

Плоские диэлектрические волноводы терагерцового диапазона и дифракционные антенны на их основе

И. Г. Мироненко, С. С. Соколов, А. А. Иванов✉

Санкт-Петербургский государственный электротехнический университет "ЛЭТИ"
им. В. И. Ульянова (Ленина), Санкт-Петербург, Россия

✉ aai2@yandex.ru

Аннотация

Введение. Существующие средства САПР электродинамического моделирования, применяемые для анализа сложных волноведущих структур СВЧ-диапазона, используют метод конечных элементов. Однако в области терагерцового диапазона определение канализирующих свойств слоистых диэлектрических волноводов становится сложной задачей. В первую очередь это связано с построением сетки разбиения слоистой структуры с учетом особенностей, накладываемых на поведение электромагнитного поля на границах сред с различной относительной диэлектрической проницаемостью. В данной статье использована идея метода конечных элементов для решения задачи поиска постоянной распространения в плоском многослойном диэлектрическом волноводе и показано как уменьшить количество элементов при задании оптимальных граничных условий. На основе полученной расчетной модели рассмотрена возможность построения дифракционных антенн, работающих в терагерцовом диапазоне.

Цель работы. Построение вычислительной модели расчета плоского диэлектрического волновода методом конечных элементов, определение дисперсионных характеристик анализируемой структуры в терагерцовом диапазоне частот (ТГц). Обсуждение вопроса построения дифракционной антенны на диэлектрической структуре в различном конструктивном исполнении.

Материалы и методы. Вычислительная математическая модель для анализа сложной слоистой структуры выполнена на базе уравнений Максвелла и метода конечных элементов с применением граничных условий для касательных и нормальных компонент электромагнитного поля.

Результаты. Проведен численный анализ дисперсионных характеристик структур со сложным диэлектрическим заполнением, рассмотрены варианты дифракционных антенн для применения в ТГц-диапазоне.

Заключение. Созданные математические модели позволили численно оценить канализирующие свойства диэлектрических структур в терагерцовом диапазоне, на основе которых возможно построение дифракционных антенн.

Ключевые слова: метод конечных элементов, канализирующие диэлектрические структуры, линейные диэлектрики, дифракционные антенны

Для цитирования: Мироненко И. Г., Соколов С. С., Иванов А. А. Плоские диэлектрические волноводы терагерцового диапазона и дифракционные антенны на их основе // Изв. вузов России. Радиоэлектроника. 2024. Т. 27, № 5. С. 54–64. doi: 10.32603/1993-8985-2024-27-5-54-64

Конфликт интересов. Авторы заявляют об отсутствии конфликта интересов.

Статья поступила в редакцию 30.06.2024; принята к публикации после рецензирования 06.08.2024; опубликована онлайн 29.11.2024



Flat Dielectric Waveguides of the Terahertz Range and Diffraction Antennas on Their Basis

Igor G. Mironenko, Sergey S. Sokolov, Arkady A. Ivanov✉

Saint Petersburg Electrotechnical University, St Petersburg, Russia

✉ aai2@yandex.ru

Abstract

Introduction. The existing CAD tools of electrodynamic modeling used to analyze complex waveguide structures of the microwave range employ the finite element method. However, in the terahertz range, determining the channeling properties of layered dielectric waveguides becomes a difficult task. This is primarily related to the construction of a partition grid of the layered structure and the need to take into account the behavior of the electromagnetic field at the boundaries of media with different relative permittivity. In this work, we use the principles of the finite element method to solve the problem of finding a propagation constant in a flat multilayer dielectric waveguide, and show how to reduce the number of elements when setting optimal boundary conditions. Based on the obtained computational model, the possibility of constructing diffraction antennas operating in the THz range is considered.

Aim. Construction of a computational model for calculating a flat dielectric waveguide by the finite element method, determination of the dispersion characteristics of the analyzed structure in the THz range. Discussion of the possibility of constructing a diffraction antenna on a dielectric structure in various designs.

Materials and methods. A computational mathematical model for the analysis of a complex layered structure is based on Maxwell's equations and the finite element method using boundary conditions for tangential and normal components of the electromagnetic field.

Results. A numerical analysis of the dispersion characteristics of structures with complex dielectric filling is carried out; variants of diffraction antennas for use in the THz range are considered.

Conclusion. The created mathematical models made it possible to numerically evaluate the channeling properties of dielectric structures in the THz range, on the basis of which diffraction antennas can be constructed.

Keywords: finite element method, channeling dielectric structures, linear dielectrics, diffraction antennas

For citation: Mironenko I. G., Sokolov S. S., Ivanov A. A. Flat Dielectric Waveguides of the Terahertz Range and Diffraction Antennas on Their Basis. Journal of the Russian Universities. Radioelectronics. 2024, vol. 27, no. 5, pp. 54–64. doi: 10.32603/1993-8985-2024-27-5-54-64

Conflict of interest. The authors declare no conflicts of interest.

Submitted 30.06.2024; accepted 06.08.2024; published online 29.11.2024

Введение. Современные средства САПР позволяют успешно выполнять расчеты сложных волноведущих структур в широком частотном диапазоне. Для решения задач практически все программные комплексы используют метод конечных элементов, сущность которого заключается в численном решении дифференциальных уравнений с частными производными. Дифференциальные уравнения решаются в выбранной области, разбиваемой на конечное число элементов, в каждом из которых задается аппроксимирующая функция. Границы элементов разбиения

связаны между собой узлами. За границами каждого элемента аппроксимирующая функция равна нулю, поэтому значения функций ищутся на границах элементов, т. е. в узлах. Таким образом, равенство функций соседних элементов в узле позволяет определить коэффициенты разложения аппроксимирующей функции (являющейся, как правило, полиномом первой степени). Далее составляется система линейных алгебраических уравнений, число элементов которой равно числу неизвестных в узлах. А так как элементы разбиения связаны только через узлы, то система ли-

нейных алгебраических уравнений содержит большое количество нулей и по своему виду является разреженной. Приравняв определитель матрицы системы линейных алгебраических уравнений к нулю, можно найти ее максимальный корень, а затем и неизвестные коэффициенты разложения. В области терагерцового диапазона построение сетки разбиения слоистой диэлектрической структуры с учетом поведения электромагнитного поля на границах – сложная задача. Как правило существующие автоматизированные средства проектирования не позволяют анализировать структуры в ТГц-диапазоне. Поэтому рассмотренные в статье соображения по использованию данного метода с учетом правильного применения граничных условий позволят разработчикам рассчитать характеристики исследуемых канализирующих структур.

Предварительные замечания. Плоские диэлектрические волноводы терагерцового диапазона объединяют общие конструктивные и технологические черты, позволяющие строить рас-

чет постоянной распространения канализируемых электромагнитных волн с общих позиций. На рис. 1, *a–г* показаны поперечные сечения волноводов, волноведущие свойства которых определяются канализацией электромагнитных волн вокруг прямоугольного диэлектрического стержня, чье значение относительной диэлектрической проницаемости ε_2 больше, чем у окружающего его диэлектрика с ε_1 ($\varepsilon_2 > \varepsilon_1$). Волноводы выполнены по кремниевой технологии [1], поэтому $\varepsilon_2 = 4 \dots 12$, $\varepsilon_1 \cong 2$ [2].

Канализация волн вокруг диэлектрического стержня позволяет считать границу с кремниевой подложкой непроницаемой для поля, а поперечные сечения волновода – условно безграничными. На рис. 1, *г* показано поперечное сечение диэлектрического волновода, в котором волноведущая область образована двумя проводящими слоями кремния.

Векторы напряженности электрического и магнитного полей канализируемых волн в со-

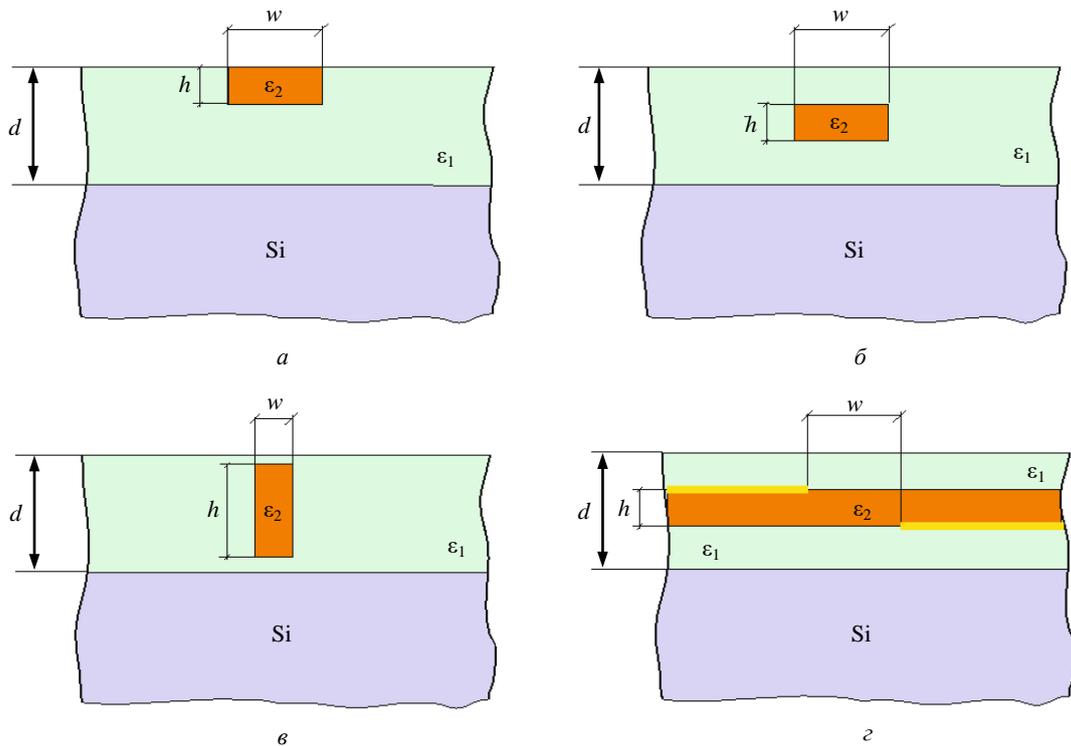


Рис. 1. Поперечные сечения волноводов: *a* – слой с ε_2 расположен у поверхности диэлектрика с ε_1 ;
б – слой с ε_2 расположен горизонтально в диэлектрике с ε_1 ; *в* – слой с ε_2 расположен вертикально в диэлектрике с ε_1 ;
г – слой с ε_2 расположен между двумя металлическими электродами, интегрированными в слой с ε_1

Fig. 1. Cross sections of waveguides: *a* – the layer with ε_2 is located at the surface of the dielectric with ε_1 ;
б – the layer with ε_2 is located horizontally in the dielectric with ε_1 ; *в* – the layer with ε_2 is located vertically in the dielectric with ε_1 ;
г – The layer with ε_2 is located between two metal electrodes integrated into the layer with ε_1

ответствии с цилиндрической симметрией плоских волноводов и гармонической временной зависимостью можно представить в виде

$$\begin{aligned} \dot{\mathbf{E}} &= \mathbf{E}(x, y)e^{j(\omega t - \gamma z)}, \\ \dot{\mathbf{H}} &= \mathbf{H}(x, y)e^{j(\omega t - \gamma z)}, \end{aligned} \quad (1)$$

где x, y – координаты поперечного сечения; $\omega = 2\pi f$; f – частота; γ – постоянная распространения; z – ось распространения.

Канализируемые волны по принятой классификации можно отнести к гибридным волнам:

$$\begin{aligned} \dot{\mathbf{E}}(x, y) &= \mathbf{e}_x E_x(x, y) + \mathbf{e}_y E_y(x, y) + \mathbf{e}_z E_z(x, y); \\ \dot{\mathbf{H}}(x, y) &= \mathbf{e}_x H_x(x, y) + \mathbf{e}_y H_y(x, y) + \mathbf{e}_z H_z(x, y), \end{aligned} \quad (2)$$

где $\mathbf{e}_x, \mathbf{e}_y, \mathbf{e}_z$ – орты декартовой системы координат.

Уравнения Максвелла для полей в виде (1), (2) можно преобразовать к дифференциальному уравнению относительно вектора $\dot{\mathbf{E}}(x, y)$:

$$\hat{L}\dot{\mathbf{E}}(x, y) = 0, \quad (3)$$

где $\hat{L} = \frac{\partial^2}{\partial x^2} + \frac{\partial^2}{\partial y^2} + \chi^2$ – дифференциальный

оператор; $\chi^2 = k_0^2 \varepsilon(x, y) - \gamma^2$; $\varepsilon(x, y)$ – функция распределения диэлектрической проницаемости на поперечном сечении диэлектрических волноводов; $k_0^2 = \omega^2 \varepsilon_0 \mu_0$; $\mu_0 = 4\pi \cdot 10^{-10} \frac{\text{Гн}}{\text{мм}}$;

$$\varepsilon_0 = 8.854 \cdot 10^{-15} \frac{\text{Ф}}{\text{мм}}.$$

Решать уравнение (3) в неограниченной области поперечного сечения диэлектрических

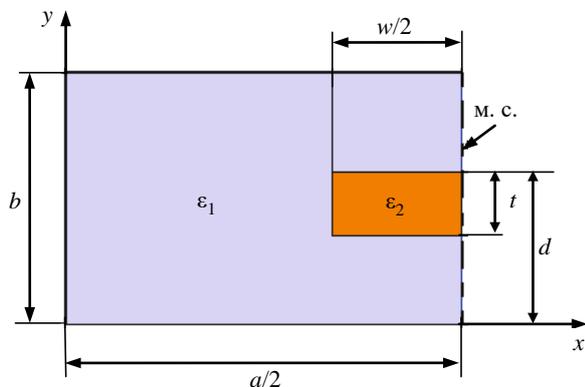


Рис. 2. Поперечное сечение волновода в прямоугольной системе координат

Fig. 2. The cross section of the waveguide in a rectangular coordinate system

волноводов бессмысленно, так как у реальных волноводов поперечное сечение ограничено. В связи с этим логично окружить поперечное сечение диэлектрических волноводов виртуальной конечной прямоугольной областью. Основным тип волны в полученных волноводах симметричен по оси x относительно плоскости, в которой электромагнитное поле максимально. Именно поэтому плоскость симметрии должна быть идеальной магнитной стенкой (м. с.). На идеальной магнитной стенке продольная составляющая электрического поля $E_z(x, y)$ и поперечная составляющая $E_y(x, y)$, как касательные к идеальной магнитной стенке, максимальны, а $E_x(x, y) = 0$, как нормальная составляющая к магнитной стенке. Остальные 3 стороны прямоугольной области удобно выбрать идеальными металлическими, на которых касательные составляющие электрического поля равны нулю. Границы области при $a \gg \lambda$, $b \gg \lambda$ не будут существенно влиять на постоянную распространения и на распределение поля вокруг диэлектрической области с ε_2 при канализации электромагнитной энергии в диэлектрических волноводах. Таким образом, конечная вспомогательная прямоугольная область выступает как модель для расчета волн основного типа в диэлектрическом волноводе. На рис. 2 представлено поперечное сечение прямоугольного волновода, в известной мере эквивалентного плоским волноводам, показанным на рис. 1, а–в. Нижняя стенка волновода (рис. 2) располагается вдоль границы с кремни-

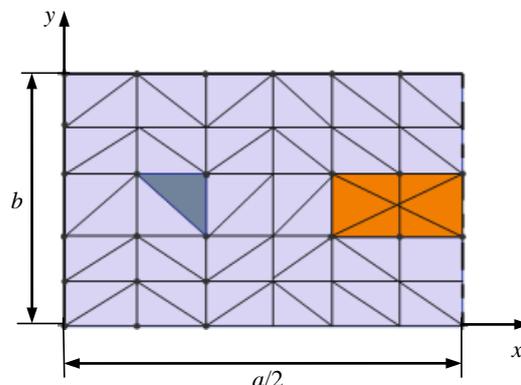


Рис. 3. Условная схема разбиения области решения

Fig. 3. A conditional scheme for dividing the solution area

ею подложкой (рис. 1), функция $\varepsilon(x, y)$ может быть легко описана для конкретного диэлектрического волновода.

Общие соображения по методу расчета.

В описываемой работе в качестве метода расчета постоянной распространения в диэлектрических волноводах выбран метод конечных элементов. Уравнение (3) в проекциях на оси координат отвечает трем скалярным уравнениям относительно трех компонент напряженности электрического поля. Обозначив через вектор $\varphi(x, y)$ любую из них, уравнение (3) можно представить в эквивалентной скалярной форме

$$\hat{L}\varphi(x, y) = 0. \quad (4)$$

Уравнению (4) отвечает вариационный функционал $\Phi(\varphi)$ [3–6]:

$$\Phi(\varphi) = \frac{1}{2} \int_s \left[\left(\frac{\partial \varphi(x, y)}{\partial x} \right)^2 + \left(\frac{\partial \varphi(x, y)}{\partial y} \right)^2 - \chi^2 \varphi(x, y) \right] ds, \quad (5)$$

который принимает минимальное значение на решении уравнения (4). Функцию $\varphi(x, y)$ удобно аппроксимировать на большом числе малых треугольных элементов, на которые разбивается область решения уравнения (4). На рис. 3 представлена условная схема разбиения поперечного сечения эквивалентного волновода (рис. 2). На рис. 4 показан один произвольно выбранный элемент разбиения (e) из множества. Вершины элемента на рис. 4 обозначены в локальной системе нумерации как i, j, m .

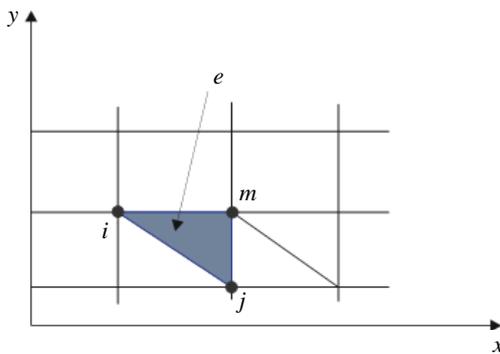


Рис. 4. Произвольный элемент разбиения
 Fig. 4. An arbitrary partition element

В вершинах выделенного элемента определены значения скалярной функции $\varphi_i^{(e)}, \varphi_j^{(e)}, \varphi_m^{(e)}$, которые в методе конечных элементов называют узловыми потенциалами. Их точные значения определяются решением уравнения (4) при известных координатах вершин элемента: $x_i y_i, x_j y_j, x_m y_m$. В случае приближенного решения значения узловых потенциалов могут быть аппроксимированы линейным многочленом

$$\varphi^{(e)}(x, y) = a + bx + cy. \quad (6)$$

Коэффициенты многочлена (6) в свою очередь определяются через значения узловых потенциалов. В [4] показано, что соотношение (6) может быть приведено к виду

$$\varphi^{(e)}(x, y) = \varphi_i^{(e)} \alpha_i^{(e)} + \varphi_j^{(e)} \alpha_j^{(e)} + \varphi_m^{(e)} \alpha_m^{(e)}, \quad (7)$$

где $\alpha_i^{(e)} = \frac{1}{2S^{(e)}}(a_i^{(e)} + b_i^{(e)}x + c_i^{(e)}y)$; $\alpha_j^{(e)} = \frac{1}{2S^{(e)}}(a_j^{(e)} + b_j^{(e)}x + c_j^{(e)}y)$; $\alpha_m^{(e)} = \frac{1}{2S^{(e)}}(a_m^{(e)} + b_m^{(e)}x + c_m^{(e)}y)$; $a_i^{(e)}, b_i^{(e)}, c_i^{(e)}, a_j^{(e)}, b_j^{(e)}, c_j^{(e)}, a_m^{(e)}, b_m^{(e)}, c_m^{(e)}$ – вспомогательные параметры, вычисленные через координаты вершин элемента; $a_i = x_i y_m - x_m y_j$, $b_i = y_j - y_m$, $c_i = x_m - x_j$; $a_j, a_m, b_j, b_m, c_j, c_m$ – подчиняются правилу круговой перестановки; $S^{(e)} = \frac{1}{2} [x_i(y_j - y_m) + x_j(y_m - y_i) + x_m(y_i - y_j)]$ – площадь элемента, если i, j, m расположены против часовой стрелки.

Найдем вид функционала $\Phi(\varphi)$ на выделенном элементе. Подставив в (5) соотношение (7) и выполнив необходимые действия, получим

$$\Phi^{(e)} = \frac{1}{8S^{(e)}} \left[\left(\varphi_i^{(e)} b_i^{(e)} + \varphi_j^{(e)} b_j^{(e)} + \varphi_m^{(e)} b_m^{(e)} \right)^2 + \left(\varphi_i^{(e)} c_i^{(e)} + \varphi_j^{(e)} c_j^{(e)} + \varphi_m^{(e)} c_m^{(e)} \right)^2 \right] - \frac{\chi^2}{2} \int_{S^e} \left(\varphi_i^{(e)} \alpha_i^{(e)} + \varphi_j^{(e)} \alpha_j^{(e)} + \varphi_m^{(e)} \alpha_m^{(e)} \right) ds. \quad (8)$$

Функционал (8) является и функцией трех узловых потенциалов $\varphi_i^{(e)}$, $\varphi_j^{(e)}$, $\varphi_m^{(e)}$.

Найдем производные $\frac{\partial \Phi^{(e)}}{\partial \varphi_i^{(e)}}$, $\frac{\partial \Phi^{(e)}}{\partial \varphi_j^{(e)}}$, $\frac{\partial \Phi^{(e)}}{\partial \varphi_m^{(e)}}$ и

представим их в виде

$$\begin{aligned} \frac{\partial \Phi^{(e)}}{\partial \varphi_i^{(e)}} &= a_{11}^{(e)} \varphi_i^{(e)} + a_{12}^{(e)} \varphi_j^{(e)} + a_{13}^{(e)} \varphi_m^{(e)}; \\ \frac{\partial \Phi^{(e)}}{\partial \varphi_j^{(e)}} &= a_{12}^{(e)} \varphi_i^{(e)} + a_{22}^{(e)} \varphi_j^{(e)} + a_{23}^{(e)} \varphi_m^{(e)}; \\ \frac{\partial \Phi^{(e)}}{\partial \varphi_m^{(e)}} &= a_{13}^{(e)} \varphi_i^{(e)} + a_{23}^{(e)} \varphi_j^{(e)} + a_{33}^{(e)} \varphi_m^{(e)}, \end{aligned} \quad (9)$$

где

$$\begin{aligned} a_{11}^{(e)} &= \frac{b_i^2 + c_i^2}{4S^{(e)}} - \frac{\chi^{2(e)} S^{(e)}}{6}; \\ a_{12}^{(e)} &= \frac{b_i b_j + c_i c_j}{4S^{(e)}} - \frac{\chi^{2(e)} S^{(e)}}{12}; \\ a_{13}^{(e)} &= \frac{b_i b_m + c_i c_m}{4S^{(e)}} - \frac{\chi^{2(e)} S^{(e)}}{12}; \\ a_{22}^{(e)} &= \frac{b_j^2 + c_j^2}{4S^{(e)}} - \frac{\chi^{2(e)} S^{(e)}}{6}; \\ a_{23}^{(e)} &= \frac{b_j b_m + c_j c_m}{4S^{(e)}} - \frac{\chi^{2(e)} S^{(e)}}{12}; \\ a_{33}^{(e)} &= \frac{b_m^2 + c_m^2}{4S^{(e)}} - \frac{\chi^{2(e)} S^{(e)}}{6}. \end{aligned} \quad (10)$$

Все члены соотношений (9) и (10) являются только функциями координат вершин треугольного элемента и элементарно вычисляются. Значение $\chi^{(e)}$ зависит от диэлектрической проницаемости среды, в которой находится выделенный элемент. Таким образом, для отдельного элемента построен алгоритм отыскания узловых потенциалов, доставляющий минимум вариационному функционалу (8). На всей прямоугольной области решения уравнения (4) вариационный функционал является суммой функционалов отдельных элементов $\Phi = \sum_{e=1, 2}^M \Phi^{(e)}$.

В этом соотношении естественно должна быть принята сквозная нумерация узловых потенциалов в вершинах треугольных элементов. Она произвольна. Поэтому каждому номеру "p" вершины элемента в сквозной нумерации должен быть соотнесен узловой потенциал φ_p и установлено его соответствие с узловыми потенциалами в локальной системе координат $\varphi_i^{(e)}$, $\varphi_j^{(e)}$, $\varphi_m^{(e)}$. Вариационный функционал Φ является функцией всех узловых потенциалов $\varphi_1, \varphi_2, \varphi_p, \dots, \varphi_M$ как независимых переменных, поэтому для отыскания его минимума нужно обнулить производные по узловым потенциалам, что приводит к системе уравнений относительно узловых потенциалов в сквозной нумерации

$$\frac{\partial \Phi}{\partial \varphi_p} = \sum_{e=1, 2, \dots, M} \frac{\partial \Phi^{(e)}}{\partial \varphi_p} = 0. \quad (11)$$

В (11) ненулевые слагаемые в сумме возникают только от тех элементов разбиения, которые содержат p-й узел. Система линейных алгебраических уравнений (11) однородна, поэтому ее определитель должен быть равен нулю. Обнуление определителя дает искомое значение постоянной распространения.

Алгоритм построения системы алгебраических уравнений. На рис. 5 представлен фрагмент разбиения области решения уравнения (4). В качестве скалярного потенциала выбрана продольная составляющая электрического поля $\varphi(x, y) = E_z(x, y)$. На рис. 5 показано расположение и пронумерованы узловые потенциалы $\varphi_1, \varphi_2, \dots, \varphi_M$ и элементы разбиения (номера в кружках) в произвольной сквозной нумерации. На металлических границах $\varphi(x, y) = 0$, поэтому на них узловые потенциалы при построении системы уравнений должны быть отброшены. Вершины каждого элемента разбиения на рис. 5 обозначены как i, j, m в произвольной последовательности с тем условием, что обход вершин отвечает движению против часовой стрелки. Каждому узловому потенциалу с номером "p" на каждом элементе соответствует номер локальной нумерации.

Алгоритм построения одного уравнения покажем на примере рис. 5. Выберем узел с номе-

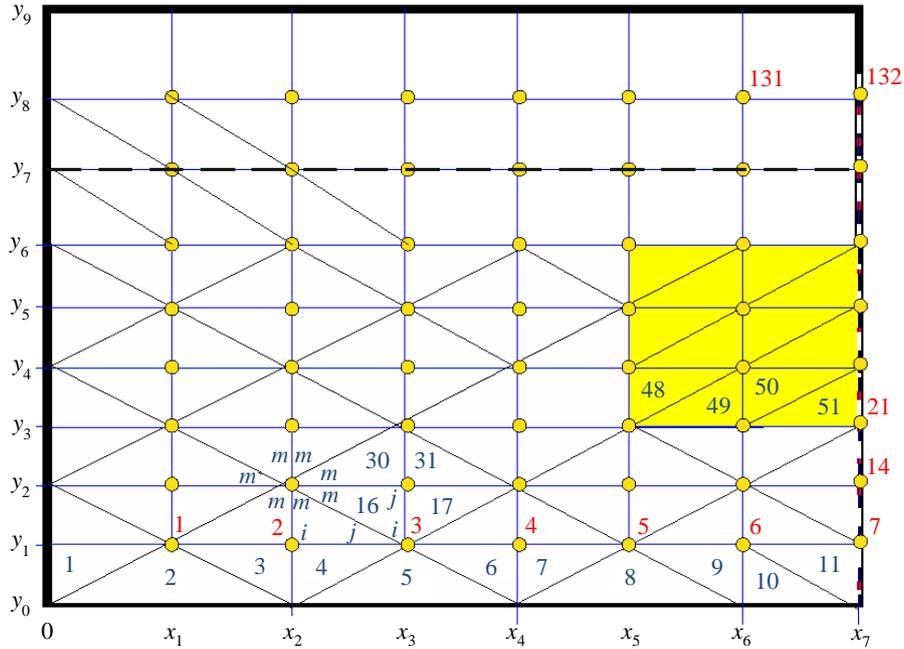


Рис. 5. Фрагмент разбиения области решения

Fig. 5. A fragment of the division of the solution area

ром $p = 10$, отвечающий ему узловой потенциал φ_{10} расположен в вершинах элементов 16, 17, 30, 31. Поэтому уравнение для $p = 10$ в системе уравнений (11) можно представить в виде

$$\frac{\partial \Phi}{\partial \varphi_{10}} = \frac{\partial \Phi^{(16)}}{\partial \varphi_{10}} + \frac{\partial \Phi^{(17)}}{\partial \varphi_{10}} + \frac{\partial \Phi^{(30)}}{\partial \varphi_{10}} + \frac{\partial \Phi^{(31)}}{\partial \varphi_{10}}. \quad (12)$$

Номерам вершин элемента разбиения $e = 16$ в локальной нумерации i, j, m соответствуют номера узловых потенциалов в сквозной нумерации на рис. 5: $i = p = 3; j = p = 10; m = p = 9$. Аналогично для элемента $e = 17$: $i = p = 3; j = p = 11; m = p = 10$; для элемента $e = 30$: $i = p = 10; j = p = 17; m = p = 9$; для элемента $e = 31$: $i = p = 17; j = p = 10; m = p = 11$. Программой расчета установлены соответствия номеров вершин каждого элемента разбиения в локальной и сквозной нумерациях и номера узловых потенциалов [7–18]. Поэтому производные в (12) легко вычисляются с помощью соотношения (9):

$$\begin{aligned} \frac{\partial \Phi}{\partial \varphi_{10}} = & a_{12}^{(16)} \varphi_3 + a_{22}^{(16)} \varphi_{10} + a_{23}^{(16)} \varphi_9 + \\ & + a_{13}^{(17)} \varphi_3 + a_{11}^{(17)} \varphi_{11} + a_{33}^{(17)} \varphi_{10} + \\ & + a_{11}^{(30)} \varphi_{10} + a_{12}^{(30)} \varphi_{17} + a_{13}^{(30)} \varphi_9 + \\ & + a_{12}^{(31)} \varphi_{17} + a_{22}^{(31)} \varphi_{10} + a_{23}^{(31)} \varphi_{11}. \end{aligned}$$

После приведения подобных получим

$$\begin{aligned} \frac{\partial \Phi}{\partial \varphi_{10}} = & \left(a_{12}^{(16)} + a_{13}^{(17)} \right) \varphi_3 + \left(a_{23}^{(16)} + a_{13}^{(30)} \right) \varphi_9 + \\ & + \left(a_{11}^{(30)} + a_{22}^{(31)} + a_{22}^{(16)} + a_{33}^{(17)} \right) \varphi_{10} + \\ & + \left(a_{11}^{(17)} + a_{23}^{(31)} \right) \varphi_{11} + \left(a_{12}^{(30)} + a_{12}^{(31)} \right) \varphi_{17}. \quad (13) \end{aligned}$$

Полученному соотношению естественно придать матричную форму записи:

$$\begin{aligned} \frac{\partial \Phi}{\partial \varphi_{10}} = & f_{10,3} \varphi_3 + f_{10,9} \varphi_9 + f_{10,10} \varphi_{10} + \\ & + f_{10,11} \varphi_{11} + f_{10,17} \varphi_{17}. \quad (14) \end{aligned}$$

В соотношении (14) выражения для $f_{10,3}, f_{10,9} \dots$ очевидно следуют из (13). Кроме того матрица элементов системы уравнений (12) симметрична, поэтому недиагональные элементы матрицы равны попарно: $f_{10,3} = f_{3,10}; f_{10,9} = f_{9,10}$.

Таким образом, определитель матрицы системы уравнений (12) строится по предложенному алгоритму: по соответствию номеров сквозной и локальной нумераций строятся соотношения для производных вариационного функционала (11) на основании соотношений (9) и (10). Искомое значение постоянной рас-

пространения находится как максимальный корень системы уравнений (12).

Результаты расчетов. На рис. 6–9 представлены расчеты постоянной распространения волн основного типа в диэлектрических волноводах на частоте $197 \cdot 10^{12}$ Гц. Число узловых потенциалов в программе расчета было одинаковым и равным 132, поэтому можно ожидать, что точность численных значений постоянной распространения будет высокой.

На рис. 1, ε волноведущая область образована двумя плоскими проводящими слоями. При перекрытии проводящих слоев $\Delta \leq 0$, очевидно, возникает недопустимо большое затухание в электродах. При $\Delta > 0$ (рис. 1, ε) волноведущая область, образованная двумя проводящими слоями, канализирует поле, предполагаемые омические потери которого могут быть приемлемыми.

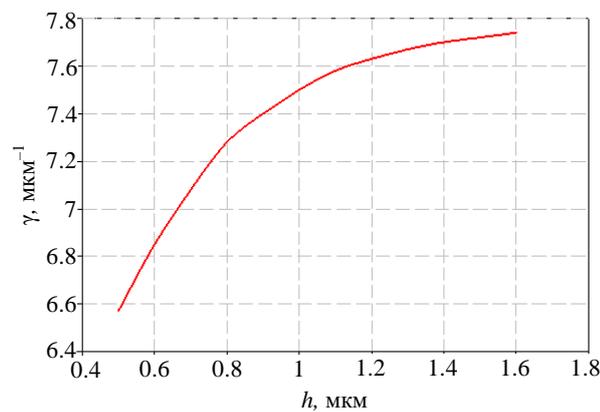


Рис. 6. Зависимость постоянной распространения от h для структуры на рис. 1, a : $\varepsilon_2 = 4$, $w = 1.5$ мкм, $d = 3$ мкм

Fig. 6. The dependence of the propagation constant on h for the structure of Fig. 1, a : $\varepsilon_2 = 4$, $w = 1.5$ μm , $d = 3$ μm

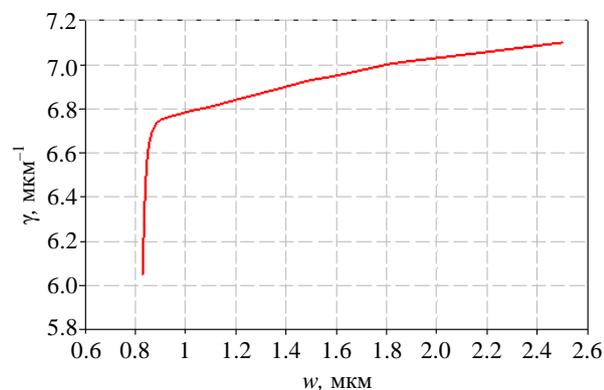


Рис. 7. Зависимость постоянной распространения от w для структуры на рис. 1, b : $\varepsilon_1 = 1.96$, $\varepsilon_2 = 4$, $h = 0.6$ мкм, $d = 3$ мкм

Fig. 7. The dependence of the propagation constant on w for the structure of Fig. 1, b : $\varepsilon_1 = 1.96$, $\varepsilon_2 = 4$, $h = 0.6$ μm , $d = 3$ μm

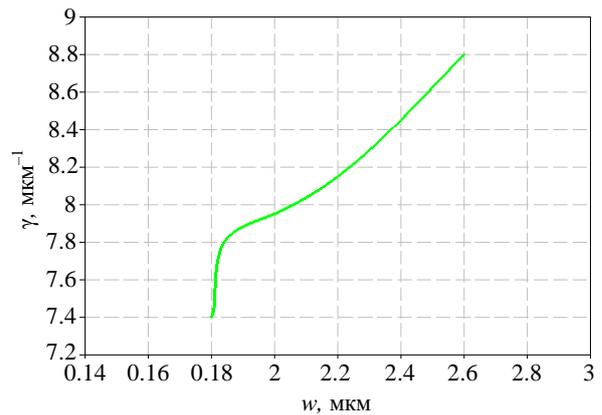


Рис. 8. Зависимость постоянной распространения от w для структуры на рис. 1, ε : $\varepsilon_1 = 2.08$, $\varepsilon_2 = 12.06$, $h = 0.5$ мкм, $d = 1.5$ мкм

Fig. 8. The dependence of the propagation constant on w for the structure of Fig. 1, ε : $\varepsilon_1 = 2.08$, $\varepsilon_2 = 12.06$, $h = 0.5$ μm , $d = 1.5$ μm

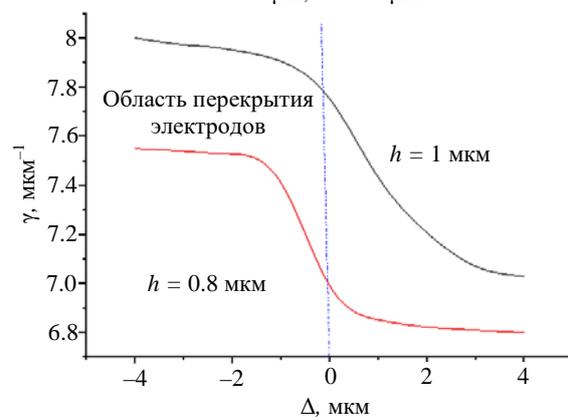


Рис. 9. Зависимость постоянной распространения от Δ для структуры на рис. 1, ε : $\varepsilon_1 = \varepsilon_3 = 1.96$, $\varepsilon_2 = 4$, $d = 3$ мкм

Fig. 9. The dependence of the propagation constant on Δ for the structure of Fig. 1, ε : $\varepsilon_1 = \varepsilon_3 = 1.96$, $\varepsilon_2 = 4$, $d = 3$ μm

Дифракционные антенны на основе диэлектрических волноводов. На основе рассмотренных диэлектрических волноводов могут быть построены антенны дифракционного типа с выводом энергии в свободное пространство. На рис. 10 представлена схема подобной антенны, образованной периодической системой электродов с шагом τ над диэлектрическим волноводом. На рис. 11 представлена схема антенны с периодической системой щелей в электродах диэлектрического волновода (см. рис. 1, ε).

Из теории дифракционных решеток известно, что при волновом векторе решетки $k = 2\pi/\tau$ (не равном постоянной распространения волны в диэлектрическом волноводе) дифракционное рассеяние электромагнитных волн имеет многолепестковый характер, угловое положение максимумов которых определяется соотношением

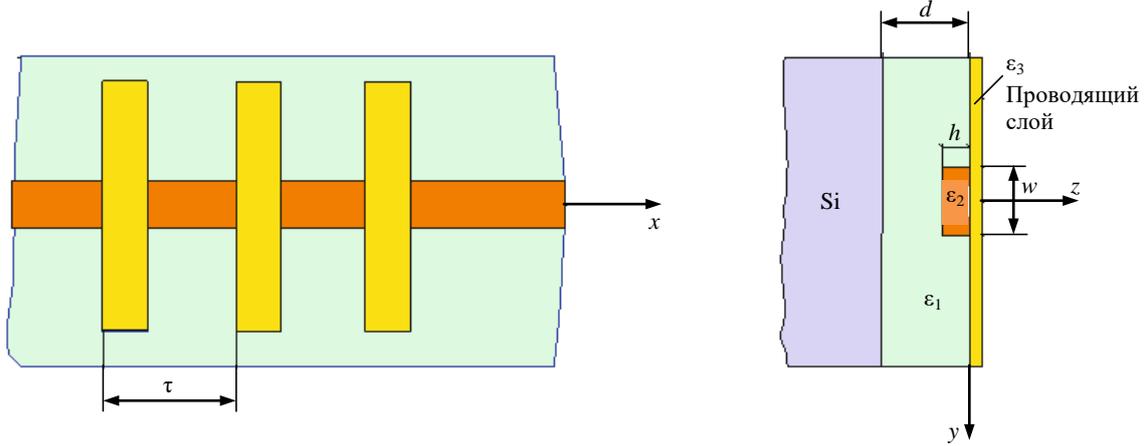


Рис. 10. Схема дифракционной антенны с периодической системой электродов
 Fig. 10. Diagram of a diffraction antenna with a periodic electrode system

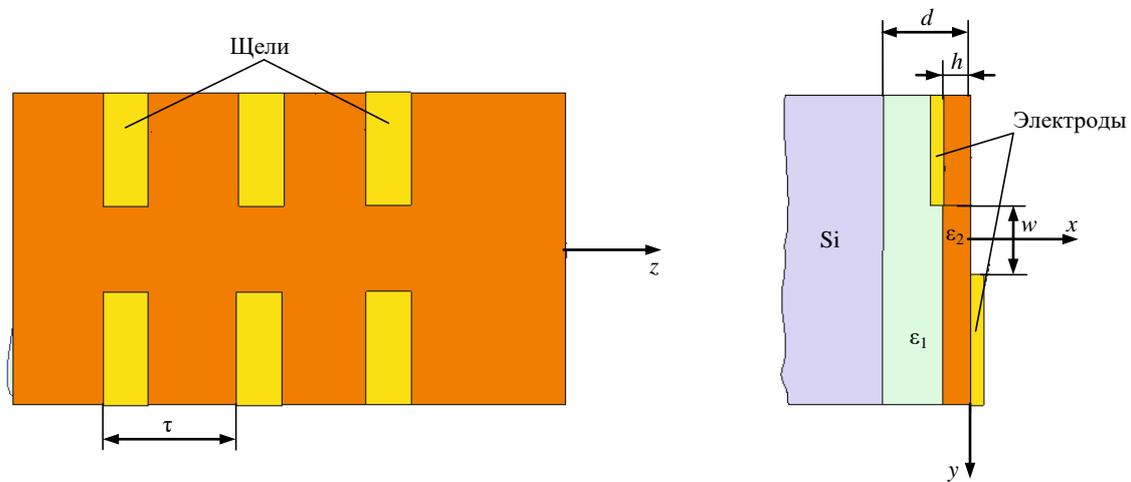


Рис. 11. Схема дифракционной антенны с периодической структурой щелей
 Fig. 11. The scheme of a diffraction antenna with a periodic slit structure

$$\frac{k\tau}{2} \left(\frac{\gamma}{k_0} - \sin(\alpha_{\max}) \right) = m\pi, \quad (15)$$

где α_{\max} – угол между нормалью к поверхности решетки и направлением максимального излучения m -го лепестка.

Значение α_{\max} , отвечающее основному дифракционному лепестку, соответствует $m = 1$. Поэтому из (15) следует, что значение угла максимального излучения основного дифракционного лепестка

$$\alpha_{\max} = \sin^{-1} \left(\frac{\gamma}{k_0} - \frac{\lambda}{\tau} \right).$$

Очевидно, выбором шага решетки τ при сохранении $\left(\frac{\gamma}{k_0} - \frac{\lambda}{\tau} \right) < 1$ можно обеспечить

желаемый угол излучения. Допустим, α_{\max} лежит в диапазоне углов $\pm\pi/2$. Тогда максимальное отклонение излучения в сторону отрицательных углов к положению нормали к поверхности решетки отвечает соотношению $\left(\frac{\gamma}{k_0} - \frac{\lambda}{\tau} \right) \cong -1$, а в сторону положительных углов $\left(\frac{\gamma}{k_0} - \frac{\lambda}{\tau} \right) \cong 1$. Эта пара соотношений определяет пределы замедления волны γ/k_0 в волноводе при произвольном α_{\max} в пределах полусферы

$$\left(\frac{\lambda}{\tau} - 1 \right) < \frac{\gamma}{k_0} < \left(\frac{\lambda}{\tau} + 1 \right). \quad (16)$$

Отсюда следует, что шаг решетки не может быть больше половины длины в свободном

пространстве. Из результатов расчетов можно сделать вывод, что выбором размеров и значений диэлектрических проницаемостей диэлектрических волноводов всегда можно найти требуемое замедление, отвечающее (16).

Например, из рис. 8 следует, что при $h = 0.5$ мкм, $w = 0.21$ мкм значение $\gamma/k_0 \cong 2$. Тогда при $\tau = 0.4$ неравенство (16) удовлетворяется при $\alpha_{\max} = -\pi/3$.

Заключение. На данный момент существуют специализированные САПР для анализа множества различных методов расчета электрофизических характеристик диэлектриков в СВЧ-диапазоне, однако не все они применимы для ком-

бинированных структур, состоящих из различных слоев диэлектриков, которые могут существенно различаться как толщиной, так и диэлектрической проницаемостью. Представленный метод конечных элементов для расчета сложной диэлектрической структуры позволяет численно оценить ее характеристики в терагерцовом диапазоне частот, а для разработчиков и производителей высокочастотной техники в субмикроволновом диапазоне длин волн – проектировать элементы с требуемыми техническими характеристиками. Рассмотренные варианты дифракционных антенн на анализируемой структуре могут найти широкое практическое применение.

Список литературы

1. Schwartz G. C., Srikrishnan K. V. Handbook of Semiconductor Interconnection Technology. 2nd ed. Boca Raton: CRC Press, 2006. 536 p.
2. Зи С., Чистяков Ю. Д. Технология СБИС: в 2 т. М.: Мир, 1986. Т. 1. 404 с; Т. 2. 453 с.
3. Марчук Г. И. Методы вычислительной математики. М.: Наука. Гл. ред. физ.-мат. лит., 1980. 536 с.
4. Гринев А. Ю. Численные методы решения прикладных задач электродинамики: учеб. пособие. М.: Радиотехника, 2012. 336 с.
5. Ректорис К. Вариационные методы в математической физике и технике. М.: Мир, 1985. 590 с.
6. Никольский В. В. Вариационные методы для внутренних задач электродинамики. М.: Наука, 1967. 460 с.
7. Деклу Ж. Метод конечных элементов / пер. с франц. М.: Мир, 1976. 95 с.
8. Зенкевич О. Метод конечных элементов в технике. М.: Мир, 1975. 541 с.
9. Зенкевич О., Морган К. Конечные элементы и аппроксимация / пер. с англ. М.: Мир, 1986. 318 с.
10. Сегерлинд Л. Применение метода конечных элементов. М.: Мир, 1979. 392 С.
11. CALFEM: A Finite Element Toolbox. Ver. 3.4 / P. Austrell, O. Dahlblom, J. Lindemann, A. Olsson, K.-G. Olsson, K. Persson, H. Pettersson, M. Ristinmaa, G. Sandberg, P.-A. Wernberg. Sweden: Structural Mechanics, LTH, 2004. 285 p.
12. Hutton D. V. Fundamentals of Finite Element Analysis. 1st ed. New York: McGraw Hill, 2003. 640 p.
13. Le K. H. Finite Element Mesh Generation Methods: A Review and Classification // Computer-Aided Design. 1988. Vol. 20, iss. 1. P. 27–38. doi: 10.1016/0010-4485(88)90138-8
14. Moaveni S. Engineering Fundamentals: An Introduction to Engineering. 3th ed. Toronto: Thomson Learning, 2008. 634 p.
15. Schäfer M. Computational Engineering – Introduction to Numerical Methods. Berlin: Springer-Verlag, 2006. 321 p. doi: 10.1007/3-540-30686-2
16. Stasa F. L. Applied Finite Element Analysis for Engineers. New York: CBS Publishing, 1985. 659 p.
17. On the Numerical Solution of Two-Dimensional Potential Problems by an Improved Boundary Integral Equations Method / G. F. Fairweather, J. Rizzo, D. J. Shippy, Y. S. Wu // J. Computational Physics. 1979. Vol. 31, iss. 1. P. 96–112. doi: 10.1016/0021-9991(79)90064-0
18. Frey P. J., George P.-L. Mesh Generation. Application to Finite Elements. 2nd ed. London: ISTE Publishing Company, 2008. 814 p. doi: 10.1002/9780470611166

Информация об авторах

Мироненко Игорь Германович – доктор технических наук (1979), профессор (1981) кафедры микрорадиоэлектроники и технологии радиоаппаратуры Санкт-Петербургского государственного электротехнического университета "ЛЭТИ" им. В. И. Ульянова (Ленина). Автор более 150 научных работ. Сфера научных интересов – разработка ЭКБ; проектирование радиоэлектронной аппаратуры и устройств СВЧ-диапазона. Адрес: Санкт-Петербургский государственный электротехнический университет "ЛЭТИ" им. В. И. Ульянова (Ленина), ул. Профессора Попова, д. 5 Ф, Санкт-Петербург, 197022, Россия
E-mail: eltech-mit-mig@gmail.com

Соколов Сергей Сергеевич – доктор технических наук (1993), профессор (1995) кафедры микрорадиоэлектроники и технологии радиоаппаратуры Санкт-Петербургского государственного электротехнического университета "ЛЭТИ" им. В. И. Ульянова (Ленина). Автор более 150 научных работ. Сфера научных интересов – разработка ЭКБ; проектирование радиоэлектронной аппаратуры и устройств СВЧ-диапазона.

Адрес: Санкт-Петербургский государственный электротехнический университет "ЛЭТИ" им. В. И. Ульянова (Ленина), ул. Профессора Попова, д. 5 Ф, Санкт-Петербург, 197022, Россия
E-mail: sovet@etu.ru

Иванов Аркадий Анатольевич – доктор технических наук (2018), профессор (2020) кафедры микрорадиоэлектроники и технологии радиоаппаратуры Санкт-Петербургского государственного электротехнического университета "ЛЭТИ" им. В. И. Ульянова (Ленина). Автор более 60 научных работ. Сфера научных интересов – разработка ЭКБ; проектирование радиоэлектронной аппаратуры и устройств СВЧ-диапазона.
Адрес: Санкт-Петербургский государственный электротехнический университет "ЛЭТИ" им. В. И. Ульянова (Ленина), ул. Профессора Попова, д. 5 Ф, Санкт-Петербург, 197022, Россия
E-mail: aai2@yandex.ru

References

1. Schwartz G. C., Srikrishnan K. V. Handbook of Semiconductor Interconnection Technology. 2nd ed. Boca Raton, CRC Press, 2006, 536 p.
2. Zi S., Chistyakov Yu. D. *Tekhnologiya SBIS* [ULITC Technology]. Moscow, Mir, 1986, vol. 1, 404 p.; vol. 2, 453 p. (In Russ.)
3. Marchuk G. I. *Metody vychislitel'noi matematiki* [Methods of Computational Mathematics]. Moscow, Nauka, 1980, 536 p. (In Russ.)
4. Grinev A. Yu. *Chislennyye metody resheniya prikladnykh zadach elektrodinamik* [Numerical Methods for Solving Applied Problems of Electrodynamics. Textbook]. Moscow, Radio engineering, 2012, 336 p. (In Russ.)
5. Rektorys K. Variational Methods in Mathematics, Science and Engineering. Berlin, Springer, 1977, 571 p.
6. Nikolsky V. V. *Variatsionnyye metody dlya vnutrennikh zadach elektrodinamiki* [Variational Methods for Internal Problems of Electrodynamics]. Moscow, Nauka, 1967, 460 p. (In Russ.)
7. Declou J. *Metod konechnykh elementov* [The Finite Element Method]. Trans. from French. Moscow, Mir, 1976, 95 p. (In Russ.)
8. Zenkevich O. *Metod konechnykh elementov v tekhnike* [The Finite Element Method in Engineering]. Moscow, Mir, 1975, 541 p. (In Russ.)
9. Zienkiewicz O., Morgan K. Finite Elements and Approximation. New York, John Wiley & Sons, 1983, 328 p.
10. Segerlind L. Applied Finite Element Analysis. New York, John Wiley & Sons, 1976, 442 p.
11. Austrell P., Dahlblom O., Lindemann J., Olsson A., Olsson K.-G., Persson K., Pettersson H., Ristinmaa M., Sandberg G., Wernberg P.-A. CALFEM: A Finite Element Toolbox. Ver. 3.4. Sweden; Structural Mechanics, LTH, 2004, 285 p.
12. Hutton D. V. Fundamentals of Finite Element Analysis. 1st ed. New York, McGraw Hill, 2003, 640 p.
13. Le K. H. Finite Element Mesh Generation Methods: A Review and Classification. Computer-Aided Design. 1988, vol. 20, iss. 1, pp. 27–38. doi: 10.1016/0010-4485(88)90138-8
14. Moaveni S. Engineering Fundamentals: An Introduction to Engineering. 3th ed. Toronto, Thomson Learning, 2008, 634 p.
15. Schäfer M. Computational Engineering – Introduction to Numerical Methods. Berlin, Springer-Verlag, 2006, 321 p. doi: 10.1007/3-540-30686-2
16. Stasa F. L. Applied Finite Element Analysis for Engineers. New York, CBS Publishing, 1985, 659 p.
17. Fairweather G. F., Rizzo J., Shiply D. J., Wu Y. S. On the Numerical Solution of Two-Dimensional Potential Problems by an Improved Boundary Integral Equations Method. J. Computational Physics. 1979, vol. 31, iss. 1, pp. 96–112. doi: 10.1016/0021-9991(79)90064-0
18. Frey P. J., George P.-L. Mesh Generation. Application to Finite Elements. 2nd ed. London, ISTE Publishing Company, 2008, 814 p. doi: 10.1002/9780470611166

Information about the authors

Igor G. Mironenko, Dr Sci. (Eng.) (1979), Professor (1981) of the Department of Microradioelectronics and Radio Equipment Technology of Saint Petersburg Electrotechnical University. The author of more than 150 scientific publications. Area of expertise: ECB development; design of radio-electronic equipment and microwave devices.
Address: Saint Petersburg Electrotechnical University, 5 F, Professor Popov St., St Petersburg 197022, Russia
E-mail: eltech-mit-mig@gmail.com

Sergey S. Sokolov, Dr Sci. (Eng.) (1993), Professor (1995) of the Department of Microradioelectronics and Radio Equipment Technology of Saint Petersburg Electrotechnical University. The author of more than 150 scientific publications. Area of expertise: ECB development; design of radio-electronic equipment and microwave devices.
Address: Saint Petersburg Electrotechnical University, 5 F, Professor Popov St., St Petersburg 197022, Russia
E-mail: sovet@etu.ru

Arkady A. Ivanov, Dr Sci. (2018), Professor (2020) of the Department of Microradioelectronics and Radio Equipment Technology of Saint Petersburg Electrotechnical University. The author of more than 60 scientific publications. Area of expertise: ECB development; design of radio-electronic equipment and microwave devices.
Address: Saint Petersburg Electrotechnical University, 5 F, Professor Popov St., St Petersburg 197022, Russia
E-mail: aai2@yandex.ru