выражения, удобные для последующего теоретического анализа.

В литературе по спутниковой альтиметрии часто используется модель Брауна [4], которая описывает импульсный отклик (реакция на сигнал в виде  $\delta$ -функции) плоской шероховатой поверхности. Фундаментом при ее формировании послужили результаты работы Мура и Вильямса [5], дающие основание считать, что полная мощность, отраженная от шероховатой поверхности, есть сумма парциальных мощностей от всех освещаемых элементарных отражателей этой поверхности. При этом модель опирается на ряд допущений:

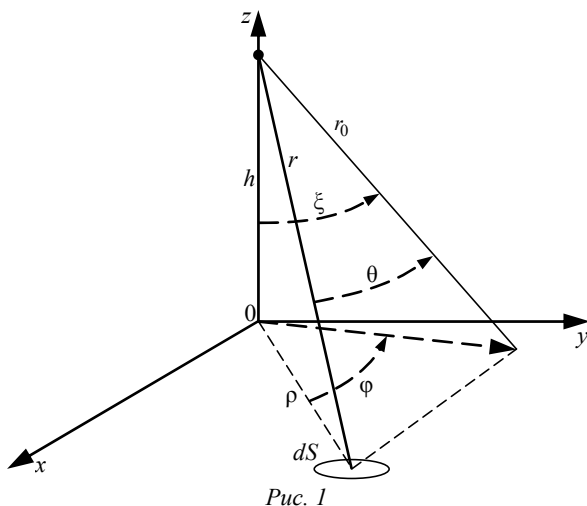
- отражающая поверхность представляет собой совокупность большого числа независимых рассеивающих элементов (блестящих точек);
- описывающая шероховатость статистика полагается однородной (одинаковой) в пределах всего освещаемого пятна на протяжении каждого сеанса зондирования;
- отражение является частотно-независимым скалярным процессом с отсутствием эффектов поляризации;
- зависимость интенсивности отражения от угла падения относительно нормали к поверхности обуславливается только соответствующим изменением удельной отражающей способности  $\sigma_0$  и характеристиками направленности приемной антенны;
- длительность зондирующего импульса пренебрежимо мала по сравнению с периодом доплеровской частоты сигнала, отраженного блестящей точкой в пределах засвечиваемой области, возникающей вследствие ненулевой радиальной скорости между последней и космическим аппаратом (КА).

Отметим, что в отличие от суши указанные ограничения хорошо согласуются со свойствами

морской поверхности при разумном выборе времени накопления и усреднения [4], [6].

Дальнейшие уточнения модели Брауна [7], [8] в основном имели целью максимальный учет смещений, обусловленных асимметрией гребней и впадин морских волн, распределения наклонов морской поверхности и другими факторами. Заметим, что влияние подобных эффектов ограничивается этапом финальных измерений, выполняемых наземным мониторинговым комплексом по данным альтиметра, транслируемым с борта КА. Главной же целью измерений, осуществляемых на борту, является надежное удержание принимаемого эхосигнала на автосопровождении, малочувствительном к указанным ранее систематическим ошибкам. Поэтому при разработке самого спутникового альтиметра актуальна такая модель эхосигнала, аналитическая компактность которой, достигаемая за счет пренебрежения упомянутыми вторичными факторами, позволяет синтезировать прозрачные алгоритмы поиска и сопровождения эхосигнала и с достаточной точностью спрогнозировать их эффективность. По мнению авторов, приводимый далее вывод отвечает сформулированной цели.

**Расчет профиля принимаемой мощности.** Методика расчета мощности эхосигнала, отраженного от плоской шероховатой поверхности и поступающего на вход приемника высотомера, поясняется рис. 1 [4], на котором отражающая поверхность находится в плоскости  $xOy$ ;  $h$  – расстояние от отражающей поверхности до фазового центра антенны (высота);  $\xi$  – угол между осью диаграммы направленности (ДН) антенны  $r_0$  и направлением надира (осью  $z$ );  $r$  – наклонная дальность от антенны до блестящей точки  $dS$  с полярными координатами  $\rho$ ,  $\varphi$ ;  $\theta$  – угол между направлением на элементарный отражатель и лучом



антенны. Тогда принимаемая альтиметром усредненная мощность как функция времени может быть найдена суммированием мощностей отражений от всех блестящих точек в пределах пятна засветки [4]:

$$P_r(t) = \frac{P_{\text{т}} W T G_0^2 \lambda^2 \sigma_0}{(4\pi)^3 L_p} \int_S \frac{s^2 \left( t + 2 \frac{h-r}{c} \right)}{r^4} G^2(\theta) dS, \quad (1)$$

где  $P_{\text{т}}$  – излучаемая пиковая мощность;  $W$ ,  $T$  – ширина спектра и длительность зондирующего сигнала соответственно;  $G_0$  – коэффициент усиления антенны на прием и передачу;  $\lambda$  – длина излучаемой волны;  $L_p$  – дополнительные потери на трассе распространения;  $s(t)$  – форма сжатого зондирующего импульса единичной пиковой мощности;  $c$  – скорость света;  $G(\theta)$  – нормированная ДН антенны, полагаемая телом вращения. Перейдя к полярным координатам и используя тригонометрические преобразования, придадим выражению (1) следующий вид:

$$P_r(t) = A \int_0^\pi \int_0^{2\pi} \frac{s^2 \left[ t + 2(h-r)/c \right]}{\left[ 1 + (\rho/h)^2 \right]^2} G^2(\theta) \rho d\rho d\varphi, \quad (2)$$

где множитель  $A$  объединяет все не зависящие от координат элементарного отражателя величины, а  $r$  и  $\theta$  связаны с  $\rho$  и  $\varphi$  соотношениями

$$r = \sqrt{h^2 + \rho^2}; \quad (3)$$

$$\theta = \arccos \frac{h \cos \xi + \rho \sin \xi \cos \varphi}{r}. \quad (4)$$

Равенство (2) описывает среднюю мощность эхосигнала высотомера, отраженного от плоской поверхности, например спокойного моря. Учет волнения согласно многим источникам, посвященным космической альтиметрии ([2]–[5], [7], [8] и др.), реализуется сверткой отражения от невзволнованной поверхности с плотностью вероятности высоты волн.

Пусть иглообразный луч антенны ориентирован строго в направлении надира (рис. 2). Блестящая точка с плоскими полярными координатами  $\rho$ ,  $\varphi$  за счет волны отклоняется от спокойной горизонтальной поверхности (штриховая линия) на величину  $z$ , причем  $|z| \ll r_0$ , где  $r_0$  – расстояние от фазового центра антенны до элементарного отражателя в отсутствие волнения (рис. 2). В узком луче антенны угол видимости отражателя практически не зависит от  $z$ :  $\theta_d \approx \theta_0$ , а расстояние отража-

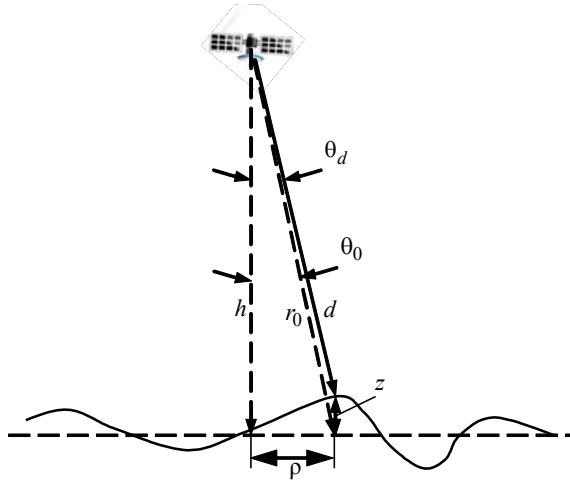


Рис. 2

теля до антенны  $d \approx r_0 + z$ . Таким образом, при зондировании импульсом, автокорреляционная функция которого описывается как  $s(t)$ , мощность, приходящая на приемник от отражателя с координатами  $\rho, \varphi$  в момент времени  $t^1$ , в соответствии с уравнением радиолокации [4], [9] определяется как

$$\begin{aligned} P_{\text{rw}}(t, \rho, \varphi) &\approx \\ &\approx A_1 \frac{s^2[t + 2(h - r_0)/c - 2(z/c)]}{(r_0 + z)^4} G^2(\theta_0) \approx \\ &\approx A_1 \frac{s^2[t + 2(h - r_0)/c - 2(z/c)]}{r_0^4} G^2(\theta_0), \end{aligned} \quad (5)$$

где индекс "w" (wave) указывает на наличие волнения, а в коэффициент  $A_1$  входят величины, не зависящие от координат отражателя. Пусть  $W(z)$  – статистическое распределение высоты отражателя над средним уровнем спокойной поверхности. Тогда, усреднив правую часть (5) по  $z$ , придем к математическому ожиданию мощности, принятой от конкретной блестящей точки:

$$\begin{aligned} P_{\text{rw}}(t, \rho, \varphi) &= \int_{-\infty}^{\infty} p_{\text{rw}}(t, \rho, \varphi) W(z) dz \approx \\ &\approx A_2 \int_{-\infty}^{\infty} \frac{s^2[t + 2(h - r_0)/c - 2(z/c)]}{[1 + (\rho/h)^2]^2} \times \\ &\times G^2(\theta_0) W(z) dz, \end{aligned} \quad (6)$$

где  $A_2$  – константа, определяемая излучаемой мощностью, высотой орбиты КА  $h$ , отражающими свойствами поверхности и т. п. Для нахождения

полной мощности  $P_{\text{rw}}(t)$ , перехватываемой приемником в момент  $t$  от всех освещаемых блестящих точек, следует проинтегрировать (6) по всей плоскости. После изменения порядка интегрирования имеем:

$$\begin{aligned} P_{\text{rw}}(t) &= \\ &= A \int_{-\infty}^{\infty} W(z) \left\{ \int_0^{\pi} \int_0^{\infty} \frac{s^2[t + 2(h - r_0)/c - 2(z/c)]}{[1 + (\rho/h)^2]^2} \times \right. \\ &\times G^2(\theta_0) \rho d\rho d\varphi \Big\} dz, \end{aligned} \quad (7)$$

где  $A = 2A_2$ . Переход к переменной  $t_1 = 2z/c$  приводит (7) к виду

$$\begin{aligned} P_{\text{rw}}(t) &= \\ &= \int_{-\infty}^{\infty} \frac{c}{2} W\left(\frac{ct_1}{2}\right) \left\{ A \int_0^{\pi} \int_0^{\infty} \frac{s^2[t + 2(h - r_0)/c - t_1]}{[1 + (\rho/h)^2]^2} \times \right. \\ &\times G^2(\theta_0) \rho d\rho d\varphi \Big\} dt_1, \end{aligned} \quad (8)$$

где  $r_0 = \sqrt{h^2 + \rho^2}$ ;  $\theta_0 = \arccos(h/r_0)$  (рис. 2).

Учтем, что в (2)  $r = \sqrt{h^2 + \rho^2}$  и при нулевом отклонении луча антенны от вертикали ( $\xi = 0$ )  $\theta = \arccos(h/r)$ . Отметим, что выражение в фигурной скобке в (8) отличается от (2) только смещением аргумента на  $-t_1$ . Таким образом, интеграл по  $t_1$  в (8) является сверткой выражения мощности при невзволнованной поверхности с функцией  $(c/2)W(ct_1/2)$  – масштабированной плотностью вероятности высоты волны:

$$P_{\text{rw}}(t) = \int_{-\infty}^{\infty} \frac{c}{2} W\left(\frac{ct_1}{2}\right) P_{\text{r}}(t - t_1) dt_1.$$

В подынтегральном выражении внутреннего интеграла в (8) от смещения  $t_1$  зависит только функция  $s^2(\cdot)$ . Поэтому для вычисления  $P_{\text{rw}}(t)$  можно вначале найти свертку функций  $s^2(\cdot)$  и  $(c/2)W(ct_1/2)$ :

$$s_w^2(t) = \int_{-\infty}^{\infty} \frac{c}{2} W\left(\frac{ct_1}{2}\right) s^2(t - t_1) dt_1, \quad (9)$$

а затем подставить  $s_w^2(t)$  в (2) вместо  $s^2(t)$ . Тем самым имеется основание считать, что наличие волнения эквивалентно преобразованию сигнала

<sup>1</sup> Время отсчитывается от  $2h/c$  – момента достижения приемника фронтом волны, отраженной от среднего уровня зондируемой водной поверхности.

$s^2(t)$  линейным фильтром с импульсной характеристикой  $(c/2)W(ct_1/2)$ .

Широко распространена гауссовская модель морского волнения [1]–[4], [7], [8], [10]–[12]:

$$W(z) = \frac{1}{\sqrt{2\pi} \cdot \sigma_z} \exp\left(-\frac{z^2}{2\sigma_z^2}\right), \quad (10)$$

где  $\sigma_z$  – среднеквадратическое отклонение высоты волны. Примем форму сжатого зондирующего импульса также гауссовской, опираясь на повсеместное использование данного приближения в источниках по альтиметрии [1]–[4], [7], [8], [10]–[13]:

$$s(t) = \exp(-\beta t^2), \quad (11)$$

где  $\beta = 2 \ln 2 / \Delta_{0.5}^2$ , причем  $\Delta_{0.5}$  – длительность импульса по уровню половинной мощности. Так как свертка двух колокольных функций есть вновь колокольная функция, подставив (10) и (11) в (9), получим:

$$s_w^2(t) = \frac{1}{\sqrt{1+16\beta(\sigma_z/c)^2}} \times \exp\left[-2\frac{\beta t^2}{1+16\beta(\sigma_z/c)^2}\right] = \sqrt{v} \cdot s^2(\sqrt{v} \cdot t), \quad (12)$$

где

$$v = \frac{1}{1+16\beta(\sigma_z/c)^2}. \quad (13)$$

Как видно, волнение не меняет формы гауссовского зондирующего импульса, приводя лишь к его растяжению во времени с сохранением энергии. Поэтому, чтобы учесть волнение при вычислении профиля принятой мощности, нужно лишь подставить в (2) исходный гауссовский импульс, отмасштабированный согласно (12), (13). В итоге для колокольного зондирующего импульса (11) задача одновременного измерения высоты и степени взволнованности морской поверхности параметризуется как оценка двух величин: запаздывания нарастающего фронта принятой мощности и параметра масштабирования (13), что совпадает с выводами [4].

Воспользовавшись гауссовской аппроксимацией ДН антенны [4]

$$G(\theta) = \exp\left[-(2/\gamma)\sin^2 \theta\right],$$

где  $\gamma = (2/\ln 2)\sin^2(\theta_{0.5}/2)$ , причем  $\theta_{0.5}$  – ширина ДН антенны по половинному уровню, перепишем (2) с учетом волнения следующим образом:

$$P_{\text{rw}}(t) = A\sqrt{v} \int_0^\pi \int_0^\infty \frac{\exp\left[-2\beta v(t+2(h-r)/c)^2\right]}{\left[1+(\rho/h)^2\right]^2} \times \exp\left[-(4/\gamma)\sin^2 \theta\right] \rho d\rho d\varphi. \quad (14)$$

В предположении, что ширина луча  $\theta_{0.5}$  достаточно мала и отклонение оси ДН антенны от вертикали  $\xi < \theta_{0.5}/2 \ll 1$ ;  $\varepsilon = \rho/h \ll 1$ ,  $\sin \theta \approx \theta$ .

Тогда из (3)  $r \approx h(1+\varepsilon^2/2)$ , а из (4)

$$\cos \theta \approx 1 - \theta^2/2 \approx 1 - (\xi^2 + \varepsilon^2 - 2\xi\varepsilon \cos \varphi)/2,$$

откуда

$$\theta \approx \sqrt{\xi^2 + \varepsilon^2 - 2\xi\varepsilon \cos \varphi}. \quad (15)$$

С учетом (15) равенство (14) примет вид

$$P_{\text{rw}}(t) = Ah^2 \sqrt{v} \exp(-4\xi^2/\gamma) \times \int_0^\infty \frac{\exp\left[-2\beta v(t-h\varepsilon^2/c)^2\right]}{(1+\varepsilon^2)^2} \exp(-4\xi^2/\gamma) \times \times \varepsilon d\varepsilon \int_0^\pi \exp(8\xi\varepsilon \cos \varphi/\gamma) d\varphi$$

или

$$P_{\text{rw}}(t) = A\pi h^2 \sqrt{v} \exp(-4\xi^2/\gamma) \times \times \int_0^\infty \frac{\exp\left[-2\beta v(t-h\varepsilon^2/c)^2\right]}{(1+\varepsilon^2)^2} \times \times \exp(-4\xi^2/\gamma) I_0(8\xi\varepsilon/\gamma) \varepsilon d\varepsilon, \quad (16)$$

где  $I_0(\cdot)$  – модифицированная функция Бесселя нулевого порядка. Далее, используя приближение последней функции при малых аргументах

$$I_0(\zeta) \approx 1 + \zeta^2/4 \approx \exp(\zeta^2/4), \quad (17)$$

получим

$$P_{\text{rw}}(t) \approx A\pi h^2 \sqrt{v} \exp(-4\xi^2/\gamma) \times \times \int_0^\infty \exp\left[-2\beta v(t-h\varepsilon^2/c)^2\right] \times \times \exp\left[-(4\varepsilon^2/\gamma)(1-4\xi^2/\gamma)\right] \varepsilon d\varepsilon = \\ = (A\pi h^2/2) \sqrt{v} \exp(-4\xi^2/\gamma) \times \times \int_0^\infty \exp\left[-2\beta v(t-h\mu/c)^2\right] \times \times \exp\left[-(4\mu/\gamma)(1-4\xi^2/\gamma)\right] d\mu, \quad (18)$$

где знаменатель в выражении под интегралом отброшен в силу того, что в пределах луча антенны  $\mu = \varepsilon^2 = (\rho/h)^2 \ll 1$ . Заменив в (18) переменную интегрирования на  $y = t - h\mu/c$ , имеем:

$$P_{\text{гв}}(t) \approx \frac{A\pi ch}{2} \sqrt{\nu} \exp(-\alpha\eta t - 4\xi^2/\gamma) \times \int_{-\infty}^t \exp(-2\beta\nu y^2) \exp(\alpha\eta y) dy,$$

где  $\alpha = 4c/(\gamma h)$ ;  $\eta = 1 - 4\xi^2/\gamma$ . После дополнения показателя экспоненты под интегралом последнего выражения до квадрата разности имеем:

$$P_{\text{гв}}(t) \approx \frac{A\pi\sqrt{\pi} \cdot ch}{2\sqrt{2\beta}} \exp\left[-\alpha\left(\eta t + \frac{\xi^2 h}{c}\right) + \frac{\alpha^2 \eta^2}{8\beta\nu}\right] \times \frac{1}{\sqrt{2\pi}\left[1/(2\sqrt{\beta\nu})\right]} \int_{-\infty}^t \exp\left\{-2\beta\nu\left(y - \frac{\alpha\eta}{4\beta\nu}\right)^2\right\} dy.$$

Окончательно:

$$P_{\text{гв}}(t) \approx \frac{A\pi\sqrt{\pi} \cdot ch}{2\sqrt{2\beta}} \Phi\left[2\sqrt{\beta\nu}\left(t - \frac{\alpha\eta}{4\beta\nu}\right)\right] \exp\left\{-\alpha\left[\eta\left(t - \frac{\alpha\eta}{8\beta\nu}\right) + \frac{\xi^2 h}{c}\right]\right\}, \quad (19)$$

где  $\Phi(\zeta) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \int_{-\infty}^{\zeta} \exp(-z^2/2) dz$  – интеграл вероятности.

На рис. 3 изображены нормированные профили мощности, один из которых (сплошная кривая) рассчитан численным интегрированием "точного" равенства (14), а второй (штриховая кривая) – согласно приближению (19). Кривые построены при следующих значениях параметров: высота  $h = 1000$  км, полоса частот колокольного сигнала  $W = 320$  МГц, его длительность  $\Delta_{0.5} = 0.886/W$ ,  $\sigma_z = 0$ ,  $\nu = 1$  (гладкая поверхность),  $\theta_{0.5} = 0.6^\circ$  – типичная ширина ДН антенны по уровню 0.5 высотомера Ка-диапазона ( $\lambda \approx 0.84$  см) при диаметре раскрыва зеркала 1 м и отклонение оси антенны от направления надира  $\xi = 0.15^\circ$ .

Из рис. 3 следует, что при принятых ширине луча и отклонении от вертикали разница между приближенным решением (19) и точным решением (14) уже вполне ощутима. Для улучшения аппроксимации воспользуемся приближением функции Бесселя из [14], сохраняющим более высокую относительно (17) точность в более широкой окрестности нуля:

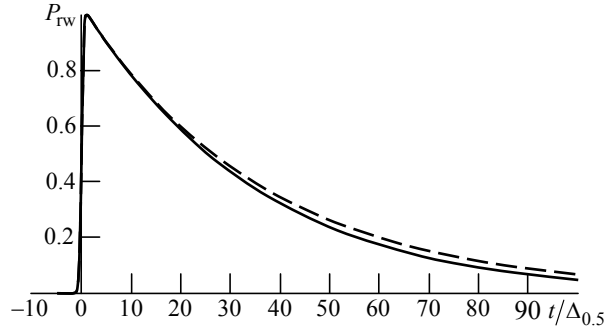


Рис. 3

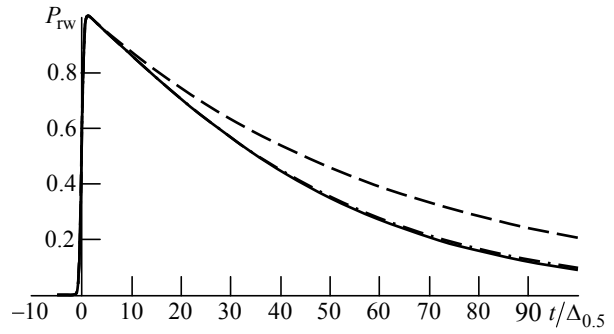


Рис. 4

$$I_0(\zeta) \approx 2 \exp(\zeta^2/8) - 1. \quad (20)$$

Подставив (20) в (16) и практически полностью повторив прежние выкладки, приходим к итогу:

$$P_{\text{гв}}(t) \approx \frac{A\pi\sqrt{\pi} \cdot ch}{2\sqrt{2\beta}} \exp\left(-\frac{4\xi^2}{\gamma}\right) \times \left\{ 2\Phi\left[2\sqrt{\beta\nu}\left(t - \frac{\alpha\eta_1}{4\beta\nu}\right)\right] \exp\left[-\alpha\eta_1\left(t - \frac{\alpha\eta_1}{8\beta\nu}\right)\right] - \Phi\left[2\sqrt{\beta\nu}\left(t - \frac{\alpha}{4\beta\nu}\right)\right] \exp\left[-\alpha\left(t - \frac{\alpha}{8\beta\nu}\right)\right] \right\}, \quad (21)$$

где  $\eta_1 = 1 - 2\xi^2/\gamma$ . Как видно из рис. 4, даже при отклонении от вертикали на треть ширины луча антенны ( $\xi = 0.2^\circ$ ) разница между зависимостями (21) (штрих-пунктирная кривая) и (14) (сплошная кривая) незаметна, чего нельзя сказать о приближении (19) (штриховая кривая).

Полученная в настоящей статье аналитическая модель описывает профиль принятой альтиметром мощности через элементарные или табулированные функции. Благодаря этому процедура синтеза алгоритмов поиска и сопровождения эхосигнала упрощается и обретает прозрачность. В еще большей степени удобства модели проявятся при анализе потенциальной точности совместной оценки альтиметром высоты орбиты, значимой высоты волны, удельной эффективной отражающей поверхности и отклонения оси ДН антенны от направления надира.

## СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Satellite Altimetry and Earth Sciences. A Handbook of Techniques and Applications / ed. by L.-L. Fu, A. Cazenave. San Diego: Academic Press, 2001. 463 p.
2. Barrick D. E., Lipa B. J. Analysis and Interpretation of Altimeter Sea Echo // *Advances in Geophysics*. 1985. Vol. 27. P. 61–100.
3. Coastal Altimetry / ed by S. Vignudelli, A. G. Kostianoy, P. Cipollini, J. Benveniste. Berlin Heidelberg: Springer-Verlag, 2011. 578 p.
4. Brown G. S. The average impulse response of a rough surface and its applications // *IEEE Trans. on Ant. and Prop.* 1977. Vol. AP-25, № 1, P. 67–74.
5. Moore R. K., Williams C. S. Radar terrain return at near-vertical incidence // *Proc. IRE*. 1957. Vol. 45, № 2. P. 228–238.
6. Miller L. S. Topographic and backscatter characteristics of Geos 3 overland data // *J. of Geophysical Research*. 1979. Vol. 84, № B8. P. 4045–4054.
7. Hayne G. S. Radar altimeter mean return waveforms from near-normal-incidence ocean surface scattering // *IEEE Trans. on Ant. and Prop.* 1980. Vol. AP-28, № 5. P. 687–692.
8. Морозов К. Н. Исследование влияния состояния поверхности акваторий на точностные характеристики прецизионного высотомера космического базирования: дис. ... канд. техн. наук / МЭИ. М., 2000. 201 с.
9. Радиотехнические системы: учеб. для вузов / под ред. Ю. М. Казаринова. М.: Высш. шк., 1990. 496 с.
10. Jackson F. C., Walton W. T., Hines D. E. Sea surface mean square slope from Ku-band backscatter data // *J. of Geophysical Research*. 1992. Vol. 97, № 7. P. 11411–11427.
11. Brown G. S. Backscattering from a Gaussian-Distributed Perfectly Conducting Rough Surface // *IEEE Trans. on Ant. and Prop.* 1978. Vol. AP-26, № 3. P. 472–482.
12. Martin S. An Introduction to Ocean Remote Sensing. 2nd ed. Cambridge: Cambridge University Press, 2014. 496 p.
13. Баскаков А. И., Голубков В. Г. Устойчивость средней формы импульса, отраженного от взволнованной морской поверхности, к форме зондирующего импульса // *Тр. МЭИ*. 1979. Вып. 418. С. 41–44.
14. Improving the Jason-1 Ground Retracking to Better Account for Attitude Effects / L. Amarouche, P. Thibaut, O. Z. Zanife, J.-P. Dumont, P. Vincent, N. Steunou // *Marine Geodesy*. 2004. Vol. 27, № 1–2. P. 171–197.

Статья поступила в редакцию 7 марта 2017 г.

**Для цитирования:** Аналитическая модель эхосигнала спутникового высотомера / Д. С. Боровицкий, А. Е. Жестерев, В. П. Ипатов, Р. М. Мамчур // *Изв. вузов России. Радиоэлектроника*. 2017. № 3. С. 39–46.

**Боровицкий Дмитрий Сергеевич** – кандидат технических наук (2016), ведущий научный сотрудник АО "Российский институт радионавигации и времени" (Санкт-Петербург). Автор более 10 научных публикаций. Сфера научных интересов – широкополосные системы радиолокации и радионавигации, теория сигналов. E-mail: dmitry\_nepogodin@mail.ru

**Жестерев Александр Евгеньевич** – кандидат технических наук (1982), начальник отдела АО "Российский институт радионавигации и времени" (Санкт-Петербург). Автор более 20 научных публикаций. Сфера научных интересов – радиолокация и радионавигация, теория связи. E-mail: zhesterev@mail.ru

**Ипатов Валерий Павлович** – доктор технических наук (1983), профессор (1985) кафедры радиотехнических систем Санкт-Петербургского государственного электротехнического университета "ЛЭТИ" им. В. И. Ульянова (Ленина). Заслуженный деятель науки РФ (2001), почетный радист СССР (1983). Автор более 250 научных работ. Сфера научных интересов – радиоэлектронная системотехника; статистическая теория связи; широкополосные системы радиолокации, радионавигации и передачи данных; теория сигналов. E-mail: ival1941@yandex.ru

**Мамчур Руслан Михайлович** – магистр техники и технологий по направлению "Радиотехника" (2015), аспирант и ассистент кафедры радиотехнических систем Санкт-Петербургского государственного электротехнического университета "ЛЭТИ" им. В. И. Ульянова (Ленина). Автор трех научных публикаций. Сфера научных интересов – статистическая теория связи; широкополосные системы радиолокации, радионавигации и передачи данных; теория сигналов; техническая электродинамика. E-mail: ruslan.mamchur@mail.ru.

D. S. Borovitsky, A. E. Zhesterev  
*JSC "Russian Institute of Radionavigation and Time" (Saint Petersburg)*  
V. P. Ipatov, R. M. Mamchur  
*Saint Petersburg Electrotechnical University "LETI"*

### Radar Altimeter Echo-Signal Analytical Model

**Abstract.** To design and analyze signal processing procedures in the onboard receiver of a space-based altimeter an analytical echo-signal model is desirable which combines compactness with acceptable accuracy of presenting average return power dependency on the measured parameters. On the same premises as for the popular Brown's model and for the

*scenario of a sharp antenna beam the expression is proposed linking the mean return power profile to parameters to be measured: orbit altitude, significant wave height and antenna boresight angle. Only the "ready" functions enter the equation obtained, so that no numerical integration is necessary. The model proposed is feasible to optimize echo-signal search and tracking algorithms as well as to evaluate the potential accuracy of joint estimate of the abovementioned parameters.*

**Key words:** Satellite radar altimeter, echo-signal, specular point, gaussian pulse

## REFERENCES

1. Satellite Altimetry and Earth Sciences. A Handbook of Techniques and Applications; ed. by L.-L. Fu, A. Cazenave. San Diego, Academic Press, 2001, 463 p.
2. Barrick D. E., Lipa B. J. Analysis and Interpretation of Altimeter Sea Echo. *Advances in Geophysics*, 1985, vol. 27, pp. 61–100.
3. Coastal Altimetry; ed by S. Vignudelli, A. G. Kostianoy, P. Cipollini, J. Benveniste. Berlin Heidelberg, Springer-Verlag, 2011, 578 p.
4. Brown G. S. The Average Impulse Response of a Rough Surface and its Applications. *IEEE Trans. on Ant. and Prop.* 1977, vol. AP-25, no. 1, pp. 67–74.
5. Moore R. K., Williams C. S. Radar Terrain Return at Near-vertical Incidence. *Proc. IRE.* 1957, vol. 45, no. 2, pp. 228–238.
6. Miller L. S. Topographic and Backscatter Characteristics of Geos 3 Overland Data. *J. of Geophysical Research.* 1979, vol. 84, no. 8, pp. 4045–4054.
7. Hayne G. S. Radar Altimeter Mean Return Waveforms from Near-Normal-incidence Ocean Surface Scattering. *IEEE Trans. on Ant. and Prop.* 1980, vol. AP-28, no. 5, pp. 687–692.
8. Morozov K. N. Issledovanie vliyaniya sostoyaniya poverkhnosti akvatorii na tochnostnye kharakteristiki pretsizionnogo vysotomera kosmicheskogo bazirovaniya [Investigation of the Influence of the State of the Surface of the Water Areas on the Accuracy Characteristics of a Precision Altimeter of Space Basing: diss Ph.D.]. Moscow, 2000, 201 p. (In Russian)
9. *Radiotekhnicheskie sistemy: Uchebnik dlya vuzov; pod red. Yu. M. Kazarinova* [Radio Engineering Systems: Textbook for High Schools]. Moscow, Vyssh. shk., 1990, 496 p. (In Russian)
10. Jackson F. C., Walton W. T., Hines D. E. Sea Surface Mean Square Slope from Ku-band Backscatter Data. *J. of Geophysical Research.* 1992, vol. 97, no. 7, pp. 11 411–11 427.
11. Brown G. S. Backscattering from a Gaussian-Distributed Perfectly Conducting Rough Surface. *IEEE Trans. on Ant. and Prop.* 1978, vol. AP-26, no. 3, pp. 472–482.
12. Martin S. *An Introduction to Ocean Remote Sensing.* 2nd ed. Cambridge University Press, 2014, 496 p.
13. Baskakov A. I., Golubkov V. G. Stability of the Average Pulse Shape Reflected from an Agitated Sea Surface to the Shape of a Probing Pulse. *Tr. MEI.* 1979, iss. 418, pp. 41–44. (In Russian)
14. Amarouche L., Thibaut P., Zanife O. Z., Dumont J.-P., Vincent P., Steunou N. Improving the Jason-1 Ground Retracking to Better Account for Attitude Effects. *Marine Geodesy.* 2004, vol. 27, no. 1–2, pp. 171–197.

Received March, 7, 2017

**For citation:** Borovitsky D. S., Zhesterev A. E., Ipatov V. P., Mamchur R. M. Radar Altimeter Echo-Signal Analytical Model. *Izvestiya Vysshikh Uchebnykh Zavedenii Rossii. Radioelektronika* [Journal of the Russian Universities. Radioelectronics]. 2017, no. 3, pp. 39–46. (In Russian)

**Dmitry S. Borovitsky** – Ph.D. in Engineering (2016), leading research fellow of JSC "Russian Institute of Radionavigation and Time" (Saint Petersburg). The author of more than 10 scientific publications. Area of expertise: broadband radiolocation and radionavigation systems; signals theory.  
E-mail: dmitry\_nepogodin@mail.ru

**Alexander E. Zhesterev** – Ph.D. in Engineering (1982), chief of the department of JSC "Russian institute of radionavigation and time" (Saint Petersburg). The author of more than 25 scientific publications. Area of expertise: radio-location and radionavigation systems; communication theory.  
E-mail: zhesterev@mail.ru

**Valery P. Ipatov** – D.Sc. in Engineering (1983), Professor (1985) of the Department of Radio Engineering Systems of Saint Petersburg Electrotechnical University "LETI". Honored scientist of the RF (2001), honorable radio-man of the USSR (1983). The author of more than 250 scientific publications. Area of expertise: radio-electronic system engineering; statistical communication theory; broadband radar, navigation and data systems; signal theory.  
E-mail: ival1941@yandex.ru

**Ruslan M. Mamchur** – Master of Science in Radio Engineering (2015), postgraduate student and assistant of the Department of Radio Engineering Systems of Saint Petersburg Electrotechnical University "LETI". The author of 3 scientific publications. Area of expertise: statistical communication theory; broadband radar, navigation and data systems; signal theory; technical electrodynamics.  
E-mail: ruslan.mamchur@mail.ru

УДК 621.396.96

Д. С. Боровицкий, А. Е. Жестерев  
 АО "Российский институт радионавигации и времени" (Санкт-Петербург)  
 В. П. Ипатов, Р. М. Мамчур  
 Санкт-Петербургский государственный электротехнический  
 университет "ЛЭТИ" им. В. И. Ульянова (Ленина)

## Эхосигнал спутникового высотомера с учетом доплеровского рассеяния

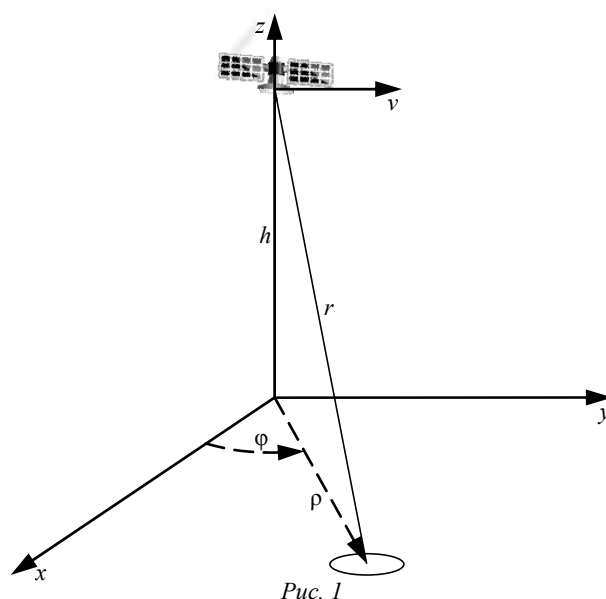
*Получено выражение для профиля мощности отраженного сигнала спутникового высотомера с учетом доплеровского рассеяния при зондировании сигналами с линейной частотной и фазовой модуляцией. Установлено отсутствие влияния доплеровского сдвига эхосигнала на нарастающий фронт профиля. Показано, что задний фронт профиля при зондировании импульсом с линейной частотной модуляцией также нечувствителен к доплеровскому смещению, тогда как при зондировании фазомодулированным импульсом длительность профиля при учете доплеровского рассеяния существенно сокращается.*

**Спутниковый высотомер, эхосигнал, доплеровское рассеяние, ЛЧМ-сигнал, ФМ-сигнал, синтезированная антенна**

Радиолокационные высотомеры спутникового базирования составляют основу космических миссий дистанционного мониторинга поверхности Земли, позволяя в любое время года и суток и при любом состоянии атмосферы измерять возвышения морской поверхности над референц-эллипсоидом, взволнованности моря, силы и направления приповерхностного ветра и т. д. При извлечении информации об измеряемых параметрах спутниковые альтиметры опираются на усредненную по серии зондирований зависимость мощности эхосигнала на входе приемника от времени – профиль мощности. При расчете последнего эффект Доплера, как правило, во внимание не принимается [1]–[5]. Подобный подход безоговорочно оправдан для импульсов, длительность которых пренебрежимо мала в сравнении с максимальным периодом доплеровской частоты. Между тем, зондирующий импульс в современных спутниковых альтиметрах имеет длительность  $T$  порядка сотни микросекунд и укорачивается до нескольких наносекунд лишь в результате компрессии приемным согласованным фильтром (СФ) [2]–[4]. В частотном диапазоне Ка (35.75 ГГц), используемом, к примеру, современным космическим альтиметром AltiKa [2], [4], период доплеровской частоты эхосигнала от блестящей точки в пределах освещаемого пятна вполне может оказаться соизмеримым с длительностью зондирующего сигнала  $T$  или меньшим. В настоящей статье

аналитическое выражение для профиля мощности принятого сигнала уточняется с учетом указанного фактора.

**Профиль мощности отраженного сигнала с учетом эффекта Доплера.** Обратимся к рис. 1 [2], [4], [5], на котором координатная ось  $y$  параллельна вектору путевой скорости  $v$  космического аппарата (КА);  $h$  – высота орбиты КА;  $r$  – наклонная дальность от фазового центра антенны до точечного отражателя;  $\rho$ ,  $\varphi$  – полярные координаты последнего. Антенна альтиметра предполагается ориентированной строго в направлении надира. Из рис. 1 следует:



$$r^2(t) = (\rho \sin \varphi - vt)^2 + \rho^2 \cos^2 \varphi + h^2,$$

так что радиальная скорость КА относительно отражателя

$$v_r = \left. \frac{dr(t)}{dt} \right|_{t=0} = -\frac{v\rho \sin \varphi}{r},$$

где  $r = r(0) = \sqrt{h^2 + \rho^2}$ . Тем самым доплеровское приращение частоты

$$F = \frac{2v_r}{\lambda} = -\frac{2v\rho \sin \varphi}{r\lambda} \approx -\frac{2v\rho \sin \varphi}{h\lambda}, \quad (1)$$

где  $\lambda$  – длина излучаемой волны, а последнее приближение справедливо, поскольку при малой ширине луча  $\theta_0$  антенны  $\rho \ll h$ . Для несущей частоты  $f_0 = 35.75$  ГГц  $\lambda \approx 0.84$  см и при диаметре параболического зеркала  $D = 1$  м ширина луча на половинном уровне  $\theta_0 \approx 70\lambda/D \approx 0.6^\circ$  [6]. Путевая скорость КА (первая космическая скорость)

$$v = \sqrt{g_h(R_e + h)},$$

где  $R_e = 6370$  км – радиус Земли;  $g_h$  – ускорение свободного падения на высоте  $h$  над поверхностью Земли. При высоте орбиты  $h = 1000$  км  $g_h \approx 7.35$  м/с<sup>2</sup> и  $v \approx 7.36$  км/с. Для отражателя вблизи края освещаемого пятна  $\rho = h \operatorname{tg}(\theta_0/2) \approx \approx 5.2$  км и, если он находится на оси  $y$ , т. е.  $\sin \varphi = 1$ , согласно (1)  $F \approx 9.11$  кГц. Подобная доплеровская расстройка, сопоставимая с интервалом разрешения по частоте  $1/T \approx 10$  кГц (при  $T = 100$  мкс), приведет к резкому снижению отклика СФ на сигнал от элементарного отражателя, т. е. к уменьшению его вклада в суммарный профиль мощности. Этот эффект будет особенно выражен для удаленных точек впереди по курсу КА, что равносильно сокращению освещаемого пятна, а значит, ускоренному (по сравнению со случаем неучета доплеровского сдвига) спаданию заднего фронта профиля.

Внесем коррективы в методику определения профиля принимаемой мощности, отражающие влияние доплеровского рассеяния. Для этого обратимся к выражению для профиля мощности отраженного сигнала высотомера [2]–[5]

$$P_r(t) = A \int_0^\pi \int_0^\infty \frac{s^2(t + 2(h-r)/c)}{[1 + (\rho/h)^2]^2} G^2(\theta) \rho d\rho d\varphi, \quad (2)$$

где  $G(\theta)$  – диаграмма направленности антенны (ДНА).

При наличии доплеровского сдвига отклик СФ описывается функцией неопределенности (ФН) зондирующего сигнала:

$$\psi(\tau, F) = \left| \frac{1}{2E} \int_{-\infty}^\infty \dot{S}(t) \dot{S}^*(t - \tau) \exp(-j2\pi Ft) dt \right|, \quad (3)$$

где  $E$  и  $\dot{S}(t)$  – энергия и комплексная огибающая зондирующего сигнала соответственно.

Заменим в двойном интеграле (2) квадрат сигнала на выходе СФ  $s^2(t)$  квадратом функции (3). В результате с учетом (1)

$$P_r(t) = A \int_0^\pi \int_0^\infty \frac{\psi^2\left(t + 2\frac{h-r}{c}, -\frac{2v\rho \sin \varphi}{h\lambda}\right)}{\left[1 + (\rho/h)^2\right]^2} \times \\ \times G^2(\theta) \rho d\rho d\varphi, \quad (4)$$

где  $A$  – множитель, объединяющий величины, не зависящие от координат отражателей.

Аппроксимируем главный пик ФН (3) гауссовской поверхностью с эллипсом горизонтального сечения, симметричным относительно осей  $\tau, F$ :

$$\psi(\tau, F) = \exp(-\beta_\tau \tau^2 - \beta_F F^2), \quad (5)$$

где  $\beta_\tau, \beta_F$  – параметры, характеризующие скорость спада ФН вдоль осей запаздывания и частоты соответственно. Описанный тип симметрии горизонтального сечения (диаграммы неопределенности) характерен для сигналов без частотной модуляции [7], [8]. Если  $\Delta_{0.5}, F_{0.5}$  – ширина автокорреляции по уровню половинной мощности и протяженность ФН вдоль частотной оси по тому же уровню соответственно, имеем

$$\beta_\tau = 2 \ln 2 / \Delta_{0.5}^2, \quad \beta_F = 2 \ln 2 / F_{0.5}^2.$$

Подставив (5) в (4) и воспользовавшись традиционным приближением для ДНА

$$G(\theta) = \exp\left[-(2/\gamma) \sin^2 \theta\right] = \exp\left[-2\rho^2/(\gamma r^2)\right] = \\ = \exp\left[-\frac{2\varepsilon^2}{\gamma(1 + \varepsilon^2)}\right],$$

где  $\varepsilon = \rho/h$ , получим:

$$P_r(t) = \frac{Ah^2}{2} \int_0^\pi \int_0^\infty \frac{N_1}{(1 + \varepsilon^2)^2} d\varphi d\varepsilon^2, \quad (6)$$

где

$$N_1 = \exp \left\{ -2\beta_\tau \left[ t + 2\frac{h}{c}(1 - \sqrt{1 + \varepsilon^2}) \right]^2 - 2\beta_F \left( \frac{2v\varepsilon \sin \varphi}{\lambda} \right)^2 - \frac{4\varepsilon^2}{\gamma(1 + \varepsilon^2)} \right\}.$$

Обозначив  $\delta_F = 4\beta_F v^2 / \lambda^2$  и выполнив в (6) интегрирование по  $\varphi$  с учетом того, что

$$\frac{1}{\pi} \int_0^\pi \exp(z \cos \theta) d\theta = I_0(z)$$

– модифицированная функция Бесселя нулевого порядка, приходим к выражению

$$P_r(t) = A_1 \int_0^\infty \frac{N_2}{(1 + \varepsilon^2)^2} I_0(\delta_F \varepsilon^2) d\varepsilon^2, \quad (7)$$

где  $A_1 = A\pi h^2/2$ ;

$$N_2 = \exp \left\{ -2\beta_\tau \left[ t + 2(h/c)(1 - \sqrt{1 + \varepsilon^2}) \right]^2 - \delta_F \varepsilon^2 - \frac{4\varepsilon^2}{\gamma(1 + \varepsilon^2)} \right\}.$$

Так как  $\varepsilon^2 \ll 1$ , можно в ряде Тейлора для показателя экспоненты под интегралом ограничиться лишь линейными членами относительно  $\varepsilon^2$ . На том же основании допустимо отбросить  $\varepsilon^2$  в знаменателе подынтегральной дроби (7). В итоге

$$P_r(t) \approx A_1 \int_0^\infty \exp \left[ -2\beta_\tau \left( t - \frac{hx}{c} \right)^2 - \left( \delta_F + \frac{4}{\gamma} \right) x \right] I_0(\delta_F x) dx.$$

Последнее выражение представляет, в частности, профиль принятой мощности при использовании зондирующего сигнала с бинарной фазовой манипуляцией (ФМ). Графики нормированных полного профиля и его переднего фронта,

рассчитанные для этого случая, приведены на рис. 2, а, б соответственно, где сплошной линией показаны кривые, построенные без учета доплеровского рассеяния, а штриховой – для путевой скорости КА  $v \approx 7.36$  км/с. За исходные принимались следующие параметры: несущая частота  $f_0 = 35.75$  ГГц, ширина полосы  $W = 320$  МГц, ширина луча антенны  $\theta_0 = 0.6^\circ$ , высота орбиты КА  $h = 1000$  км, длительность излучаемого импульса  $T = 100$  мкс.

При этом треугольная автокорреляционная функция, как и сечение ФН плоскостью  $\tau = 0$ , имеющее форму  $|\sin(\pi FT)/(\pi FT)|$ , заменялись гауссовскими кривыми с теми же протяженностью по половинному уровню вдоль осей  $\tau$  и  $F$  соответственно. Как следует из рис. 2, при зондировании ФМ-импульсом учет доплеровского рассеяния критически важен для прогнозирования заднего фронта профиля мощности. В то же время передний фронт профиля, играющий ключевую роль в измерении высоты и взволнованности моря, к эффекту Доплера практически нечувствителен. С другой стороны, из аналогичных графиков рис. 3, построенных для случая зондирования импульсом с линейной частотной модуляцией (ЛЧМ), видно, что в этом случае эффект Доплера не оказывает существенного влияния ни на передний, ни на задний фронты профиля мощности.

Отмеченные различия вполне предсказуемы. Действительно, поскольку ЛЧМ-сигнал имеет ФН в виде узкого протяженного гребня, повернутого относительно осей времени и частоты, отклик приемного СФ на отраженный сигнал с доплеровским сдвигом отличается от отклика на сигнал, не смещенный по частоте, лишь некоторой задержкой. Поэтому суперпозиции множеств откликов, учитывающие и игнорирующие доплеровское рассеяние, очевидно, похожи друг на

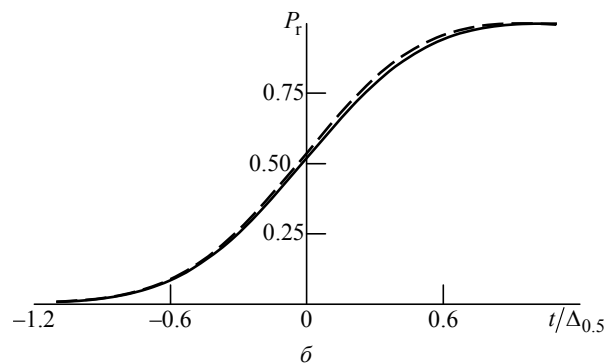
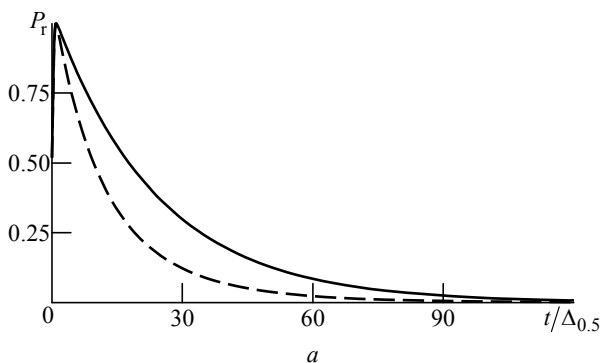


Рис. 2

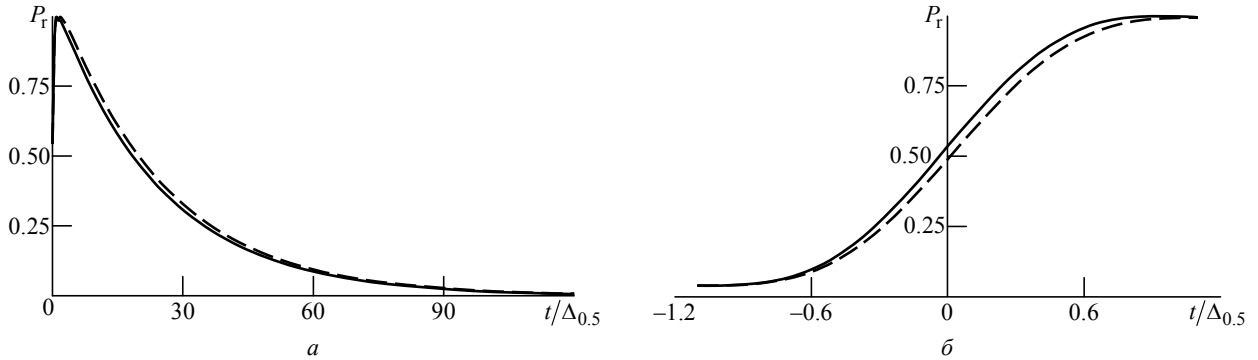


Рис. 3

друга. В противовес этому иглообразный характер ФН действительного ФМ-сигнала приведет к ослаблению откликов СФ на отражения с заметным доплеровским сдвигом, которые приходят с направлений, ощутимо отклоняющихся от главной оси антенны. Тем самым получается, что для ФМ-сигнала отражения от периферийных освещаемых участков, формирующие спадающий фронт, ослабляются не только за счет направленности антенны, но и из-за снижения мощности отклика СФ на сигналы с доплеровским сдвигом. Это и обуславливает ускоренное убывание профиля мощности для ФМ-сигнала в сравнении с сигналом ЛЧМ.

В заключение отметим, что в приведенных оценках составляющая доплеровского рассеяния, обусловленная вращением Земли, не учитывалась на том основании, что путевая скорость земной поверхности (около 463 м/с) мала по сравнению со скоростью КА.

**Эффект Доплера и разрешающая способность альтиметра.** Как видно из (1) и рис. 1, для всех точек облучаемой поверхности, лежащих на нормали к следу траектории КА, доплеровский сдвиг одинаков и линейно меняется в пределах  $\pm 2|v|y/(\lambda h)$  с координатой  $y$  точечного отражателя. Поскольку названная координата сама линейно убывает со временем от некоторого максимума  $y_{\max}$  до  $-y_{\max}$ , сигнал, отраженный блестящей точкой за все время ее пребывания в луче антенны, приобретает частотную модуляцию с девиацией  $W_p = 4|v|y_{\max}/(\lambda h)$ . Примем за  $y_{\max}$  радиус засветки по уровню половинной мощности, рассчитанный в предыдущем разделе для антенны с углом раскрыва  $\theta_0 = 0.6^\circ$  и высоты орбиты  $h = 1000$  км:  $y_{\max} \approx 5.2$  км. Поскольку для принятой высоты  $v \approx 7.36$  км/с, при  $f_0 = 35.75$  ГГц получим  $W_p \approx 18$  кГц. С другой стороны, полная длительность сигнала от блестящей точки за вре-

мя облучения  $T_p \approx 2y_{\max}/|v| \approx 1.4$  с, так что его частотно-временное произведение  $W_p T_p$  имеет порядок 25 000. При подобном значении  $W_p T_p$  спектр ЛЧМ-сигнала близок к прямоугольному с полосой  $W_p$ , так что после обработки СФ сигнал от элементарного отражателя сожмется до длительности около  $\Delta_p \approx 1/W_p \approx 60$  мкс. Согласно стандартной (рэлеевской) трактовке разрешающей способности, для разрешения соседних отражателей их отклики на выходе СФ должны отстоять по времени на  $\Delta_p$ . Такой временной сдвиг между откликами получится, если отражатели смещены по координате  $y$  на  $\delta y = \Delta_p v \approx 0.44$  м. Как видно, обработка отраженного сигнала с учетом его доплеровской динамики потенциально улучшила бы разрешающую способность альтиметра вдоль траектории КА на много порядков, доведя ее до долей метра.

Представленные результаты получены при классическом синтезировании раскрыва антенны [9], [10]. По-видимому, изначально этот факт не был осознан специалистами по спутниковой альтиметрии, что привело к появлению избыточного термина "delay-Doppler technique" [11], иногда встречающегося и в более поздних источниках. Полученная в настоящем разделе оценка разрешения вдоль оси  $y$  полностью согласуется с тем фактом, что разрешающая способность синтезированной антенны в продольном направлении близка к половине раскрыва физической антенны [10] (в рассмотренном случае к 0.5 м).

Практическое воплощение технологии синтеза раскрыва в описанной предельной форме достаточно затратно в плане вовлекаемого ресурса, так как требует хранения амплитуд и фаз отраженных сигналов в течение протяженного отрезка времени (1.5 с). Другим ограничением может явиться

малый интервал когерентности отраженного сигнала, за пределами которого когерентная обработка утратит смысл и не приведет к ожидаемой временной компрессии отклика обрабатывающего фильтра. К примеру, в пределах интервала когерентности порядка 5 мс девиация частоты отраженного сигнала сократится в 300 раз, что приведет к пропорциональному ухудшению разрешения до  $\delta y \approx 132$  м.

Выполненный анализ показал, что при высоте орбиты КА порядка 1000 км доплеровский сдвиг эхосигналов Ка-диапазона, отраженных блестящими точками на периферии освещаемого пятна, сопоставим с интервалом разрешения по частоте. Для ЛЧМ-сигнала из-за сильной частотно-временной корреляции этот факт не приводит к заметному изменению формы профиля относительно рассчитан-

ной без учета эффекта Доплера. Для сигнала же с фазовой манипуляцией приемный СФ заметно ослабит сигналы от периферийных отражателей, что приведет к ускоренному спаданию заднего фронта профиля относительно расчета, игнорирующего доплеровское рассеяние. Влияние последнего на передний фронт профиля практически неощутимо независимо от формата модуляции сигнала. Использование зависимости доплеровского сдвига отражения от расстояния между КА и блестящей точкой для синтеза раскрыва антенны потенциально многократно улучшает разрешающую способность альтиметра в продольном направлении. Применимость подобной технологии, однако, может существенно ограничиваться малым интервалом когерентности отраженного сигнала.

## СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Комплексный спутниковый мониторинг морей России / О. Ю. Лаврова, А. Г. Костяной, С. А. Лебедев и др. М.: ИКИ РАН, 2011. 470 с.
2. Martin S. An Introduction to Ocean Remote Sensing. 2nd ed. Cambridge: Cambridge University Press, 2014. 496 p.
3. Satellite Altimetry and Earth Sciences. A Handbook of Techniques and Applications / ed. by L.-L. Fu, A. Cazenave. San Diego: Academic Press, 2001. 463 p.
4. Coastal Altimetry / ed by S. Vignudelli, A. G. Kostianoy, P. Cipollini, J. Benveniste. Berlin Heidelberg: Springer-Verlag, 2011. 565 p.
5. Brown G. S. The average impulse response of a rough surface and its applications // IEEE Trans. on Ant. and Prop. 1977. Vol. AP-25, № 1. P. 67–74.
6. Прокис Дж. Цифровая связь / пер. с англ. М.: Радио и связь, 2000. 800 с.
7. Варакин Л. Е. Теория сложных сигналов. М.: Сов. радио, 1970. 376 с.
8. Ипатов В. П. Широкополосные системы и кодовое разделение сигналов. Принципы и приложения / пер. с англ. М.: Техносфера, 2007. 364 с.
9. Радиолокационные системы землеобзора космического базирования / В. С. Верб, Л. Б. Неронский, И. Г. Осипов, В. Э. Турук. М.: Радиотехника, 2010. 680 с.
10. Радиотехнические системы: учеб. для вузов / под ред. Ю. М. Казаринова. М.: Высш. шк., 1990. 496 с.
11. Raney R. K. The Delay/Doppler radar altimeter // IEEE Trans. on Geoscience and Remote Sensing. 1998. Vol. GRS-36, № 5. P. 1578–1588.

Статья поступила в редакцию 7 марта 2017 г.

**Для цитирования:** Эхосигнал спутникового высотомера с учетом доплеровского рассеяния / Д. С. Боровицкий, А. Е. Жестерев, В. П. Ипатов, Р. М. Мамчур // Изв. вузов России. Радиоэлектроника. 2017. № 3. С. 46–52.

**Боровицкий Дмитрий Сергеевич** – кандидат технических наук (2016), ведущий научный сотрудник АО "Российский институт радионавигации и времени" (Санкт-Петербург). Автор более 10 научных публикаций. Сфера научных интересов – широкополосные системы радиолокации и радионавигации, теория сигналов. E-mail: dmitry\_nepogodin@mail.ru

**Жестерев Александр Евгеньевич** – кандидат технических наук (1982), начальник отдела АО "Российский институт радионавигации и времени" (Санкт-Петербург). Автор более 25 научных публикаций. Сфера научных интересов – радиолокация и радионавигация; теория связи. E-mail: zhesterev@mail.ru

**Ипатов Валерий Павлович** – доктор технических наук (1983), профессор (1985) кафедры радиотехнических систем Санкт-Петербургского государственного электротехнического университета "ЛЭТИ" им. В. И. Ульянова (Ленина). Заслуженный деятель науки РФ (2001), почетный радист СССР (1983). Автор более 250 научных работ. Сфера научных интересов – радиоэлектронная системотехника; статистическая теория связи; широкополосные системы радиолокации, радионавигации и передачи данных; теория сигналов. E-mail: ival1941@yandex.ru

**Мамчур Руслан Михайлович** – магистр техники и технологий по направлению "Радиотехника" (2015), аспирант и ассистент кафедры радиотехнических систем Санкт-Петербургского государственного электротехнического университета "ЛЭТИ" им. В. И. Ульянова (Ленина). Автор трех научных публикаций. Сфера научных интересов – статистическая теория связи; широкополосные системы радиолокации, радионавигации и передачи данных; теория сигналов; техническая электродинамика. E-mail: ruslan.mamchur@mail.ru.

D. S. Borovitsky, A. E. Zhesterev  
JSC "Russian Institute of Radionavigation and Time" (Saint Petersburg)  
V. P. Ipatov, R. M. Mamchur  
Saint Petersburg Electrotechnical University "LETI"

## The Space-Based Altimeter Echo-Signal when Doppler Scattering is taken Into Account

**Abstract.** In the analytical approximation of time dependent average power of a satellite altimeter echo-signal (power profile) the Doppler scattering of individual specular point responses is usually neglected. Meanwhile, in the modern Ka-band altimeters the Doppler shift of reflection from a point near illuminated spot edge is greater than the frequency resolution. The equation for the power profile allowing for the Doppler effect is derived. While, as expected, the profile leading edge is not influenced by the Doppler shift, there is critical discrepancy in the trailing edge behavior between ranging LFM and BPSK signals. If for the former the Doppler shift involvement does not change trailing edge steepness for the latter it makes the profile decrease much faster. Finally, the possibility to utilize the Doppler scattering to improve along-track altimeter resolution is discussed.

**Key words:** Satellite Altimeter, Echo-Signal, Doppler Scattering, LFM-Signal, BPSK-Signal, Synthetic Aperture

## REFERENCES

1. Lavrova, O. Yu. Kostianoy, A. G., Lebedev, S. A. et al. Complex Satellite monitoring of the Russians seas. Moscow: Space Research Institute of the Russian Academy of Sciences (IKI). 2011, 470 p. (In Russian).
2. Martin S. An Introduction to Ocean Remote Sensing. 2-d ed. Cambridge University Press, 2014, 496 p.
3. Satellite Altimetry and Earth Sciences. A Handbook of Techniques and Applications; ed. by L.-L. Fu, A. Cazenave. San Diego, Academic Press, 2001, 463 p.
4. Coastal Altimetry; ed by S. Vignudelli, A. G. Kostianoy, P. Cipollini, J. Benveniste. Berlin Heidelberg, Springer-Verlag, 2011, 578 p.
5. Brown G. S. The Average Impulse Response of a Rough Surface and its Applications. IEEE Trans. on Ant. and Prop. 1977, vol. AP-25, no. 1, pp. 67–74.
6. Proakis J. Digital Communications, 4th ed. McGraw-Hill, 2000, 800 p.
7. Varakin L. E. Theory of Wideband Signals. Moscow, Sov. Radio, 1970. (In Russian)
8. Ipatov V. P. Spread Spectrum and CDMA. Principles and Applications, John Wiley & Sons, 2005, 398 p.
9. Verba V. S., Neronsky L. B., Osipov I. G., Turuk V. E. Space-Based Radar Systems for Earth Surveying; ed. by V. S. Verba. Moscow, Radiotekhnika [Radioengineering] Publ., 2010, 680 p. (In Russian)
10. Radiotekhnicheskie sistemy: Uchebnik dlya vuzov; pod red. Yu. M. Kazarinova [Radio Engineering Systems: Textbook for High Schools]. Moscow, Vyssh. shk., 1990, 496 p. (In Russian)
11. Raney R. K. The Delay/Doppler radar altimeter // IEEE Trans. on Geoscience and Remote Sensing. 1998, vol. GRS-36, no. 5, pp. 1578–1588.

Received Marsh, 07, 2017

**For citation:** Borovitsky D. S., Zhesterev A. E., Ipatov V. P., Mamchur R. M. The Space-Based Altimeter Echo-Signal when Doppler Scattering is taken Into Account. *Izvestiya Vysshikh Uchebnykh Zavedenii Rossii. Radioelektronika* [Journal of the Russian Universities. Radioelectronics]. 2017, no. 3, pp. 46–52. (In Russian)

**Dmitry S. Borovitsky** – Ph.D. in Engineering (2016), leading research fellow of JSC "Russian Institute of Radionavigation and Time" (Saint Petersburg). The author of more than 10 scientific publications. Area of expertise: broadband radiolocation and radionavigation systems; signals theory.

E-mail: dmitry\_nepogodin@mail.ru

**Alexander E. Zhesterev** – Ph.D. in Engineering (1982), chief of the department of JSC "Russian institute of radionavigation and time" (Saint Petersburg). The author of more than 25 scientific publications. Area of expertise: radio-location and radionavigation systems; communication theory.

E-mail: zhesterev@mail.ru

**Valery P. Ipatov** – D.Sc. in Engineering (1983), Professor (1985) of the Department of Radio Engineering Systems of Saint Petersburg Electrotechnical University "LETI". Honored scientist of the RF (2001), honorable radio-man of the USSR (1983). The author of more than 250 scientific publications. Area of expertise: radio-electronic system engineering; statistical communication theory; broadband radar, navigation and data systems; signal theory.

E-mail: ival1941@yandex.ru

**Ruslan M. Mamchur** – Master of Science in Radio Engineering (2015), postgraduate student and assistant of the Department of Radio Engineering Systems of Saint Petersburg Electrotechnical University "LETI". The author of 3 scientific publications. Area of expertise: statistical communication theory; broadband radar, navigation and data systems; signal theory; technical electrodynamics.

E-mail: ruslan.mamchur@mail.ru

УДК 621.391

Ю. А. Никитин

Санкт-Петербургский филиал

"Ленинградское отделение Научно-исследовательского института радио"

## Анализ механизмов образования помех на выходе многоуровневого конечного автомата

*Рассмотрена модель формирования многоуровневого колебания с огибающими различной формы. Проанализированы механизмы образования помех в спектре выходного колебания при многоуровневом синтезе частот для случаев идеального и реального выходных цифроаналоговых преобразователей.*

### Пассивный цифровой синтез, конечный автомат, накапливающий сумматор, цифроаналоговый преобразователь

Задачу многоуровневого пассивного цифрового синтеза (ПЦС) частот можно сформулировать следующим образом: аппроксимация (воспроизведение) исходного непрерывного колебания требуемой частоты  $f_{\text{выхНЧ}}$  с гладкой огибающей дискретным во времени и квантованным по уровню колебанием с разрывами первого или второго рода или с непрерывной производной, т. е. выбор координат узлов аппроксимации по совокупности заданных критериев оценки [1].

Иными словами, устройства многоуровневого ПЦС воспроизводят колебания с требуемой частотой повторения и огибающей разной формы из высокочастотного опорного колебания  $f_{\text{опВЧ}}$  посредством цифроаналоговых преобразований. Наиболее широко в системах многоуровневого ПЦС частот используют накапливающий сумматор (НС) [2].

Все известное многообразие структур ПЦС можно свести к "дереву реализаций" (рис. 1). Жир-

ным начертанием выделены структуры, наиболее широко применяемые в настоящее время [2]. Две основные группы "дерева" – двухуровневый и многоуровневый синтез. Основой ПЦС служит конечный автомат (КА), дополненный цифроаналоговыми узлами: при двухуровневом синтезе – управляемым устройством задержки (УУЗ), при многоуровневом синтезе – цифроаналоговым преобразователем (ЦАП). КА, дополненный цифроаналоговыми устройствами (УУЗ или ЦАП) называют модифицированным КА (МКА) [2].

При многоуровневом синтезе с помощью ЦАП в дискретные равномерные моменты времени аппроксимируют огибающую выходного колебания МКА, как правило, моногармоническую, по критерию минимальной ошибки воспроизведения.

В микросхемах многоуровневых МКА применяют наиболее простые экстраполяторы нулевого порядка, реализуемые с помощью устройств "выборка-хранение". Экстраполятор первого порядка тре-

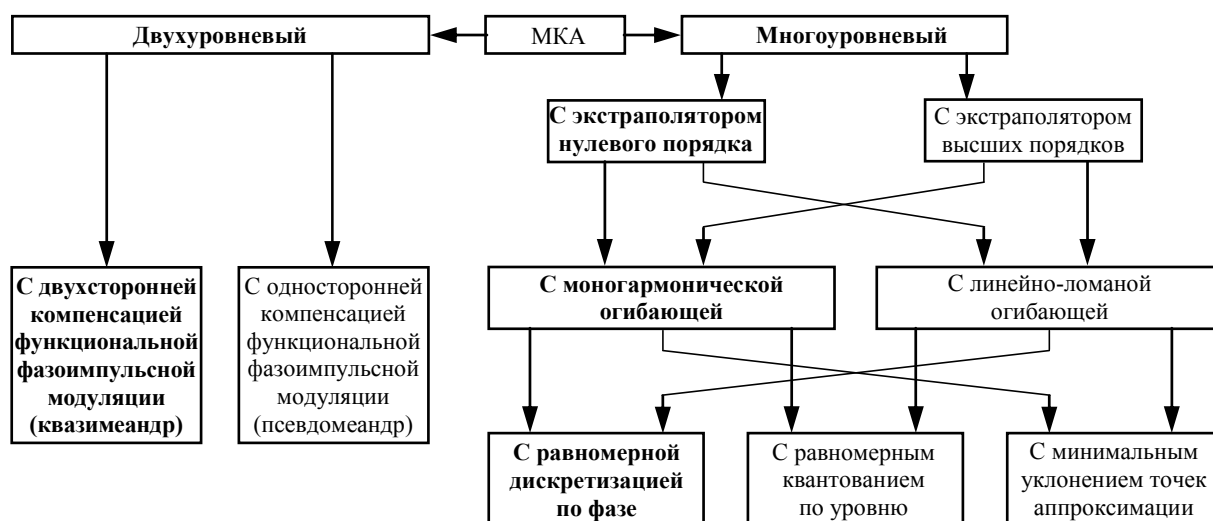


Рис. 1

бует, во-первых, "быстрых" (за время  $T_0 = T_{\text{опВЧ}}$ ) вычислений (или считываний из памяти) разности ординат соседних узлов интерполяции и, во-вторых, столь же быстрого изменения крутизны экстраполятора на интервале  $T_0$ , что в наносекундном диапазоне времен реализовать достаточно сложно.

Целью настоящей статьи является рассмотрение механизмов образования помех в спектре выходного колебания систем многоуровневого ПЦС.

Критерии оценки формируемого колебания могут быть разными: минимаксные критерии; временные критерии правдоподобия формы и критерии наилучшего приближения спектра к требуемому, обеспечивающие максимальное правдоподобие при минимальной ошибке.

Последние разделяют на временные критерии выбора наилучшей формы аппроксимирующего колебания (минимальное отклонение формы и/или площади) и на критерии выбора аппроксимирующего колебания с наилучшим спектром. Второй критерий предпочтителен для связанных приложений. Оценки по указанным критериям близки или совпадают.

Критерии наилучшего приближения формы могут быть различными, например:

1. Минимум интегрального отклонения формы (МИУФ). Ему соответствует минимум среднеквадратической ошибки огибающей на периоде неравномерности выходного колебания  $T_H = 1/F_c$ ,  $F_c$  – шаг сетки синтезируемых частот (минимум мощности некрайних побочных спектральных составляющих), т. е. минимум разности квадратов координат узлов аппроксимации реального колебания ( $A_p$ ) и координат исходного непрерывного колебания ( $A_n$ ):

$$\Delta_{\text{МИУФ}} = P^{-1} \sum_{p=1}^P \sum_{j=1}^A \sqrt{A_n^2(t, a) - A_p^2(p, j)},$$

где  $p = \overline{1, P}$  – номер тактового интервала ( $P = f_{\text{опВЧ}}/F_c$  – количество тактовых интервалов);  $j = \overline{1, A}$  – номер интервала квантования амплитуды ( $A$  – количество уровней квантования амплитуды);  $t$  – непрерывное время;  $a$  – амплитуда исходного колебания в момент  $t^1$ .

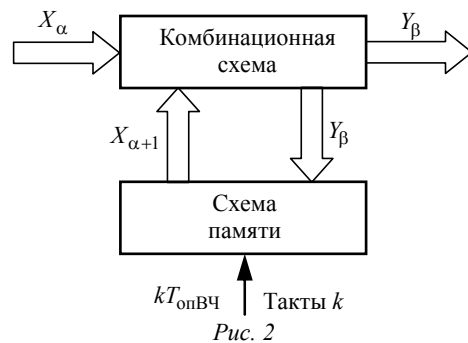
2. Максимум отношения мощности полезного компонента спектра ( $P_{\text{кв}}$ ) и суммарной мощности дискретных побочных спектральных составляющих (ДПСС) ( $P_{\text{ДПСС}}$ ):

$$\Delta_{\text{max}} = \frac{P_{\text{кв}}}{\sum P_{\text{ДПСС}}}.$$

3. Минимум модуля относительной разности мощностей идеального непрерывного колебания ( $P_n$ ) и дискретизированного и/или квантованного колебания ( $P_{\text{кв}}$ ):

$$\Delta_{\text{min}} = \frac{|P_n - P_{\text{кв}}|}{P_n}.$$

Являющийся основой систем ПЦС КА (рис. 2) определяют как устройство переработки слов конечной длины в конечном алфавите с конечной памятью, т. е. как чисто цифровое устройство с конечным числом внутренних состояний. КА преобразует слова входного алфавита  $X_\alpha$  в слова выходного алфавита  $Y_\beta$  в соответствии с заданным алгоритмом [3]. КА может быть описан как автомат Мили или Мура [4].



При многоуровневом ПЦС с равномерным квантованием по амплитуде параметр МКА является одномерным и зависит только от амплитуды  $A$  выходного колебания:  $\Pi_1 = F(A)$ . При многоуровневом ПЦС с равномерной дискретизацией по фазе параметр МКА является двумерным:  $\Pi_2 = F(N, A)$ , где  $N = P/Q$  – коэффициент деления (приведения частоты) КА ( $Q = F_{\text{выхНЧ}}/F_c$  – код управления). Наконец, при формировании информационных сигналов, в которых информация передается нерегулярным изменением параметров (амплитуды и/или фазы) сигнала, параметр становится трехмерным:  $\Pi_3 = F(N, A, B)$ , где  $B$  – момент информационной посылки или интервал изменения одного из параметров информационного сигнала.

При ПЦС МКА может быть выполнен на основе накапливающего сумматора (НС) (рис. 3) с емкостью  $P$  [5]. В этом случае выходная частота пропорциональна коду управления  $Q$  – приращению фазы МКА за один такт его работы. Выходной

<sup>1</sup> В общем случае моменты отсчетов исходного и аппроксимированного колебаний могут не совпадать.

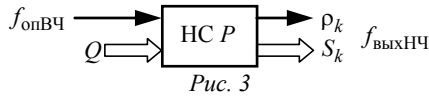


Рис. 3

код НС представляет собой код мгновенной фазы формируемого гармонического выходного колебания. Поэтому текущий код выходной частоты

$$f_{\text{выхНЧ}} = f_{\text{опВЧ}} (Q/P) = F_c Q \quad (1)$$

практически определяет значение приращения фазы.

В зарубежной литературе НС также называют аккумуляторами фазы и  $\Delta\Sigma$ -модуляторами. Первое название относится к теории и технике ПЦС (DDS), второе – к теории и технике аналого-цифрового преобразования.

НС тактируется импульсами с входной частотой  $f_{\text{опВЧ}}$ . Поэтому требования к быстродействию указанных устройств достаточно жесткие. Полезным сигналом, кроме кода текущей фазы  $S_k$ , при двухуровневом синтезе служат импульсы переполнения НС  $\rho_k$ , следующие с частотой (1).

Оценка "сверху" уровня максимальной ДПСС на выходе оптимального двухуровневого КА в логарифмическом масштабе не превышает

$$D \leq 20 \lg (f_{\text{выхНЧ}} / f_{\text{опВЧ}}) = 20 \lg N, \quad (2)$$

$$N = f_{\text{выхНЧ}} / f_{\text{опВЧ}}.$$

В НС первого порядка ( $n=1$ ) с емкостью  $P_{\text{НС}}$  можно записать число  $Q \in \overline{0, P-1}$ . Функцию вы-

хода (переполнения)  $\rho_k \in 0, 1$  для НС можно представить в виде

$$\rho_k = \lfloor kQ/P \rfloor - \lfloor (k-1)Q/P \rfloor,$$

где  $\lfloor \cdot \rfloor$  – операция взятия целой части, не превосходящей аргумента.

Функцию выхода для текущей фазы НС записывают следующим образом:

$$S_k = P \{ kQ/P \},$$

где  $0 < \{ \cdot \} \leq 1$  – оператор выделения дробной части аргумента.

Значения функции выхода  $S_k$  и импульсов переполнения  $\rho_k$  при  $P=16$ ,  $Q=7$  приведены в таблице, где  $T_{\text{и}} = T_0 P/Q$ ;  $\Delta t_{\text{и}} = (1 - i P/Q) T_0$ ;  $T_{\text{н}} = T_c = T_0 P = T_{\text{выхНЧ}} Q$ . Графически эти функции представлены на рис. 4.

Текущая фаза  $S_k$  на периоде неравномерности  $T_c = 1/F_c = P T_0$  пробегает все значения от 1 до  $P-1$  в очередности, которая определяется структурой разложением числа  $N = P/Q$  в цепную дробь по алгоритму Эвклида.

Функция переполнения НС  $\rho_k$  является конечной разностью первого порядка текущей (мгновенной) фазы  $kQ/P$ . Конечная разность первого порядка в цифровых (дискретных) системах явля-

| Такты ( $k$ )                       | 0  | 1  | 2  | 3   | 4  | 5   | 6  | 7   | 8  | 9  | 10  | 11 | 12  | 13 | 14  | 15 | 16 | 17 |
|-------------------------------------|----|----|----|-----|----|-----|----|-----|----|----|-----|----|-----|----|-----|----|----|----|
| Функция выхода НС ( $S_k$ )         | 00 | 07 | 14 | 05  | 12 | 03  | 10 | 01  | 08 | 15 | 06  | 13 | 04  | 11 | 02  | 09 | 00 | 07 |
| Переполнение НС ( $\rho_k$ )        | 1  | 0  | 0  | 1   | 0  | 1   | 0  | 1   | 0  | 0  | 1   | 0  | 1   | 0  | 1   | 0  | 1  | 0  |
| Относительная ошибка ( $\Delta_k$ ) | 0  | –  | –  | 5/7 | –  | 3/7 |    | 1/7 | –  | –  | 6/7 | –  | 4/7 | –  | 2/7 | –  | 0  | –  |
| Требуемая задержка ( $\tau_k$ )     | 1  | –  | –  | 2/7 | –  | 4/7 |    | 6/7 | –  | –  | 1/7 | –  | 3/7 | –  | 5/7 | –  | 1  | –  |

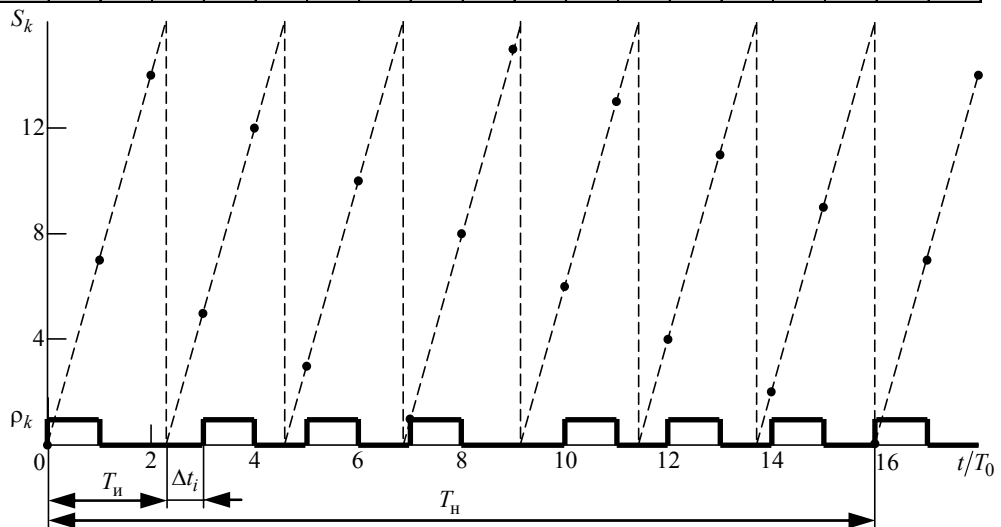


Рис. 4

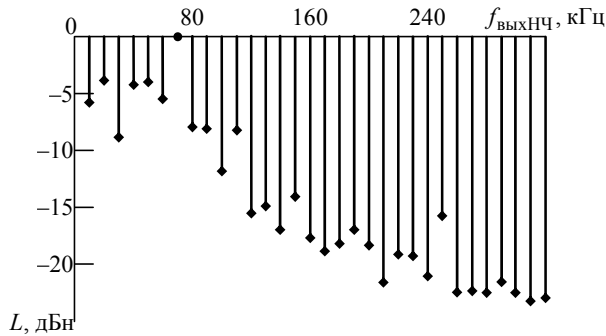


Рис. 5

ется аналогом первой производной в аналоговых (непрерывных) системах. Поэтому частота следования импульсов  $p_k$  является частотой выходного сигнала НС, причем на периоде неравномерности  $P$  укладывается  $Q$  импульсов переполнения  $p_k$ .

На рис. 5 приведен спектр квазиеандра (КМ) для  $P=16$ ,  $Q=7$ ,  $f_{\text{опВЧ}} = 320$  кГц. Для указанных значений имеем

$$N = \left(2 + \frac{2}{7}\right)2 = 4 + \frac{1}{1 + \frac{1}{1 + \frac{1}{3}}}$$

и частоту основной гармоники (отмечена круглым маркером)  $f_{\text{выхНЧ}_0} = 70$  кГц. Составляющие спектра на рис. 5 нормированы на значение основной гармоники.

КМ – двухуровневое колебание, максимально приближенное к меандру требуемой частоты. У КМ временное положение перепадов кратно целому числу периодов опорного колебания  $T_0$ , а смещение между перепадами меандра и ближайшими к ним перепадами КМ не превышает этого значения, т. е. является минимально возможным для цифрового устройства.

КА, построенный на основе НС, называют также цифровым управляемым генератором. Такое название обусловлено сходством функций цифрового КА и аналогового генератора, управляемого напряжением, широко применяемого в системах активного синтеза частот – синтезированных генераторах на основе колец импульсно-фазовой автоподстройки частоты.

В тех случаях, когда качество дискретного двухуровневого сигнала неудовлетворительно (оценка "сверху" по (2) показывает недопустимо высокий уровень ДПСС), наряду с дискретизацией по времени применяется квантование по уровню. Количество уровней выходного сигнала составляет  $h = 2^j$ , где  $j$  – количество двоичных

разрядов выходного ЦАП. Модуляция по уровню описывается огибающей  $A_1(t)$ , задаваемой алгоритмом работы МКА.

Для анализа тонкой структуры спектра применим математическую модель сложнопериодической решетчатой функции (СРФ), которая пригодна для анализа как двухуровневого, так и многоуровневого дискретизированного колебания с любой периодической огибающей [2].

Опорное колебание частоты  $f_0$  заменим потоком  $\delta$ -импульсов  $A_0(t)$ , сформированным из его одноименных перепадов. Совместив начало оси времени с одним из  $\delta$ -импульсов, получим запись последовательности:

$$A_0(t) = \sum_{n=-\infty}^{\infty} \delta(t - nT_0), \quad |n| = 0, 1, 2, \dots,$$

где  $T_0 = 1/f_0$ .

Для анализа качества квазиравномерной последовательности (КРП) импульсов (как и любого другого колебания) представляет интерес его основной (полезный) компонент спектра с частотой  $f_{\text{выхНЧ}}$  и номером  $Q$ , а также ДПСС в окрестностях  $Q$  на интервале  $[Q - q, Q + q]$ ,  $q = \overline{1, Q-1}$ . Амплитуды побочных составляющих формируются суммированием бесконечного ряда убывающих амплитуд комбинационных составляющих с номерами, определяемыми диофантовым уравнением

$$nP + mQ = |Q \pm q|. \quad (3)$$

Решение уравнения запишем в виде [6]

$$m = |R + 1| + PX, \quad (4)$$

где  $R = (-1)^{r-1}(\pm q)P_{r-1}$ ;  $|X| = 0, 1, 2, \dots$ , причем  $P_{r-1}$  – числитель предпоследнего  $(r-1)$ -го члена разложения  $N = P/Q$  в цепную дробь по алгоритму Эвклида.

С учетом (3) и (4) запишем для спектра КРП:

$$U_{\text{КРП}}(q) = \left| \frac{2}{PT_0} \frac{\sin\left(\frac{Q \pm q}{P} \pi\right)}{\sin\left(\frac{R+1}{P} \pi\right)} \right| = 2 \frac{A_{\text{КРП}}}{PT_0}. \quad (5)$$

Приведенная формула позволяет записать параметры  $\delta$ -импульсных последовательностей вида КРП во временной области, что облегчает создание конкретных математических моделей КА применительно к задачам синтеза частот и сигнала

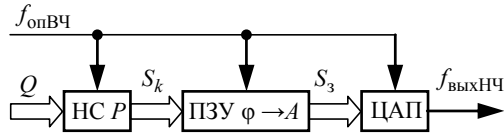


Рис. 6

лов. Описание КА с помощью теоретико-числовых преобразований также позволяет получать аналитические формулы для нахождения спектров двух- и многоуровневых колебаний, формируемых на основе КРП  $\delta$ -импульсов [7].

В обоих рассмотренных МКА (на основе НС и на основе делителя с дробно-переменным коэффициентом деления) УУЗ осуществляет цифро-аналоговую операцию – преобразует цифровой код текущей задержки  $S_3$  в аналоговую величину задержки. В том или ином виде в большинстве реализаций УУЗ присутствует ЦАП. Его можно непосредственно использовать для формирования многоуровневого колебания с моногармонической или любой другой формой огибающей. Структурная схема многоуровневого пассивного цифрового синтеза частот приведена на рис. 6.

На информационном выходе НС текущая фаза  $S_k$  изменяется по пилообразному закону (см. рис. 4). Непосредственное преобразование кода  $S_k$  с помощью ЦАП порождает колебание с пилообразной или треугольной огибающей. Однако спектр такого колебания богат гармониками частоты  $F_c$ . Для получения колебания, более близкого к моногармоническому, целесообразно с помощью ПЗУ или специализированного вычислителя преобразовать линейно изменяющуюся фазу  $S_k$  в отсчеты амплитуды моногармонического выходного сигнала. Эти отсчеты поступают на ЦАП, который формирует ступенчатый квазимоногармонический сигнал с постоянным периодом дискретизации  $T_0$ . Описанная процедура реализуется микросхемами DDS-синтезаторов. Упрощенная структурная схема синтезатора на ИМС AD9912 приведена на рис. 7 [8].

Для получения аналогового моногармонического сигнала последовательность отсчетов с выхода ЦАП пропускают через фильтр нижних частот. Для адресации используют лишь необходимое количество старших разрядов кода фазы. Для уменьшения объема ПЗУ можно использовать симметрию формируемого сигнала, поэтому в большинстве МКА ПЗУ содержит только отсчеты, соответствующие одной четверти периода.

В качестве примера получим с использованием модели КРП и выражения (5) спектр многоуровневого цифрового идеального треугольного (ЦИТ) колебания с равномерной дискретизацией по времени  $T_0 = 1/f_0$ :

$$A_{\text{ЦИТ}}(q) = \frac{2\lambda\mu}{\pi P(Q \pm q)} \frac{\sin\left(\frac{Q \pm q}{P}\pi\right)}{\sin^2\left(\frac{R+1}{P}\pi\right)}, \quad (6)$$

где

$$q = \overline{0, Q-1}; \quad \mu = 1 \forall P \equiv 0 \pmod{2};$$

$$\mu = \cos[\pi(R+1)/P] \forall P \equiv 1 \pmod{2};$$

$$\lambda = \cos[\pi(R+1)]; \quad N = 2P/Q.$$

На рис. 8 приведен спектр многоуровневого ЦИТ-колебания с параметрами, использованными при получении спектра на рис. 5. Сравнение спектров колебаний вида КМ (см. рис. 5) и ЦИТ (рис. 8) с одинаковыми коэффициентами деления  $N = 2P/Q$  показывает, что спектральные компоненты многоуровневого колебания даже с простейшей огибающей убывают быстрее спектральных компонент двухуровневого колебания.

Положив в СРФ-модели  $A_1(t) = \sin(2\pi Qt)$ ; получим модель, пригодную для формирования цифрового идеального моногармонического (ЦИМ) колебания с равномерной дискретизацией по времени с периодом  $T_0$ . После ряда теорети-

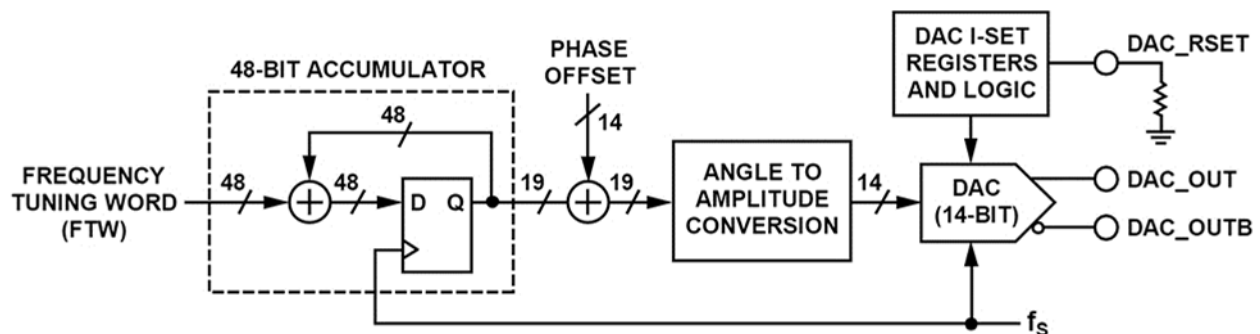


Рис. 7

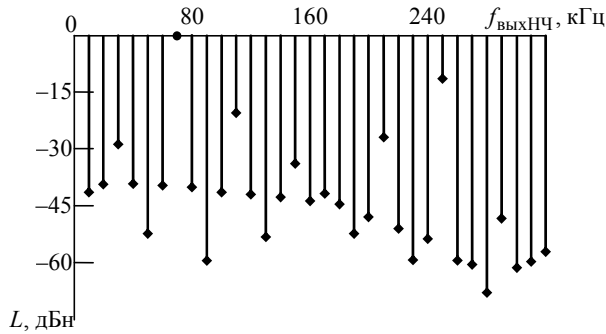


Рис. 8

ко-числовых преобразований спектр такого идеального колебания можно записать в виде

$$A_{\text{ЦИМ}}(k) = (-1)^k P \frac{\sin(\pi Q/P)}{\pi(kP+Q)}, \quad k = 0, 1, 2, \dots \quad (7)$$

На рис. 9 приведено распределение спектральных компонентов ЦИМ-сигнала для идеальной модели в соответствии с (7). В предельном (идеальном) случае в спектре ЦИМ присутствуют только полезный компонент с номером  $Q$  и паразитный зеркальный относительно тактовой частоты  $P$  компонент с номером  $P-Q$ . В спектрах высших порядков выходного колебания присутствуют также компоненты с номерами  $P+Q$ ,  $2P-Q$  и т. д. Относительный уровень помех в таком колебании возрастает, поскольку амплитуда полезного компонента спектра уменьшается по закону  $\sin x/x$ .

Следует учитывать, что модель [1] справедлива для случая, когда число уровней квантования  $J = 2^j$  выходного ЦАП ( $j$  – число двоичных разрядов ЦАП) строго равно емкости НС  $P$  (см. таблицу и рис. 4). При квантовании с числом градаций  $J = Q$  спектр ЦИМ-колебания в соответствии с (7) содержит только полезную составляющую с номером  $Q$  и комбинационные помехи с номерами  $nP+Q$  и не зависит от разрядности ЦАП. Если же числа  $J$  и  $Q$  находятся в дробно-кратном соотношении, то появляется ошибка преобразования

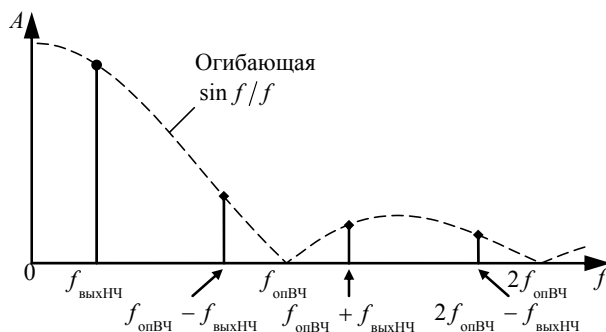


Рис. 9

текущей (мгновенной) фазы в амплитуду выходного колебания (ошибка аппроксимации).

При разбросе величин приращений выходного сигнала  $\Delta h_j$  в силу неидеальности ЦАП возникает дополнительный источник помех. Поскольку выходной ЦАП тактируется опорным колебанием частоты  $f_0 = PF_c$ , а число уровней квантования ЦАП равно  $J$ , через время  $JT_0$  ошибки квантования  $\Delta h_j$  будут повторяться.

Дробно-кратное соответствие интервала времени  $JT_0$  и периода выходного колебания  $T_{\text{выхНЧ}}$  образуют новый период неравномерности выходного колебания при взаимно простых  $J$  и  $Q$ . Частотные составляющие такой помехи можно найти, решив диофантово уравнение:

$$\mu J + \nu Q = |Q + \eta|,$$

где  $\mu, \nu = 0, 1, 2, \dots$ ;  $\eta = \overline{1, Q-1}$ .

Основная помеховая (зеркальная) составляющая на частоте  $f_3$  с номером  $Q$  в выходном колебании DDS является отображением полезного сигнала частоты  $f_{\text{выхНЧ}} = 1/T_{\text{выхНЧ}}$  относительно тактовой частоты:

$$f_3 = f_{\text{опВЧ}} - f_{\text{выхНЧ}} \equiv F_c(P-Q).$$

Ее амплитуда будет равна амплитуде выходного колебания с учетом влияния множителя  $\sin x/x$ .

Дополнительные помехи будут обязаны своим появлением также и неидеальности выходного ЦАП – выбросам на переходах между уровнями сигнала.

Таким образом, период неравномерности полученного колебания кратен  $JT_0$  периодам повторения ЦАП (числу уровней квантования  $h$  в ЦАП) и  $Q$  периодам синтезируемого колебания  $T_{\text{выхНЧ}}$ , как и в случае двухуровневого синтеза (6), но определяется другой парой чисел –  $J$  и  $Q$  (вместо пары  $P$  и  $Q$ ). Следовательно, частота помехи квантования будет отличаться от шага сетки синтезируемых частот  $F_c$  и ее гармоник, а амплитуды спектральных помеховых составляющих будут в  $J$  раз меньше амплитуды синтезируемого колебания.

На основании проведенного рассмотрения могут быть сделаны следующие выводы.

При многоуровневом синтезе период неравномерности  $T_n$  выходного колебания  $f_{\text{выхНЧ}}$  кратен  $PT_0$  периодам опорного колебания только в случае целократного соотношения чисел  $J$  и  $Q$ .

В случае дробно-кратного соотношения чисел  $J$  и  $Q$  период неравномерности выходного многоуровневого колебания кратен  $JT_0$  периодам повторения ЦАП и  $QT_{\text{выхНЧ}}$  периодам синтезируемого колебания, как и в случае двухуровневого синтеза (6), но определяется другой парой чисел:

$J$  и  $Q$  вместо пары  $P$  и  $Q$ . Поэтому частота помехи квантования  $F_j$  будет отличаться от шага сетки синтезируемых частот  $F_c$  и ее гармоник, а амплитуды помеховых спектральных составляющих будут в  $J$  раз меньше амплитуды синтезируемого колебания.

## СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Никитин Ю. А. Спектры колебаний при пассивном цифровом синтезе частот // Радиотехника. 1990. № 7. С. 43–49.
2. Никитин Ю. А. Схемотехника современных микроволновых синтезаторов частот. Ч. 1: Общие положения. Пассивный синтез частот: учеб. пособие / СПбГУТ. СПб., 2015. 100 с.
3. Аperiodические автоматы / под ред. В. И. Варшавского. М.: Наука, 1976. 424 с.
4. Брауэр В. Введение в теорию конечных автоматов / пер. с нем. М.: Радио и связь, 1987. 392 с.

5. Никитин Ю. А. Математическая модель формирования колебаний с использованием методов пассивного цифрового синтеза // Изв. вузов. Приборостроение. 2011. № 9. С. 52–57.
6. Виноградов И. М. Основы теории чисел. М.–Л.: ГИТТЛ, 1940. 112 с.
7. Никитин Ю. А. Анализ конечного автомата для синтеза частот с помощью функций целочисленного аргумента // Изв. вузов. Приборостроение. 2010. № 5. С. 25–29.
8. URL: <http://www.analog.com/media/en/technical-documentation/data-sheets/AD9912.pdf> (дата обращения 11.05.2017)

Статья поступила в редакцию 25 января 2017 г.

**Для цитирования:** Никитин Ю. А. Анализ механизмов образования помех на выходе многоуровневого конечного автомата // Изв. вузов России. Радиоэлектроника. 2017. № 3. С. 52–59.

**Никитин Юрий Александрович** – кандидат технических наук (1988), старший научный сотрудник (1990), начальник научно-исследовательской лаборатории Санкт-Петербургского филиала ФГУП НИИ радио – ЛОНИИР (Филиал ФГУП НИИР – ЛОНИИР). Автор 156 научных работ. Сфера научных интересов – активный и пассивный цифровой синтез частот; математическое и натурное моделирование систем и элементов синтеза частот; теория конечных автоматов применительно к задачам синтеза частот; теоретико-числовые преобразования; теория систем автоматического регулирования.  
E-mail: yuriyan@list.ru

Yu. A. Nikitin

Saint Petersburg Branch "Leningrad Department of Research Institute of Radio"

## Analysis of Mechanism of Formation of Interference at the Output Multilevel Finite State Machine

**Annotation.** A single model for the formation of two-level and multi-level oscillations with envelopes of different shapes using the methods of passive digital frequency synthesis are considered. A comparative analysis of the spectra of oscillations at the output of the system of two-level and multilevel passive digital frequency synthesis is made.

The mechanisms of interference generation in the spectrum of the output oscillations with multilevel frequency synthesis are analyzed for the case of the perfect output digital-to-analog converter (DAC), with the bit width fractional multiple to the bit width of the phase accumulator (FA). It is also shown that additional spectral components appear, which are absent at the integral bit width relation of DAC and FA.

**Key words:** Passive digital synthesis, finite state machine, an accumulator, a digital to analog converter

## REFERENCES

1. Nikitin Yu. A. Spectra of Oscillations in Passive Digital Frequency Synthesis. *Radiotekhnika* [Radio Engineering]. 1990, no. 7, pp. 43–49. (In Russian)
2. Nikitin Yu. A. *Skhemotekhnika sovremennykh mikrovolnovykh sintezatorov chastot. Ch. 1. Obshchie polozheniya. Passivnyi sintez chastot: uchebnoe posobie* [Circuitry of Modern Microwave Frequency Synthesizers. 1. General Provisions. Passive Frequency Synthesis: Textbook]. Saint Petersburg, SPbGUT, 2015, 100 p. (In Russian)

3. *Aperiodicheskie avtomaty; pod red. V. I. Varshavskogo* [Aperiodic Automatic Machines; ed. VI Varshavskogo]. Moscow, Nauka, 1976, 424 p. (In Russian)
4. Brauer V. *Vvedenie v teoriyu konechnykh avtomatov* [Introduction to the Theory of Finite Automata; Per. from German]. Moscow, *Radio i svyaz'* [Radio and Communication], 1987, 392 p.
5. Nikitin Yu. A. A mathematical model of waveform generation using the methods of passive digital synthe-

sis. *Izvestiya vuzov. Priborostroenie* [Journal of Instrument Engineering]. 2011, no. 9, pp. 52–57. (In Russian)

6. Vinogradov I. M. *Osnovy teorii chisel* [Fundamentals of Number Theory]. Moscow, *GITTL*, 1940, 112 p. (In Russian)

7. Nikitin Yu. A. Analysis of a Finite Automaton for Frequency Synthesis by Means of Functions of an Integer Argu-

Received January, 25, 2017

ment. *Izvestiya vuzov. Priborostroenie* [Journal of Instrument Engineering]. 2010, no. 5, pp. 25–29. (In Russian)

8. Available at: <http://www.analog.com/media/en/technical-documentation/data-sheets/AD9912.pdf> (accessed: 11.05.2017) (In Russian)

---

**For citation:** Nikitin Yu. A. Analysis of Mechanism of Formation of Interference at the Output Multilevel Finite State Machine. *Izvestiya Vysshikh Uchebnykh Zavedenii Rossii. Radioelektronika* [Journal of the Russian Universities. Radioelectronics]. 2017, no. 3, pp. 52–59. (In Russian)

**Yury A. Nikitin** – Ph.D. in Engineering (1988), senior scientist (1990), the chief of the science laboratory of Saint Petersburg branch "Leningrad department of Research institute of radio". The author of more than 156 scientific publications. Area of expertise: active and passive digital frequency synthesis; mathematical and physical modeling of frequency synthesis systems and components; theory of finite automata with application to problems of frequency synthesis; number-theoretic transform; theory of automatic control systems.  
E-mail: yuriyan@list.ru

---



УДК 621.397

Д. А. Белоус

*Санкт-Петербургский государственный электротехнический университет "ЛЭТИ" им. В. И. Ульянова (Ленина)*

## Оптимизация режима работы твердотельного фотоприемника в ближнем инфракрасном участке спектра

*Показано теоретически и подтверждено экспериментально увеличение квантовой эффективности кремниевых фотоприемников в ближнем инфракрасном участке спектра 900...1100 нм при повышении температуры кристалла. Увеличение вызвано уменьшением ширины запрещенной зоны кремния при повышении температуры кристалла от 50 до 130 °С. Экспериментальное исследование темновых токов показало, что для КМОП-сенсоров фирмы "Sony" их значение аномально мало вплоть до температуры 130 °С. Таким образом, возможна оптимизация температуры кристалла фотоприемника по критерию отношения "сигнал/шум". Установлено, что при повышении температуры кристалла до 80...120 °С отношение "сигнал/шум" на длине волны 1064 нм увеличивается в 2–3 раза.*

### КМОП-сенсор, инфракрасный участок спектра, квантовая эффективность, темновой ток, лидар

В современных лидарных системах часто используются лазеры с длиной волны  $\lambda = 1064$  нм, лежащей в ближней инфракрасной (ИК) области спектра [1]. Это связано с существованием окна прозрачности атмосферы на указанной длине волны и меньшим рассеянием ИК-излучения на аэрозолях [2]. К тому же существуют мощные импульсные и непрерывные лазеры на алюмоиттриевом гранате (YAG) с длиной волны излучения 1064 нм, способные генерировать наносекундные импульсы с частотой до сотен герц и энергией в единицы и более джоулей.

В телевизионно-лазерных системах используются, как правило, стробируемые электронно-оптические преобразователи (ЭОП), сочлененные с твердотельным фотоприемником (ФП). Использование ЭОП приводит к излишнему усложнению системы, резкому повышению ее стоимости, снижению надежности и долговечности.

В то же время современные твердотельные ФП, работающие в режиме электронного затвора, позволяют достичь времени экспозиции, соизмеримого со стробируемым ЭОП. Так, на матричном ПЗС ICX429ALL фирмы "Sony" получено время накопления 20 нс [3]. Современные КМОП-сенсоры указанной фирмы имеют режим работы Fast Trigger, время накопления в котором составляет 50 нс [4]. Однако квантовая эффективность (quantum effi-

ciency – QE) как матричных ПЗС, так и КМОП-сенсоров на длине волны 1064 нм невелика и составляет, как правило, единицы процентов.

При температуре 50 °С значение QE на длине волны 1112 нм становится равным нулю, поскольку данная длина волны является красной границей внутреннего фотоэффекта кремния.

В [5] показано, что с увеличением температуры кристалла кремния ширина его запрещенной зоны (33) уменьшается, что приводит к повышению QE в ближней ИК-области спектра. С другой стороны, рост температуры приводит к возрастанию шумов фотоприемника. Современные КМОП-сенсоры характеризуются незначительным уровнем темновых токов [6], в связи с чем могут функционировать при высоких температурах. В связи с этим становится возможной оптимизация температурного режима КМОП-сенсора с целью повышения отношения "сигнал/шум" при работе в ближней ИК-области спектра, в частности, на длине волны 1064 нм. Целью настоящей статьи является поиск оптимального температурного режима кристалла КМОП-сенсора, обеспечивающего максимум отношения "сигнал/шум" при работе на указанной длине волны.

Зависимость ширины 33 ( $E_g$ ) описывается формулой Варшни [7]:

$$E_g(T) = E_g(0) - \frac{\alpha T^2}{T + \beta},$$

где  $T$  – абсолютная температура;  $\alpha$  – температурный коэффициент изменения ширины ЗЗ;  $\beta$  – константа смещения шкалы температуры.

В 2004 г. в Физико-техническом институте имени А. Ф. Иоффе РАН получены с высокой точностью значения коэффициента и константы в формуле Варшни для разных типов полупроводников (табл. 1) [8].

Таблица 1

| Полупроводник | $E_g(0)$     | $\alpha$ , мэВ/К | $\beta$ , К |
|---------------|--------------|------------------|-------------|
| GaN           | 3.470        | 0.770            | 600         |
| GaP           | 2.340        | 0.620            | 460         |
| GaAs          | 1.519        | 0.541            | 204         |
| InP           | 1.425        | 0.450            | 327         |
| <b>Si</b>     | <b>1.170</b> | <b>0.473</b>     | <b>636</b>  |
| Ge            | 0.744        | 0.477            | 235         |

При подстановке значений констант для кремния, полученных в [8], формула Варшни приобретает вид

$$E_g(T) = 1.170 - \frac{4.73 \cdot 10^{-4} T^2}{T + 636}.$$

Зависимость ширины ЗЗ кремния от температуры<sup>1</sup> (рис. 1) показывает, что с увеличением температуры скорость уменьшения ширины ЗЗ кремния несколько возрастает.

В твердотельных ФП значение QE определяется многими факторами, такими как коэффициент отражения поверхности кремния, наличие и материал микролинзы, глубина обедненной области кремния, объемная плотность легирующих примесей и т. д. Кроме того, в диапазоне длин волн 900...1100 нм значение QE во многом определяется шириной ЗЗ.

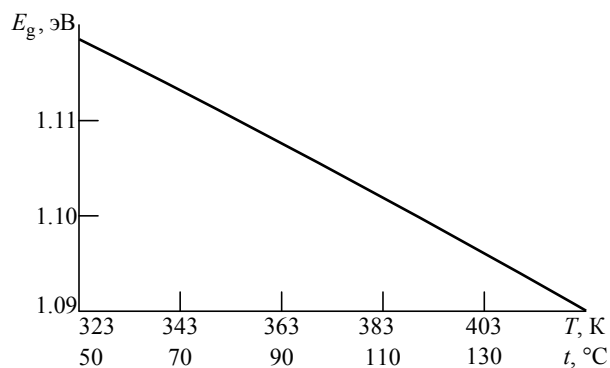


Рис. 1

<sup>1</sup> Для повышения наглядности на температурных зависимостях выполнена дополнительная разметка оси температур согласно соотношению  $t[^\circ\text{C}] = T[\text{K}] - 273$ .

Для оценки вероятности того, что фотон определенной длины волны сгенерирует электрон, который преодолет ЗЗ кремния, найдена зависимость отношения энергии фотона к ширине ЗЗ кремния (табл. 2) [5]. Расчеты выполнены для температуры 50 °С. Энергия фотона определена в соответствии с формулой Планка

$$E_{ph}(\lambda) = hc/\lambda,$$

где  $h = 4.315 \cdot 10^{-15}$  эВ·с – постоянная Планка;  $c = 3.0 \cdot 10^8$  м/с – скорость света в вакууме.

Таблица 2

| $\lambda$ , нм             | 900   | 940   | 980   | 1020  | 1060  | 1100  |
|----------------------------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|
| $E_{ph}(\lambda)/E_g(323)$ | 1.223 | 1.181 | 1.156 | 1.132 | 1.110 | 1.009 |

Таким образом, с ростом температуры ширина ЗЗ кремния уменьшается, а отношение  $E_{ph}(\lambda)/E_g(T)$  при фиксированной длине волны увеличивается, что приводит к росту QE.

Результаты расчета температурных зависимостей квантовой эффективности на длинах волн 940 и 1064 нм [5] представлены на рис. 2. Кривые 1 построены для матричного ПЗС (МПЗС) со строчным переносом ICX429ALL фирмы "Sony" [9], содержащего  $752 \times 582$  пиксела размером  $8.3 \times 8.6$  мкм; кривые 2 – для КМОП-сенсора с бегущим затвором IMX136LLJ той же фирмы [10] с числом пикселей  $1920 \times 1200$  размером  $2.8 \times 2.8$  мкм.

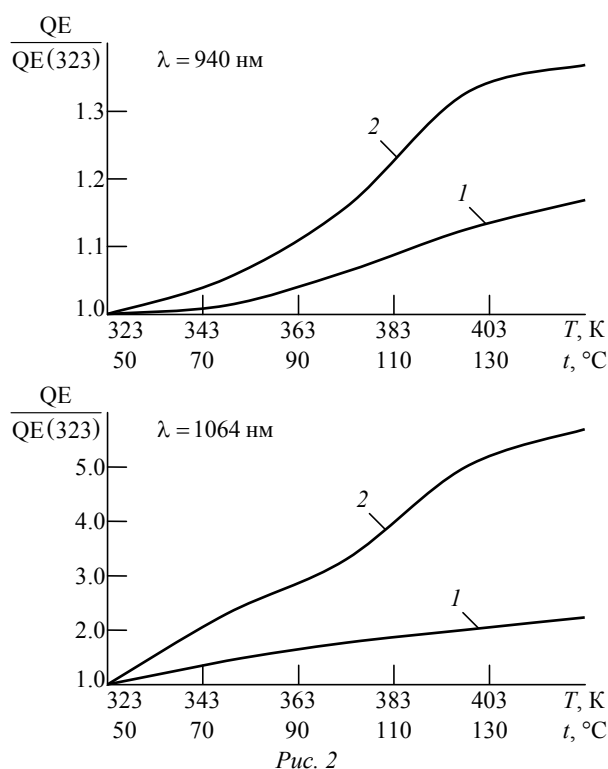


Рис. 2

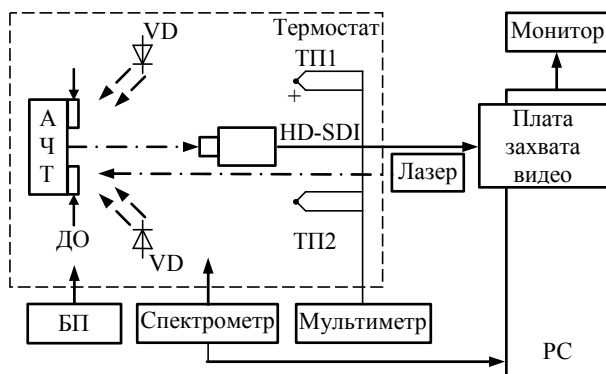


Рис. 3

На длине волны 1064 нм при температуре 130 °С выигрыш по отношению к квантовой эффективности при температуре 323 К (50 °С) составляет до 2 раз для МПЗС и до 5 раз для КМОП-сенсора.

Для проверки результатов теоретического расчета разработан экспериментальный стенд (рис. 3). Стенд содержит термостат, в котором для реализации черно-белого перепада, по которому измерялось значение видеосигнала, располагались модель абсолютно черного тела (АЧТ) и диффузный отражатель (ДО), освещаемые рядом ИК-светодиодов VD с максимумами длины волны излучения 940 и 1050 нм, а также непрерывным лазерным излучением с длиной волны 1064 нм. В термостате расположена черно-белая телевизионная камера (ТВК), выполненная на КМОП-сенсоре с бегущим затвором IMX136LLJ фирмы "Sony" с интерфейсом HD-SDI. У ТВК отключались все автоматические регулировки, устанавливался режим  $\gamma = 1$ . Время накопления составляло 20 мс или 2.5 мс. Выходной сигнал ТВК передавался на плату захвата видео, установленную в персональном компьютере (PC).

Температура в термостате изменялась в диапазоне 50...130 °С и контролировалась термодатчиками ТП1 и ТП2, подключенными к мультиметру.

Питание всех устройств осуществлялось от блока питания БП.

На рис. 4 приведены результаты эксперимента, которые показывают рост амплитуды выходного сигнала ФП относительно сигнала при температуре 323 К (50 °С), обусловленный увеличением QE с повышением температуры при работе в ближнем ИК-диапазоне для длин волн 940, 1050 и 1064 нм.

При работе на длине волны 1064 нм и температуре 130 °С увеличение QE составило 4 раза, что близко к теоретически полученному значению. Таким образом, влияние уменьшения ширины ЗЗ при повышении температуры на повышение QE

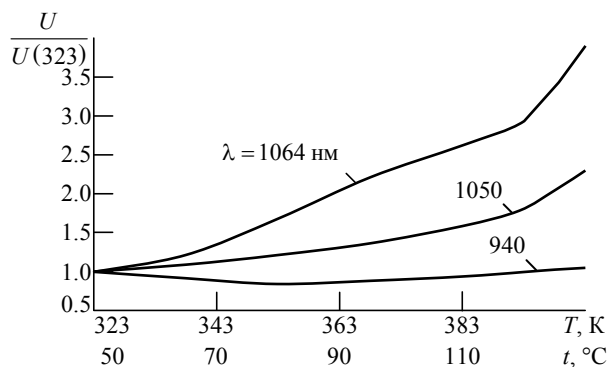


Рис. 4

достаточно велико и может быть использовано для оптимизации температурного режима работы ФП.

Перейдем к рассмотрению шумов ФП. Известно, что темновые токи КМОП-сенсоров фирмы "Sony" как с бегущим, так и с глобальным затвором очень малы даже при высокой температуре [11], [12].

Число электронов, генерированных темновым током, определяется как [13]

$$n_{T,T} = j_{T,T} \tau_H A / q,$$

где  $j_{T,T}$  – плотность темнового тока;  $\tau_H$  – время накопления;  $A = \Delta x \Delta y$  – площадь светочувствительного элемента;  $q = 1.6 \cdot 10^{-19}$  Кл.

Так как электроны темнового тока возникают вследствие случайной термогенерации, их число, зафиксированное за  $\tau_H$ , описывается распределением плотности вероятности Пуассона [14]. Для распределения Пуассона дисперсия численно равна среднему значению. Тогда дробовые шумы, измеряемые среднеквадратическим отклонением (СКО) числа шумовых электронов, связанных с термогенерацией темнового тока, определяются как

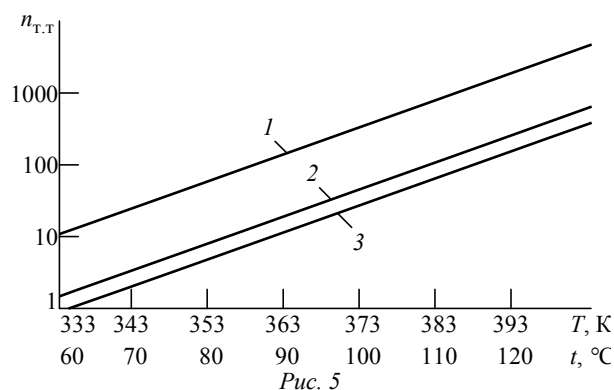
$$\bar{n}_{ш_{T,T}} = \sqrt{n_{T,T}} = \sqrt{j_{T,T} \tau_H A / q}.$$

При этом СКО результирующего шума ФП при наличии темнового заряда, выраженное в числе электронов, будет определено как

$$\bar{n}_{ш} = \sqrt{\bar{n}_{ш_{T,T}}^2 + \bar{n}_{ш_{сч}}^2},$$

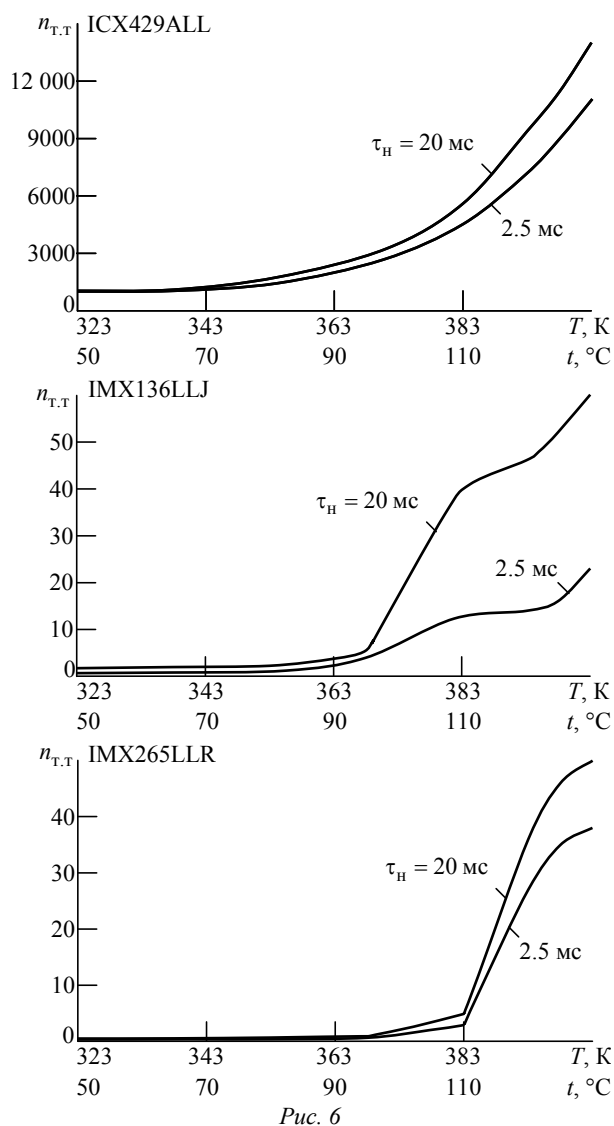
где  $\bar{n}_{ш_{сч}}$  – собственные шумы ФП при отсутствии темнового заряда.

На рис. 5 представлены теоретические расчеты числа электронов темнового тока, выполненные по паспортным данным для МПЗС ICX429ALL (кривая 1), КМОП-сенсоров ICX136LLJ (кривая 2) и IMX265LLR фирмы "Sony" (кривая 3) [9], [10], [15]. Полученные средние значения темнового за-



ряда вплоть до температуры 130 °С не превосходят динамического диапазона ФП.

На описанном ранее экспериментальном стенде (рис. 3) проведено исследование темновых токов указанных ранее ФП в диапазоне температур 50...130 °С. По последовательности кадров рассчитаны зависимости среднего количества электронов темнового тока (рис. 6) для времен накопления: 20 и 2.5 мс.



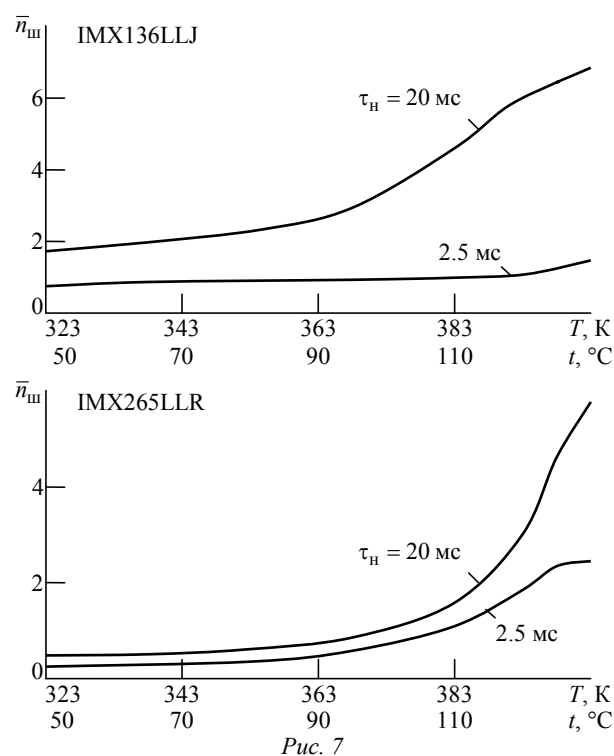
Темновой ток МПЗС при температуре 130 °С составил более 10 000 электронов и незначительно уменьшился при включении электронного затвора со временем накопления 2.5 мс. Это объясняется тем, что большая часть темновых электронов генерируется в вертикальных ПЗС-регистрах, на процессы в которых режим электронного затвора не влияет [6].

Значения темновых токов КМОП-сенсоров оказались существенно ниже расчетных. Однако известно, что реальные эксплуатационные характеристики ФП (число темновых электронов, диапазон рабочих напряжений, диапазон рабочих температур и др.) имеют многократный запас по сравнению с приведенными паспортными данными [6].

На рис. 7 приведены экспериментальные зависимости среднего количества электронов темнового тока от температуры, снятые для двух значений времени накопления. Уменьшение времени накопления существенно снижает уровень шума, но непропорционально изменению времени накопления. Это обусловлено тем, что с ростом температуры растут все составляющие шумов (шум сброса, тепловой шум и т. д.) [16].

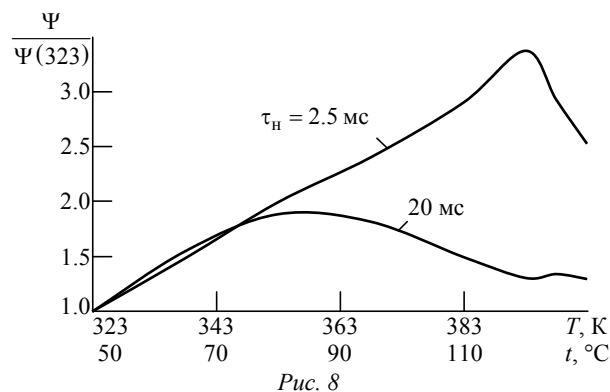
Анализируя совместно температурные зависимости роста QE и СКО шума можно сделать вывод о том, что существует оптимальное значение температуры кристалла ФП по критерию отношения "сигнал/шум"  $\Psi$ .

На рис. 8 представлены зависимости относительного увеличения этого отношения при увели-



чении температуры для двух времен накопления КМОП-сенсора ICX136LLJ фирмы "Sony". Из них следует, что для времени накопления 20 мс оптимальным является температура кристалла 80 °С, а при включении электронного затвора ( $\tau_H = 2.5$  мс) это значение возрастает до 120 °С. При этом выигрыш в отношении "сигнал/шум" в первом режиме составляет 1.9 раза, во втором – 3.4 раза.

Таким образом, оптимизация температурного режима работы твердотельного ФП приводит к повышению пороговой чувствительности при малых значениях полезного сигнала. При больших значениях сигнала определяющим компонентом



будет фотонный шум и выигрыш будет пропорционален росту QE при рабочей температуре.

## СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Pat. RU 2 022 251 C1. G01N21/61 (1990.01). Лидарный комплекс контроля загрязнения воздуха / А. В. Козырев, В. Д. Шаргородский; опубли. 10.10.1994. Бюл. № 3.
2. Кац Я. Г., Рябухин А. Г. Космическая геология. М.: Просвещение, 1984. 80 с.
3. Управление режимом накопления в твердотельных фотоприемниках / А. А. Умбиталиев, А. К. Цыцулин, А. А. Манцветов, В. В. Козлов, А. Е. Рычажников, П. С. Баранов, А. В. Иванова // Опт. журн. 2012. Т. 79, № 11. С. 84–92.
4. URL: [http://www.sony-semicon.co.jp/products\\_en/new\\_pro/february\\_2016/imx253\\_255\\_e.html](http://www.sony-semicon.co.jp/products_en/new_pro/february_2016/imx253_255_e.html) (дата обращения 06.05.2017).
5. Белоус Д. А. Чувствительность твердотельных фотоприемников в ближней инфракрасной области спектра при высокой температуре // Вопр. радиоэлектроники. Сер. Техника телевидения. 2017. Вып. 2. С. 41–47.
6. Анализ количества темновых электронов твердотельных фотоприемников при высокой рабочей температуре / К. В. Стрижнев, Д. А. Белоус, П. С. Баранов, В. Т. Литвин, А. А. Манцветов, В. А. Михайлов // Вопр. радиоэлектроники. Сер. Техника телевидения. 2017. Вып. 2. С. 31–40.
7. Varshni Y. P. Temperature dependence of the energy gap in semiconductors // Physica. 1967. Vol. 34, № 1. P. 149–154.
8. Physical properties of semiconductors / Ioffe Physico-Technical Institute (Saint Petersburg, Russia). URL: <http://www.ioffe.ru/SVA/NSM/Semicond> (дата обращения 06.05.2017).
9. URL: [www.npk-photonica.ru/images/icx429all2.pdf](http://www.npk-photonica.ru/images/icx429all2.pdf) (дата обращения 06.05.2017).
10. URL: [http://www.sony-semicon.co.jp/products\\_en/IS/sensor0/img/product/cmos/imx136lqj\\_llj.pdf](http://www.sony-semicon.co.jp/products_en/IS/sensor0/img/product/cmos/imx136lqj_llj.pdf) (дата обращения 06.05.2017).
11. Durini D. High Performance Silicon Imaging. Fundamentals and Applications of CMOS and CCD Image Sensor. Amsterdam: Elsevier. Woodhead Pub., 2014. 450 p.
12. Image sensors and signal processing for digital still cameras / ed. by J. Nakamura Boca Raton, FL, USA: CRC Press, Inc., 2006. 322 p.
13. Носов Ю. Р., Шилин В. А. Основы физики приборов с зарядовой связью. М.: Наука, 1986. 318 с.
14. Приборы с зарядовой связью; под ред. М. Хоувза и Д. Моргана: пер. с англ. М.: Энергоиздат, 1981. 376 с.
15. URL: [http://www.npk-photonica.ru/images/imx264\\_265-pdf121219.pdf](http://www.npk-photonica.ru/images/imx264_265-pdf121219.pdf) (дата обращения 06.05.2017).
16. Манцветов А. А. Чувствительность КМОП-фотоприемников с активным пикселем // Вопр. радиоэлектроники. Сер. Техника телевидения. 2014. Вып. 2. С. 18–24.

Статья поступила в редакцию 3 мая 2017 г.

**Для цитирования:** Белоус Д. А. Оптимизация режима работы твердотельного фотоприемника в ближнем инфракрасном участке спектра // Изв. вузов России. Радиоэлектроника. 2017. № 3. С. 60–65.

**Белоус Дарья Андреевна** – бакалавр техники и технологии по направлению "Радиотехника" (2015), инженер кафедры радиоэлектронных средств Санкт-Петербургского государственного электротехнического университета "ЛЭТИ" им. В. И. Ульянова (Ленина). Автор 5 научных работ. Сфера научных интересов – твердотельные фотоприемники и телевизионные камеры на их основе.  
E-mail: [belous8890@gmail.com](mailto:belous8890@gmail.com)

D. A. Belous

Saint Petersburg Electrotechnical University "LETI"

**Optimization of an Operation Mode of the Solid-State Image Sensor in a Short-Wave Infrared Region**

**Abstract.** Increase in quantum efficiency of silicon image sensor in the short-wave infrared range 900...1100 nm is shown theoretically and confirmed experimentally in case of temperature increase of a crystal. This increase is caused by reduction of width of the forbidden band of silicon in case of temperature increase of a crystal from +50 °C to +130 °C. The experimental study of the dark currents showed that for CMOS-sensors of Sony their value anomalously small up to temperature of +130 °C. Thus, optimization of temperature of a crystal of the image sensor by criterion of the relation signal/noise is possible. It is set that in case of temperature increase of a crystal to +80 °C...+120 °C the relation signal/noise by operation on wavelength of 1064 nanometers increases in 2 ... 3 times.

**Key words:** CMOS-sensor, short-wave infrared range, quantum efficiency, the dark current, lidar

## REFERENCES

1. Kozyrev A. B., Shargorodsky V. D. *Lidarnyi kompleks kontrolya zagryazneniya vozdukh* [Lidar complex for air pollution control]. Patent RF, no. 2022251, 1994. (In Russian)
2. Kats Ya. G., Ryabukhin A. G. *Kosmicheskaya geologiya* [Space geology]. Moscow, *Prosveshchenie*, 1984, 80 p. (In Russian)
3. Umbitaliev A. A., Tsytsulin A. K., Mantsvetov A. A., Kozlov V. V., Rychazhnikov A. E., Baranov P. S., Ivanova A. V. *Upravlenie rezhimom nakopleniya v tverdotel'nykh fotopriemnikakh* [Control of accumulation mode in solid-state photodetectors]. *J. of Optical Technology*, 2012, vol. 79, no. 11, pp. 84–92. (In Russian)
4. Available at: [http://www.sony-semicon.co.jp/products\\_en/new\\_pro/february\\_2016/imx253\\_255\\_e.html](http://www.sony-semicon.co.jp/products_en/new_pro/february_2016/imx253_255_e.html) (accessed: 06 May 2017). (In Russian)
5. Belous D. A. Sensitivity of solid-state photodetectors in near infrared spectrum at high temperature. *Voprosy radioelektroniki. Ser. Tekhnika televideniya* [Questions of radio electronics. Ser. Technique of television]. 2017, no. 2, pp. 41–47. (In Russian)
6. Strizhnev K. V., Belous D. A., Baranov P. S., Litvin V. T., Mantsvetov A. A., Mikhailov V. A. Analysis of the amount of dark electrons of solid-state photodetectors at high operating temperature. *Voprosy radioelektroniki. Ser. Tekhnika televideniya* [Questions of radio electronics. Ser. Technique of television]. 2017, no. 2, pp. 31–40. (In Russian)
7. Varshni Y. P. Temperature dependence of the energy gap in semiconductors. *Physica*. 1967, vol. 34, no. 1, pp. 149–154.
8. Physical properties of semiconductors / Ioffe Technical Institute (Saint Petersburg, Russia). Available at: <http://www.ioffe.ru/SVA/NSM/Semicond> (accessed: 6 May 2017). (In Russian)
9. Available at: [www.npk-photonica.ru/images/icx429all2.pdf](http://www.npk-photonica.ru/images/icx429all2.pdf) (accessed: 6 May 2017). (In Russian)
10. Available at: [http://www.sony-semicon.co.jp/products\\_en/IS/sensor0/img/product/cmos/imx136lqj\\_lj.pdf](http://www.sony-semicon.co.jp/products_en/IS/sensor0/img/product/cmos/imx136lqj_lj.pdf) (accessed: 6 May 2017).
11. Durini D. High Performance Silicon Imaging. Fundamentals and Applications of CMOS and CCD Image Sensor. Amsterdam, Elsevier, Woodhead Pub., 2014, 450 p.
12. Image sensors and signal processing for digital still cameras; ed. by J. Nakamura Boca Raton, FL, USA, CRC Press, Inc., 2006, 322 p.
13. Nosov Yu. R., Shilin V. A. *Osnovy fiziki priborov s zaryadovoi svyaz'yu* [Basic physics of charge-coupled devices]. Moscow, *Nauka*, 1986. 318 p.
14. Charge-Coupled Devices and Systems; ed. by M. J. Howes, D. V. Morgan. Chichester, New York, John Wiley and Sons Ltd., 1979.
15. Available at: [http://www.npk-photonica.ru/images/imx264\\_265-pdf121219.pdf](http://www.npk-photonica.ru/images/imx264_265-pdf121219.pdf) (accessed: 6 May 2017).
16. Mantsvetov A. A. Sensitivity of CMOS active pixel photodetectors. *Voprosy radioelektroniki. Ser. Tekhnika televideniya* [Questions of radio electronics. Ser. Technique of television]. 2014, no. 2, pp. 18–24.

Received May, 03, 2017

**For citation:** Belous D. A. Optimization of an Operation Mode of the Solid-State Image Sensor in a Short-Wave Infrared Region. *Izvestiya Vysshikh Uchebnykh Zavedenii Rossii. Radioelektronika* [Journal of the Russian Universities. Radioelectronics]. 2017, no. 3, pp. 60–65. (In Russian)

**Darya A. Belous** – Bachelor of technique and technology for the Radio technology (2015) direction, the engineer of department of Radio-electronic means of Saint Petersburg State Electrotechnical university "LETI". The author of five scientific publications. The area of scientific interests – image sensors and TV cameras on their basis. E-mail: belous8890@gmail.com



УДК 537.8.029.6

В. Г. Кошкидько, О. В. Алпатова  
Южный федеральный университет (Таганрог)

## Эквивалентный поверхностный импеданс бесконечной решетки щелевых импедансных нагрузок, построенных на основе отверстия в стенке плоскопараллельного волновода с диэлектрическим покрытием

*Рассмотрена двумерная задача о возбуждении плоской волной бесконечной решетки щелевых импедансных нагрузок со слоем диэлектрика, с целью определения эквивалентного поверхностного импеданса. В раскрытие каждой щели расположен полосковый проводник. Задача решена методом интегральных уравнений, для численной реализации использован метод Крылова–Боголюбова. Для преодоления логарифмической особенности в ядре интегрального уравнения использовано преобразование Куммера. Приведены зависимости эквивалентного поверхностного импеданса от геометрических размеров щели и полоскового проводника. Выполнен сравнительный анализ результатов с характеристиками решетки щелевых импедансных нагрузок без диэлектрического слоя.*

**Щелевая импедансная нагрузка, бесконечная решетка, диэлектрическое покрытие, эквивалентный поверхностный импеданс, численное решение**

Структуры с реактивным характером поверхностного импеданса широко используются в радиолокации для управления рассеянными полями проводящих тел, а также в антенной технике при создании антенн поверхностных волн и в задачах обеспечения развязки антенн [1]–[8].

В результате решения подобных задач находится только закон распределения поверхностного импеданса, обеспечивающий объекту необходимые рассеивающие свойства [9]–[12], не затрагивая вопросы конструктивной реализации поверхностного импеданса. В тех немногочисленных случаях, когда эта проблема обсуждается, в качестве конструкции, реализующей реактивный поверхностный импеданс, используются, как правило, либо одиночные прямоугольные канавки, либо ребристые структуры на их основе.

Наряду с этим в последние десятилетия возрос интерес к разработке так называемых текстурированных электромагнитных поверхностей (textured electromagnetic surface) и искусственных импедансных поверхностей (artificial impedance surfaces) [13], для которых проблема реализации реактивного поверхностного импеданса также является актуальной.

Необходимо отметить, что конструкция, реализующая заданное значение импеданса на поверхности объекта, должна быть конформной, поскольку в подавляющем большинстве случаев изменение первоначальной формы рассеивающего объекта является недопустимым.

В наибольшей степени этим требованиям удовлетворяют щелевые импедансные нагрузки (ЩИН), построенные на основе отверстия в идеально проводящем экране, нагруженного полостью.

В [14]–[26] исследованы характеристики различных конструкций ЩИН, позволяющих уменьшить уровень рассеянного поля радиолокационных объектов как в одиночном исполнении [14]–[21], так и в составе бесконечных решеток [22]–[26].

В [16] решена задача о возбуждении плоской волной одиночной ЩИН на основе открытого конца плоскопараллельного волновода, а в [26] приведены результаты для такой конструкции в составе бесконечной решетки.

Для защиты от атмосферных и механических воздействий подобные структуры часто помещают под диэлектрическим покрытием, поэтому в настоящей статье рассмотрено влияние диэлек-

трического слоя на характеристики этой же конструкции ЩИН в составе бесконечной решетки.

**Постановка задачи.** Имеется бесконечная периодическая решетка ЩИН со слоем диэлектрика (рис. 1), размещенных с периодом  $T$ . Каждый элемент решетки содержит три области:  $V_1$ ,  $V_2$  и  $V_3$ .

Область  $V_1$  с абсолютной комплексной диэлектрической проницаемостью  $\tilde{\epsilon}_{a1}$  и абсолютной комплексной магнитной проницаемостью  $\tilde{\mu}_{a1}$  занимает все полупространство над границей раздела, лежащей в плоскости  $xOz$ . Первичное поле возбуждается в области  $V_1$  плоской волной, падающей под углом  $\theta$ , отсчитываемым от нормали к плоскости  $xOz$ . Область  $V_2$  с параметрами  $\tilde{\epsilon}_{a2}$ ,  $\tilde{\mu}_{a2}$  не содержит возбуждающих источников и представляет собой слой диэлектрика толщиной  $t$ , расположенный между плоскостями  $y=0$  и  $y=-t$ . Область  $V_3$  с параметрами  $\tilde{\epsilon}_{a3}$ ,  $\tilde{\mu}_{a3}$  также не содержит возбуждающих источников и ограничена стенками плоскопараллельного волновода с расстоянием  $b$  между ними. Область  $V_2$  связана с областью  $V_3$  через одну или несколько щелей шириной  $c$  в верхней стенке плоскопараллельного волновода. В раскрые каждой щели расположен полосковый проводник шириной  $d$ .

Характеристики возбуждающих источников и параметры конструкции будем считать независимыми от координаты  $z$  (двумерная задача). Рассматривается поле  $H$ -поляризации, имеющее составляющие  $H_z$ ,  $E_x$  и  $E_y$ . Требуется найти усредненный по периоду решетки  $T$  эквивалентный поверхностный импеданс.

**Поля в области  $V_1$ .** Выражения для полей в области  $V_1$  получены в [22] в виде разложения по пространственным гармоникам Флоке:

$$H_{z1}(x, y) = \sum_{m=-\infty}^{\infty} I_m^{(1)} \psi_m(x) \exp[-i\Gamma_m^{(1)} y] + \psi_0(x) \exp[i\Gamma_0^{(1)} y]; \quad (1)$$

$$E_{x1}(x, y) = - \sum_{m=-\infty}^{\infty} Z_m^{(1)} I_m^{(1)} \psi_m(x) \exp[-i\Gamma_m^{(1)} y] + Z_0^{(1)} \psi_0(x) \exp[i\Gamma_0^{(1)} y], \quad (2)$$

где  $m=0, \pm 1, \pm 2, \dots$  – номер гармоники;  $I_m^{(1)}$  – амплитуда  $m$ -й гармоники Флоке;

$$\psi_m(x) = \sqrt{1/T} \exp[-i(2m\pi/T - k_1 \sin \theta)x]$$

– функции, определяющие изменение поля в поперечном направлении:

$$\Gamma_m^{(1)} = \sqrt{k_1^2 - (2m\pi/T - k_1 \sin \theta)^2};$$

– постоянные распространения в области  $V_1$ ;

$Z_m^{(1)} = \Gamma_m^{(1)} / (\omega \tilde{\epsilon}_{a1})$  – импеданс  $m$ -й пространственной гармоники; причем  $T$  – пространственный период решетки;  $k_1 = \omega \sqrt{\tilde{\epsilon}_{a1} \tilde{\mu}_{a1}}$  – коэффициент распространения в области  $V_1$ ;  $\omega$  – круговая частота.

В (1) и (2) вторые слагаемые представляют собой падающее поле, выраженное через нулевую гармонику Флоке с единичной амплитудой, а первые слагаемые – рассеянное поле в виде разложения по пространственным гармоникам Флоке.

Используя ортогональность гармоник Флоке, из (2) найдем коэффициенты разложения тока  $I_m^{(1)}$

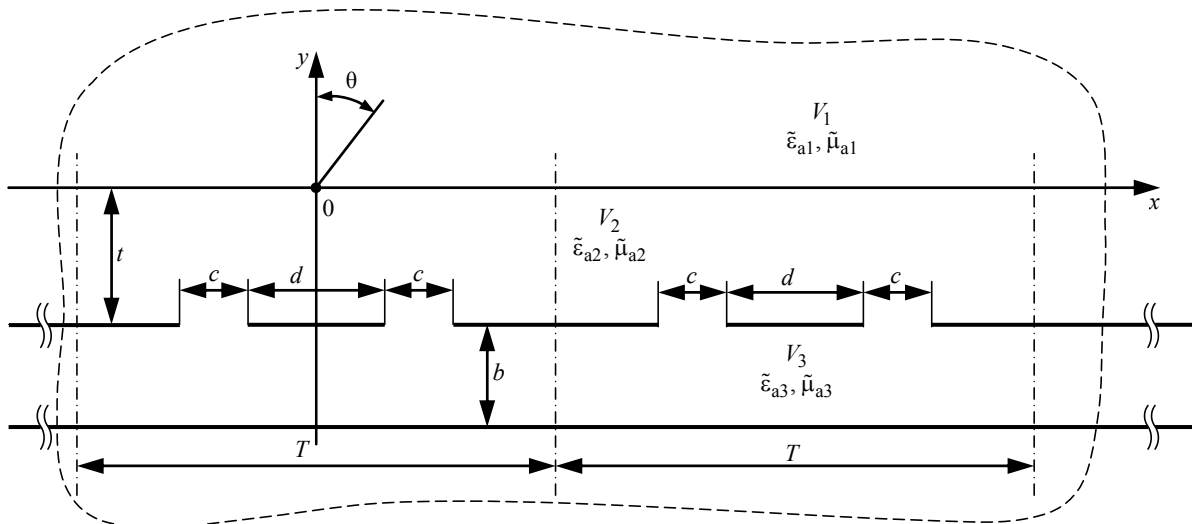


Рис. 1

и, подставив их в (1), получим выражение для магнитного поля на границе областей  $V_1$  и  $V_2$  со стороны области  $V_1$ , т. е. в плоскости  $xOz$  при  $y = 0$ :

$$H_{z1}(x, 0) = - \int_{-T/2}^{T/2} \left\{ \sum_{m=-\infty}^{\infty} Y_m^{(1)} \psi_m(x) \psi_m^*(x') \right\} \times \\ \times E_x(x', 0) dx' + 2\psi_0(x),$$

где  $Y_m^{(1)} = 1/Z_m^{(1)}$ .

**Поля в области  $V_2$ .** Выражения для полей в области  $V_2$  запишем также в виде разложения по гармоникам Флоке:

$$H_{z2}(x, y) = \sum_{m=-\infty}^{\infty} \left\{ I_m^- \exp[i\Gamma_m^{(2)} y] + \right. \\ \left. + I_m^+ \exp[-i\Gamma_m^{(2)} y] \right\} \psi_m(x); \quad (3)$$

$$E_{x2}(x, y) = \sum_{m=-\infty}^{\infty} \left\{ I_m^- \exp[i\Gamma_m^{(2)} y] - \right. \\ \left. - I_m^+ \exp[-i\Gamma_m^{(2)} y] \right\} Z_m^{(2)} \psi_m(x), \quad (4)$$

где  $I_m^-$ ,  $I_m^+$  – коэффициенты, определяющие отражение от границ  $y = 0$  и  $y = -t$  соответственно;

$$\Gamma_m^{(2)} = \sqrt{k_2^2 - (2m\pi/T - k_1 \sin \theta)^2}; \\ Z_m^{(2)} = \Gamma_m^{(2)} / (\omega \tilde{\epsilon}_{a2}), \text{ причем } k_2 = \omega \sqrt{\tilde{\epsilon}_{a2} \tilde{\mu}_{a2}}.$$

На границе областей  $V_1$  и  $V_2$  со стороны области  $V_2$  (при  $y = 0$ ) из (3) и (4) получим:

$$H_{z2}(x, 0) = \sum_{m=-\infty}^{\infty} (I_m^- + I_m^+) \psi_m(x); \quad (5)$$

$$E_{x2}(x, 0) = \sum_{m=-\infty}^{\infty} Z_m^{(2)} (I_m^- - I_m^+) \psi_m(x). \quad (6)$$

На границах областей  $V_2$  и  $V_3$  со стороны области  $V_2$  (при  $y = -t$ ) из (3) и (4) получим:

$$H_{z2}(x, -t) = \sum_{m=-\infty}^{\infty} \left\{ I_m^- \exp[-i\Gamma_m^{(2)} t] + \right. \\ \left. + I_m^+ \exp[i\Gamma_m^{(2)} t] \right\} \psi_m(x); \quad (7)$$

$$E_{x2}(x, -t) = \sum_{m=-\infty}^{\infty} Z_m^{(2)} \left\{ I_m^- \exp[-i\Gamma_m^{(2)} t] - \right. \\ \left. - I_m^+ \exp[i\Gamma_m^{(2)} t] \right\} \psi_m(x). \quad (8)$$

Поскольку поля в областях  $V_1$  и  $V_2$  разложены по одной системе функций  $\psi_m(x)$ , можно

приравнять коэффициенты с одинаковыми индексами в (1) и (5), (2) и (6). В результате имеем:

$$\begin{cases} I_0^{(1)} = I_0^- + I_0^+ - 1; \\ Z_0^{(1)} [1 - I_0^{(1)}] = Z_0^{(2)} (I_0^- - I_0^+); \\ I_m^{(1)} = I_m^- + I_m^+; \\ -I_m^{(1)} Z_m^{(1)} = Z_m^{(2)} (I_m^- - I_m^+). \end{cases} \quad (9)$$

Исключив из (9) коэффициенты  $I_m^{(1)}$ , получим:

$$\begin{cases} I_0^+ = \frac{I_0^- [Y_0^{(2)} + Y_0^{(1)}] - 2Y_0^{(2)}}{Y_0^{(1)} - Y_0^{(2)}}; \\ I_m^+ = I_m^- \frac{Y_m^{(1)} + Y_m^{(2)}}{Y_m^{(1)} - Y_m^{(2)}}, \end{cases} \quad (10)$$

где  $Y_m^{(2)} = 1/Z_m^{(2)}$ .

Подставив (10) в (8) и используя ортогональность гармоник Флоке, получим:

$$I_m^- = \frac{Y_m^{(2)} [Y_m^{(2)} - Y_m^{(1)}]}{2[Y_m^{(2)} \cos \Gamma_m^{(2)} t + iY_m^{(1)} \sin \Gamma_m^{(2)} t]} \times \\ \times \int_{-T/2}^{T/2} E_x(x', -t) \psi_m^*(x') dx'; \quad (11)$$

$$I_0^- = \frac{Y_0^{(2)} \exp[i\Gamma_0^{(2)} t]}{Y_0^{(2)} \cos \Gamma_0^{(2)} t + iY_0^{(1)} \sin \Gamma_0^{(2)} t} + \\ + \frac{Y_0^{(2)} [Y_0^{(2)} - Y_0^{(1)}]}{2[Y_0^{(2)} \cos \Gamma_0^{(2)} t + iY_0^{(1)} \sin \Gamma_0^{(2)} t]} \times \\ \times \int_{-T/2}^{T/2} E_x(x', -t) \psi_0^*(x') dx'. \quad (12)$$

Подставив (10) в (7), получим:

$$H_{z2}(x, -t) = \frac{2Y_0^{(2)} \exp[i\Gamma_0^{(2)} t]}{Y_0^{(2)} - Y_0^{(1)}} + \\ + \sum_{m=-\infty}^{\infty} 2I_m^- \frac{Y_m^{(1)} \cos \Gamma_m^{(2)} t + iY_m^{(2)} \sin \Gamma_m^{(2)} t}{Y_m^{(1)} - Y_m^{(2)}} \times \\ \times \psi_m(x). \quad (13)$$

Подставив (11) и (12) в (13), получим выражение для магнитного поля на границе областей  $V_2$  и  $V_3$  со стороны области  $V_2$  ( $y = -t$ ):

$$H_{z2}(x, -t) = \\ = - \sum_{m=-\infty}^{\infty} \tilde{Y}_m \int_{-T/2}^{T/2} E_x(x', -t) \psi_m(x) \psi_m^*(x') dx' +$$

$$+ \frac{2\psi_0(x)}{\cos[\Gamma_0^{(2)}t] + i[Y_0^{(1)}/Y_0^{(2)}]\sin[\Gamma_0^{(2)}t]}, \quad (14)$$

где

$$\tilde{Y}_m = Y_m^{(2)} \frac{Y_m^{(1)} + iY_m^{(2)} \operatorname{tg}[\Gamma_m^{(2)}t]}{Y_m^{(2)} + iY_m^{(1)} \operatorname{tg}[\Gamma_m^{(2)}t]} \quad (15)$$

– эквивалентная проводимость – входная проводимость отрезка длинной линии длиной  $t$  с волновой проводимостью  $Y_m^{(2)}$  и постоянной распространения  $\Gamma_m^{(2)}$ , нагруженного на проводимость  $Y_m^{(1)}$ .

**Поля в области  $V_3$ .** Выражения для полей в области  $V_3$  запишем также в виде разложения по гармоникам Флоке:

$$H_{z3}(x, y) = \sum_{m=-\infty}^{\infty} \{J_m^- \exp[i\Gamma_m^{(3)}y] + J_m^+ \exp[-i\Gamma_m^{(3)}y]\} \psi_m(x); \quad (16)$$

$$E_{x3}(x, y) = \sum_{m=-\infty}^{\infty} Z_m^{(3)} \{J_m^- \exp[i\Gamma_m^{(3)}y] - J_m^+ \exp[-i\Gamma_m^{(3)}y]\} \psi_m(x), \quad (17)$$

где  $J_m^-$ ,  $J_m^+$  – коэффициенты разложения тока, определяющие отражение от границ  $y = -t$  и  $y = -(t+b)$  соответственно;

$$\Gamma_m^{(3)} = \begin{cases} \sqrt{k_3^2 - (2m\pi/T - k_1 \sin \theta)^2}, & k_3^2 \geq (2m\pi/T - k_1 \sin \theta)^2; \\ -i\sqrt{(2m\pi/T - k_1 \sin \theta)^2 - k_3^2}, & k_3^2 < (2m\pi/T - k_1 \sin \theta)^2 \end{cases}$$

– постоянная распространения в области  $V_3$ ;

$$Z_m^{(3)} = \Gamma_m^{(3)} / \omega \varepsilon_{a3}, \text{ причем } k_3 = \omega \sqrt{\tilde{\varepsilon}_{a3} \tilde{\mu}_{a3}}.$$

С учетом граничного условия на нижней стенке плоскопараллельного волновода при  $y = -(t+b)$ :

$$E_x|_{y=-(t+b)} = 0 \text{ из (17) следует:}$$

$$J_m^+ = J_m^- \exp[-2i\Gamma_m^{(3)}(t+b)]. \quad (18)$$

Подставив (18) в (16) и (17) при  $y = -t$  получим:

$$H_{z3}(x, -t) = \sum_{m=-\infty}^{\infty} J_m^- \exp[-i\Gamma_m^{(3)}t] \times \{1 + \exp[-2i\Gamma_m^{(3)}b]\} \psi_m(x); \quad (19)$$

$$E_{x3}(x, -t) = \sum_{m=-\infty}^{\infty} J_m^- Z_m^{(3)} \exp[-i\Gamma_m^{(3)}t] \times \{1 - \exp[-2i\Gamma_m^{(3)}b]\} \psi_m(x).$$

С учетом ортогональности гармоник Флоке из (19) получим выражение для коэффициента  $J_m^-$ :

$$J_m^- = \frac{Y_m^{(3)} \exp[i\Gamma_m^{(3)}t]}{1 - \exp[-2i\Gamma_m^{(3)}b]} \int_{-T/2}^{T/2} E_{x3}(x', -t) \psi_m^*(x') dx', \quad (20)$$

где  $Y_m^{(3)} = 1/Z_m^{(3)}$ .

Подстановка (20) в (19) дает соотношение для поля в области  $V_3$  при  $y = -t$ :

$$H_{z3}(x, -t) = -i \int_{-T/2}^{T/2} \left\{ \sum_{m=-\infty}^{\infty} Y_m^{(3)} \operatorname{ctg}[\Gamma_m^{(3)}b] \times \psi_m^*(x') \psi_m(x) \right\} E_x(x', -t) dx'. \quad (21)$$

**Интегральное уравнение.** Сформируем интегральное уравнение относительно касательной составляющей электрического поля  $E_x(x, -t)$ . Для этого с учетом условия непрерывности касательных составляющих полей в раскрыве отверстий в плоскости  $y = -t$  приравняем правые части (14) и (21):

$$\int_{-T/2}^{T/2} E_x(x', -t) [Q_1(x, x') + Q_2(x, x')] dx' = P(x), \quad (22)$$

где

$$Q_1(x, x') = \sum_{m=-\infty}^{\infty} \tilde{Y}_m \psi_m(x) \psi_m^*(x'); \\ Q_2(x, x') = -i \sum_{m=-\infty}^{\infty} Y_m^{(3)} \operatorname{ctg}[\Gamma_m^{(3)}b] \psi_m(x) \psi_m^*(x'); \\ P(x) = \frac{2\psi_0(x)}{\cos[\Gamma_0^{(2)}t] + i[Y_0^{(1)}/Y_0^{(2)}]\sin[\Gamma_0^{(2)}t]}.$$

Таким образом, получено интегральное уравнение для решетки импедансных нагрузок с диэлектрическим покрытием. Уравнение (22) аналогично интегральному уравнению для аналогичной решетки без диэлектрического покрытия [26]. Их отличия, обусловленные наличием диэлектри-

ческого слоя, заключены в выражениях, относящихся к областям пространства  $V_1$  и  $V_2$ .

Во-первых, в (15) использована эквивалентная проводимость  $\tilde{Y}_m$ , учитывающая свойства диэлектрического покрытия. Кроме того, отличается от [26] и правая часть, по-прежнему пропорциональная тангенциальному электрическому полю падающей волны. При  $t = 0$ , что соответствует отсутствию диэлектрического слоя, уравнение (22) полностью совпадает с интегральным уравнением [26], полученным для такой же решетки без диэлектрического слоя.

**Эквивалентный поверхностный импеданс** (ЭПИ) определяется в результате усреднения в пределах периода решетки  $T$  [27]:

$$Z_3 = \frac{\int_{-T/2}^{T/2} E_x(x') H_z^*(x') dx'}{\int_{-T/2}^{T/2} |H_z(x')|^2 dx'}. \quad (23)$$

Для расчета ЭПИ по (23) необходимо знать распределение касательных составляющих поля  $E_x(x)$  и  $H_z(x)$  в сечении  $y = 0$ . Однако решение интегрального уравнения (22) задает значения поля в сечении  $y = -t$ . Запись интегрального уравнения относительно касательной составляющей электрического поля  $E_x(x, 0)$  порождает систему из двух интегральных уравнений, решение которой численным методом требует обращения матрицы как минимум вдвое большей размерности.

Поэтому решение поставленной задачи предлагается выполнить по следующему алгоритму. Сначала решается интегральное уравнение (22), далее по (11) и (12) определяются коэффициенты  $I_m^-$ , после чего из (10) находятся коэффициенты  $I_m^+$ , что позволяет по (6) пересчитать распределение поля  $E_x(x)$  из сечения  $y = -t$  в сечение  $y = 0$ :

$$E_x(x, 0) = \sum_{m=-\infty}^{\infty} \left\{ \frac{Y_m^{(2)} \psi_m(x)}{Y_m^{(2)} \cos[\Gamma_m^{(2)} t] + i Y_m^{(1)} \sin[\Gamma_m^{(2)} t]} \times \right. \\ \left. \times \int_{-T/2}^{T/2} E_x(x', -t) \psi_m^*(x') dx' \right\} + \frac{2\psi_0(x)}{Y_0^{(1)} - i Y_0^{(2)} \operatorname{ctg}[\Gamma_0^{(2)} t]}.$$

Магнитное поле  $H_z(x)$  в сечении  $y = 0$  определим аналогично, подставив коэффициенты (10)–(12) в (5):

$$H_z(x, 0) = - \sum_{m=-\infty}^{\infty} \left\{ \frac{Y_m^{(1)} Y_m^{(2)} \psi_m(x)}{Y_m^{(2)} \cos[\Gamma_m^{(2)} t] + i Y_m^{(1)} \sin[\Gamma_m^{(2)} t]} \times \right. \\ \left. \times \int_{-T/2}^{T/2} E_x(x', -t) \psi_m^*(x') dx' \right\} + \frac{2\psi_0(x_i)}{1 + i \frac{Y_0^{(1)}}{Y_0^{(2)}} \operatorname{tg}[\Gamma_0^{(2)} t]}.$$

**Алгоритмизация задачи.** Для численной реализации полученного интегрального уравнения (21) использовался метод Крылова–Боголюбова, в результате чего указанное интегральное уравнение сводилось к системе линейных алгебраических уравнений вида

$$\begin{bmatrix} C_{11} & C_{12} & \cdots & C_{N1} \\ C_{21} & C_{22} & \cdots & C_{N2} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ C_{N1} & C_{N2} & \cdots & C_{NN} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} E_{x1} \\ E_{x2} \\ \vdots \\ E_{xN} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} P_1 \\ P_2 \\ \vdots \\ P_N \end{bmatrix}, \quad (24)$$

где  $C_{ij} = C_{ij}^{(1)} + C_{ij}^{(2)}$ ,  $i, j = \overline{1, N}$ ;  $N$  – количество интервалов разбиения;

$$P_i = \frac{2\psi_0(x_i)}{\cos[\Gamma_0^{(2)} t] + i \left[ Y_0^{(1)} / Y_0^{(2)} \right] \sin[\Gamma_0^{(2)} t]},$$

причем

$$C_{ij}^{(1)} = \int_{x_j - \Delta x}^{x_j + \Delta x} \sum_{m=-\infty}^{\infty} \tilde{Y}_m \psi_m(x_i) \psi_m^*(x') dx'; \quad (25)$$

$$C_{ij}^{(2)} = -i \int_{x_j - \Delta x}^{x_j + \Delta x} \sum_{m=-\infty}^{\infty} Y_m^{(3)} \operatorname{ctg}[\Gamma_m^{(3)} b] \times \\ \times \psi_m(x_i) \psi_m^*(x') dx'; \quad (26)$$

$x_j = -T/2 + \Delta x(2j - 1)$  – координаты точек коллокации;  $\Delta x = (x_{j+1} - x_j)/2$  – половина интервала разбиения.

Расчетные соотношения для элементов матрицы (24)  $C_{ij}^{(1)}$  и  $C_{ij}^{(2)}$  получаются аналитическим интегрированием (25) и (26) по интервалу разбиения  $2\Delta x$ :

$$C_{ij}^{(1)} = \frac{2\Delta x}{T} \sum_{m=-\infty}^{\infty} \tilde{Y}_m \frac{\sin R\Delta x}{R\Delta x} \exp[-iR(x_i - x_j)]; \quad (27)$$

$$C_{ij}^{(2)} = -i \frac{2\Delta x}{T} \sum_{m=-\infty}^{\infty} \left\{ Y_m^{(3)} \operatorname{ctg}[\Gamma_m^{(3)} b] \right\} \times$$

$$\times \frac{\sin R\Delta_x}{R\Delta_x} \exp[-iR(x_i - x_j)], \quad (28)$$

где  $R = 2m\pi/T - k_1 \sin \theta$ .

При суммировании рядов, входящих в (27) и (28), используются методы улучшения сходимости и математические преобразования, изложенные в [26], позволяющие в аналитическом виде выделить логарифмические особенности при вычислении элементов матрицы  $C_{ij}^{(1)}$  и  $C_{ij}^{(2)}$ .

**Численные результаты.** Вначале было проведено тестирование алгоритма и программы, разработанной в соответствии с изложенным алгоритмом. Для тестирования рассмотрен частный случай  $2c + d = T$ ,  $d = 0$  (полное отсутствие металлизации на границе раздела в плоскости  $y = -t$ ), что соответствует идеально проводящему экрану со слоем диэлектрика толщиной  $b + t$ :

$$\tilde{\epsilon}_{a1} = \tilde{\epsilon}_{a2} = \tilde{\epsilon}_{a3} = \epsilon_0, \quad \tilde{\mu}_{a1} = \tilde{\mu}_{a2} = \tilde{\mu}_{a3} = \mu_0,$$

где  $\epsilon_0$ ,  $\mu_0$  – электрическая и магнитная постоянные соответственно. Расчеты показали, что в этом случае ЭПИ с высокой степенью точности совпадает со значением, вычисляемым по известной формуле  $Z_3 = i \operatorname{tg}[k(b + t)]$ , где  $k = k_1 = k_2 = k_3$ , что подтверждает правильность работы программы и достоверность полученных результатов.

После этого по изложенному алгоритму рассчитаны зависимости комплексного ЭПИ от размера щели  $c$  и угла падения электромагнитной волны  $\theta$ . Зависимости получены для активной и реактивной составляющих ЭПИ, нормированных на сопротивление свободного пространства  $W_0 = 120\pi$  Ом. Все расчеты выполнялись для параметров сред

$$\tilde{\mu}_{a1} = \tilde{\mu}_{a2} = \tilde{\mu}_{a3} = \mu_0, \quad \tilde{\epsilon}_{a1} = \tilde{\epsilon}_{a3} = \epsilon_0.$$

На рис. 2 представлены зависимости реактивной составляющей ЭПИ от ширины щели  $c$  при фик-

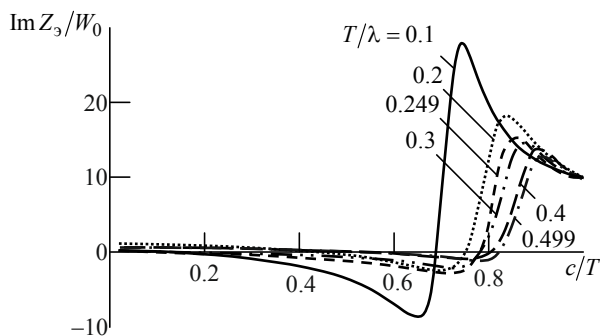


Рис. 2

сированных значениях  $b = 0.2\lambda$ ,  $t = 0.02\lambda/\sqrt{\epsilon_2}$ ,  $\epsilon_2 = 2.8$ ,  $\theta = 0$ , отсутствии полоскового проводника ( $d = 0$ ) для нескольких значений периода  $T$ . Ширина щели  $c$  изменялась в пределах от 0.1 до 1.0T.

Зависимости при всех значениях периода  $T$  имеют ярко выраженный максимум, положение которого определяется шириной щели  $c$  и смещается в пределах  $0.7T \leq c \leq 0.9T$ , причем импеданс является чисто реактивным ( $Z_3 = iX_3$ ,  $R_3 = 0$ ). По сравнению с аналогичной решеткой без диэлектрического слоя [26] наличие этого слоя позволяет реализовать не только положительные, но и отрицательные значения нормированной реактивной составляющей ЭПИ в пределах от -10 до +26.

На рис. 3 представлены зависимости реактивной составляющей ЭПИ от угла падения электромагнитной волны  $\theta$  при  $b = 0.1\lambda$ ,  $t = 0.02\lambda/\sqrt{\epsilon_2}$ ,  $\epsilon_2 = 7.2$ ,  $2c + d = T/2$  и  $d = 0$  для периодов структуры  $T$ , совпадающих с использованными на рис. 2.

Из графиков следует, что, как и в случае аналогичной решетки без диэлектрического слоя [26], зависимость импеданса от угла падения электромагнитной волны является существенной, причем при наличии диэлектрического слоя даже незначительной толщины эта зависимость усиливается.

Полученные результаты позволяют сделать следующие выводы:

- как и в случае аналогичной решетки такой же конструкции без диэлектрического слоя, характеристики которой были исследованы в [26], ЭПИ имеет чисто реактивный характер, причем наличие диэлектрического слоя позволяет реализовать как положительные, так и отрицательные значения реактивной составляющей ЭПИ;

- в рассматриваемой конструкции щелевой импедансной нагрузки так же, как и в случае одиночного исполнения или в составе бесконеч-

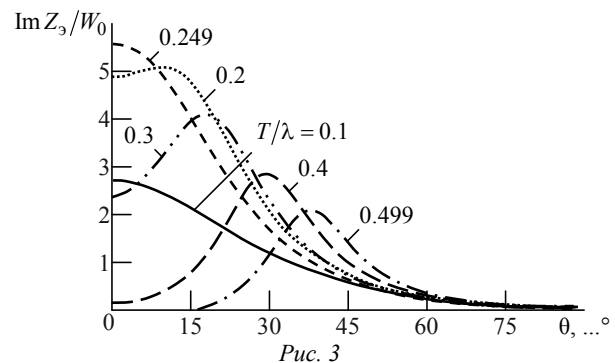


Рис. 3

ной решетки без диэлектрического слоя, имеется технологическая возможность эффективной регу-

лировки величины ЭПИ за счет изменения геометрических размеров конструкции.

## СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Захарьев Л. И., Леманский А. А. Рассеяние волн "черными" телами. М.: Сов. Радио, 1972. 288 с.
2. Schindler J. K., Mack R. B., Blacksmith P. The Control of Electromagnetic Scattering by Impedance Loading // *Proc. IEEE*. 1965. Vol. 53, № 8. P. 993–1004.
3. Chen K. M., Liepa V. V. The Minimization of the Back Scattering of a Cylinder by Central Loading // *IEEE Trans. on ant. and propag.* 1964. Vol. AP-12, № 5. P. 576–582.
4. Short J. R., Chen K. M. Backscattering from an Impedance Loaded Slotted Cylinder // *IEEE Trans. on ant. and propag.* 1969. Vol. AP-17, № 3. P. 315–323.
5. Терешин О. Н., Седов В. М., Чаплин А. Ф. Синтез антенн на замедляющих структурах. М.: Связь, 1980. 134 с.
6. Кюркчан А. Г. Связь между антеннами в присутствии ребристых структур // *Радиотехника и электроника*. 1977. Т. 22, № 7. С. 1362–1373.
7. Кюркчан А. Г., Зимнов М. Х. Связь между антеннами на цилиндре в присутствии ребристых структур // *Радиотехника и электроника*. 1985. Т. 30, № 12. С. 2308–2315.
8. Бененсон Л. С., Кюркчан А. Г., Суков А. И. Развязка антенн при помощи периодических структур // *Радиотехника и электроника*. 1992. Т. 37, № 1. С. 77–89.
9. Чаплин А. Ф., Кондратьев А. С. Синтез кругового импедансного цилиндра по полю в дальней зоне // *Радиотехника и электроника*. 1977. Т. 22, № 3. С. 505–511.
10. Петров Б. М., Юханов Ю. В. Обратная задача рассеяния для импедансного цилиндра произвольного поперечного сечения // *Изв. вузов. Радиоэлектроника*. 1980. Т. 23, № 9. С. 79–81.
11. Петров Б. М., Юханов Ю. В. Синтез двумерного реактивного рефлектора // *Изв. вузов. Радиоэлектроника*. 1980. Т. 23, № 9. С. 59–63.
12. Юханов Ю. В. Анализ и синтез импедансной плоскости // *Радиотехника и электроника*. 2000. Т. 45, № 4. С. 404–409.
13. Balanis C. A. *Modern Antenna Handbook*. New York: John Wiley & Sons, 2008. 1704 p.
14. Кошкидько В. Г., Сердюк Э. С. Эквивалентный поверхностный импеданс щелевой импедансной нагрузки на основе полости с поперечным сечением в виде равностороннего треугольника // *Радиотехника и электроника*. 2016. Т. 61, № 12. С. 1176–1183.
15. Кошкидько В. Г., Алпатова О. В. Эквивалентный поверхностный импеданс щелевой импедансной нагрузки на основе открытого конца плоскопараллельного волновода // *Антенны*. 2016. № 3. С. 33–40.
16. Кошкидько В. Г., Алпатова О. В. Эквивалентный поверхностный импеданс щелевой импедансной нагрузки на основе отверстия в стенке плоскопараллельного волновода // *Изв. вузов России. Радиоэлектроника*. 2015. Вып. 5. С. 20–25.
17. Кошкидько В. Г., Алпатова О. В., Сердюк Э. С. Численное исследование характеристик щелевой импедансной нагрузки на основе отверстия в бесконечном идеально проводящем экране // *Изв. ЮФУ. Техн. науки*. 2014. № 11. С. 58–67.
18. Кошкидько В. Г., Алпатова О. В. Эквивалентный поверхностный импеданс щелевой импедансной нагрузки, выполненной на основе отверстия в экране. Случай Е-поляризации // *Радиотехника и электроника*. 2003. Т. 48, № 1. С. 57–63.
19. Кошкидько В. Г., Ганжела Н. В. Эквивалентный поверхностный импеданс щелевых импедансных нагрузок, выполненных на основе связанных прямоугольных областей // *Радиотехника и электроника*. 1999. Т. 44, № 8. С. 947–954.
20. Кошкидько В. Г., Алпатова О. В. Эквивалентный поверхностный импеданс щелевой импедансной нагрузки на основе полуцилиндрической полости // *Радиотехника и электроника*. 1999. Т. 44, № 1. С. 25–28.
21. Кошкидько В. Г., Петров Б. М., Юханов Ю. В. Эквивалентный поверхностный импеданс пассивных импедансных нагрузок, выполненных на основе отверстия в экране, нагруженного двумерной полостью // *Радиотехника и электроника*. 1997. Т. 42, № 6. С. 652–661.
22. Кошкидько В. Г. Эквивалентный поверхностный импеданс щелевых импедансных нагрузок в составе бесконечных решеток // *Радиотехника и электроника*. 2000. Т. 45, № 7. С. 773–783.
23. Кошкидько В. Г., Алпатова О. В. Эквивалентный поверхностный импеданс щелевой импедансной нагрузки, выполненной на основе полуцилиндрической полости, в составе бесконечной решетки // *Радиотехника и электроника*. 2014. Т. 59, № 10. С. 1003–1010.
24. Кошкидько В. Г., Алпатова О. В., Сердюк Э. С. Эквивалентный поверхностный импеданс бесконечной решетки щелевых импедансных нагрузок, выполненных на основе щели в бесконечном идеально проводящем экране // *Изв. ЮФУ. Техн. науки*. 2015. № 11. С. 72–85.
25. Эквивалентный поверхностный импеданс бесконечной решетки щелевых импедансных нагрузок, выполненных на основе связанных прямоугольных областей / В. Г. Кошкидько, Н. В. Ганжела, О. В. Алпатова, Э. С. Сердюк // *Радиотехника и электроника*. 2016. Т. 61, № 4. С. 313–320.
26. Кошкидько В. Г., Алпатова О. В. Эквивалентный поверхностный импеданс щелевой импедансной нагрузки, построенной на основе отверстия в стенке плоскопараллельного волновода, в составе бесконечной решетки // *Изв. вузов России. Радиоэлектроника*. 2016. Вып. 4. С. 63–69.
27. Цалиев Т. А., Черенков В. С. Возбуждение одиночной канавки и эквивалентный поверхностный импеданс ребристых структур // *Радиотехника и электроника*. 1985. Т. 30, № 9. С. 1689–1694.

Статья поступила в редакцию 19 января 2017 г.

**Для цитирования:** Кошкидько В. Г., Алпатова О. В. Эквивалентный поверхностный импеданс бесконечной решетки щелевых импедансных нагрузок, построенных на основе отверстия в стенке плоскопараллельного волновода с диэлектрическим покрытием // Изв. вузов России. Радиоэлектроника. 2017. № 3. С. 66–74.

**Кошкидько Владимир Георгиевич** – кандидат технических наук (1988), доцент кафедры антенн и радиопередающих устройств (1993) Института радиотехнических систем и управления Южного федерального университета в г. Таганроге. Автор более 90 научных работ. Сфера научных интересов – исследования в области электромагнетизма и прикладной электродинамики (рассеяние электромагнитных волн импедансными структурами; импедансные, щелевые и микрополосковые электродинамические структуры; микрополосковые антенны; антенны с реактивными нагрузками).

E-mail: kvg59@mail.ru

**Алпатова Ольга Витальевна** – кандидат технических наук (2001), доцент кафедры электротехники и мехатроники (2005) Института радиотехнических систем и управления Южного федерального университета в г. Таганроге. Автор более 30 научных работ. Сфера научных интересов – электродинамика импедансных структур, проблемы электромагнитной совместимости, методы неразрушающего контроля и обнаружения неисправностей с помощью СВЧ.

E-mail: alpatova-ov@yandex.ru

V. G. Koshkidko, O. V. Alpatova  
Southern Federal University (Taganrog)

## Equivalent Surface Impedance of Slot Impedance Load Based on Aperture in Parallel-Plate Dielectric-Coated Waveguide Wall as Part of Infinite Array

**Abstract.** The problem of infinite array of slot impedance loads with dielectric coating excitation by plane wave is considered with the purpose of determining the equivalent surface impedance. Each array element consists of three areas  $V_1$ ,  $V_2$  and  $V_3$ . The  $V_1$  area is the half space above the delimiter boundary. In this area the primary field is excited by the plane wave. The  $V_2$  area does not contain any excitation sources and consists of dielectric layer of  $t$  thickness located between the planes  $y = 0$  and  $y = -t$ . The  $V_3$  area does not contain any excitation sources either and is bounded by parallel-plate waveguide walls with the distance  $b$  between them. The  $V_2$  area is connected with the  $V_1$  area by one or several slots in the top wall of the parallel-plate waveguide placed on the boundary of volumes  $V_2$  and  $V_3$ . A plane conductor is placed in the aperture of each slot. Excitation source characteristics and construction parameters do not depend on  $z$  coordinate (2D-problem). The problem is solved by the integral equation method and is calculated by the Krylov-Bogolyubov method so that the integral equation is reduced to the system of linear algebraic equations. To overcome mathematical difficulties dealing with logarithmic singularity in the kernel of the integral equation Kummer transformation is used. This allows not only improving the series convergence but also getting the logarithmic singularity in explicit form and integrating it analytically. Numerical results are given as equivalent surface impedance dependencies on the construction geometrical dimensions for fixed values of the averaging interval, the plane wave incidence angle and the thickness of the dielectric layer. It is shown that equivalent surface impedance can be varied by changing the slot width and the plane conductor width. A comparative analysis of the obtained dependencies possessing impedance load characteristics with no dielectric coating is carried out.

**Key words:** Slot Impedance Load, Infinite Array, Dielectric Coating, Equivalent Surface Impedance, Numerical Solution

## REFERENCES

1. Zakharyev L. I., Lemansky A. A. Rasseyaniye voln "chernymi" telami [Wave Scattering by "Black" Bodies]. Moscow, Sovetskoe radio, 1972, 288 p. (In Russian)
2. Schindler J. K., Mack R. B., Blacksmith P. The Control of Electromagnetic Scattering by Impedance Loading. Proc. IEEE. 1965, vol. 53, no. 8, pp. 993–1004.
3. Chen K. M., Liepa V. V. The Minimization of the Back Scattering of a Cylinder by Central Loading. IEEE Trans. on ant. and propag. 1964, vol. AP-12, no. 5, pp. 576–582.
4. Short J. R., Chen K. M. Backscattering from an Impedance Loaded Slotted Cylinder. IEEE Trans. on ant. and propag. 1969, vol. AP-17, no. 3, pp. 315–323.
5. Tereshin O. N., Sedov V. M., Chaplin A. F. Sintez antenn na zamedlyayushchikh strukturakh [Antenna Synthesis on Slowing structures]. Moscow, Svyaz', 1980, 134 p. (In Russian)
6. Kyurkchan A. G. Flexrib Antenna Coupling. Radiotekhnika i elektronika. 1977, vol. 22, no. 7, pp. 1362–1373. (In Russian)
7. Kyurkchan A. G., Zimnov M. Kh. Flexrib Antenna Coupling on Cylinder. Radiotekhnika i elektronika. 1985, vol. 30, no. 12, pp. 2308–2315. (In Russian)
8. Benenson L. S., Kyurkchan A. G., Sukov A. I. Antenna Decoupling by Means of Periodic Structures. Radiotekhnika i elektronika. 1992, vol. 37, no. 1, pp. 77–89. (In Russian)

9. Chaplin A. F., Kondratyev A. S. Synthesis of Circular Impedance Cylinder over Far Zone Field. *Radiotekhnika i elektronika*. 1977, vol. 22, no. 3, pp. 505–511. (In Russian)
10. Petrov B. M., Yukhanov Yu. V. The Inverse Scattering Problem for Impedance Cylinder of Arbitrary Transverse Cross-Section. *Izv. vuzov. Radioelektronika*. 1980, vol. 23, no. 9, pp. 79–81.
11. Petrov B. M., Yukhanov Yu. V. Synthesis of Two-Dimensional Reactive Reflector. *Izv. vuzov. Radioelektronika*. 1980, vol. 23, no. 9, pp. 59–63. (In Russian)
12. Yukhanov Yu. V. Impedance Plane Analysis and Synthesis. *Radiotekhnika i elektronika*. 2000, vol. 45, no. 4, pp. 404–409. (In Russian)
13. Balanis C. A. Modern Antenna Handbook. New York, John Wiley & Sons, 2008, 1704 p.
14. Koshkidko V. G., Serdyuk E. S. Surface Impedance of Slit Impedance Load Based on Equilateral Triangle Cross-section Cavity. *Radiotekhnika i elektronika*. 2016, vol. 61, no. 12, pp. 1176–1183. (In Russian)
15. Koshkidko V. G., Alpatova O. V. The Equivalent Surface Impedance of Slit Impedance Load Based on Plane-Parallel Waveguide Open End. *Antenny*. 2016, no. 3, pp. 33–40. (In Russian)
16. Koshkidko V. G., Alpatova O. V. Equivalent Surface Impedance of Slit Impedance Load Based on Plane-Parallel Waveguide Wall Hole. *Izvestiya Vuzov Rossii. Radioelektronika*. 2015, no. 5, pp. 20–25. (In Russian)
17. Koshkidko V. G., Alpatova O. V., Serdyuk E. S. Numerical Investigation of Slit Impedance Load Characteristics Based on Infinite Perfectly Conducting Screen Hole. *Izv. YuFU. Tekhn. Nauki*. 2014, no. 11, pp. 58–67. (In Russian)
18. Koshkidko V. G., Alpatova O. V. Equivalent Surface Impedance of Slit Impedance Load Based on Screen Hole. The Case of E-polarization. *Radiotekhnika i elektronika*. 2003, vol. 48, no. 1, pp. 57–63. (In Russian)
19. Koshkidko V. G., Ganzhela N. V. Equivalent Surface Impedance of Gap Impedance Loads Based on Bound Rectangular Regions. *Radiotekhnika i elektronika*. 1999, vol. 44, no. 8, pp. 947–954. (In Russian)
20. Koshkidko V. G., Alpatova O. V. Equivalent Surface Impedance of Slit Impedance Load Based on Semi-cylindrical Cavity. *Radiotekhnika i elektronika*. 1999, vol. 44, no. 1, pp. 25–28. (In Russian)
21. Koshkidko V. G., Petrov B. M., Yukhanov Yu. V. Equivalent Surface Impedance of Passive Impedance Loads Based on Two-dimensional Cavity Screen Hole. *Radiotekhnika i elektronika*. 1997, vol. 42, no. 6, pp. 652–661. (In Russian)
22. Koshkidko V. G. Equivalent Surface Impedance of Gap Impedance Loads within Infinite Lattices. *Radiotekhnika i elektronika*. 2000, vol. 45, no. 7, pp. 773–783. (In Russian)
23. Koshkidko V. G., Alpatova O. V. Equivalent Surface Impedance of Slit Impedance Load Based on Semi-cylindrical Cavity within Infinite Lattice. *Radiotekhnika i elektronika*. 2014, vol. 59, no. 10, pp. 1003–1010. (In Russian)
24. Koshkidko V. G., Alpatova O. V., Serdyuk E. S. Equivalent Surface Impedance of Slit Impedance Load Infinite Grid Based on Infinite Perfectly Conducting Screen Gap. *Izvestiya YuFU. Tekhn. nauki*. 2015, no. 11, pp. 72–85. (In Russian)
25. Koshkidko V. G., Ganzhela N. V., Alpatova O. V., Serdyuk E. S. Equivalent Surface Impedance of Gap Impedance Load Infinite Lattice Based on Bounded Rectangular Regions. *Radiotekhnika i elektronika*. 2016, vol. 61, no. 4, pp. 313–320. (In Russian)
26. Koshkidko V. G., Alpatova O. V. Equivalent Surface Impedance of Slit Impedance Load Based on Plane-Parallel Waveguide Wall Hole within Infinite Lattice. *Izvestiya Vysshikh Uchebnykh Zavedenii Rossii. Radioelektronika*. 2016, no. 4, pp. 63–69. (In Russian)
27. Tsaliev T. A., Cherenkov V. S. Excitation of Single Groove and Equivalent Surface Impedance of Rebound Structures. *Radiotekhnika i elektronika*. 1985, vol. 30, no. 9, pp. 1689–1694. (In Russian)

Received January, 19, 2017

**For citation:** Koshkidko V. G., Alpatova O. V. Equivalent Surface Impedance of Slot Impedance Load Based on Aperture in Parallel-Plate Waveguide Wall with the Dielectric Coating as Part of Infinite Array. *Izvestiya Vysshikh Uchebnykh Zavedenii Rossii. Radioelektronika* [Journal of the Russian Universities. Radioelectronics]. 2017, no. 3, pp. 66–74. (In Russian)

**Vladimir G. Koshkidko** – Ph.D. in Engineering (1988), Associate Professor (1993) of the Department of Antennas and Radio Transmitting Devices of Radio Engineering Systems and Control Institute of Southern Federal University in Taganrog. The author of more than 90 scientific publications. Area of expertise: electromagnetics and applied electrodynamics; electromagnetic wave scattering by impedance structures; impedance, slot and microstrip electromagnetic structures; microstrip antennas; reactive loaded antennas.

E-mail: kvg59@mail.ru

**Olga V. Alpatova** – Ph.D. in Engineering (2001), Associate Professor (2005) of the Electrical Engineering and Mechatronics Department of Radio Engineering Systems and Control Institute of Southern Federal University in Taganrog. The author of more than 30 scientific publications. Area of expertise: electrodynamics of impedance structures, electromagnetic compatibility problems, methods of non-invasive monitoring and failure detection using UHF waves.

E-mail: alpatova-ov@yandex.ru



Е. Н. Червинский  
ЗАО "СИМЕТА" (Санкт-Петербург)

К сведению читателей.

В статье "Расчёт передаточных функций фильтров с равноволновыми на отрезке и бесконечном полуинтервале амплитудно-частотными характеристиками" [1] допущен ряд опечаток:

1. На с. 16 в табл. 2 отсутствует последняя строка:

|                    |                         |                         |                        |                        |                         |                         |                        |                        |
|--------------------|-------------------------|-------------------------|------------------------|------------------------|-------------------------|-------------------------|------------------------|------------------------|
| $\tilde{P}_{н3,4}$ | $-0.147 \pm \pm j0.951$ | $-0.105 \pm \pm j0.951$ | $0.147 \pm \pm j0.951$ | $0.105 \pm \pm j0.951$ | $-0.147 \pm \pm j0.951$ | $-0.105 \pm \pm j0.951$ | $0.147 \pm \pm j0.951$ | $0.105 \pm \pm j0.951$ |
|--------------------|-------------------------|-------------------------|------------------------|------------------------|-------------------------|-------------------------|------------------------|------------------------|

2. С. 17, окончание табл. 3, вторая строка сверху в графе "Параметр", следует читать:

| Параметр | $n$ |   |   |    |
|----------|-----|---|---|----|
|          | 1   | 4 | 7 | 10 |

3. С. 17, правый столбец, вторая строка сверху после таблицы, следует читать:

Положим в **числителях** (1), (2)  $s_H = 0...$

4. С. 22, формула (20), строки 2, 3 сверху, следует читать:

$$\begin{aligned}\tilde{H}_n(\tilde{\omega}_{Hi}) &= 2 - \tilde{K} \prod_{l=1}^{(n-1)/2} \tilde{a}_l / \tilde{b}_0, \quad i = 2, 4, \dots, \\ \bar{H}_n(\tilde{\omega}_{Hi}) &= \tilde{K} \prod_{l=1}^{(n-1)/2} \tilde{a}_l / \tilde{b}_0, \quad i = 3, 5, \dots.\end{aligned}\quad (20)$$

5. С. 22, формула (21), строки 2, 3, 4, 6, 10 сверху, следует читать:

$$\begin{aligned}\tilde{H}_n(\tilde{\omega}_{Hi}) &= 2 - \tilde{K} \prod_{l=1}^{n/2} \tilde{a}_l / \tilde{b}_0, \quad i = 2, 4, \dots, \\ \tilde{H}_n(\tilde{\omega}_{Hi}) &= \tilde{K} \prod_{l=1}^{n/2} \tilde{a}_l / \tilde{b}_0, \quad i = 3, 5, \dots, \\ \tilde{H}_n(\tilde{d}_H) &= \tilde{K} \prod_{l=1}^{n/2} \tilde{a}_l / \tilde{b}_0, \\ \tilde{H}_n(\tilde{r}_H) &= \tilde{K}, \\ \bar{\delta} &= -20 \lg \tilde{K}.\end{aligned}\quad (21)$$

6. С. 23, табл. 7, первый столбец, строки 22, 23, 24 снизу, следует читать:  $\tilde{b}_3, \tilde{b}_4, \tilde{b}_5$ .

7. С. 24, табл. 8, второй столбец:

– строки 3, 7, 9 сверху: вместо  $S_{H_n}$  и  $S_{H_i}$  сле-

дует читать  $S_H^n$  и  $S_H^i$  соответственно;

– строки 4, 5, 8, 10 сверху: вместо  $\omega_{H_n}$ ,  $\omega_{H_{2j}}$

и  $\omega_{H_{2j-1}}$  следует читать  $\omega_H^n$ ,  $\omega_H^{2j}$  и  $\omega_H^{2j-1}$  соответственно.

8. С. 27, продолжение табл. 10, в графе ИПЗФ, КПЗФ;  $2n = 4$ , первая строка, следует читать:

$$\begin{aligned}H_4''(s'_H) &= \frac{Ka_1}{b_0} \times \\ &\times \frac{\left\{ s'^4_H + \left[ 2 + \frac{1}{a_1 \Theta^2} \right] s'^2_H + 1 \right\}}{s'^4_H + \frac{b_1}{b_0 \Theta} (s'^3_H + s'_H) + \left[ 2 + \frac{1}{b_0 \Theta^2} \right] s'^2_H + 1}.\end{aligned}$$

9. С. 28, левый столбец, вторая строка сверху после таблицы, следует читать:  $\bar{H}_{2n}''(s'_H)$ .

## СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Червинский Е. Н. Расчёт передаточных функций фильтров с равноволновыми на отрезке и бесконечном полуинтервале амплитудно-частотными характеристиками // Изв. вузов России. Радиоэлектроника. 2014. Вып. 4. С. 13–28.

Уважаемая редакция!

Направляю Вам замечания по поводу статьи "Амплитудное подавление негауссовских морских помех в некогерентном тракте приемника", подготовленной авторами Е. А. Милащенко, А. А. Язовским и опубликованной в журнале в 2016 г., № 4, с. 3–6 [1].

В данной статье рассматриваются характеристики амплитудного подавления (АП) негауссовских помех, обусловленных отражениями от взволнованной морской поверхности. В статье используется модель морских отражений в виде суммы  $K$ -помехи и гауссовского шума. Такая модель, как мне представляется, наиболее полно и адекватно описывает многочисленные экспериментальные результаты по статистике морских отражений. К постановке проблемы в статье у меня нет никаких замечаний, однако есть несколько замечаний по методике конкретных расчетов:

1. При записи формулы (2) авторы ссылаются на работу [3] и записывают коэффициент увеличения отношения "сигнал/помеха" за счет нелинейного преобразователя (НП) формулой (2). Данная формула в этой работе приведена с ошибкой. Вместо множителя вида  $P_{E^2}$  в этой формуле следует использовать множитель вида [3]

$$(M_4 - M_2^2)/16, \quad (1)$$

где

$$M_k = \int_0^\infty E^k P(E) dE, \quad k = 1, 2. \quad (2)$$

Обращаю внимание, что формула (5.168), на которую ссылаются авторы, в работе [3] приведена с незначительной опечаткой.

2. Второе замечание состоит в следующем. Уже коль скоро в этой работе анализируется некогерентный полосовой тракт приемника, крайне желательно привести итоговое выражение для оптимальной колебательной характеристики  $h_0(E)$ . Эта характеристика по условию, приведенному в работе [3], должна удовлетворять условию обнуления вида

$$\langle h_0(E) \rangle = 0, \quad (3)$$

иначе эту характеристику использовать в дальнейших расчетах недопустимо. Я полагаю, что если данная характеристика удовлетворяет условию (3), то никаких особенностей типа "разрыва функции в нуле" быть не должно.

3. Мне представляется, крайне желательно рассмотреть также и когерентные варианты обработки на фоне таких помех. Рекомендую авторам рассчитать когерентный тракт для помехи широкополосного типа. С этой целью необходимо определить плотность вероятности (ПВ)  $w_1(x)$  мгновенных значений помехового колебания. Для расчета этой ПВ целесообразно сначала рассчитать характеристическую функцию  $Q(\vartheta)$  для искомой ПВ в форме соотношения [4]

$$Q(\vartheta) = \int_0^\infty \frac{P(E)}{E} J_0(E\vartheta) E dE. \quad (4)$$

Определив  $Q(\vartheta)$ , легко можно найти  $w_1(x)$ .

4. Последнее замечание у меня по списку литературы. Крайне желательно соблюдать порядок следования авторов при ссылке на монографию [3], как это указано в оригинале:

П. С. Акимов, П. А. Бакут, В. А. Богданович и др.

Отмечаю также некоторые замечания по публикации [2] этих же авторов.

5. В работе [1] плотность распределения огибающей помехи обозначена как  $P(E)$ , а в работе [2] эта же плотность обозначена как  $q(E)$ . С какой целью это сделано? (Это вносит некоторую сумятицу в понимание материала.) Также отмечаю, что одно и то же обозначение используется для плотности огибающей  $K$ -помехи и суммы  $K$ -помехи и гауссовского шума.

6. В работе [2] приведены данные по расчету амплитудной характеристики (АХ) по первой гармонике, обозначенные символом  $g_0(E)$ . Из этих данных делается крайне некорректный вы-

вод о том, что "оптимальная амплитудная характеристика должна быть существенно нелинейной".

Здесь следовало бы уточнить, о каких характеристиках идет речь? Мне представляется, что эти характеристики для разработчиков РЛС носят второстепенный характер. Поэтому крайне желательно рассчитать и построить графики для АХ

С уважением,

нелинейного преобразователя, включаемого в схему АП. Эти АХ имеют вид [3]

$$f_{\text{opt}}(x) = \frac{F(0)}{2x} + \frac{1}{2} \int_0^x \frac{d[F(z)]}{\sqrt{x^2 - z^2}},$$

где  $F(z) = zg_0(z)$ .

В. А. Данилов

#### Ответы на замечания

**Ответ на замечание 1.** Совершенно справедливое замечание. Приносим свои извинения за допущенную опечатку. Однако заверяем Вас, что все расчеты выполнены правильно, с учётом (1) и (2).

**Ответ на замечание 2.** К сожалению, получить компактные выражения для оптимальной колебательной характеристики нелинейного преобразования и коэффициента подавления данного типа помех для некогерентного тракта обработки нам не удалось. Однако, чтобы получить хоть какие-то оценки этих характеристик, мы применили приближение для оптимальной колебательной характеристики в виде параметрической модели. Как раз этому и была посвящена вторая часть нашей статьи [1]. Выполнение условия (3) проверено подстановкой в (3) модели АХ с оптимальными параметрами.

**Ответ на замечание 3.** Когерентный вариант в полосовом тракте обработки рассмотрен нами ранее в статье [2]. Рекомендацию рассчитать варианты обработки для когерентного широкополосного тракта примем к сведению.

С уважением,

**Ответ на замечание 4.** Совершенно справедливое замечание. Приносим свои извинения за допущенную опечатку.

**Ответ на замечание 5.** В работе [2] плотность распределения вероятности огибающей помехи обозначена как  $q(E)$  по рекомендации редакции на этапе рецензирования. В статьях [1] и [2] приведена формула только для огибающей смеси помехи с  $K$ -распределением и гауссовского шума. Формула для огибающей помехи с  $K$ -распределением без учета гауссовского шума в статьях [1] и [2] отдельно не приводилась. Поэтому одинаковые обозначения для помехи с  $K$ -распределением огибающей с учетом гауссовского шума и без его учета отсутствуют.

**Ответ на замечание 6.** Фраза о том, что "оптимальная амплитудная характеристика должна быть существенно нелинейной" для когерентного тракта обработки, действительно некорректна. Здесь правильнее говорить не "должна", а "может". Вопрос, что важнее для разработчиков: вид оптимальной АХ на огибающей или на несущей, пусть решают сами разработчики. По эффективности они эквивалентны.

Е. А. Милащенко  
А. А. Язовский

#### СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Милащенко Е. А., Язовский А. А. Амплитудное подавление негауссовских морских помех в некогерентном полосовом тракте приемника. // Изв. вузов России. Радиоэлектроника. 2016. Вып. 4. С. 3–6.
2. Милащенко Е. А., Язовский А. А. Амплитудное подавление негауссовских морских помех в когерентном полосовом тракте приемника // Изв. вузов России. Радиоэлектроника. 2016. Вып. 1. С. 14–16.
3. Теория обнаружения сигналов / П. С. Акимов, П. А. Бакут, В. А. Богданович и др. М.: Радио и связь, 1984. 440 с.
4. Тихонов В. И. Статистическая радиотехника. М.: Радио и связь, 1982. 624 с.



В редакционный совет журнала "Известия вузов России. Радиоэлектроника" необходимо представить:

- распечатку рукописи (1 экз.) – твердую копию файла статьи, подписанную всеми авторами;
- электронную копию статьи (CD либо DVD). По предварительному согласованию с редсоветом допустима передача по электронной почте;
- отдельный файл для каждого рисунка и каждой таблицы в формате тех редакторов, в которых они были подготовлены (также возможна передача по электронной почте по предварительному согласованию). Размещение рисунка в электронной копии статьи не освобождает от его представления отдельным файлом;
- элементы заглавия на английском языке (1 экз.);
- экспертное заключение о возможности опубликования в открытой печати (1 экз.);
- сведения об авторах и их электронную копию (на русском и на английском языках) (1 экз.);
- рекомендацию кафедры (отдела) к опубликованию (следует указать предполагаемую рубрику) (1 экз.);
- сопроводительное письмо (1 экз.).

### Правила оформления текста

Текст статьи подготавливается в текстовом редакторе Microsoft Word. Формат бумаги А4. Параметры страницы: поля – верхнее, левое и нижнее 2.5 см, правое 2 см; колонтитулы – верхний 2 см, нижний 2 см. Применение полужирного и курсивного шрифтов допустимо при крайней необходимости.

Дополнительный, поясняющий текст следует выносить в подстрочные ссылки при помощи знака сноски, а при большом объеме – оформлять в виде приложения к статье. Ссылки на формулы и таблицы даются в круглых скобках, ссылки на использованные источники (литературу) – в квадратных прямых.

Все сведения и текст статьи набираются гарнитурой "Times New Roman"; размер шрифта 10.5 pt; выравнивание по ширине; абзацный отступ 0.6 см; межстрочный интервал "Множитель 1.1"; автоматическая расстановка переносов.

Распечатка подписывается всеми авторами.

#### *Элементы заглавия публикуемого материала*

1. УДК (выравнивание по левому краю).
2. Перечень авторов – Ф. И. О. автора (-ов) полностью. Инициалы ставятся перед фамилиями, после каждого инициала точка и пробел; инициалы не отрываются от фамилии. Если авторов несколько – Ф. И. О. разделяются запятыми.
3. Место работы авторов. Если авторы относятся к разным организациям, то после указания всех авторов, относящихся к одной организации, дается ее наименование, а затем список авторов, относящихся ко второй организации, наименование второй организации, и т. д.
4. Название статьи.
5. Аннотация – 3–7 строк, характеризующих содержание статьи.
6. Реферат – текст объемом до 1000 знаков, характеризующий содержание статьи; необходим для размещения статьи в базе данных.
7. Ключевые слова – 3–10 слов и/или словосочетаний, отражающих содержание статьи, разделенных запятыми; в конце списка точка не ставится.

Каждый элемент заглавия приводится с новой строки.

#### *Основной текст*

Шрифт "Times New Roman" 10.5 pt, выравнивание по ширине, абзацный отступ 0.6 см, межстрочный интервал "Множитель 1.1".

Используются постраничные подстрочные ссылки (шрифт "Times New Roman" 8 pt, выравнивание по ширине; межстрочный интервал "Одинарный"), имеющие сквозную нумерацию в пределах статьи.

#### *Список литературы*

1. Строка с текстом "Список литературы".
2. Собственно список литературы – библиографические описания источников, выполненные по ГОСТ 7.1–2008 "Библиографическое описание документа". Каждая ссылка с номером – в отдельном абзаце.

В ссылках на материалы конференций обязательно указание даты и места их проведения; при ссылках на статьи в сборниках статей обязательно приводятся номера страниц, содержащих данный материал.

Ссылки на неопубликованные и нетиражированные работы не допускаются.

При ссылках на материалы, размещенные на электронных носителях, необходимо указывать электронный адрес до конкретного материала (т. е. включая сегмент, оканчивающийся расширением, соответствующим текстовому документу) и дату обращения к нему либо полный издательский номер CD или DVD. Редакция оставляет за собой право потребовать от автора замены ссылки, если на момент обработки статьи по указанному адресу материал будет отсутствовать.

При ссылках на переводную литературу необходимо отдельно привести ссылку на оригинал.

При ссылках на источники на русском языке необходимо дополнительно привести перевод ссылки на английский язык с указанием после ссылки "(in Russian)". Формат перевода должен соответствовать формату, принятому в журналах IEEE.

#### *Элементы заглавия на английском языке*

Элементы включают:

1. Перечень авторов – Ф. И. О. автора (-ов) полностью. Инициалы ставятся перед фамилиями, после каждого инициала точка и пробел; инициалы не отрываются от фамилии. Если авторов несколько – Ф. И. О. разделяются запятыми.

2. Место работы авторов. Необходимо убедиться в корректном (согласно уставу организации) написании ее названия на английском языке. Перевод названия возможен лишь при отсутствии англоязычного названия в уставе. Если авторы относятся к разным организациям, то после указания всех авторов, относящихся к одной организации, дается ее наименование, затем приводится список авторов, относящихся ко второй организации, наименование второй организации, и т. д.

3. Название статьи (перевод названия, указанного перед текстом).

4. Резюме (abstract) статьи объемом до 0.5 с., кратко излагающее постановку задачи, примененные методы ее решения, полученные результаты. Допустимы ссылки на рисунки и таблицы, приведенные в основном тексте.

5. Аннотация (перевод аннотации, указанной перед текстом).

6. Ключевые слова (перевод списка ключевых слов, указанного перед текстом).

Каждый элемент заглавия приводится с новой строки.

#### *Верстка формул*

Формулы подготавливаются в редакторе формул MathType; нумеруются только те формулы, на которые есть ссылки в тексте статьи; использование при нумерации букв и других символов не допускается.

Формулы, как правило, выключаются в отдельную строку; в тексте допустимо расположение только однострочных формул, на которые нет ссылок (надстрочные и подстрочные символы в таких формулах допустимы).

Выключенные в отдельную строку формулы выравниваются по середине строки, номер (при необходимости) заключается в круглые скобки и выравнивается по правому краю текста.

Необходимо использовать следующие установки редактора формул. **Размеры:** "полный" 10.5 pt, "подстрочный" 9 pt, "под-подстрочный" 7 pt, "символ" 14.5 pt, "подсимвол" 12.5 pt. **Стили:** текст, функция, число, кириллица – шрифт "Times New Roman", вектор-матрица – шрифт "Times New Roman", жирный; греческий малый, греческий большой, символ – шрифт "Symbol", прямой; переменная – шрифт "Times New Roman", курсив. Индексы, представляющие собой слова, сокращения слов или аббревиатуры, набираются только в прямом начертании.

Скобки и знаки математических операций вводятся с использованием шаблонов редактора формул MathType.

Начертание обозначений в формулах и в основном тексте должно быть полностью идентично. Все впервые встречающиеся в формуле обозначения должны быть расшифрованы сразу после формулы. После нее ставится запятая, а на следующей строке без абзацного отступа после слова "где" приводятся все обозначения и через тире – их расшифровки; список должен быть составлен в порядке появления обозначений в формуле; в многострочных формулах вначале полностью описывается числитель, а затем – знаменатель; изменение индекса также считается введением нового обозначения, требующего новой расшифровки.

Если при расшифровке встречается обозначение, в свою очередь требующее формульной записи и расшифровки, то с ним поступают как с отдельной формулой, но расшифровку помещают в круглые скобки.

#### *Верстка рисунков*

Рисунки, представляющие собой графики, схемы и т. п., должны быть выполнены в графических векторных редакторах (встроенный редактор Microsoft Word, CorelDraw, Microsoft Visio и т. п.) в черно-белом виде. Использование точечных форматов (.bmp, .jpeg, .tiff, .html) допустимо только для рисунков, представ-

ление которых в векторных форматах невозможно (фотографии, копии экрана монитора и т. п.). Качество рисунков и фотографий должно быть не менее 300 dpi.

В поле рисунка должны размещаться только сам рисунок и его нумерационный и тематический заголовки. Под рисунком размещаются нумерационный заголовок и через точку – тематический. Строка (строки), содержащая заголовки, центрируется относительно рисунка. Переносы в словах в этой области недопустимы.

Описание самого рисунка и введенных на нем обозначений следует приводить в основном тексте статьи.

Каждый рисунок вместе с заголовком должен помещаться в текстовое поле или в поле объекта (в терминах Microsoft Word).

Следует стремиться к горизонтальному размеру рисунка, равному 16.5 или 7.9 см (в первом случае рисунок будет заверстан вразрез текста, во втором – в оборку).

Буквенные обозначения фрагментов рисунка (шрифт "Times New Roman", курсив, 9 pt) ставятся под фрагментом перед нумерационным заголовком; в тексте ссылка на фрагмент ставится после нумерационного заголовка через запятую (например, рис. 1, а).

Рисунок размещается в ближайшем возможном месте после первого упоминания его или его первого фрагмента в тексте. Первая ссылка на рисунок приводится, например как (рис. 3), последующие – как (см. рис. 3).

Основные линии на рисунках (границы блоков и соединительные линии на схемах, линии графиков) имеют толщину 1 pt, вспомогательные (выноски, оси, размерные линии) – 0.6 pt.

При формировании рисунка, представляющего собой схему, следует придерживаться требований ГОСТ, ЕСКД, ЕСПД (в частности, недопустимо использовать условные графические обозначения, соответствующие стандартам США и Европы, но не совпадающие с предусмотренными ГОСТ).

На рисунках, представляющих собой графики зависимостей, не следует делать размерную сетку, следует дать лишь засечки на осях, причем все засечки должны быть оцифрованы (т. е. всем засечкам должны соответствовать определенные числовые значения).

Если оси на рисунках оцифрованы, то они завершаются на позиции очередной засечки, где засечка не ставится, а вместо числовых значений даются обозначение переменной и (через запятую) единица измерения. Если оси не оцифровываются, то они завершаются стрелками, рядом с которыми даются обозначения переменных без единиц измерения.

Длины и шаг засечек следует устанавливать таким образом, чтобы на рисунке не было пустых областей, т. е. каждая засечка должна оцифровывать хотя бы некоторые точки одной из приведенных кривых.

Все текстовые фрагменты и обозначения на рисунке даются гарнитурой "Times New Roman" размером 9 pt с одинарным межстрочным интервалом; цифровые обозначения, буквенные обозначения фрагментов и нумерационный заголовок выделяются курсивом.

При необходимости в отдельных текстовых полях на рисунке могут помещаться обозначения и тексты, сформированные в редакторе формул; при этом следует использовать следующие установки редактора: размеры – "полный" 9 pt, "подстрочный" 7 pt, "под-подстрочный" 5.5 pt, "символ" 13 pt, "подсимвол" 11 pt.

Ссылки на обозначения на рисунке в основном тексте даются тем же начертанием (прямым или курсивным), как и на рисунке, но с размером шрифта 10.5 pt, соответствующим размеру основного текста.

#### *Верстка таблиц*

Текст в таблицах печатается через одинарный интервал, шрифтом "Times New Roman"; основной текст 9 pt, индексы 7 pt, подындексы 5.5 pt.

Таблица состоит из следующих элементов: нумерационного и тематического заголовков; головки (заголовочной части), включающей заголовки граф (объясняют значение данных в графах); боковика (первой слева графы) и прографки (остальных граф таблицы).

Нумерационный заголовок содержит слово "Таблица" и ее номер арабскими цифрами (без знака номера перед ними, без точки на конце; выравнивается по правому полю таблицы и выделяется светлым курсивом). На следующей строке дается тематический заголовок (выравнивается по центральному полю таблицы и выделяется жирным прямым; после него точка не ставится). Ссылка в тексте на таблицу дается аналогично ссылке на рисунок. Нумерация таблиц – сквозная в пределах статьи. Если таблица единственная, нумерационный заголовок не дается, а ссылка в тексте приводится по типу "см. таблицу".

Над продолжением таблицы на новой странице ставится заголовок "Продолжение табл. 5" (если таблица на данной странице не оканчивается) или "Окончание табл. 5" (если таблица на данной странице оканчивается). Если таблица продолжается на одной или на нескольких последующих страницах, то ее головка должна быть повторена на каждой странице.

Ни один элемент таблицы не должен оставаться пустым.

Заголовки пишут в именительном падеже единственного или множественного числа без произвольного сокращения слов (допустимы только общепринятые сокращения всех видов: графические сокращения, буквенные аббревиатуры и сложносокращенные слова). Множественное число ставится только тогда, когда среди текстовых показателей графы есть показатели, стоящие во множественном числе.

В одноярусной головке все заголовки пишутся с прописной буквы. В двух- и многоярусных головках заголовки верхнего яруса пишутся с прописной буквы; заголовки второго, третьего и т. д. ярусов – с прописной буквы, если они грамматически не подчинены стоящему над ними заголовку верхнего яруса, и со строчной, если они грамматически подчинены ему.

#### **Сведения об авторах**

Включают для каждого автора фамилию, имя, отчество (полностью), ученую или академическую степень, ученое звание (с датами присвоения и присуждения), почетные звания (с датами присвоения и присуждения), краткую научную биографию, количество печатных работ и сферу научных интересов (не более 5–6 строк), название организации, должность, служебный и домашний адреса, служебный и домашний телефоны, адрес электронной почты, при наличии – факс. Если ученых и/или академических степеней и званий нет, то следует указать место получения высшего образования, год окончания вуза и специальность. В справке следует указать автора, ответственного за прохождение статьи в редакции.

#### **Перечень основных тематических направлений журнала**

Тематика журнала соответствует группам специальностей научных работников 05.12.00 – "Радиотехника и связь", 05.27.00 – "Электроника" и 05.11.00 – "Приборостроение, метрология и информационно-измерительные приборы и системы" (в редакции приказа ВАК от 10.01.2012 № 5) и представляется следующими основными рубриками:

"Радиотехника и связь":

- Радиотехнические средства передачи, приема и обработки сигналов.
- Проектирование и технология радиоэлектронных средств.
- Телевидение и обработка изображений.
- Электродинамика, микроволновая техника, антенны.
- Системы, сети и устройства телекоммуникаций.
- Радиолокация и радионавигация.

"Электроника":

- Микро- и нанoeлектроника.
- Квантовая, твердотельная, плазменная и вакуумная электроника.
- Радиофотоника.
- Электроника СВЧ.

"Приборостроение, метрология и информационно-измерительные приборы и системы":

- Приборы и системы измерения на основе акустических, оптических и радиоволн.
- Метрология и информационно-измерительные приборы и системы.
- Приборы медицинского назначения, контроля среды, веществ, материалов и изделий.

Рукописи аспирантов публикуются бесплатно.

Адрес редакционного совета: 197376, Санкт-Петербург, ул. Проф. Попова, 5, СПбГЭТУ "ЛЭТИ", Издательство. Технические вопросы можно выяснить по адресу [radioelectronic@yandex.ru](mailto:radioelectronic@yandex.ru)