

Модульный дизайн интерфейсов в наноструктурах из квазикристаллических блоков

А. Е. Мадисон^{1✉}, П. А. Мадисон^{1,2}, В. А. Мошников², А. В. Соломонов²

¹Национальный исследовательский университет "Высшая школа экономики",
Санкт-Петербург, Россия

²Санкт-Петербургский государственный электротехнический университет "ЛЭТИ"
им. В. И. Ульянова (Ленина), Санкт-Петербург, Россия

✉ alex_madison@mail.ru

Аннотация

Введение. Аперриодический порядок открывает перспективы для создания новых материалов и структур с необычными свойствами. В настоящее время ведутся активные исследования с целью создания новых материалов из неатомарных строительных блоков, материалов и элементов на основе аперриодических детерминированных структур, фотонных кристаллов и квазикристаллов, метаматериалов. При отсутствии аналогов в природе важную роль приобретает выработка теоретических принципов для целенаправленного рационального дизайна подобных структур. Важным требованием является объединение субъединиц и строительных блоков в сложную иерархическую наноструктуру таким образом, чтобы локальный порядок при переходе через интерфейсные области менялся незначительно. Одним из вариантов решения этой проблемы является эпитаксиальное соответствие между отдельными слоями наноструктуры. Более сложные структуры строятся на принципах модульного дизайна. Ранее принципы модульного дизайна к квазикристаллическим структурам не применялись.

Цель работы. Применение общих принципов модульного дизайна к иерархическим структурам, содержащим квазикристаллические блоки.

Материалы и методы. Строение икосаэдрических квазикристаллов изучалось методами компьютерного моделирования в рамках концепции элементарных ячеек. Модульный дизайн интерфейсов основывался на предварительном построении трехмерной икосаэдрической упаковки с последующим вырезанием из нее двумерных фрагментов, пересекающихся по общим цепочкам эквивалентных узлов. Слои, вырезанные из квазикристаллических упаковок перпендикулярно осям симметрии икосаэдра, содержат близкие по структуре фрагменты из идентичных субъединиц, разделенных чередующимися длинными и короткими промежутками в соответствии с LS-последовательностью Фибоначчи. Проецирование элементов икосаэдрической структуры на ломаную поверхность обеспечивает когерентную "сшивку" фрагментов с различной симметрией при модульном дизайне наноструктур из квазикристаллических блоков.

Результаты. Показана возможность когерентной "сшивки" фрагментов с различной симметрией при модульном дизайне наноструктур из квазикристаллических блоков, которые в рамках классического рассмотрения представляются несовместимыми.

Заключение. Представлены примеры "сшивки" чередующихся слоев с симметрией второго, третьего и пятого порядков в единую иерархическую наноструктуру без существенного нарушения локального порядка при переходе через интерфейсные области.

Ключевые слова: наноструктуры, квазикристаллы, модульный дизайн, границы раздела, икосаэдрическая симметрия

Для цитирования: Модульный дизайн интерфейсов в наноструктурах из квазикристаллических блоков / А. Е. Мадисон, П. А. Мадисон, В. А. Мошников, А. В. Соломонов // Изв. вузов России. Радиоэлектроника. 2025. Т. 28, № 2. С. 80–93.

doi: 10.32603/1993-8985-2025-28-2-80-93

Конфликт интересов. Авторы заявляют об отсутствии конфликта интересов.

Источник финансирования. Работа выполнена при поддержке Российского научного фонда за счет гранта № 23-23-00392, <https://rscf.ru/project/23-23-00392/>.

Статья поступила в редакцию 27.01.2025; принята к публикации после рецензирования 14.03.2025; опубликована онлайн 30.04.2025

Modular Design of Interfaces in Nanostructures from Quasicrystalline Blocks

Alexey E. Madison^{1✉}, Pavel A. Madison^{1,2},
Vyacheslav A. Moshnikov², Alexander V. Solomonov²

¹HSE University, St Petersburg, Russia

²Saint Petersburg Electrotechnical University, St Petersburg, Russia

✉ alex_madison@mail.ru

Abstract

Introduction. Aperiodic order offers the possibility of creating new materials and structures with nonstandard properties. Active research is currently underway to obtain materials from non-atom building blocks, materials and elements based on aperiodic deterministic structures, photonic crystals and quasicrystals, and metamaterials. In the absence of natural analogues, the development of theoretical principles for the targeted rational design of their structures plays an important role. An important requirement consists in combining subunits and building blocks into a complex hierarchical nanostructure such that the local order would change only slightly when passing through interface regions. A possible solution to this problem is epitaxial matching between individual layers of the nanostructure. More complex structures are built on the principles of modular design. Previously, the principles of modular design have not been applied to quasicrystalline structures.

Aim. Apply the general principles of modular design to hierarchical structures containing quasicrystalline blocks.

Materials and methods. The structure of icosahedral quasicrystals was studied by computer simulation within the unit cell concept. The modular design of interfaces was based on the preliminary construction of a 3D icosahedral packing followed by cutting out those 2D fragments that intersect along common chains of equivalent nodes. The layers cut from quasicrystalline packings perpendicular to the symmetry axes of the icosahedron contain structurally similar fragments of identical subunits, separated by alternating long and short spaces in accordance with the LS Fibonacci sequence. Projection of icosahedral structure elements onto a kinked surface provides a coherent cross-linking of fragments with different symmetries by using the modular design of nanostructures from quasicrystalline blocks.

Results. The possibility of coherent cross-linking of fragments with different symmetries, which appears to be incompatible from the standpoint of classical theory, using the modular design of nanostructures from quasicrystalline blocks is confirmed.

Conclusion. Examples of cross-linking of alternating layers with 2, 3, and 5-fold symmetries into a single hierarchical nanostructure without a significant violation of the local order when passing through interface regions are presented.

Keywords: nanostructures, quasicrystals, modular design, interfaces, icosahedral symmetry

For citation: Madison A. E., Madison P. A., Moshnikov V. A., Solomonov A. V. Modular Design of Interfaces in Nanostructures from Quasicrystalline Blocks. Journal of the Russian Universities. Radioelectronics. 2025, vol. 28, no. 2, pp. 80–93. doi: 10.32603/1993-8985-2025-28-2-80-93

Conflict of interest. The authors declare no conflicts of interest.

Source of funding. Работа выполнена при поддержке Российского научного фонда за счет гранта № 23-23-00392, <https://rscf.ru/project/23-23-00392/>.

Submitted 27.01.2025; accepted 14.03.2025; published online 30.04.2025

Введение. Открытие квазикристаллов Шехтманом [1] привело к изменению одной из ключевых парадигм в физике конденсированного состояния. В понятие кристалла теперь включаются не только периодические решетки, но и аperiodические структуры, характеризующиеся существенно дискретной дифракционной картиной. Строгое математическое определение квазикристалла было дано Дайсоном: "Ква-

зикристалл – это распределение дискретных точечных масс, фурье-преобразование которых есть распределение дискретных точек в частотном (обратном) пространстве. Еще короче, квазикристалл – это чисто точечное распределение с чисто точечным спектром. Это определение включает в себя в качестве частного случая и обычные кристаллы как периодические распределения с периодическими спектрами" [2].

Например, распределение нетривиальных нулей дзета-функции Римана вдоль критической линии является одномерным квазикристаллом по определению, если гипотеза Римана верна. Столь кардинальное расширение понятия кристаллического состояния делает актуальным поиск возможных применений аperiодических структур всюду, где традиционно использовались периодические кристаллы.

Это значит, что всюду, где в электротехническом материаловедении традиционно использовались и используются кристаллические материалы, теперь могут применяться и материалы квазикристаллические. Цель настоящей статьи – представить критический обзор наиболее перспективных, на взгляд авторов, применений квазикристаллов и вытекающих из этого фундаментальных задач. Также в статье приводятся практические результаты использования принципов модульного дизайна для инжиниринга иерархических структур, содержащих квазикристаллические блоки.

Перспективные применения квазикристаллов в электротехническом и полупроводниковом материаловедении. Икосаэдрические квазикристаллы были впервые обнаружены при исследовании многокомпонентных металлических сплавов, и большинство синтезированных к настоящему времени квазикристаллов также обладает металлическим типом проводимости. Однако типичные значения удельного сопротивления при комнатной температуре для них находятся в диапазоне 100...15 000 мкОм·см, что соответствует нижним значениям области полупроводниковых материалов на границе с проводниками. При этом удельное сопротивление уменьшается с ростом температуры и возрастает с увеличением структурного совершенства, особенно в области низких температур, что характерно для стандартных кристаллических полупроводников [3]. Они характеризуются также низкой теплопроводностью и малыми значениями поверхностной адгезии и коэффициента трения. В совокупности с низкой теплопроводностью икосаэдрические квазикристаллы и материалы на их основе могут обладать достаточно высоким коэффициентом Зеебека, что делает их перспективными материалами для термоэлектрических устройств [4]. Особый интерес пред-

ставляют магнитные квазикристаллические материалы на базе переходных и/или редкоземельных элементов [5, 6]. Квазикристаллы могут обладать сверхпроводимостью [7].

Актуальной задачей является поиск квазикристаллических материалов с полупроводниковыми свойствами, среди которых в первую очередь следует упомянуть материалы на основе соединений бора [8]. В системах с высоким содержанием бора атомы образуют характерный структурный мотив из иерархически упорядоченных икосаэдрических кластеров B_{12} . Структуры в целом реализуются либо как икосаэдрические квазикристаллы, либо как их кристаллические аппроксиманты. Такие материалы как правило демонстрируют полупроводниковые свойства [9, 10].

Второе важное направление при поиске новых квазикристаллических полупроводников связано с исследованием сверхпрочных алмазоподобных материалов со структурами BC8 и R8. Первоначально такие структуры были обнаружены как метастабильные фазы кремния [11]. В основе структуры BC8 (пространственная группа $Ia\bar{3}$) лежит объемно-центрированная кубическая решетка с 8 атомами на элементарную ячейку. Ромбоэдрическую структуру R8 (пространственная группа $R\bar{3}$) можно рассматривать как искаженную BC8. Для обеих структур характерна тетраэдрическая координация атомов. Дмитриенко и Клеман показали, что позиции всех атомов Si в структуре BC8 можно получить проецированием из шестимерной кубической решетки. Если внутри кубической элементарной ячейки вписать икосаэдр, то 3/4 связей будут направлены почти в точности вдоль осей симметрии 5-го порядка [12]. Иными словами, структуру BC8 можно рассматривать как 1/1-аппроксимант гипотетического однокомпонентного икосаэдрического квазикристалла I-типа. Аналогичной структурой обладает предсказанная недавно новая сверхтвердая модификация алмазоподобного углерода, стабильная при высоких давлениях [13]. Активное внимание уделяется необычным модификациям твердых растворов Si–Ge [14]. Особый интерес представляют двухкомпонентные и трехкомпонентные химические соединения в системах B–C, B–N и B–C–N [15].

Еще одно важное направление связано с исследованием микро- и нанокристаллических форм алмаза с пентагональной и икосаэдрической симметрией [16, 17]. Прямые экспериментальные доказательства существования икосаэдрических форм наноалмазов приведены в [18, 19]. Их строение объясняется как результат множественного двойникового тетраэдров кубического алмаза через прослойки его гексагональной аллотропной модификации. Одно из возможных применений подобных структур – создание икосаэдрических квантовых точек для полупроводников IV группы и их изоэлектронных аналогов. Икосаэдрические алмазы могут достигать размеров ~ 1 мкм. Возникает вопрос: может ли аналогичный принцип быть положен в основу гипотетической структуры квазикристалла макроскопических размеров?

Чрезвычайно перспективное направление исследований физики полупроводников связано с возможностью топологического перехода металл–диэлектрик в квазикристаллах [20]. Согласно классической теории, если энергетические зоны заселены электронами частично, то соответствующий материал обладает металлической проводимостью. Наоборот, если зоны либо полностью заполнены, либо пусты, то соответствующий материал будет диэлектриком или полупроводником. Однако материалы с частично заполненными зонами могут быть диэлектриками вопреки упрощенной трактовке. Возможны различные механизмы топологических переходов: Мотта, Кондо, Пайерлса. Например, в соединениях переходных и редкоземельных металлов сильное локальное кулоновское взаимодействие между электронами, занимающими узкие d - и f -зоны, приводит к значительному обменному расщеплению и формированию запрещенной зоны вблизи уровня Ферми, превращая металл в изолятор Мотта.

В [21] отмечается, что большинство известных на сегодняшний день квазикристаллов обладают отрицательным температурным коэффициентом удельного сопротивления, высоким остаточным сопротивлением, магнеторезистивным эффектом наподобие легированных полупроводников. Экспериментальные исследования явлений переноса в образцах икосаэдрических квазикристаллов i -Al–Pd–Re высокой степени совершенства, как и

результаты расчета зонной структуры из первых основополагающих принципов (*ab initio*), свидетельствуют в пользу предположения, что большинство квазикристаллов на основе сплавов алюминия и переходных металлов обладают узкой запрещенной зоной вблизи уровня Ферми вследствие топологического перехода, истинный физический механизм которого остается не до конца выясненным. В [21] отмечается, что квазикристаллы и их кристаллические аппроксиманты в системах Al–Pd–Re, Al–Pd–Mn, Al–Re–Si обладают свойствами, промежуточными между тремя основными типами твердых тел: металлами, ковалентными полупроводниками и молекулярными кристаллами, а также обсуждаются перспективы поиска борсодержащих аналогов этих соединений.

Квазикристаллические материалы из неатомарных строительных блоков. Крёмер в своей Нобелевской лекции формулирует так называемую *лемму новых технологий*: "Основные области применения любой, достаточно новой инновационной технологии всегда были (и будут) порождены самой этой технологией" [22]. Нередко для этого требуются время и серьезные усилия при проведении фундаментальных и прикладных исследований в смежных областях. Использование аперидического порядка открывает широкие перспективы при создании новых материалов и структур с необычными свойствами. Выделим направления, где использование аперидических структур, по мнению авторов, может привести к значительному прогрессу.

В настоящее время ведутся активные исследования с целью создания новых материалов из неатомарных строительных блоков [23, 24], материалов и элементов на основе аперидических детерминированных структур [25], фотонных и фононных кристаллов и квазикристаллов, а также метаматериалов [26–30]. Особый интерес вызывают квазикристаллы с отрицательным и близким к нулю коэффициентом преломления [31], вплоть до возможности достижения эффекта оптического маскирования – так называемого эффекта шапки-невидимки [32].

Особый интерес представляют эффекты локализации света в фотонных квазикристаллах [33–35]. Важные практические применения могут иметь фотонные квазикристаллы с полной шириной запрещенной зоны [36].

В частности, в случае квазикристаллических структур фотонная запрещенная зона значительно более изотропна, что является преимуществом при использовании их в качестве высокоэффективных изотропных источников теплового излучения. Излучение с частотами выше и ниже границ фотонной запрещенной зоны соответствует модам, которые могут распространяться через фотонный кристалл. Наличие локализованных мод можно использовать для дизайна лазерных систем с необычным распределением светового поля.

Принципы теоретического описания дальнего порядка в икосаэдрических квазикристаллах и методы дизайна новых структур. При отсутствии структурных аналогов в природе важную роль приобретает разработка теоретических принципов для целенаправленного рационального дизайна подобных структур [37]. Предсказание возможных термодинамически стабильных аperiodических структур и объяснение их потенциальных свойств – далеко не тривиальные задачи. Зона Бриллюэна в классическом понимании – это многогранник Вороного обратной решетки, а волновые функции Блоха (плоские волны) – собственные функции (инфинитезимального) оператора трансляции. Очевидно, что для квазикристаллов волновые функции Блоха не являются собственными функциями гамильтониана системы. Говоря о предсказании существования и стабильности (всех) возможных квазикристаллов и их кристаллических аппроксимантов, Штойрер отмечает: "Серьезной сложностью квантово-механических расчетов станет отсутствие периодических граничных условий" [38].

Современные методы описания структуры квазикристаллов базируются на многомерном подходе (методе вырезания и проецирования) [39]. В рамках этого подхода сначала вычисляют некую квазикристаллическую функцию плотности как результат фурье-синтеза. При этом число базисных векторов обратного пространства больше размерности физического пространства. В качестве исходных данных используются экспериментально измеренные интенсивности дифракционных рефлексов. Затем определенным образом выбранный срез полученного распределения проецируется на реаль-

ное физическое трехмерное пространство. Далее осуществляется подгонка полученной структуры к заранее выбранной модели с большим числом варьируемых параметров. Итак, многомерный подход в его современной формулировке подразумевает, что исследуемый материал уже синтезирован и результаты дифракционных исследований имеются в наличии. Если же стоит задача поиска гипотетических структур с требуемым квазикристаллическим дальним порядком и заданным локальным, то общепринятые методы структурного описания квазикристаллов едва ли применимы.

Авторами статьи была предложена теория строения икосаэдрических квазикристаллов на базе концепции элементарных ячеек [40–44]. В рамках такого подхода наблюдается полная аналогия со строением обычных периодических кристаллов. Разница лишь в том, что структура периодических кристаллов описывается трансляциями одной-единственной элементарной ячейки, а квазикристалл представляет собой упаковку сразу нескольких типов элементарных ячеек из определенного базового набора. Заполнение пространства ячейками осуществляется при помощи итерационного алгоритма инфляций и дефляций, а не посредством трансляций. Элементарные ячейки квазикристалла могут быть по-разному ориентированы в пространстве согласно лемме Бёрнсайда об орбите и стабилизаторе (иначе называемой также леммой Коши–Фробениуса). Элементарная ячейка кристалла заполняется конкретными атомами с учетом конкретной пространственной группы в соответствии с позициями Вайкоффа. Ячейки квазикристалла заполняются с учетом их собственной симметрии в соответствии с подгруппой-стабилизатором и правилами локального соответствия. Правила локального соответствия накладывают дополнительные требования, чтобы позиции атомов на гранях, ребрах и в вершинах различных элементарных ячеек были согласованы, если они соприкасаются друг с другом. Как и для кристаллов, можно перечислить строго определенное число позиций общего и частного положения. Все ячейки одного типа заполняются атомами одинаковым образом.

Таким образом, квазикристаллы можно рассматривать как упаковки идентичных копий ячеек

нескольких типов. Для каждой ячейки следует указать ее тип, а также ориентацию и положение в пространстве относительно центра упаковки.

Существует 3 основных типа икосаэдрических квазикристаллов: P , I , F [45]. Они получают посредством проецирования срезов шестимерных аналогов примитивной, объемно-центрированной и гранецентрированной кубических решеток. В основе упаковки P -типа лежит разбиение Соколар–Стейнхардта на золотые зоноэдры [46]. Правила подстановок для зоноэдров, алгоритм построения упаковки и получающиеся характерные структурные фрагменты детально описаны авторами в [40–42]. Построение упаковок I - и F -типов базируется на использовании двух различных разбиений на тетраэдры Данцера [47]. Алгоритм их построения подробно рассмотрен авторами в [43, 44].

Знание принципов построения квазикристаллической упаковки позволяет перейти к дизайну иерархических структур следующего уровня сложности. Например, это могут быть периодически чередующиеся аperiодические блоки либо, наоборот, фрагменты периодических кристаллов, объединенные по правилам, характерным для детерминированных аperiодических структур. Иными словами, аperiодический порядок можно использовать для инжиниринга сверхрешеток и наноструктур нового типа – на основе квазикристаллических блоков (в более широком смысле – на основе аperiодического порядка).

В настоящее время ведутся активные исследования, направленные на разработку оптических фильтров на основе многослойных аperiодических структур (при этом широко используются последовательности Фибоначчи, Тью–Морзе, Рудина–Шапиро), концентраторов для сверхтонких фотовольтаических элементов на основе спирально расположенных массивов точек, а также аperiодических структур на основе распределения нетривиальных нулей дзета-функции Римана [25]. Последние, в частности, могут найти применение в квантовых вычислениях и инженерии Флоке [48]. Авторами статьи был создан прототип аperiодической дифракционной решетки, основанной на связи между простыми числами и нулями дзета-функции Римана, и впервые продемонстрирован дифракционный спектр, индексируемый простыми числами [49].

При разработке аperiодических наноструктур с элементами наноархитектоники важным требованием является объединение субъединиц и строительных блоков в сложную иерархическую наноструктуру таким образом, чтобы локальный порядок при переходе через интерфейсные области менялся незначительно. При дизайне относительно простых многослойных структур обычно подразумевается, что между отдельными слоями существует эпитаксиальное соответствие. Сложные иерархические структуры строятся на принципах модульного дизайна [50]. Он хорошо зарекомендовал себя при анализе строения сложных многокомпонентных химических соединений с большим числом атомов в элементарной ячейке, а также при анализе кластеров [51]. Заметим, что ранее принципы модульного дизайна к квазикристаллическим структурам не применялись.

Перед авторами стояла задача применить общие принципы модульного дизайна к иерархическим структурам нового класса, содержащим квазикристаллические блоки. В результате оказалось, что чередующиеся слои с симметрией второго, третьего и пятого порядков можно объединить в единую иерархическую слоистую наноструктуру без существенного нарушения локального порядка при переходе через интерфейсные области. В рамках классической кристаллографии такая "сшивка" представляется невозможной. Такие интерфейсные области представляют собой когерентные гетерограницы нового типа.

Ранее авторами статьи было показано, что структуру икосаэдрического квазикристалла любого типа можно свести к упаковке зоноэдров [42]. При этом слои, вырезанные из икосаэдрических упаковок перпендикулярно осям 2-го, 3-го и 5-го порядков, будут содержать одинаковые цепочки триаконтаэдров с чередующимися короткими и длинными расстояниями между ними (как в LS -последовательности Фибоначчи) [41]. Если в упаковке зоноэдров триаконтаэдры отождествить с некими (мета-) атомами, то получится идеализированная структура гипотетического однокомпонентного икосаэдрического квазикристалла P -типа. Наличие идентичных структурных фрагментов в слоях с различной симметрией открывает возможности для применения модульного дизайна.

Использованный авторами теоретический подход основывается на предварительном построении трехмерной икосаэдрической упаковки с последующим вырезанием из нее чередующихся двумерных фрагментов различной симметрии, пересекающихся по общим цепочкам эквивалентных узлов.

Результаты. Поясним, каким образом в описанном методе обеспечивается бездефектная "сшивки" слоев. Вначале строились упаковки зоноэдров (икосаэдрические квазикристаллы *P*-типа) в соответствии с итерационным алгоритмом [42]. Полученные упаковки сохранялись в виде списков, содержавших сотни тысяч ячеек. Затем осуществлялась фильтрация списков по типу ячейки, так что в них оставляли только триаконтаэдры. Из интересующей упаковки вырезали слой, перпендикулярный оси 5-го порядка и проходящий через начало координат. В этом слое на некотором расстоянии от начала координат в ту и в другую сторону искали упомянутую выше цепочку эквивалентных узлов. В результате получалась полоса, внутри которой расположение узлов характеризуется симметрией 5-го порядка. Затем вырезали полосу из слоя, перпендикулярного оси 2-го порядка, но он проходил не через начало координат, а через найденную на предыдущем шаге общую цепочку эквивалентных узлов. Далее процесс повторялся, так что в итоге получалась иерархическая наноструктура из чередующихся полос с симметрией 5-го и 2-го порядков, сшитых воедино без существенного нарушения локального порядка при переходе через интерфейсные области. Аналогичным образом получали наноструктуру из чередующихся полос с симметрией 5-го и 3-го порядков. В целом этот метод можно представить как проецирование единой трехмерной структуры на изломанную двумерную поверхность.

Результаты представлены на рисунке. На рисунке *a* демонстрируется возможность чередования полос (слоев) с симметрией 5-го и 2-го порядков, а на рисунке *б* – с симметрией 5-го и 3-го порядков соответственно.

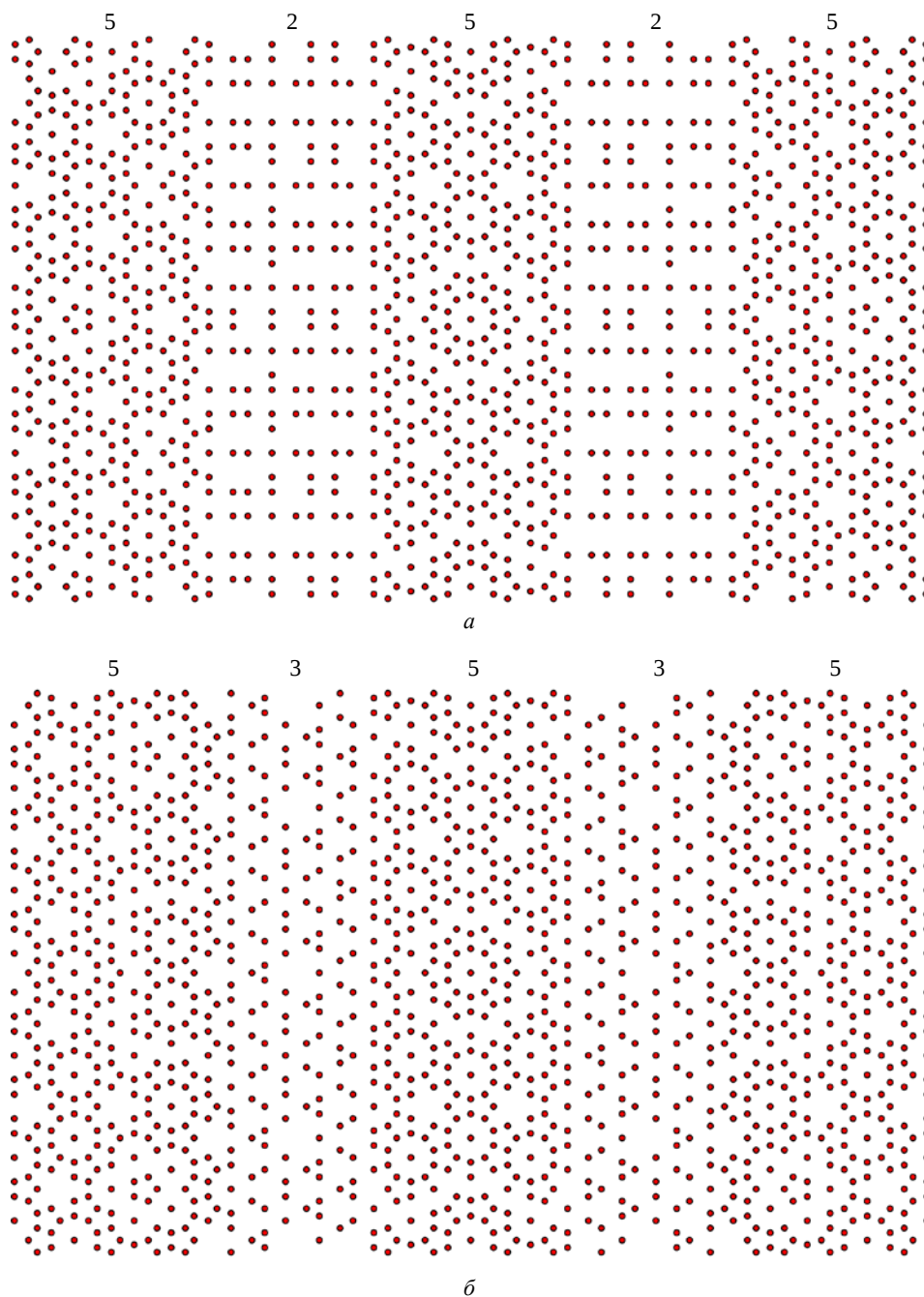
Еще раз обратим внимание на то, что полосы с локальной симметрией 2, 3 и 5-го порядков соответствуют фрагментам гипотетического однокомпонентного квазикристалла. Воз-

можная структура (возможные структуры) однокомпонентного икосаэдрического квазикристалла и условия его термодинамической стабильности в целом на сегодняшний день являются нерешенными проблемами [38]. Авторам известна только одна работа, в которой представлены результаты вычислительного эксперимента по исследованию процесса самосборки однокомпонентного квазикристалла методами молекулярной динамики [52]. Образование икосаэдрической структуры возможно в случае осциллирующего парного потенциала взаимодействия с несколькими локальными минимумами. Для определенных значений параметров взаимодействия икосаэдрический ближний и дальний порядки формировались быстро и с высокой степенью воспроизводимости. Полученные авторами статьи характерные структурные мотивы для взаимного расположения атомов внутри фрагментов с различной симметрией в целом качественно согласуются с результатами работы [52].

На практике объединение нескольких различных квазикристаллических фрагментов в единую иерархическую структуру предоставляет широкие возможности для управления коэффициентом преломления и коэффициентом отражения. По мнению авторов, подобные структуры могут также найти свое применение либо при дизайне многослойных апериодических структур (в том числе, упаковок слоев из апериодически расположенных стержней), либо при создании искусственных двумерных квазикристаллических разбиений методами сканирующей зондовой микроскопии для целей наноопластики [53].

Заключение. Представлен критический обзор наиболее перспективных применений квазикристаллов в электротехническом материаловедении и вытекающих из этого фундаментальных задач. Квазикристаллический дальний порядок может быть реализован как на атомарном уровне, так и в структурах из неатомарных строительных блоков.

Показана возможность использования принципов модульного дизайна при инжиниринге сложных иерархических наноструктур, содержащих квазикристаллические блоки. Представлены примеры "сшивки" чередующихся слоев с симметрией 2, 3 и 5-го порядков в единую иерархическую наноструктуру без нарушения локального порядка при переходе через интер-



Наноструктуры с когерентными интерфейсами: *a* – "сшивка" фрагментов с симметрией 5-го и 2-го порядков;
b – "сшивка" фрагментов с симметрией 5-го и 3-го порядков

Nanostructures with coherent interfaces: *a* – cross-linking of 5-fold and 2-fold fragments;
b – cross-linking of 5-fold and 3-fold fragments

фейсные области. Эти результаты открывают новые возможности при разработке многослойных наноструктур нового типа, а также предо-

ставляют перспективные варианты новых топологических решений при создании искусственных двумерных квазикристаллических структур.

Авторский вклад

Мадисон Алексей Евгеньевич – руководство исследованием; теоретическая разработка научной концепции, анализ литературы; анализ результатов; написание статьи.

Мадисон Павел Алексеевич – анализ литературы; теоретическая разработка метода; программная реализация алгоритмов; анализ результатов; участие в подготовке финальной версии статьи.

Мошников Вячеслав Алексеевич – вклад в разработку и проведение исследования; анализ результатов; участие в подготовке финальной версии статьи.

Соломонов Александр Васильевич – анализ результатов; участие в подготовке финальной версии статьи.

Author's contribution

Alexey E. Madison, supervising scientific research; theoretical conceptualization; literature review; analysis of the results; writing the manuscript.

Pavel A. Madison, literature review; development and implementation of the method; analysis of the results; contribution to the final manuscript.

Vyacheslav A. Moshnikov, contribution to the design and implementation of the research; analysis of results; contribution to the final manuscript.

Alexander V. Solomonov, analysis of the results; contribution to the final manuscript.

Список литературы

1. Metallic phase with long-range orientational order and no translational symmetry / D. Shechtman, I. Blech, D. Gratias, J. W. Cahn // *Phys. Rev. Lett.* 1984. Vol. 53, № 20. P. 1951–1953.
doi: 10.1103/PhysRevLett.53.1951
2. Дайсон Ф. Птицы и лягушки в математике и физике // *Успехи физических наук.* 2010. Т. 180, № 8. С. 859–870.
doi: 10.3367/UFNr.0180.201008f.0859
3. Dubois J. M. Properties- and Applications of Quasicrystals and Complex Metallic Alloys // *Chemical Society Reviews.* 2012. Vol. 41, iss. 20. P. 6760–6777.
doi: 10.1039/C2CS35110B
4. Maciá E. Optimizing the thermoelectric efficiency of icosahedral quasicrystals and related complex alloys // *Phys. Rev. B.* 2009. Vol. 80, № 20. Art. № 205103.
doi: 10.1103/PhysRevB.80.205103
5. Stadnik Z. M. Magnetic properties of quasicrystals and their approximants // *Handbook of Magnetic Materials.* 2013. Vol. 21. P. 77–130.
doi: 10.1016/B978-0-444-59593-5.00002-7
6. Complex metallic alloys as new materials for additive manufacturing / S. Kenzari, D. Bonina, J. M. Dubois, V. Fournée // *Science and Technology of Advanced Materials.* 2014. Vol. 15, № 2. Art. № 024802.
doi: 10.1088/1468-6996/15/2/024802
7. Discovery of superconductivity in quasicrystal / K. Kamiya, T. Takeuchi, N. Kabeya, N. Wada, T. Ishimasa, A. Ochiai, K. Deguchi, K. Imura, N. K. Sato // *Nature Communications.* 2018. Vol. 9, № 1. Art. № 154.
doi: 10.1038/s41467-017-02667-x
8. Швейкин Г. П., Ивановский А. Л. Химическая связь и электронные свойства боридов металлов // *Успехи химии.* 1994. Т. 63, № 9. С. 751–775.
doi: 10.1070/RC1994v063n09ABEH000114
9. Possibility of semiconducting quasicrystal in boron-rich solids / K. Kimura, A. Hori, M. Takeda, H. Yamashita, H. Ino // *J. of Non-Crystalline Solids.* 1993. Vol. 153–154. P. 398–402.
doi: 10.1016/0022-3093(93)90382-8
10. Search for the boron quasicrystal by first-principle-calculation / T. Takahashi, K. Kitahara, Y. Katsura, J. Okada, Y. Matsushita, K. Kimura // *Solid State Sciences.* 2020. Vol. 108. Art. № 106377.
doi: 10.1016/j.solidstatesciences.2020.106377
11. Haberl B., Strobel T. A., Bradby J. E. Pathways to exotic metastable silicon allotropes // *Appl. Phys. Rev.* 2016. Vol. 3. Art. № 040808.
doi: 10.1063/1.4962984
12. Dmitrienko V. E., Kléman M. Icosahedral order and disorder in semiconductors // *Philosophical Magazine Lett.* 1999. Vol. 79, № 6. P. 359–367.
doi: 10.1080/095008399177200
13. Oganov A. R., Glass C. W. Crystal structure prediction using ab initio evolutionary techniques: Principles and applications // *J. Chemical Physics.* 2006. Vol. 124, iss. 24. Art. № 244704.
doi: 10.1063/1.2210932
14. Wagner J., Núñez-Valdez M. Ab initio study of band gap properties in metastable BC8/ST12 Si_xGe_{1-x} alloys // *Appl. Phys. Lett.* 2020. Vol. 117. Art. № 032105.
doi: 10.1063/5.0010311
15. First-principles structural design of superhard materials / X. Zhang, Y. Wang, J. Lv, C. Zhu, Q. Li, M. Zhang, Q. Li, Y. Ma // *J. of Chemical Physics.* 2013. Vol. 138, № 11. Art. № 114101.
doi: 10.1063/1.4794424
16. Шевченко В. Я., Мадисон А. Е. Икосаэдрический алмаз // *Физика и химия стекла.* 2006. Т. 32, № 1. С. 161–165.
17. Shevchenko V. Ya., Madison A. E., Mackay A. L. Coherent coexistence of nanodiamonds and carbon onions in icosahedral core-shell particles // *Acta Crystallographica Section A: Foundations and Advances.* 2007. Vol. 63, № 2. P. 172–176.
doi: 10.1107/S0108767307002723
18. Growth mechanism of icosahedral and other five-fold symmetric diamond crystals / Q. P. Wei, L. Ma, J. Ye, Z. M. Yu // *Transactions of Nonferrous Metals Society of China.* 2015. Vol. 25, № 5. P. 1587–1598.
doi: 10.1016/S1003-6326(15)63762-1
19. Complex nanostructures in diamond / P. Németh, K. McColl, L. A. J. Garvie, C. G. Salzmann, M. Murri, P. F. McMillan // *Nature Materials.* 2020. Vol. 19. P. 1126–1131.
doi: 10.1038/s41563-020-0759-8
20. Krajčí M., Hafner J. Topologically induced semiconductivity in icosahedral Al–Pd–Re and its approximants // *Phys Rev. B.* 2007. Vol. 75. Art. № 024116.
doi: 10.1103/PhysRevB.75.024116

21. Takagiwa Y., Kimura K. Metallic-covalent bonding conversion and thermoelectric properties of Al-based icosahedral quasicrystals and approximants // *Science and Technology of Advanced Materials*. 2014. Vol. 15. Art. № 044802.
doi: 10.1088/1468-6996/15/4/044802
22. Крёмер Г. Квазиэлектрическое поле и разрывы зон. Обучение электронов новым фокусам // *Успехи физических наук*. 2002. Т. 172, № 9. С. 1087–1101.
doi: 10.3367/UFNr.0172.200209f.1087
23. Quasicrystalline materials from non-atom building blocks / Y. Nagaoka, J. Schneider, H. Zhu, O. Chen // *Matter*. 2023. Vol. 6. P. 30–58.
doi: 10.1016/j.matt.2022.09.027
24. High-throughput screening of 3D-printed architected materials inspired by crystal lattices: procedure, challenges, and mechanical properties / M. Yu. Arsentev, E. I. Sysoev, A. I. Makogon, S. V. Balabanov, M. M. Sychev, M. H. Hammouri, V. A. Moshnikov // *ACS Omega*. 2023. Vol. 8, № 28. P. 24865–24874.
doi: 10.1021/acsomega.3c00874
25. Optics of Aperiodic Structures: Fundamentals and Device Applications / ed. by L. Dal Negro. Singapore: Pan Stanford Publishing, 2014. 530 p.
doi: 10.1201/b15653
26. Vardeny Z., Nahata A., Agrawal A. Optics of Photonic Quasicrystals // *Nature Photonics*. 2013. Vol. 7, № 3. P. 177–187.
doi: 10.1038/nphoton.2012.343
27. Experimental measurement of the photonic properties of icosahedral quasicrystals / W. Man, M. Megens, P. J. Steinhardt, P. M. Chaikin // *Nature*. 2005. Vol. 436. P. 993–996.
doi: 10.1038/nature03977
28. Poddubny A. N., Ivchenko E. L. Photonic quasicrystalline and aperiodic structures // *Physica E: Low-dimensional Systems and Nanostructures*. 2010. Vol. 42, № 7. P. 1871–1895.
doi: 10.1016/j.physe.2010.02.020
29. McGurn A. R. Introduction to Photonic and Phononic Crystals and Metamaterials. Cham: Springer, 2020. 193 p.
doi: 10.1007/978-3-031-02384-2
30. Arjunan A., Baroutaji A., Robinson J. Advances in Acoustic Metamaterials / ed. by A. G. Olabi // *Encyclopedia of Smart Materials*. Elsevier, 2022. Vol. 3. P. 1–10.
doi: 10.1016/B978-0-12-815732-9.00091-7
31. Negative refraction and imaging with quasicrystals / X. Zhang, Z. Feng, Y. Wang, Z. Y. Li, B. Cheng, D. Z. Zhang; ed. C. M. Krowne, Y. Zhang // *Physics of Negative Refraction and Negative Index Materials*. Berlin, Heidelberg: Springer, 2007. P. 167–182.
doi: 10.1007/978-3-540-72132-1_7
32. Boriskina S. Quasicrystals: Making invisible materials // *Nature Photonics*. 2015. Vol. 9. P. 422–424.
doi: 10.1038/nphoton.2015.107
33. Jeon S. Y., Kwon H., Hur K. Intrinsic photonic wave localization in a three-dimensional icosahedral quasicrystal // *Nature Physics*. 2017. Vol. 13. P. 363–368.
doi: 10.1038/nphys4002
34. Experimental observation of intrinsic light localization in photonic icosahedral quasicrystals / A. D. Sinelnik, I. I. Shishkin, X. Yu, K. B. Samusev, P. A. Belov, M. F. Limonov, P. Ginzburg, M. V. Rybin // *Advanced Optical Materials*. 2020. Vol. 8, iss. 21. Art. № 2001170.
doi: 10.1002/adom.202001170
35. Observation of localization of light in linear photonic quasicrystals with diverse rotational symmetries / P. Wang, Q. Fu, V. V. Konotop, Y. V. Kartashov, F. Ye // *Nature Photonics*. 2024. Vol. 18. P. 224–229.
doi: 10.1038/s41566-023-01350-6
36. Florescu M., Torquato S., Steinhardt P. J. Complete band gaps in two-dimensional photonic quasicrystals // *Phys. Rev. B*. 2009. Vol. 80. Art. № 155112.
doi: 10.1103/PhysRevB.80.155112
37. Widom M., Mihalkovič M. Quasicrystal structure prediction: A review // *Israel J. of Chemistry*. 2024. Vol. 64, № 10–12. Art. № e202300122.
doi: 10.1002/ijch.202300122
38. Steurer W. Quasicrystals: What do we know? What do we want to know? What can we know? // *Acta Crystallographica Section A: Foundations and Advances*. 2018. Vol. 74. P. 1–11.
doi: 10.1107/S2053273317016540
39. Steurer W., Deloudi S. Crystallography of Quasicrystals. Concepts, Methods and Structures. Berlin, Heidelberg: Springer, 2009. 384 p.
doi: 10.1007/978-3-642-01899-2
40. Madison A. E. Substitution rules for icosahedral quasicrystals // *RSC Advances*. 2015. Vol. 5, iss. 8. P. 5745–5753.
doi: 10.1039/C4RA09524C
41. Madison A. E. Atomic structure of icosahedral quasicrystals: stacking multiple quasi-unit cells // *RSC Advances*. 2015. Vol. 5, iss. 97. P. 79279–79297.
doi: 10.1039/C5RA13874D
42. Мадисон А. Е., Мадисон П. А., Мошников В. А. Концепция элементарных ячеек в теории квазикристаллов // *Журн. техн. физики*. 2024. Т. 94, № 4. С. 561–574.
43. Мадисон А. Е., Мадисон П. А. Теория строения икосаэдрических квазикристаллов: общие принципы // *Журн. техн. физики*. 2024. Т. 94, № 12. С. 2123–2134.
44. Мадисон А. Е., Мадисон П. А. Теория строения икосаэдрических квазикристаллов: типы упаковок // *Журн. техн. физики*. 2025. Т. 95, № 1. С. 56–78.
45. Levitov L. S., Rhyner J. Crystallography of quasicrystals; application to icosahedral symmetry // *J. Phys. France*. 1988. Vol. 49. P. 1835–1849.
doi: 10.1051/jphys:0198800490110183500
46. Socolar J. E. S., Steinhardt P. J. Quasicrystals. II. Unit-cell configurations // *Phys. Rev. B*. 1986. Vol. 34, № 2. P. 617–647.
doi: 10.1103/PhysRevB.34.617
47. Danzer L. Three-dimensional analogs of the planar Penrose tilings and quasicrystals // *Discrete Mathematics*. 1989. Vol. 76, № 1. P. 1–7.
doi: 10.1016/0012-365X(89)90282-3
48. Identifying the Riemann zeros by periodically driving a single qubit / R. He, M. Z. Ai, J. M. Cui,

Y. F. Huang, Y. J. Han, C. F. Li, T. Tu, C. E. Creffield, G. Sierra, G. C. Guo // Phys. Rev. A. 2020. Vol. 101, № 4. Art. № 043402.

doi: 10.1103/PhysRevA.101.043402

49. Аперидическая дифракционная решетка, основанная на связи между простыми числами и нулями дзета-функции Римана / А. Е. Мадисон, Д. А. Козодаев, А. Н. Казанков, П. А. Мадисон, В. А. Мошников // Журн. техн. физики. 2024. Т. 94, № 4. С. 658–663.

50. Crystallography of Modular Materials / G. Ferraris, E. Makovicky, S. Merlino. Oxford: Oxford University Press, 2008. 372 p.

doi: 10.1093/acprof:oso/9780199545698.001.0001

51. Бульенков Н. А., Тытик Д. Л. Модульный дизайн икосаэдрических металлических кластеров // Изв. Академии наук. Сер. химическая. 2001. № 1. С. 1–19.

52. Computational self-assembly of a one-component icosahedral quasicrystal / M. Engel, P. F. Damasceno, C. L. Phillips, S. C. Glotzer // Nature Materials. 2015. Vol. 14. P. 109–116.

doi: 10.1038/nmat4152

53. Fabricating quasiperiodic tilings with thermal-scanning probe lithography / L. Chandler, O. J. Barker, A. J. Wright, L. O'Brien, S. Coates, R. McGrath, R. Lifshitz, H. R. Sharma // Israel J. of Chemistry. 2024. Vol. 64, № 10–11. Art. № e202300115.

doi: 10.1002/ijch.202300115

Информация об авторах

Мадисон Алексей Евгеньевич – кандидат физико-математических наук (1994), доцент (2000), лауреат премии Международной академической издательской компании МАИК "Наука/Интерпериодика" за лучшую публикацию в издаваемых при ее участии журналах (2002), ведущий научный сотрудник Национального исследовательского университета "Высшая школа экономики". Автор 51 научной работы. Сфера научных интересов – симметрия; квазикристаллы; аперидические структуры.

Адрес: Национальный исследовательский университет "Высшая школа экономики", ул. Союза Печатников, д. 16, Санкт-Петербург, 190121, Россия

E-mail: alex_madison@mail.ru

<https://orcid.org/0000-0001-7592-2980>

Мадисон Павел Алексеевич – кандидат физико-математических наук (2024), ассистент кафедры микро- и наноэлектроники Санкт-Петербургского государственного электротехнического университета "ЛЭТИ" им. В. И. Ульянова (Ленина). Автор 17 научных работ. Сфера научных интересов – икосаэдрические квазикристаллы; аперидические структуры.

Адрес: Санкт-Петербургский государственный электротехнический университет "ЛЭТИ" им. В. И. Ульянова (Ленина), ул. Профессора Попова, д. 5 Ф, Санкт-Петербург, 197022, Россия

E-mail: palmadis@mail.ru

<https://orcid.org/0000-0003-0722-6646>

Мошников Вячеслав Алексеевич – доктор физико-математических наук (1997), профессор (1999), почетный работник высшего профессионального образования Российской Федерации (2007), профессор кафедры микро- и наноэлектроники Санкт-Петербургского государственного электротехнического университета "ЛЭТИ" им. В. И. Ульянова (Ленина). Автор более 600 научных работ. Сфера научных интересов – методы микро- и нанодиагностики; коллоидные квантовые точки; золь-гель-технология; иерархические пористые материалы; биосенсоры; солнечные элементы; фотокатализаторы.

Адрес: Санкт-Петербургский государственный электротехнический университет "ЛЭТИ" им. В. И. Ульянова (Ленина), ул. Профессора Попова, д. 5 Ф, Санкт-Петербург, 197022, Россия

E-mail: vamoashnikov@mail.ru

<https://orcid.org/0000-0001-6500-5492>

Соломонов Александр Васильевич – доктор физико-математических наук (2000), профессор (2002), профессор кафедры микро- и наноэлектроники, заслуженный профессор Санкт-Петербургского государственного электротехнического университета "ЛЭТИ" им. В. И. Ульянова (Ленина). Автор более 150 научных работ. Сфера научных интересов – микроэлектроника и оптика полупроводников; наноэлектроника; квантово-размерные гетероструктуры.

Адрес: Санкт-Петербургский государственный электротехнический университет "ЛЭТИ" им. В. И. Ульянова (Ленина), ул. Профессора Попова, д. 5 Ф, Санкт-Петербург, 197022, Россия

E-mail: alexander.v.solomonov@gmail.com

<https://orcid.org/0000-0001-6721-4159>

References

1. Shechtman D., Blech I., Gratias D., Cahn J. W. Metallic Phase with Long-Range Orientational Order and No Translational Symmetry. Phys. Rev. Lett. 1984, vol. 53, no. 20, pp. 1951–1953.
doi: 10.1103/PhysRevLett.53.1951

2. Dyson F. Birds and Frogs. Notices of the American Mathematical Society. 2009, vol. 56, no. 2, pp. 212–223.

3. Dubois J. M. Properties- and Applications of Quasicrystals and Complex Metallic Alloys. Chemical Society Reviews. 2012, vol. 41, iss. 20, pp. 6760–6777.

doi: 10.1039/C2CS35110B

4. Maciá E. Optimizing the Thermoelectric Efficiency of Icosahedral Quasicrystals and Related Complex Alloys. *Phys. Rev. B*. 2009, vol. 80, no. 20, art. no. 205103.

doi: 10.1103/PhysRevB.80.205103

5. Stadnik Z. M. Magnetic Properties of Quasicrystals and Their Approximants. *Handbook of Magnetic Materials*. 2013, vol. 21, pp. 77–130.

doi: 10.1016/B978-0-444-59593-5.00002-7

6. Kenzari S., Bonina D., Dubois J. M. Fournée V. Complex Metallic Alloys as New Materials for Additive Manufacturing. *Science and Technology of Advanced Materials*. 2014, vol. 15, no. 2, art. no. 024802.

doi: 10.1088/1468-6996/15/2/024802

7. Kamiya K., Takeuchi T., Kabeya N., Wada N., Ishimasa T., Ochiai A., Deguchi K., Imura K., Sato N. K. Discovery of superconductivity in quasicrystal. *Nature Communications*. 2018, vol. 9, no. 1, art. no. 154.

doi: 10.1038/s41467-017-02667-x

8. Shveikin G. P., Ivanovskii A. L. The Chemical Bonding and Electronic Properties of Metal Borides. *Russ. Chem. Rev.* 1994, vol. 63, no. 9, pp. 711–734.

doi: 10.1070/RC1994v063n09ABEH000114

9. Kimura K., Hori A., Takeda M., Yamashita H., Ino H. Possibility of Semiconducting Quasicrystal in Boron-Rich Solids. *J. of Non-Crystalline Solids*. 1993, vol. 153–154, pp. 398–402.

doi: 10.1016/0022-3093(93)90382-8

10. Takahashi T., Kitahara K., Katsura Y., Okada J., Matsushita Y., Kimura K. Search for the Boron Quasicrystal by First-Principle-Calculation. *Solid State Sciences*. 2020, vol. 108, art. no. 106377.

doi: 10.1016/j.solidstatesciences.2020.106377

11. Haberl B., Strobel T. A., Bradby J. E. Pathways to Exotic Metastable Silicon Allotropes. *Appl. Phys. Rev.* 2016, vol. 3, art. no. 040808.

doi: 10.1063/1.4962984

12. Dmitrienko V. E., Kléman M. Icosahedral Order and Disorder in Semiconductors. *Philosophical Magazine Let.* 1999, vol. 79, no. 6, pp. 359–367.

doi: 10.1080/095008399177200

13. Oganov A. R., Glass C. W. Crystal structure prediction using ab initio evolutionary techniques: Principles and applications. *J. Chemical Physics*. 2006, vol. 124, iss. 24, art. no. 244704.

doi: 10.1063/1.2210932

14. Wagner J., Núñez-Valdez M. Ab Initio Study of Band Gap Properties in Metastable BC₈/ST12 Si_xGe_{1-x} Alloys. *Appl. Phys. Let.* 2020, vol. 117, art. no. 032105.

doi: 10.1063/5.0010311

15. Zhang X., Wang Y., Lv J., Zhu C., Li Q., Zhang M., Li Q., Ma Y. First-principles structural design of superhard materials. *J. of Chemical Physics*. 2013, vol. 138, no. 11, art. no. 114101.

doi: 10.1063/1.4794424

16. Shevchenko V. Ya., Madison A. E. Icosahedral Diamond. *Glass Physics and Chemistry*. 2006, vol. 32, no. 1, pp. 118–121.

doi: 10.1134/S1087659606010160

17. Shevchenko V. Ya., Madison A. E., Mackay A. L. Coherent coexistence of nanodiamonds and carbon on-ions in icosahedral core-shell particles. *Acta Crystallographica Section A: Foundations and Advances*. 2007, vol. 63, no. 2, pp. 172–176.

doi: 10.1107/S0108767307002723

18. Wei Q. P., Ma L., Ye J., Yu Z. M. Growth Mechanism of Icosahedral and Other Five-Fold Symmetric Diamond Crystals. *Transactions of Nonferrous Metals Society of China*. 2015, vol. 25, no. 5, pp. 1587–1598.

doi: 10.1016/S1003-6326(15)63762-1

19. Németh P., McColl K., Garvie L. A. J., Salzmann C. G., Murri M., McMillan P. F. Complex Nanostructures in Diamond. *Nature Materials*. 2020, vol. 19, pp. 1126–1131.

doi: 10.1038/s41563-020-0759-8

20. Krajčí M., Hafner J. Topologically Induced Semiconductivity in Icosahedral Al–Pd–Re and Its Approximants. *Phys. Rev. B*. 2007, vol. 75, art. no. 024116.

doi: 10.1103/PhysRevB.75.024116

21. Takagiwa Y., Kimura K. Metallic–Covalent Bonding Conversion and Thermoelectric Properties of Al-based Icosahedral Quasicrystals and Approximants. *Science and Technology of Advanced Materials*. 2014, vol. 15, art. no. 044802.

doi: 10.1088/1468-6996/15/4/044802

22. Kroemer H. Quasielectric Fields and Band Offsets: Teaching Electrons New Tricks. *Reviews of Modern Physics*. 2001, vol. 73, no. 3, pp. 783–793.

doi: 10.1103/RevModPhys.73.783

23. Nagaoka Y., Schneider J., Zhu H., Chen O. Quasicrystalline Materials from Non-Atom Building Blocks. *Matter*. 2023, vol. 6, pp. 30–58.

doi: 10.1016/j.matt.2022.09.027

24. Arsentev M. Yu., Sysoev E. I., Makogon A. I., Balabanov S. V., Sychev M. M., Hammouri M. H., Moshnikov V. A. High-Throughput Screening of 3D-Printed Architected Materials Inspired by Crystal Lattices: Procedure, Challenges, and Mechanical Properties. *ACS Omega*. 2023, vol. 8, no. 28, pp. 24865–24874.

doi: 10.1021/acsomega.3c00874

25. Optics of Aperiodic Structures: Fundamentals and Device Applications; ed. L. Dal Negro. Singapore, Pan Stanford Publishing, 2014, 530 p.

doi:10.1201/b15653

26. Vardeny Z., Nahata A., Agrawal A. Optics of photonic quasicrystals. *Nature Photonics*. 2013, vol. 7, no. 3, pp. 177–187.

doi: 10.1038/nphoton.2012.343

27. Man W., Megens M., Steinhardt P. J., Chaikin P. M. Experimental Measurement of the Photonic Properties of Icosahedral Quasicrystals. *Nature*. 2005, vol. 436, pp. 993–996.

doi: 10.1038/nature03977

28. Poddubny A. N., Ivchenko E. L., Photonic Quasicrystalline and Aperiodic Structures. *Physica E: Low-dimensional Systems and Nanostructures*. 2010, vol. 42, no. 7, pp. 1871–1895.

doi: 10.1016/j.physe.2010.02.020

29. McGurn A. R. Introduction to Photonic and Phononic Crystals and Metamaterials. Cham, Springer, 2020, 193 p. doi: 10.1007/978-3-031-02384-2
30. Arjunan A., Baroutaji A., Robinson J. Advances in Acoustic Metamaterials. In: Encyclopedia of Smart Materials; ed. by A. G. Olabi. Elsevier, 2022, pp. 1–10. doi: 10.1016/B978-0-12-815732-9.00091-7
31. Zhang X., Feng Z., Wang Y., Li Z. Y., Cheng B., Zhang D. Z. Negative Refraction and Imaging with Quasicrystals. In: Physics of Negative Refraction and Negative Index Materials; ed. C. M. Krowne, Y. Zhang. Berlin, Heidelberg, Springer, 2007, pp. 167–182. doi: 10.1007/978-3-540-72132-1_7
32. Boriskina S. Quasicrystals: Making Invisible Materials. Nature Photonics. 2015, vol. 9, pp. 422–424. doi: 10.1038/nphoton.2015.107
33. Jeon S. Y., Kwon H., Hur K. Intrinsic photonic wave localization in a three-dimensional icosahedral quasicrystal. Nature Physics. 2017, vol. 13, pp. 363–368. doi: 10.1038/nphys4002
34. Sinelnik A. D., Shishkin I. I., Yu X., Samusev K. B., Belov P. A., Limonov M. F., Ginzburg P., Rybin M. V. Experimental observation of intrinsic light localization in photonic icosahedral quasicrystals. Advanced Optical Materials. 2020, vol. 8, iss. 21, art. no. 2001170. doi: 10.1002/adom.202001170
35. Wang P., Fu Q., Konotop V. V., Kartashov Y. V., Ye F. Observation of localization of light in linear photonic quasicrystals with diverse rotational symmetries. Nature Photonics. 2024, vol. 18, pp. 224–229. doi: 10.1038/s41566-023-01350-6
36. Florescu M., Torquato S., Steinhardt P. J. Complete Band Gaps in Two-Dimensional Photonic Quasicrystals. Phys. Rev. B. 2009, vol. 80, art. no. 155112. doi: 10.1103/PhysRevB.80.155112
37. Widom M., Mihalkovič M. Quasicrystal Structure Prediction: A Review. Israel J. of Chemistry. 2024, vol. 64, no. 10–12, art. no. e202300122. doi: 10.1002/ijch.202300122
38. Steurer W. Quasicrystals: What Do We Know? What Do We Want to Know? What Can We Know? Acta Crystallographica Section A: Foundations and Advances. 2018, vol. 74, pp. 1–11. doi: 10.1107/S2053273317016540
39. Steurer W., Deloudi S. Crystallography of Quasicrystals. Concepts, Methods and Structures. Berlin, Heidelberg, Springer, 2009, 384 p. doi: 10.1007/978-3-642-01899-2
40. Madison A. E. Substitution Rules for Icosahedral Quasicrystals. RSC Advances. 2015, vol. 5, iss. 8, pp. 5745–5753. doi: 10.1039/C4RA09524C
41. Madison A. E. Atomic structure of icosahedral quasicrystals: stacking multiple quasi-unit cells. RSC Advances. 2015, vol. 5, iss. 97, pp. 79279–79297. doi: 10.1039/C5RA13874D
42. Madison A. E., Madison P. A., Moshnikov V. A. The Concept of Unit Cells in the Theory of Quasicrystals. Tech. Phys. 2024, vol. 69, no. 4, pp. 528–541.
43. Madison A. E., Madison P. A. Theory of the Structure of Icosahedral Quasicrystals: General Principles. Zhurnal Tekhnicheskoy Fiziki [Tech. Phys.]. 2024, vol. 69, no. 12, pp. 2123–2134. (In Russ.)
44. Madison A. E., Madison P. A. Theory of the Structure of Icosahedral Quasicrystals: Types of Packings. Zhurnal Tekhnicheskoy Fiziki [Tech. Phys.]. 2025, vol. 70, no. 1, pp. 56–78. (In Russ.)
45. Levitov L. S., Rhyner J. Crystallography of Quasicrystals; Application to Icosahedral Symmetry. J. Phys. France. 1988, vol. 49, pp. 1835–1849. doi: 10.1051/jphys:0198800490110183500
46. Socolar J. E. S., Steinhardt P. J. Quasicrystals. II. Unit-Cell Configurations. Phys. Rev. B. 1986, vol. 34, no. 2, pp. 617–647. doi: 10.1103/PhysRevB.34.617
47. Danzer L. Three-dimensional analogs of the planar Penrose tilings and quasicrystals. Discrete Mathematics. 1989, vol. 76, no. 1, pp. 1–7. doi: 10.1016/0012-365X(89)90282-3
48. He R., Ai M. Z., Cui J. M., Huang Y. F., Han Y. J., Li C. F., Tu T., Creffield C. E., Sierra G., Guo G. C. Identifying the Riemann Zeros by Periodically Driving a Single Qubit. Phys. Rev. A. 2020, vol. 101, no. 4, art. no. 043402. doi: 10.1103/PhysRevA.101.043402
49. Madison A. E., Kozodaev D. A., Kazankov A. N., Madison P. A., Moshnikov V. A. Aperiodic Diffraction Grating Based on the Relationship between Primes and Zeros of the Riemann Zeta Function. Tech. Phys. 2024, vol. 69, no. 4, pp. 620–624.
50. Ferraris G., Makovicky E., Merlino S. Crystallography of Modular Materials. Oxford, Oxford University Press, 2008, 372 p. doi: 10.1093/acprof:oso/9780199545698.001.0001
51. Bulienkov N. A., Tytik D. L. Modular Design of Icosahedral Metal Clusters. Russ. Chem. Bull. 2001, vol. 50, no. 1, pp. 1–19. doi: 10.1023/A:1009524314066
52. Engel M., Damasceno P. F., Phillips C. L., Glotzer S. C. Computational Self-Assembly of a One-Component Icosahedral Quasicrystal. Nature Materials. 2015, vol. 14, pp. 109–116. doi: 10.1038/nmat4152
53. Chandler L., Barker O. J., Wright A. J., O'Brien L., Coates S., McGrath R., Lifshitz R., Sharma H. R. Fabricating Quasiperiodic Tilings with Thermal-Scanning Probe Lithography. Israel J. of Chemistry. 2024, vol. 64, no. 10–11, art. no. e202300115. doi: 10.1002/ijch.202300115

Information about the authors

Alexey E. Madison, Cand. Sci. (Phys.-Math.) (1994), Associate Professor (2000), Winner of the Award of the International Academic Publishing Company MAIK "Nauka/Interperiodica" (Pleiades Publishing, Inc.) for the best scientific publication (2002), Leading Researcher of HSE University, Saint Petersburg. The author of 51 scientific publications. Area of expertise: symmetry; icosahedral quasicrystals; aperiodic structures.

Address: HSE University, 16, Soyuza Pechatnikov St., St Petersburg 190121, Russia

E-mail: alex_madison@mail.ru

<https://orcid.org/0000-0001-7592-2980>

Pavel A. Madison, Cand. Sci. (Phys.-Math.) (2024), Assistant Professor of the Department of Micro- and Nanoelectronics of Saint Petersburg Electrotechnical University. The author of 17 scientific publications. Area of expertise: icosahedral quasicrystals; aperiodic structures.

Address: Saint Petersburg Electrotechnical University, 5 F, Professor Popov St., St Petersburg 197022, Russia

E-mail: palmadis@mail.ru

<https://orcid.org/0000-0003-0722-6646>

Vyacheslav A. Moshnikov, Dr Sci. (Phys.-Math.) (1997), Professor (1999), Honorary Worker of Higher Professional Education of the Russian Federation (2007), Professor of the Department of Micro- and Nanoelectronics of Saint Petersburg Electrotechnical University. The author of more than 600 scientific publications. Area of expertise: micro- and nanodiagnostic methods; colloidal quantum dots; sol-gel technology; hierarchical porous materials; bio-sensors; solar cells; photocatalysts.

Address: Saint Petersburg Electrotechnical University, 5 F, Professor Popov St., St Petersburg 197022, Russia

E-mail: vamosnikov@mail.ru

<https://orcid.org/0000-0001-6500-5492>

Alexander V. Solomonov, Dr Sci. (Phys.-Math.) (2000), Professor (2002), Professor of the Department of Micro- and Nanoelectronics, Distinguished Professor of Saint Petersburg Electrotechnical University. The author of more than 150 scientific publications. Area of expertise: microelectronics and optics of semiconductors; nanoelectronics; quantum-sized heterostructures.

Address: Saint Petersburg Electrotechnical University, 5 F, Professor Popov St., St Petersburg 197022, Russia

E-mail: alexander.v.solomonov@gmail.com

<https://orcid.org/0000-0001-6721-4159>
