

Решение собственной задачи прямоугольных волноводов с частичным диэлектрическим заполнением методом Фурье

И. Г. Мироненко, С. С. Соколов, А. А. Иванов✉

Санкт-Петербургский государственный электротехнический университет "ЛЭТИ" им. В. И. Ульянова (Ленина), Санкт-Петербург, Россия

✉ aai2@yandex.ru

Аннотация

Введение. Современные универсальные средства компьютерного моделирования позволяют выполнять анализ сложных волноводных структур, канализирующих электромагнитную энергию. Для оценки получаемых результатов расчета бывает необходимо сравнить их с известным "точным" значением и после этого провести калибровку рассматриваемой электродинамической модели. Найти искомое значение можно с помощью метода Фурье, позволяющего определить постоянную распространения в регулярном прямоугольном волноводе с частичным заполнением диэлектриком и оценить его канализирующие свойства в различных диапазонах длин волн.

Цель работы. Построение вычислительной модели расчета регулярного волновода с произвольным расположением диэлектрика на поперечном сечении методом Фурье, определение дисперсионных характеристик анализируемых структур в миллиметровом диапазоне длин волн.

Материалы и методы. Математическая модель для анализа волновода с частичным заполнением диэлектриком выполнена на базе уравнений Максвелла с применением граничных условий для касательных и нормальных компонент электромагнитного поля.

Результаты. Проведен численный анализ дисперсионных характеристик структур со сложным диэлектрическим заполнением. Показана методика построения расчетной модели для поиска постоянной распространения в прямоугольном волноводе с произвольным расположением диэлектрического заполнения, что может являться основой для анализа слоистых диэлектрических структур со сложной формой поперечного сечения и различной относительной диэлектрической проницаемостью.

Заключение. Созданные математические модели позволили численно оценить канализирующие свойства волноводов с диэлектрическим заполнением в СВЧ-диапазоне.

Ключевые слова: метод Фурье анализа, волноводы с диэлектрическим заполнением, канализирующие диэлектрические структуры, линейные диэлектрики

Для цитирования: Мироненко И. Г., Соколов С. С., Иванов А. А. Решение собственной задачи прямоугольных волноводов с частичным диэлектрическим заполнением методом Фурье // Изв. вузов России. Радиоэлектроника. 2024. Т. 27, № 4. С. 52–60. doi: 10.32603/1993-8985-2024-27-4-52-60

Конфликт интересов. Авторы заявляют об отсутствии конфликта интересов.

Статья поступила в редакцию 30.06.2024; принята к публикации после рецензирования 06.08.2024; опубликована онлайн 27.09.2024

Solution to the Eigenvalue Problem of Rectangular Waveguides with Partial Dielectric Filling by Fourier Transform

Igor G. Mironenko, Sergey S. Sokolov, Arkady A. Ivanov[✉]

Saint Petersburg Electrotechnical University, St Petersburg, Russia

[✉] aai2@yandex.ru

Abstract

Introduction. Modern computer simulation tools can be used to analyze complex waveguide structures channeling electromagnetic energy. In order to verify the obtained calculation results, they should be compared with a known "exact" value followed by calibration of the considered electrodynamic model. The desired value can be found using the method of Fourier transform, which allows the propagation constant in a regular rectangular waveguide with partial filling with a dielectric to be determined and its channeling properties in various wavelength ranges to be evaluated.

Aim. Construction of a computational model for calculating a regular waveguide with an arbitrary arrangement of the dielectric on the cross section by the Fourier method, determination of the dispersion characteristics of the analyzed structures in the millimeter wavelength range.

Materials and methods. A mathematical model for the analysis of a waveguide with partial dielectric filling is based on Maxwell's equations using boundary conditions for tangential and normal components of the electromagnetic field.

Results. A numerical analysis of the dispersion characteristics of structures with complex dielectric filling was carried out. A methodological approach to constructing a computational model for searching for the propagation constant in a rectangular waveguide with an arbitrary arrangement of dielectric filling is proposed. This approach can serve as the basis for analyzing layered dielectric structures with a complex cross-sectional shape and different values of relative permittivity.

Conclusion. The developed mathematical models made it possible to numerically evaluate the channeling properties of waveguides with dielectric filling in the microwave range.

Keywords: Fourier transform, waveguides with dielectric filling, channeling dielectric structures, linear dielectrics

For citation: Mironenko I. G., Sokolov S. S., Ivanov A. A. Solution to the Eigenvalue Problem of Rectangular Waveguides with Partial Dielectric Filling by Fourier Transform. Journal of the Russian Universities. Radioelectronics. 2024, vol. 27, no. 4, pp. 52–60. doi: 10.32603/1993-8985-2024-27-4-52-60

Conflict of interest. The authors declare no conflicts of interest.

Submitted 30.06.2024; accepted 06.08.2024; published online 27.09.2024

Введение. Существующие средства САПР позволяют успешно выполнять расчеты сложных волноводных структур, однако для получения искомого результата требуются значительные вычислительные и временные ресурсы [1–3]. Применение рассматриваемого в статье анализа с использованием метода Фурье позволяет получать искомый результат, а именно находить постоянную распространения электромагнитной волны в волноводной структуре со слоистым диэлектрическим заполнением без существенных затрат. Полученный результат становится ориентиром для калибровки универсальных САПР, используемых

при расчете волноводных структур [2, 3], тем самым обеспечивая экономию времени в процессе проектирования СВЧ-устройства. На основе таких структур, например, возможно построение элементов волноводных фильтров, состоящих из отрезков волноводов с частичным диэлектрическим заполнением [4]. При этом линейные или нелинейные диэлектрики могут быть слоистыми, синтезированными из различных материалов с близкими диэлектрическими проницаемостями, имеющими разнонаправленные температурные коэффициенты, что в свою очередь позволяет создавать температурно-стабилизированные структуры с

частотными параметрами, практически не изменяемыми в широком диапазоне температур. Таким образом, данным методом возможно провести анализ зависимости постоянной распространения в волноводе с частичным диэлектрическим заполнением с учетом влияния температуры. Решение и постановка такой задачи будут проанализированы в материале других публикаций.

Постановка задачи. Рассмотрим решение собственной задачи о распределении поля на поперечном сечении и нахождении постоянной распространения в регулярных волноводах с частичным диэлектрическим заполнением [5–14]. В случае гармонических напряженностей электрического $\dot{\mathbf{E}} = \mathbf{E}(x, y, z)e^{j\omega t}$ и магнитного $\dot{\mathbf{H}} = \mathbf{H}(x, y, z)e^{j\omega t}$ полей уравнения Максвелла для этих волноводов можно представить в виде

$$\begin{aligned} \operatorname{rot} \dot{\mathbf{E}} &= -j\omega\mu_0\dot{\mathbf{H}}; \\ \operatorname{rot} \dot{\mathbf{H}} &= j\omega\varepsilon_0\varepsilon(x, y)\dot{\mathbf{E}}, \end{aligned} \quad (1)$$

где $\omega = 2\pi f$; f – частота; $\mu_0 = 4\pi \cdot 10^{-10} \frac{\text{Гн}}{\text{мм}}$; $\varepsilon_0 = 8.854 \cdot 10^{-15} \frac{\text{Ф}}{\text{мм}}$; $\varepsilon(x, y)$ – кусочно-постоянная функция распределения диэлектрической проницаемости на поперечном сечении.

В соответствии с цилиндрической симметрией волноводов решение уравнений (1) имеет вид плоских неоднородных волн, распространяющихся вдоль оси z с постоянной распространения γ :

$$\begin{aligned} \dot{\mathbf{E}} &= \mathbf{E}(x, y)e^{j(\omega t - \gamma z)}; \\ \dot{\mathbf{H}} &= \mathbf{H}(x, y)e^{j(\omega t - \gamma z)}, \end{aligned} \quad (2)$$

где $\mathbf{E}(x, y) = \mathbf{e}_x E_x(x, y) + \mathbf{e}_y E_y(x, y) + \mathbf{e}_z E_z(x, y)$;
 $\mathbf{H}(x, y) = \mathbf{e}_x H_x(x, y) + \mathbf{e}_y H_y(x, y) + \mathbf{e}_z H_z(x, y)$.

Уравнения Максвелла (1) для решений в виде (2) можно преобразовать к уравнению относительно вектора $\mathbf{E}(x, y)$:

$$\nabla_{\perp}^2 \mathbf{E}(x, y) + \chi^2 \mathbf{E}(x, y) = 0, \quad (3)$$

где $\nabla_{\perp}^2 = \frac{\partial^2}{\partial x^2} + \frac{\partial^2}{\partial y^2}$ – лапласиан в поперечных

координатах $\chi^2 = k^2 \varepsilon(x, y) - \gamma^2$ ($k^2 = \omega^2 \varepsilon_0 \mu_0$).

Придадим волновому уравнению (3) операторный вид, введя линейный дифференциальный оператор $\hat{L} = \nabla_{\perp}^2 + \chi^2$, тогда

$$\hat{L}\dot{\mathbf{E}}(x, y) = 0. \quad (4)$$

Общий подход к решению (4) состоит в выборе способа аппроксимации векторной функции $\mathbf{E}(x, y)$, позволяющего свести решение дифференциального уравнения к решению системы линейных алгебраических уравнений относительно коэффициентов аппроксимирующей функции. Уравнения Максвелла согласуют поиск функций, аппроксимирующих $\mathbf{E}(x, y)$, с вычислением постоянной распространения, и в этом смысле поиск приближенного решения уравнения (4) приводит к двум самостоятельным задачам: нахождению постоянной распространения γ и распределения поля на поперечном сечении волновода. Следует заметить, что нахождение постоянной распространения имеет больший приоритет, чем распределение поля, которое во многих задачах может быть описано на качественном уровне. Однако общее решение собственной задачи прямоугольных волноводов с частичным диэлектрическим заполнением должно быть связано с поиском γ и вида $\mathbf{E}(x, y)$. В этом случае напряженность магнитного поля $\mathbf{H}(x, y)$ найдется из уравнений Максвелла (1).

Разложение в ряд Фурье $\mathbf{E}(x, y)$ в ортогональном базисе. Рассмотрим способ решения уравнения (4) разложением $\mathbf{E}(x, y)$ в ряд Фурье в ортогональном базисе, образованном координатными функциями, представляющими собственное решение полого прямоугольного волновода сечением $(a \times b)$:

$$\begin{aligned} E_{x,mn}(x, y) &= \cos\left(\frac{m\pi x}{a}\right) \sin\left(\frac{n\pi y}{b}\right); \\ E_{y,mn}(x, y) &= \sin\left(\frac{m\pi x}{a}\right) \cos\left(\frac{n\pi y}{b}\right); \\ E_{z,mn}(x, y) &= \sin\left(\frac{m\pi x}{a}\right) \sin\left(\frac{n\pi y}{b}\right), \end{aligned} \quad (5)$$

где $m = 0, 1, \dots$; $n = 0, 1, \dots$

Функции (5) удовлетворяют граничным условиям на идеально проводящем контуре поперечного сечения:

$$\begin{aligned} E_{x, mn}(x, y) \Big|_{y=0, b} &= 0; \\ E_{y, mn}(x, y) \Big|_{x=0, a} &= 0; \\ E_{z, mn}(x, y) \Big|_{x=0, a} &= 0, \\ & \Big|_{y=0, b} \end{aligned}$$

Собственный вектор $\mathbf{E}_{mn}(x, y)$ на поперечном сечении имеет вид

$$\begin{aligned} \mathbf{E}_{mn}(x, y) &= \mathbf{e}_x E_{x, mn}(x, y) + \\ &+ \mathbf{e}_y E_{y, mn}(x, y) + \mathbf{e}_z E_{z, mn}(x, y). \end{aligned}$$

Для пары собственных векторов $\mathbf{E}_{mn}(x, y)$, $\mathbf{E}_{pq}(x, y)$ в ортогональном базисе определено скалярное произведение

$$\begin{aligned} (\mathbf{E}_{mn}(x, y), \mathbf{E}_{pq}(x, y)) &= \\ &= \int_S (E_{x, mn}(x, y)E_{x, pq}(x, y) + \\ &+ E_{y, mn}(x, y)E_{y, pq}(x, y) + \\ &+ E_{z, mn}(x, y)E_{z, pq}(x, y)) dS, \end{aligned} \quad (6)$$

где S – поперечное сечение волновода.

Скалярное произведение собственных векторов удовлетворяет условию ортогональности

$$\begin{aligned} (\mathbf{E}_{mn}(x, y), \mathbf{E}_{pq}(x, y)) &= \\ &= \begin{cases} 0, & \text{если } p \neq m \text{ или } n \neq q; \\ \frac{ab}{4}, & \text{если } p = m, n = q. \end{cases} \end{aligned} \quad (7)$$

Искомый вектор $\mathbf{E}(x, y)$ в (4) представим разложением в ряд Фурье в ортогональном базисе

$$\mathbf{E}(x, y) = \sum_{m=0, 1, \dots}^{\infty} \sum_{n=0, 1, \dots}^{\infty} a_{m, n} \mathbf{E}_{mn}(x, y), \quad (8)$$

где $a_{m, n}$ – коэффициенты Фурье.

Коэффициенты Фурье можно найти на основании (7). Умножив левую и правую части разложения (8) на собственный вектор

$\mathbf{E}_{pq}(x, y)$, образуем скалярные произведения (6) и получим

$$\begin{aligned} &\int_S (\mathbf{E}(x, y) \mathbf{E}_{pq}(x, y)) dS = \\ &= \sum_{m=0, 1, \dots}^{\infty} \sum_{n=0, 1, \dots}^{\infty} a_{m, n} \int_S (\mathbf{E}_{mn}(x, y) \mathbf{E}_{pq}(x, y)) dS. \end{aligned} \quad (9)$$

В правой части соотношения (9) интеграл не равен нулю только при $m = p$, $n = q$, поэтому коэффициенты Фурье определяются как

$$a_{m, n} = \int_S (E(x, y) E_{mn}(x, y)) dS. \quad (10)$$

Из теории рядов Фурье известно, что ряд (8) по собственным векторам уравнения (3) сходится абсолютно и равномерно к $\mathbf{E}(x, y)$ при определении коэффициентов $a_{m, n}$ в виде (10).

Построение системы алгебраических уравнений. Подставив (8) в операторные уравнения (4), получим

$$\begin{aligned} \hat{L} \left(\sum_{m=0}^{\infty} \sum_{n=0}^{\infty} a_{m, n} \mathbf{E}_{mn}(x, y) \right) &= \\ &= \sum_{m=0}^{\infty} \sum_{n=0}^{\infty} a_{m, n} \hat{L} \mathbf{E}_{mn}(x, y) = 0. \end{aligned} \quad (11)$$

Умножив обе части равенства (11) скалярно на собственный вектор $\mathbf{E}_{pq}(x, y)$, получим

$$\sum_{m=0}^{\infty} \sum_{n=0}^{\infty} a_{m, n} \int_S (\mathbf{E}_{pq}(x, y) \hat{L} \mathbf{E}_{mn}(x, y)) dS = 0. \quad (12)$$

Обозначим

$$\int_S (\mathbf{E}_{pq}(x, y) \hat{L} \mathbf{E}_{mn}(x, y)) dS = f_{pq, mn}(\gamma). \quad (13)$$

Соотношению (12) можно придать вид бесконечной системы однородных алгебраических уравнений относительно коэффициентов Фурье ряда (8):

$$\sum_{m=0}^{\infty} \sum_{n=0}^{\infty} a_{m, n} f_{pq, mn}(\gamma) = 0. \quad (14)$$

Редукция бесконечной системы уравнений (14) возможна при условии конечного числа функций разложения в (8). Тогда при конечных суммах соотношение (14) представляет собой невязку (11). Фактически это означает замену представления искомой функции в виде ряда Фурье ее аппрокси-

мацией конечным числом функций ортогонального базиса разложения. Допустим, что максимальное число функций определено выбором значений M и N . Тогда при относительно малых значениях M и N , а следовательно, и порядка системы уравнений можно надеяться на достаточно быструю сходимость аппроксимируемой функции $\mathbf{E}(x, y)$ к функции, определенной разложением в ряд Фурье при увеличении M и N . Это означает, что решение редуцированной системы уравнений при $M \rightarrow \infty$ и $N \rightarrow \infty$ окажется сколь угодно близким к решению бесконечной системы уравнений (14). Строгое обоснование такого подхода к (14) приводится в вычислительной математике [12].

Примеры решения задач прямоугольных волноводов с частичным диэлектрическим заполнением. Аппроксимируем искомую функцию $\mathbf{E}(x, y)$ конечным числом функций из бесконечного ортогонального базиса геометрических функций (5). Найдем в явном виде элементы системы уравнений $f_{pq, mn}(\gamma)$, подставив в (13) соотношения для $\mathbf{E}_{mn}(x, y)$. Раскрыв скалярное произведение, получим

$$f_{pq, mn}(\gamma) = \int_S \left[E_{x, pq}(x, y) (\hat{L} \mathbf{E}_{mn}(x, y))_x + E_{y, pq}(x, y) (\hat{L} \mathbf{E}_{mn}(x, y))_y + E_{z, pq}(x, y) (\hat{L} \mathbf{E}_{mn}(x, y))_z \right] dS. \quad (15)$$

Вид оператора \hat{L} известен, собственные функции и собственные векторы определены соотношением (5), поэтому после преобразований соотношение (15) можно привести к виду

$$f_{pq, mn}(\gamma) = k^2 \left(J_{pq, mn}^{(1)} + J_{pq, mn}^{(2)} + J_{pq, mn}^{(3)} \right) - \left[\gamma^2 + \left(\frac{m\pi}{a} \right)^2 + \left(\frac{n\pi}{b} \right)^2 \right] I_{pq, mn}, \quad (16)$$

где $I_{pq, mn} = \begin{cases} 0 & \text{при } m \neq p \text{ или } n \neq q; \\ 3ab/4 & \text{при } m = p, n = q; \end{cases}$

$$J_{pq, mn}^{(1)} = \int_S \varepsilon(x, y) E_{x, mn}(x, y) E_{x, pq}(x, y) dS;$$

$$J_{pq, mn}^{(2)} = \int_S \varepsilon(x, y) E_{y, mn}(x, y) E_{y, pq}(x, y) dS;$$

$$J_{pq, mn}^{(3)} = \int_S \varepsilon(x, y) E_{z, mn}(x, y) E_{z, pq}(x, y) dS.$$

Система линейных уравнений (14) однородна и имеет отличные от нуля решения в том и только в том случае, если ее определитель равен нулю [15]. Определитель системы уравнений зависит от постоянной распространения γ , и его обнуление является решением для постоянной распространения. Очевидно, вид поперечного сечения с неполным диэлектрическим заполнением определяет вид соотношений для вычисления элементов матрицы системы уравнений (14) [4, 7].

Для волновода, поперечное сечение которого показано на рис. 1, а, интегралы в (14), зависящие от положения диэлектрического стержня, могут быть представлены в виде

$$J_{pq, mn}^{(1)} = \int_0^{\Delta} \cos\left(\frac{p\pi x}{a}\right) \cos\left(\frac{m\pi x}{a}\right) dx \times \int_0^d \sin\left(\frac{q\pi y}{b}\right) \sin\left(\frac{n\pi y}{b}\right) dy + \varepsilon \left[\int_{\Delta}^{\Delta+w} \cos\left(\frac{p\pi x}{a}\right) \cos\left(\frac{m\pi x}{a}\right) dx \times \int_0^d \sin\left(\frac{q\pi y}{b}\right) \sin\left(\frac{n\pi y}{b}\right) dy \right] + \int_{\Delta+w}^a \cos\left(\frac{p\pi x}{a}\right) \cos\left(\frac{m\pi x}{a}\right) dx \times \int_0^d \sin\left(\frac{q\pi y}{b}\right) \sin\left(\frac{n\pi y}{b}\right) dy + \int_0^a \cos\left(\frac{p\pi x}{a}\right) \cos\left(\frac{m\pi x}{a}\right) dx \times \int_d^b \sin\left(\frac{q\pi y}{b}\right) \sin\left(\frac{n\pi y}{b}\right) dy;$$

$$J_{pq, mn}^{(2)} = \int_0^{\Delta} \sin\left(\frac{p\pi x}{a}\right) \sin\left(\frac{m\pi x}{a}\right) dx \times \int_0^d \cos\left(\frac{q\pi y}{b}\right) \cos\left(\frac{n\pi y}{b}\right) dy + \varepsilon \left[\int_{\Delta}^{\Delta+w} \sin\left(\frac{p\pi x}{a}\right) \sin\left(\frac{m\pi x}{a}\right) dx \times \int_0^d \cos\left(\frac{q\pi y}{b}\right) \cos\left(\frac{n\pi y}{b}\right) dy \right] + \int_0^a \sin\left(\frac{p\pi x}{a}\right) \sin\left(\frac{m\pi x}{a}\right) dx \times \int_d^b \cos\left(\frac{q\pi y}{b}\right) \cos\left(\frac{n\pi y}{b}\right) dy;$$

$$\begin{aligned}
 & + \int_{\Delta+w}^a \sin\left(\frac{p\pi x}{a}\right) \sin\left(\frac{m\pi x}{a}\right) dx \times \\
 & \times \int_0^d \cos\left(\frac{q\pi y}{b}\right) \cos\left(\frac{n\pi y}{b}\right) dy + \\
 & + \int_0^a \sin\left(\frac{p\pi x}{a}\right) \sin\left(\frac{m\pi x}{a}\right) dx \times \\
 & \times \int_d^b \cos\left(\frac{q\pi y}{b}\right) \cos\left(\frac{n\pi y}{b}\right) dy; \\
 J_{pq, mn}^{(3)} = & \int_0^{\Delta} \sin\left(\frac{p\pi x}{a}\right) \sin\left(\frac{m\pi x}{a}\right) dx \times \\
 & \times \int_0^d \sin\left(\frac{q\pi y}{b}\right) \sin\left(\frac{n\pi y}{b}\right) dy + \\
 & + \varepsilon \left[\int_{\Delta}^{\Delta+w} \sin\left(\frac{p\pi x}{a}\right) \sin\left(\frac{m\pi x}{a}\right) dx \times \right. \\
 & \times \left. \int_0^d \sin\left(\frac{q\pi y}{b}\right) \sin\left(\frac{n\pi y}{b}\right) dy \right] + \\
 & + \int_{\Delta+w}^a \sin\left(\frac{p\pi x}{a}\right) \sin\left(\frac{m\pi x}{a}\right) dx \times \\
 & \times \int_0^d \sin\left(\frac{q\pi y}{b}\right) \sin\left(\frac{n\pi y}{b}\right) dy + \\
 & + \int_0^a \sin\left(\frac{p\pi x}{a}\right) \sin\left(\frac{m\pi x}{a}\right) dx \times \\
 & \times \int_d^b \sin\left(\frac{q\pi y}{b}\right) \sin\left(\frac{n\pi y}{b}\right) dy.
 \end{aligned}
 \tag{17}$$

Для волноводов, поперечные сечения которых показаны на рис. 1, б, в, интегралы в (14), зависящие от расположения диэлектрического стержня, могут быть представлены в виде, аналогичном (17). Опустим подробности простых преобразований и приведем результаты расчета постоянных распространения волн основного типа в волноводах, поперечные сечения которых представлены на рис. 1, а–в, при $a = 7.2$ мм, $b = 3.6$ мм и центральном положении диэлектрического стержня. На рис. 2–4 приведены результаты расчетов постоянной распространения волны основного типа в волноводах на частоте 30 ГГц.

Распределения напряженностей электрического и магнитного полей на поперечном сечении при известной постоянной распространения и коэффициентов Фурье как решений однородной алгебраической системы уравнений (14) определены соотношениями (8) и (5), поэтому поставленная задача формально решена. Однако графическое изображение гибридных полей с помощью линий поля в волноводах с частичным диэлектрическим заполнением лишено наглядности. С информационных позиций оправданно построение продольной составляющей вектора Пойнтинга на поперечном сечении волновода как распределения плотности энергии, переносимой волной.

Приведем соотношения для расчета продольной составляющей вектора Пойнтинга $S_z = \frac{1}{2} \text{Re}[\dot{\mathbf{E}}, \dot{\mathbf{H}}^*]_z$. После подстановки соотношений для напряженности поля (2) и (8) найдем, что

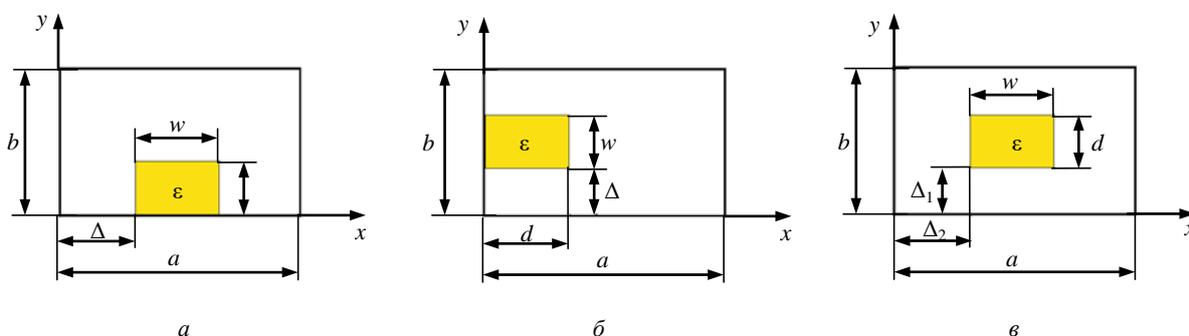


Рис. 1. Поперечные сечения волноводов в системе координат: а – расположение диэлектрика вдоль широкой стенки; б – расположение диэлектрика вдоль узкой стенки; в – расположение диэлектрика по центру

Fig. 1. Cross sections of waveguides in the coordinate system: а – the location of the dielectric along a wide wall; б – the location of the dielectric along a narrow wall; в – the location of the dielectric in the center

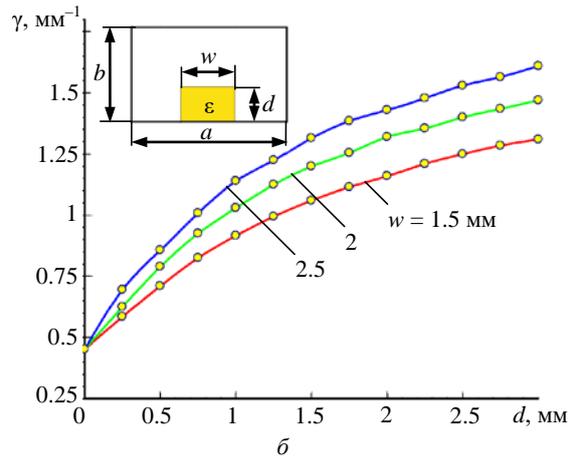
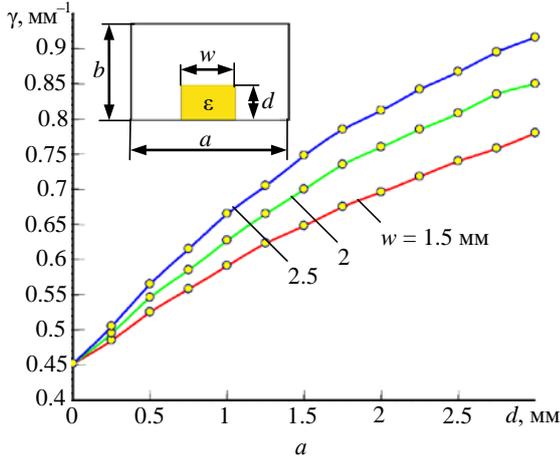


Рис. 2. Зависимость постоянной распространения для волновода (рис. 1, а) от d и w : а – при $\epsilon = 4$; б – при $\epsilon = 12$
 Fig. 2. Dependence of the propagation constant for the waveguide (Fig. 1, а), on d and w : а – at $\epsilon = 4$; б – at $\epsilon = 12$

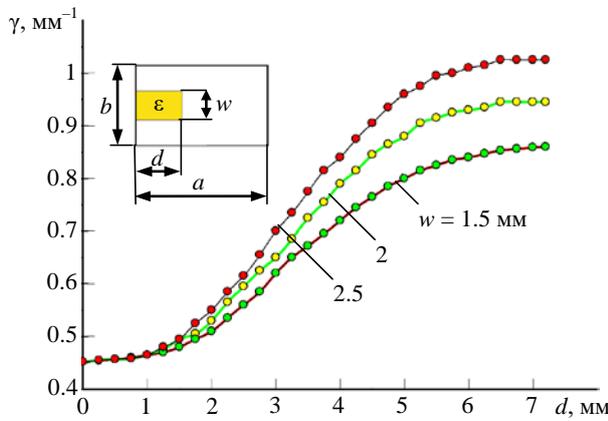


Рис. 3. Зависимость постоянной распространения для волновода (рис. 1, б) от d и w при $\epsilon = 4$
 Fig. 3. Dependence of the propagation constant for the waveguide (Fig. 1, б) on d and w at $\epsilon = 4$

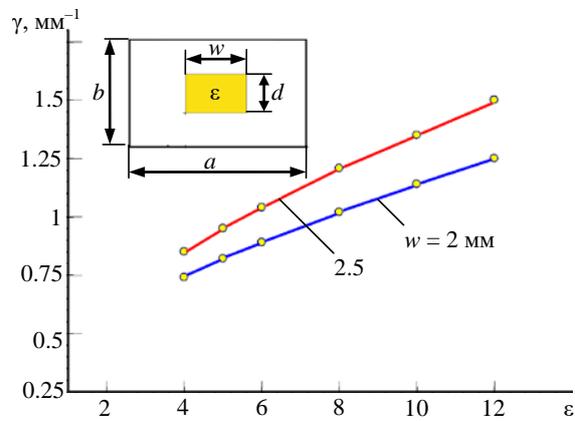


Рис. 4. Зависимость постоянной распространения для волновода (рис. 1, в) от ϵ при $d = w$
 Fig. 4. Dependence of the propagation constant for the waveguide (Fig. 1, в), on ϵ at $d = w$

$$S_z = \frac{\gamma}{2\omega\mu_0} \times \left[\left(\sum_{m=0,1,\dots}^M \sum_{n=0,1,\dots}^N a_{m,n} \cos\left(\frac{m\pi x}{a}\right) \sin\left(\frac{n\pi y}{b}\right) \right)^2 + \left(\sum_{m=0,1,\dots}^M \sum_{n=0,1,\dots}^N a_{m,n} \sin\left(\frac{m\pi x}{a}\right) \cos\left(\frac{n\pi y}{b}\right) \right)^2 \right]$$

Очевидно, что расчет плотности энергии на поперечном сечении имеет смысл только для конкретных конструкций волноводов, а ее количественные характеристики будут относительными, так как коэффициенты Фурье являются корнями однородной системы уравнений.

Заключение. Проведен численный анализ дисперсионных характеристик структур со сложным диэлектрическим заполнением. Пока-

зана методика построения расчетной модели для поиска постоянной распространения в прямоугольном волноводе с произвольным расположением диэлектрического заполнения, что может являться основой для анализа слоистых диэлектрических структур со сложной формой поперечного сечения и различной относительной диэлектрической проницаемостью. Созданные математические модели позволили численно оценить канализирующие свойства волноводов с диэлектрическим заполнением в СВЧ-диапазоне. Представленный метод для расчета сложной диэлектрической структуры позволяет выполнить численные оценки ее характеристик в широком диапазоне частот, а для разработчиков и производителей высокочастотной техники позволит проектировать волноводные элементы с требуемыми техническими характеристиками.

Список литературы

1. Банков С. Е., Курушин А. А., Разевиг В. Д. Анализ и оптимизация трехмерных СВЧ структур с помощью HFSS. М.: Солон-Пресс, 2005. 285 с.
2. Банков С. Е., Курушин А. А. Анализ и оптимизация СВЧ-структур с помощью HFSS / под ред. С. Е. Банкова. 2-е изд., доп. М.: Солон-Пресс, 2004. 216 с.
3. Разевиг В. Д., Потапов Ю. В., Курушин А. А. Проектирование СВЧ устройств с помощью Microwave Office. М.: Солон-Пресс, 2003. 496 с.
4. Сегнетоэлектрические пленки и устройства на сверх- и крайне высоких частотах / А. А. Иванов, И. Г. Мироненко, С. Ф. Карманенко и др. СПб.: Элмор, 2007. 162 с.
5. Мироненко И. Г., Иванов А. А. Электромагнитные поля и волны. СПб.: Изд-во СПбГЭТУ "ЛЭТИ", 2021. 169 с.
6. Вольман В. И., Пименов Ю. В. Техническая электродинамика. М.: Связь, 1971. 487 с.
7. Егоров Ю. В. Частично-заполненные прямоугольные волноводы. М.: Сов. радио, 1967. 216 с.
8. Левин Л. Теория волноводов. М.: Радио и связь, 1981. 311 с.
9. Гринев А. Ю., Гиголо А. И. Математические основы и методы решения задач электродинамики: учеб. пособие для студентов по специальностям "Радиотехника" и "Радиоэлектронные системы и комплексы". М.: Радиотехника, 2015. 214 с.
10. Гринев А. Ю. Численные методы решения прикладных задач электродинамики: учеб. пособие. М.: Радиотехника, 2012. 336 с.
11. Schäfer M. Computational Engineering – Introduction to Numerical Methods. Berlin: Springer-Verlag, 2006. 321 p.
12. Марчук Г. И. Методы вычислительной математики. М.: Наука. Гл. ред. физ.-мат. лит., 1980. 536 с.
13. Вычислительные методы прикладной электродинамики / Д. Д. Габриэлян, Г. Ф. Заргано, М. Ю. Звездина и др. М.: Радиотехника, 2009. 159 с.
14. On the Numerical Solution of Two-Dimensional Potential Problems by an Improved Boundary Integral Equations Method / G. F. Fairweather, J. Rizzo, D. J. Shippy, Y. S. Wu // J. Computational Physics. 1979. Vol. 31. P. 96–112.
15. Курош А. Г. Курс высшей алгебры. М.: Наука. Гл. ред. физ.-мат. лит., 1968. 431 с.

Информация об авторах

Мироненко Игорь Германович – доктор технических наук (1979), профессор (1981) кафедры микрорадиоэлектроники и технологии радиоаппаратуры Санкт-Петербургского государственного электротехнического университета "ЛЭТИ" им. В. И. Ульянова (Ленина). Автор более 150 научных работ. Сфера научных интересов – разработка ЭКБ; проектирование радиоэлектронной аппаратуры и устройств СВЧ-диапазона. Адрес: Санкт-Петербургский государственный электротехнический университет "ЛЭТИ" им. В. И. Ульянова (Ленина), ул. Профессора Попова, д. 5 Ф, Санкт-Петербург, 197022, Россия
E-mail: eltech-mit-mig@gmail.com

Соколов Сергей Сергеевич – доктор технических наук (1993), профессор (1995) кафедры микрорадиоэлектроники и технологии радиоаппаратуры Санкт-Петербургского государственного электротехнического университета "ЛЭТИ" им. В. И. Ульянова (Ленина). Автор более 150 научных работ. Сфера научных интересов – разработка ЭКБ; проектирование радиоэлектронной аппаратуры и устройств СВЧ-диапазона. Адрес: Санкт-Петербургский государственный электротехнический университет "ЛЭТИ" им. В. И. Ульянова (Ленина), ул. Профессора Попова, д. 5 Ф, Санкт-Петербург, 197022, Россия
E-mail: sovet@etu.ru

Иванов Аркадий Анатольевич – доктор технических наук (2018), профессор (2020) кафедры микрорадиоэлектроники и технологии радиоаппаратуры Санкт-Петербургского государственного электротехнического университета "ЛЭТИ" им. В. И. Ульянова (Ленина). Автор более 60 научных работ. Сфера научных интересов – разработка ЭКБ; проектирование радиоэлектронной аппаратуры и устройств СВЧ-диапазона. Адрес: Санкт-Петербургский государственный электротехнический университет "ЛЭТИ" им. В. И. Ульянова (Ленина), ул. Профессора Попова, д. 5 Ф, Санкт-Петербург, 197022, Россия
E-mail: aai2@yandex.ru

References

1. Bankov S. E., Kurushin A. A., Razevig V. D. *Analiz i optimizatsiya trekhmernykh SVCh struktur s pomoshch'yu HFSS* [Analysis and Optimization of Three-Dimensional Microwave Structures Using HFSS]. Moscow, Solon-Press, 2005, 285 p. (In Russ.)
2. Bankov S. E., Kurushin A. A. *Analiz i optimizatsiya SVCh-struktur s pomoshch'yu HFSS* [Analysis and Optimization of Microwave Structures Using HFSS]. Ed. by S. E. Bankova 2nd ed. Moscow, Solon-Press, 2004, 216 p. (In Russ.)
3. Razevig V. D., Potapov Yu. V., Kurushin A. A. *Proektirovanie SVCh ustroystv s pomoshch'yu Microwave Office* [Designing Microwave Devices Using Microwave Office]. Moscow, Solon-Press, 2003, 496 p. (In Russ.)
4. Ivanov A. A., Mironenko, I. G., Karmanenko S. F., Semenov A. A., Nazarov I. A. *Segnetoelektricheskie plenki i ustroistva na sverkh- i kraine vysokikh chastotakh* [Ferroelectric Films and Devices at Ultra- and Ex-

tremely High Frequencies]. St Petersburg, Elmores, 2007, 162 p. (In Russ.)

5. Mironenko I. G., Ivanov A. A. *Elektromagnitnye polya i volny* [Electromagnetic Fields and Waves]. St Petersburg, *izd-vo SPbGETU "LETI"*, 2021, 169 p. (In Russ.)

6. Volman V. I., Pimenov Yu. V. *Tekhnicheskaya elektrodinamika* [Technical Electrodynamics]. Moscow, *Svyaz*, 1971, 487 p. (In Russ.)

7. Egorov Yu. V. *Chastichno zapolnennye pryamougol'nye volnovody* [Partially Filled Rectangular Waveguides]. Moscow, Soviet Radio, 1967, 216 p. (In Russ.)

8. Lewin L. *Theory of Waveguides*. London, *Newnes-Butterworths*, 1975, 311 p.

9. Grinev A. Y., Gigolo A. I. *Matematicheskie osnovy i metody resheniya zadach elektrodinamiki: uchebnoe posobie dlya studentov po spetsial'nostyam "Radiotekhnika" i "Radioelektronnye sistemy i komplekсы"* [Mathematical foundations and methods for solving problems of electrodynamics: a textbook for students in the specialties "Radio Engineering" and "Radioelectronic systems and complexes"]. Moscow, *Radio Engineering*, 2015, 214 p. (In Russ.)

10. Grinev A. Yu. *Chislennye metody resheniya prikladnykh zadach elektrodinamik* [Numerical methods for

solving applied problems of electrodynamics. Textbook]. Moscow, *Radio engineering*, 2012, 336 p. (In Russ.)

11. Schäfer M. *Computational Engineering – Introduction to Numerical Methods*. Berlin, Springer-Verlag, 2006, 321 p.

12. Marchuk G. I. *Metody vychislitel'noi matematiki* [Methods of Computational Mathematics]. Moscow, *Nauka*, 1980, 536 p. (In Russ.)

13. Gabriel'yan D. D., Zargano G. F., Zvezdina M. Yu., Zemlyakov V. V., Kobrin K. V., Labun'ko O. S., Manuilov M. B., Sinyavskii G. P. *Vychislitel'nye metody prikladnoi elektrodinamiki* [Computational Methods of Applied Electrodynamics]. Moscow, *Radio Engineering*, 2009, 159 p. (In Russ.)

14. Fairweather G. F., Rizzo J., Shippy D. J., Wu Y. S. On the Numerical Solution of Two-Dimensional Potential Problems by an Improved Boundary Integral Equations Method. *J. Computational Physics*. 1979, vol. 31, pp. 96–112.

15. Kurosh A. G. *Kurs vysshei algebry* [Course of higher algebra]. Moscow, *Science publishing house*. The main editorial office of the Physical and mathematical literature, 1968, 431 p. (In Russ.)

Information about the authors

Igor G. Mironenko, Dr Sci. (Eng.) (1979), Professor (1981) of the Department of Microradioelectronics and Radio Equipment Technology of Saint Petersburg Electrotechnical University. The author of more than 150 scientific publications. Area of expertise: ECB development; design of radio-electronic equipment and microwave devices. Address: Saint Petersburg Electrotechnical University, 5 F, Professor Popov St., St Petersburg 197022, Russia E-mail: eltech-mit-mig@gmail.com

Sergey S. Sokolov, Dr Sci. (Eng.) (1993), Professor (1995) of the Department of Microradioelectronics and Radio Equipment Technology of Saint Petersburg Electrotechnical University. The author of more than 150 scientific publications. Area of expertise: ECB development; design of radio-electronic equipment and microwave devices. Address: Saint Petersburg Electrotechnical University, 5 F, Professor Popov St., St Petersburg 197022, Russia E-mail: sovet@etu.ru

Arkady A. Ivanov, Dr Sci. (2018), Professor (2020) of the Department of Microradioelectronics and Radio Equipment Technology of Saint Petersburg Electrotechnical University. The author of more than 60 scientific publications. Area of expertise: ECB development; design of radio-electronic equipment and microwave devices. Address: Saint Petersburg Electrotechnical University, 5 F, Professor Popov St., St Petersburg 197022, Russia E-mail: aai2@yandex.ru
