

## Математическая модель сигнала, отраженного от винтов квадрокоптера, в приложении к обращенному синтезу апертуры антенны в бистатической РЛС

Е. С. Плотницкая<sup>1✉</sup>, С. Р. Гейстер<sup>2</sup>, В. И. Веремьев<sup>1</sup>

<sup>1</sup> НИИ "Прогноз", Санкт-Петербург, Россия

<sup>2</sup> ОАО "Алевкурп", Королев стан, Республика Беларусь

✉katya.plotnitskaya@yandex.ru

### Аннотация

**Введение.** Различение целей, находящихся в одном элементе пространственного разрешения РЛС, включает в себя определение числа целей и их распознавание. Распознавание и различение напрямую связаны с анализом радиолокационных портретов (спектральных, дальностных, азимутальных и др.). Отдельный интерес представляют радиолокационные портреты (РЛП) вращающихся элементов летательных аппаратов (ЛА), полученные путем обращенного синтеза апертуры антенны (ОСАА). Такие портреты обладают высокой степенью информативности и позволяют сделать вывод о конструктивных особенностях ЛА. Для разработки алгоритмов построения РЛП винтов ЛА на основе ОСАА необходимо иметь ясное представление о перемещениях различных точек на поверхностях лопастей винтов. Такое представление дает математическая модель сигнала, отраженного от винтов ЛА.

**Цель работы.** Разработка математической модели сигнала, отраженного от винтов квадрокоптера, в приложении к обращенному синтезу апертуры антенны в бистатической РЛС.

**Материалы и методы.** Лопасть винта в рассматриваемой модели представляется в виде совокупности точечных отражателей, расположенных вдоль двух линий, проходящих по передней и задней кромкам лопасти. При разработке модели отраженного сигнала учитываются изменения фазовой структуры отраженного сигнала, обусловленные поступательным движением квадрокоптера и вращением лопастей винтов, а также разном винтов в пространстве.

**Результаты.** Разработана математическая модель сигнала, отраженного от винтов квадрокоптера, в приложении к ОСАА в бистатической РЛС. Путем моделирования получены реализации сигналов, отраженных от одной лопасти винта, от одного винта и от совокупности винтов квадрокоптера. Выполнен анализ временных и спектральных структур отраженных сигналов для двух вариантов представления лопасти.

**Заключение.** Разработанная математическая модель отраженного сигнала является основой для создания алгоритма построения изображений винтов ЛА путем обращенного синтеза апертуры антенны в бистатической РЛС.

**Ключевые слова:** летательный аппарат, квадрокоптер, обращенный синтез апертуры антенны, радиолокационное распознавание

**Для цитирования:** Плотницкая Е. С., Гейстер С. Р., Веремьев В. И. Математическая модель сигнала, отраженного от винтов квадрокоптера, в приложении к обращенному синтезу апертуры антенны в бистатической РЛС // Изв. вузов России. Радиоэлектроника. 2023. Т. 26, № 6. С. 41–53. doi: 10.32603/1993-8985-2023-26-6-41-53

**Конфликт интересов.** Авторы заявляют об отсутствии конфликта интересов.

Статья поступила в редакцию 03.10.2023; принята к публикации после рецензирования 09.11.2023; опубликована онлайн 28.12.2023



## Mathematical Model for a Radar Signal Reflected from Drone Propellers as Applied to the Method of Inverse Synthetic Aperture Radar in Bistatic Radar

Ekaterina S. Plotnitskaya<sup>1✉</sup>, Sergey R. Heister<sup>2</sup>, Vladimir I. Veremyev<sup>1</sup>

<sup>1</sup> Research Institute "Prognoz", St Petersburg, Russia

<sup>2</sup> JSC "ALEVKURP", Korolev Stan, Republic of Belarus

✉katya.plotnitskaya@yandex.ru

### Abstract

**Introduction.** The distinction of targets located in the same spatial resolution cell of a radar system includes the determination of the number of targets and their recognition. Recognition and distinction are directly related to the analysis of radar profiles (spectral, range, azimuth, etc.). Radar images of rotating drone elements obtained with the method of inverse synthetic aperture radar (ISAR) present particular interest. Such profiles are highly informative in terms of defining the drone design characteristics. When developing algorithms for constructing radar profiles of drone propellers based on ISAR, it is necessary to have a clear understanding of the movements of various points on the propeller blade surfaces. This understanding can be achieved by constructing a mathematical model for a signal reflected from drone propellers.

**Aim.** To develop a mathematical model for a signal reflected from drone propellers in application to the method of ISAR in bistatic radar.

**Materials and methods.** In the model under consideration, the propeller blade is represented by a set of point reflectors located along two lines passing through the front and rear edges of the blade. When developing the reflected signal model, variation in the phase structure of the reflected signal arising due to the translational motion of the drone and the rotation of its propeller blades, as well as their offset in space.

**Results.** A mathematical model for a signal reflected from drone propellers in application to the method of ISAR in bistatic radar was developed. Signals reflected from one propeller blade, from one propeller, and from a set of drone propellers were simulated. The temporal and spectral structures of the reflected signals for two variants of blade representation were analyzed.

**Conclusion.** The developed mathematical model can be used when developing an algorithm for constructing images of drone propellers by the method of inverse synthetic aperture radar in a bistatic radar system.

**Keywords:** aircraft, drone, inverse synthetic aperture radar, radar recognition

**For citation:** Plotnitskaya E. S., Heister S. R., Veremyev V. I. Mathematical Model for a Radar Signal Reflected from Drone Propellers as Applied to the Method of Inverse Synthetic Aperture Radar in Bistatic Radar. Journal of the Russian Universities. Radioelectronics. 2023, vol. 26, no. 6, pp. 41–53. doi: 10.32603/1993-8985-2023-26-6-41-53

**Conflict of interest.** The authors declare no conflicts of interest.

Submitted 03.10.2023; accepted 09.11.2023; published online 28.12.2023

**Введение.** В практике радиолокационного мониторинга пространства частот возникают ситуации, когда в один разрешаемый объем по дальности, азимуту и углу места попадает несколько объектов (групповая цель). В таких ситуациях необходимо определение состава групповой цели, что требует получения радиолокационных портретов и последующего применения подходов радиолокационного распознавания. Актуальность решения данной задачи связана с ростом числа использования дро-

нов в группе (рой) [1–3]. Такая цель требует тщательной идентификации, так как может представлять угрозу безопасности для стратегических объектов и гражданского населения. Задача различения объектов в составе групповой цели на данный момент исчерпывающе не решена.

В решении этой задачи большую роль может сыграть использование метода обращенного синтеза апертуры антенны (ОСАА). Такой метод применяется в тех случаях, когда необ-

ходимо достичь высокого разрешения, но использование физической антенны с большой апертурой невозможно [4–6]. Наиболее реализуемым вариантом применения метода ОСАА [7, 8] является его использование для построения радиолокационных изображений винтов летательного аппарата [9, 10].

**Описание математической модели.** Рассмотрим бистатическую РЛС в прямоугольной системе координат ( $OXYZ$ ), центром которой принимается расположение фазового центра приемной антенны  $R_x$  (рис. 1). При этом фазовый центр передающей антенны  $T_x$  находится на расстоянии  $L$  от приемника и имеет координаты  $x_T, y_T, z_T$ . Полагаем, что РЛС трехкоординатная, т. е. результатом ее измерений являются дальность центра симметрии винтов квадрокоптера относительно фазового центра приемной антенны  $\hat{r}_0$ , угол места  $\hat{\varepsilon}$  и азимут  $\hat{\beta}$ .

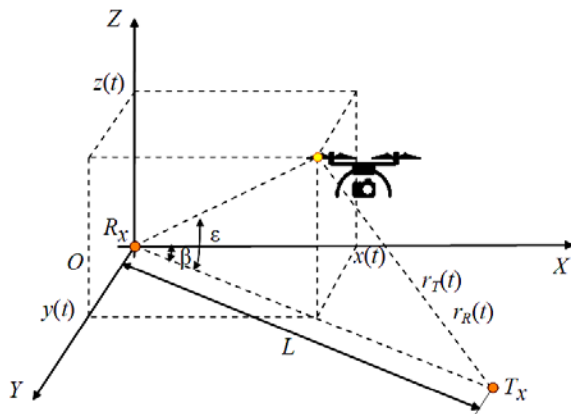


Рис. 1. Бистатическая система координат  
Fig. 1. Bistatic coordinate system

Будем рассматривать два варианта математической модели отраженного от винтов сигнала, различающихся представлением лопасти винта квадрокоптера. В первом случае (вариант 1) каждая лопасть будет состоять из совокупности точечных отражателей [11, 12], расположенных на передней и задней кромках лопасти, когда кромки являются параллельными прямыми линиями. Во втором случае (вариант 2) кромки лопасти приближены к реальной лопасти винта квадрокоптера: задняя кромка имеет наклон по отношению к передней, что соответствует сужению лопасти к концу.

**Представление лопасти (вариант 1).** Рассмотрим математическую модель сигнала, отраженного от винтов зависшего квадрокоптера, который имеет 4 винта с количеством лопастей  $N = 2$ . Каждая лопасть представляет собой совокупность точечных отражателей, расположенных на параллельно ориентированных передней и задней кромках лопасти с шагом  $\frac{\lambda}{4}$ , где  $\lambda$  – длина волны (рис. 2).

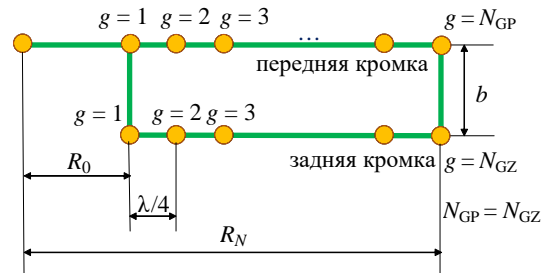


Рис. 2. Представление лопасти винта квадрокоптера вариантом 1  
Fig. 2. Representation of the quadcopter propeller blade by variant 1

Координаты центра симметрии винтов зависшего квадрокоптера относительно фазового центра приемной антенны:

$$\begin{cases} x_0 = \hat{r}_0 \cos \hat{\varepsilon} \cos \hat{\beta}; \\ y_0 = \hat{r}_0 \cos \hat{\varepsilon} \sin \hat{\beta}; \\ z_0 = \hat{r}_0 \sin \hat{\varepsilon}. \end{cases}$$

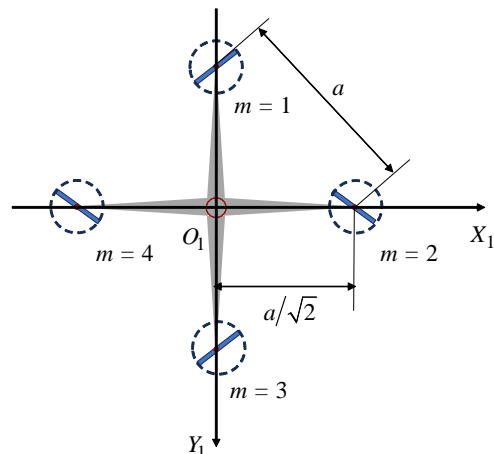


Рис. 3. Местная система координат, связанная с летательным аппаратом  
Fig. 3. Local coordinate system related to the drone

Исходя из рис. 3, координаты центра вращения каждого  $m$ -го винта относительно центра симметрии описываются выражениями

$$\begin{cases} x_{0\_B}(m) = x_0 + \frac{a}{\sqrt{2}} f_1(m); \\ y_{0\_B}(m) = y_0 \pm \frac{a}{\sqrt{2}} f_2(m); \\ z_{0\_B}(m) = z_0 + h, \end{cases}$$

где  $a$  – расстояние между центрами симметрии двух соседних винтов квадрокоптера;  $h$  – высота центров вращения винтов, отсчитываемая от центра симметрии винтов квадрокоптера;  $f_1(m)$ ,  $f_2(m)$  – знакопеременные функции, которые описываются выражениями

$$f_1(m) = \begin{cases} -1, \text{ при } m = 4; \\ 0, \text{ при } m = 1 \text{ и } 3; \\ 1, \text{ при } m = 2; \end{cases}$$

$$f_2(m) = \begin{cases} -1, \text{ при } m = 1; \\ 0, \text{ при } m = 2 \text{ и } 4; \\ 1, \text{ при } m = 3. \end{cases}$$

Винты квадрокоптера, расположенные на одной диагонали, вращаются в одном направлении, а на разных диагоналях – в противоположном. Это учитывается при расчете координат отражателей на кромках лопастей разных винтов.

Для определенности будем полагать, что квадрокоптер перемещается вдоль оси  $OX$  со скоростью  $v$ . С учетом этого координаты  $g$ -го отражателя на  $n$ -й лопасти  $m$ -го винта относительно фазового центра приемной антенны изменяются согласно следующим законам:

$$\begin{cases} x_{R\_П}(t, g, n, m) = x_{0\_B}(m) + vt + \\ + R(g) \cos \varphi(t, n, m) \cos \varepsilon(t) \cos \beta(t); \\ y_{R\_П}(t, g, n, m) = y_{0\_B}(m) - \\ - (-1)^m R(g) \sin \varphi(t, n, m) \cos \varepsilon(t) \sin \beta(t); \\ z_{R\_П}(t, g, n, m) = z_{0\_B}(m) \end{cases}$$

– для точечных отражателей на передней кромке лопасти;

$$\begin{cases} x_{R\_З}(t, g, n, m) = x_{0\_B}(m) + vt + \\ + [R(g) \cos \varphi(t, n, m) + b \sin \varphi(t, n, m)] \times \\ \times \cos \varepsilon(t) \cos \beta(t); \\ y_{R\_З}(t, g, n, m) = y_{0\_B}(m) - \\ - (-1)^m [R(g) \sin \varphi(t, n, m) + b \cos \varphi(t, n, m)] \times \\ \times \cos \varepsilon(t) \sin \beta(t); \\ z_{R\_З}(t, g, n, m) = z_{0\_B}(m) \end{cases}$$

– для точечных отражателей на задней кромке лопасти. Здесь  $R(g) = \left[ R_0 + (g-1) \frac{\lambda}{4} \right]$  – расстояние от центра винта до  $g$ -го отражателя на передней кромке (см. рис. 2);  $\varphi(t, n, m)$  – угловое положение  $n$ -й лопасти  $m$ -го винта относительно оси  $O_1X_1$ .

Угловое положение  $\varphi(t, n, m)$  зависит от частоты вращения винта  $F_v$  [13] и изменяется по закону

$$\varphi(t, n, m) = (-1)^m 2\pi F_v [t + (n-1)\Delta t] + \varphi_0(m),$$

где  $\Delta t = \frac{1}{F_v N}$  – период следования лопастей;

$\varphi_0(m)$  – начальное угловое положение первой лопасти  $m$ -го винта в момент  $t = 0$ .

В зависимости от приближения/удаления лопастей относительно фазового центра приемной антенны во время наблюдения, отраженная электромагнитная волна будет приниматься от соответствующих передних и задних кромок лопастей, ориентированных в сторону приемной антенны. Для винта, вращающегося против часовой стрелки (вид сверху), условия приближения/удаления лопастей относительно фазового центра приемной антенны представлены в виде

$$\beta \leq \varphi(t, n, m) \leq \pi + \beta - \text{удаление};$$

$$\pi + \beta < \varphi(t, n, m) < 2\pi + \beta - \text{приближение}.$$

Расстояние от  $g$ -го точечного отражателя на передней или задней кромке  $n$ -й лопасти каждого  $m$ -го винта до фазового центра приемной антенны определяется как

$$r_{R\_п(3)}(t, g, n, m) = \left[ x_{R\_п(3)}^2(t, g, n, m) + y_{R\_п(3)}^2(t, g, n, m) + z_{R\_п(3)}^2(t, g, n, m) \right]^{1/2}.$$

Координаты  $g$ -го отражателя на передней (задней) кромке  $n$ -й лопасти каждого  $m$ -го винта относительно фазового центра передающей антенны изменяются согласно следующим законам:

$$\begin{cases} x_{T\_п}(t, g, n, m) = x_T + x_{R\_п}(t, g, n, m); \\ y_{T\_п}(t, g, n, m) = y_T + y_{R\_п}(t, g, n, m); \\ z_{T\_п}(t, g, n, m) = z_T + z_{R\_п}(t, g, n, m) \end{cases}$$

– для точечных отражателей на передней кромке лопасти;

$$\begin{cases} x_{T\_з}(t, g, n, m) = x_T + x_{R\_з}(t, g, n, m); \\ y_{T\_з}(t, g, n, m) = y_T + y_{R\_з}(t, g, n, m); \\ z_{T\_з}(t, g, n, m) = z_T + z_{R\_з}(t, g, n, m) \end{cases}$$

– для точечных отражателей на задней кромке лопасти.

В зависимости от приближения/удаления лопастей относительно фазового центра передающей антенны во время наблюдения, электромагнитная волна будет отражаться от передних или задних кромок соответствующих лопастей. Для винта, вращающегося против часовой стрелки, условия приближения/удаления лопастей относительно фазового центра передающей антенны определяются следующим образом:

$$\pi - \beta \leq \varphi(t, n, m) \leq 2\pi - \beta \quad \text{– удаление;}$$

$$2\pi - \beta < \varphi(t, n, m) < \pi - \beta \quad \text{– приближение.}$$

Расстояние от фазового центра передающей антенны до  $g$ -го отражателя на передней (задней) кромке  $n$ -й лопасти каждого  $m$ -го винта цели будет определяться как

$$r_{T\_п(3)}(t, g, n, m) = \left[ x_{T\_п(3)}^2(t, g, n, m) + y_{T\_п(3)}^2(t, g, n, m) + z_{T\_п(3)}^2(t, g, n, m) \right]^{1/2}.$$

Полный путь, пройденный электромагнитной волной, для  $g$ -го отражателя на передней (задней) кромке  $n$ -й лопасти  $m$ -го винта представляет собой сумму:

$$r_{п(3)}(t, g, n, m) = r_{R\_п(3)}(t, g, n, m) + r_{T\_п(3)}(t, g, n, m).$$

Фаза сигнала, отраженного от  $g$ -го отражателя на передней (задней) кромке  $n$ -й лопасти  $m$ -го винта, определяется выражением

$$\varphi_{с\_п(3)}(t, g, n, m) = 2kr_{п(3)}(t, g, n, m),$$

где  $k = \frac{2\pi}{\lambda}$  – волновое число;  $\lambda$  – длина волны.

Мощность сигнала, отраженного от точечного отражателя, определяется выражением

$$P_c(n, g, t) = \frac{P_0 G_{Tx} G_{Rx} \lambda^2 \sigma}{(4\pi)^3 [r_{п(3)}(t, g, n, m)]^4},$$

где  $P_0$  – пиковая мощность зондирующего сигнала;  $G_{Tx}$ ,  $G_{Rx}$  – коэффициенты усиления приемной и передающей антенн;  $\sigma$  – эффективная площадь рассеяния (ЭПР) точечного изотропного отражателя.

Закон изменения амплитуды сигнала, отраженного от  $g$ -го отражателя на  $n$ -й лопасти:

$$E_c(t, g, n, m) = \sqrt{2P_c(t, g, n, m)}.$$

Полагая, что сигнал, отраженный от квадрокоптера, представляется совокупностью сигналов, отраженных от точечных отражателей, лежащих на поверхностях лопастей винтов, определим временную зависимость комплексной огибающей отраженного сигнала [14, 15]:

$$U(t) = \sum_{m=1}^M \sum_{n=1}^N \sum_{g=1}^{N_g} E_c(t, g, n, m) \times \exp\left\{i \left[ \varphi_{с\_п(3)}(t, g, n, m) \right]\right\}.$$

**Результаты моделирования для варианта 1.** При моделировании в качестве прототипа объекта будем использовать квадрокоптер DJI Phantom 3.

Параметры винтов: расположение горизонтальное; имеет две лопасти ( $N = 2$ ) длиной  $L = 0.115$  м каждая; ширина лопасти  $b = 0.01$  м; высота центров вращения винтов относительно их центра симметрии  $h = 0.005$  м; частота вращения винта  $F_v = 120$  Гц; линейная

скорость движения при моделировании  $v = 0$  м/с (зависший квадрокоптер); начальная фаза для первой лопасти первого винта  $\varphi_0(m=1) = \frac{\pi}{18}$ .

Длина волны при моделировании полагалась равной  $\lambda = 0.03$  м; частота дискретизации  $F_D = 60$  кГц. Начальная дальность  $r_0 = 4$  м; угол места  $\varepsilon = \frac{\pi}{18}$  и азимут  $\beta = \frac{\pi}{6}$  полагались не зависящими от времени (зависший квадрокоптер).

Для того чтобы представить целостную картину формирования сигнала в описываемой модели, вначале проводилось моделирование сигнала, отраженного от передней и задней кромок симметричных лопастей винта квадрокоптера в отдельности (рис. 4).

На следующем шаге выполнено моделирование сигнала, отраженного от одного винта квадрокоптера. В винте присутствуют две лопасти, разнесенные на  $180^\circ$ . На рис. 5 представлены результаты моделирования сигналов, отраженных только от первой пары кромок –

передней кромки первой лопасти и задней кромки второй лопасти.

На рис. 6 представлен сигнал, отраженный от всех кромок лопастей одного винта.

Результат моделирования сигнала, отраженного от двух соседних винтов ( $m=1$  и  $m=2$ ), осуществляющих вращение в разных направлениях, представлен на рис. 7. Начальные фазы для первых лопастей первого и второго винтов  $\varphi_0(m=1) = \frac{\pi}{18}$ ;  $\varphi_0(m=2) = \frac{\pi}{9}$ .

На рис. 8 приведен результат моделирования для всего квадрокоптера, имеющего 4 винта. Начальные фазы для первых лопастей винтов  $\varphi_0(m=1) = \frac{\pi}{18}$ ;  $\varphi_0(m=2) = \frac{\pi}{9}$ ;  $\varphi_0(m=3) = \frac{19\pi}{18}$ ;  $\varphi_0(m=4) = \frac{10\pi}{9}$ . При моделировании полагалось, что все винты имеют одинаковые частоты вращения.

**Представление лопасти (вариант 2).** Будем полагать, что каждая лопасть двухлопаст-

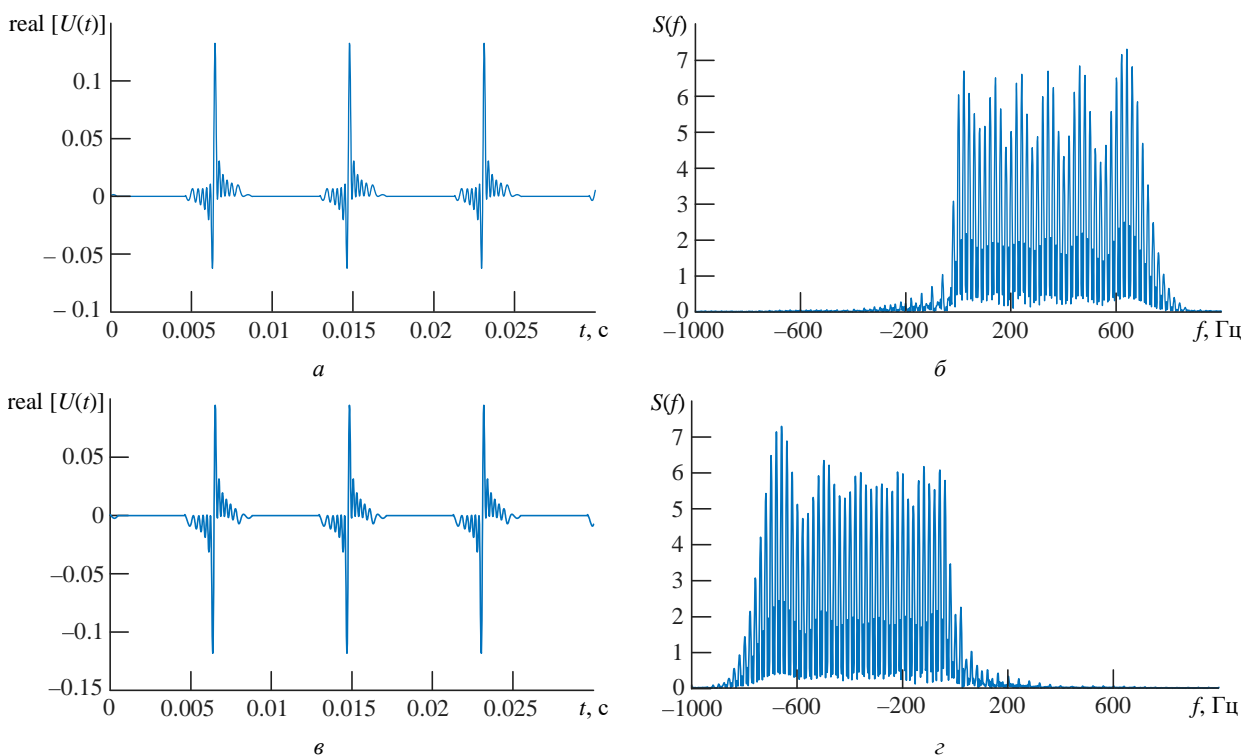


Рис. 4. Результаты моделирования: а – реальная составляющая сигнала, отраженного от передней кромки лопасти (фрагмент сигнала); б – спектр фрагмента сигнала; в – реальная составляющая сигнала, отраженного от задней кромки симметричной лопасти (фрагмент сигнала); г – спектр фрагмента сигнала

Fig. 4. Simulation results: а – real component of the signal reflected from the leading edge of the blade (signal fragment); б – spectrum of the signal fragment; в – real component of the signal reflected from the trailing edge of the symmetrical blade (signal fragment); г – spectrum of the signal fragment

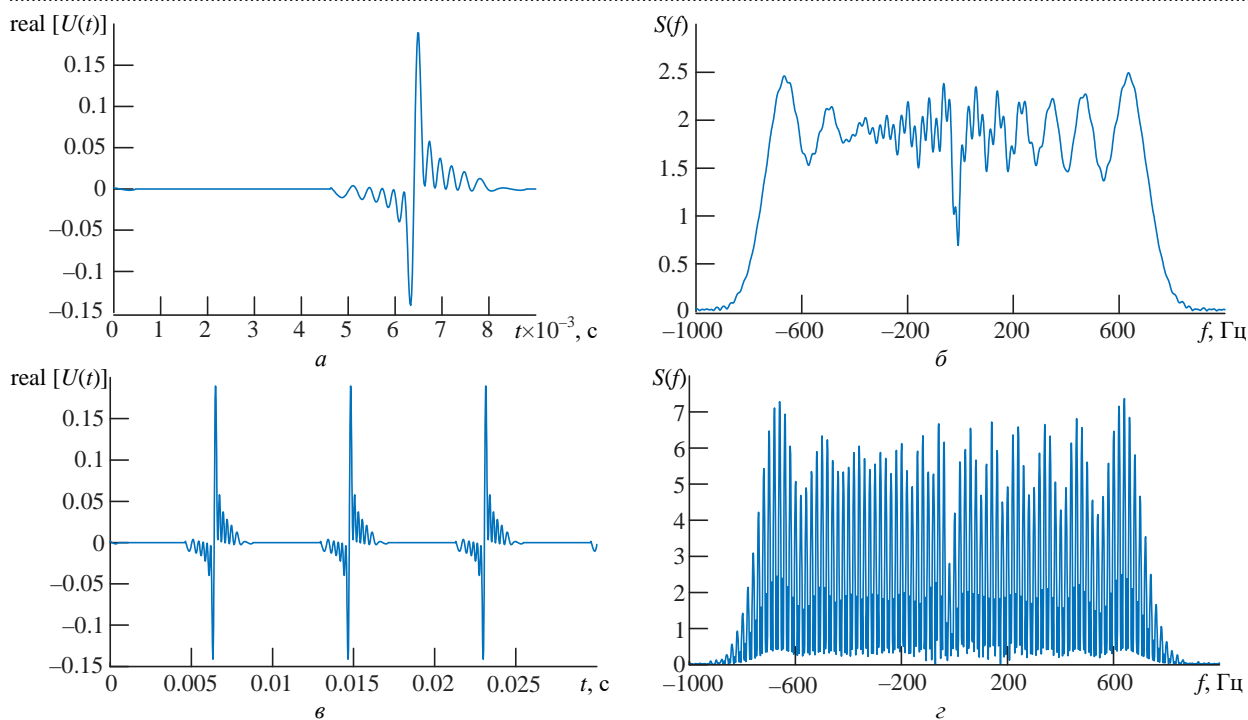


Рис. 5. Результаты моделирования отраженного сигнала для первой пары кромок: а – фрагмент 1 сигнала; б – спектр фрагмента 1; в – фрагмент 2 сигнала; г – спектр фрагмента 2

Fig. 5. Simulation results of the reflected signal for the 1st pair of edges: а – signal fragment 1; б – spectrum of fragment 1; в – fragment 2 of the signal; г – spectrum of fragment 2

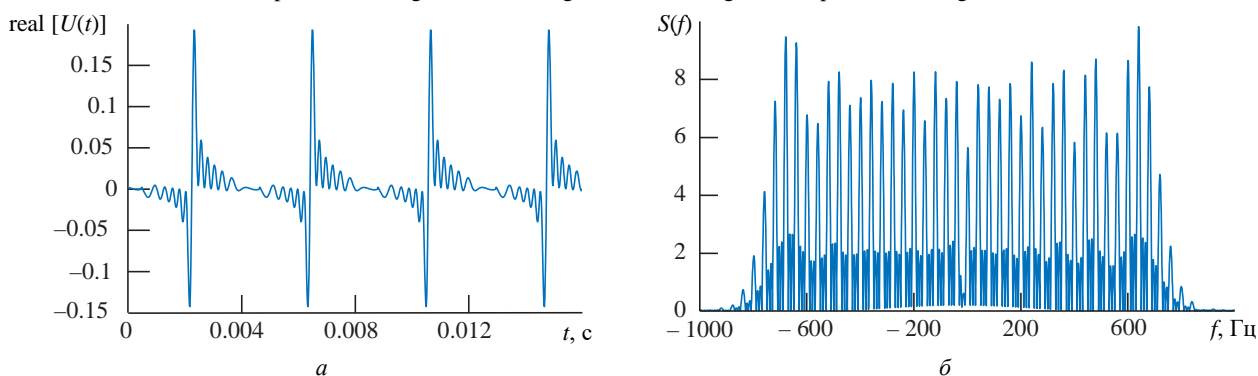


Рис. 6. Результаты моделирования сигнала, отраженного от одного винта: а – фрагмент сигнала; б – спектр фрагмента сигнала

Fig. 6. Simulation results of the signal reflected from one propeller: а – a fragment of the signal; б – the spectrum of the signal fragment

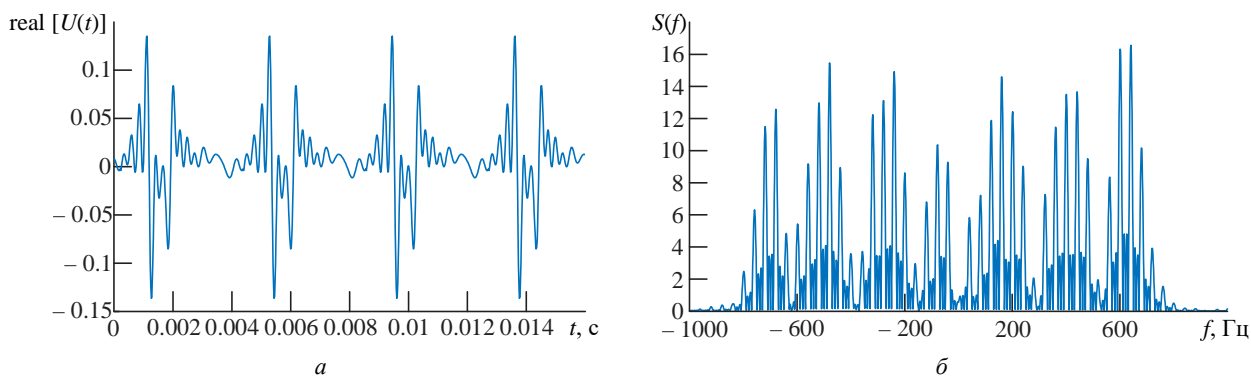


Рис. 7. Результаты моделирования сигнала, отраженного от пары соседних винтов: а – фрагмент сигнала; б – спектр фрагмента сигнала

Fig. 7. Simulation results of the signal reflected from a pair of neighboring propellers: а – fragment of the signal; б – spectrum of the signal fragment



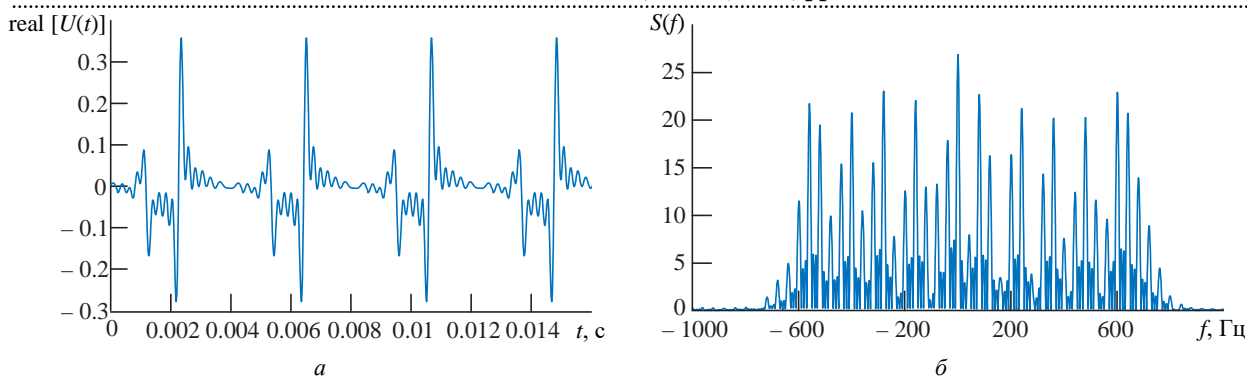


Рис. 8. Результаты моделирования сигнала, отраженного от всех 4 винтов квадрокоптера: а – фрагмент сигнала; б – спектр фрагмента сигнала

Fig. 8. Simulation results of the signal reflected from all four drone propellers: а – fragment of the signal; б – spectrum of the signal fragment

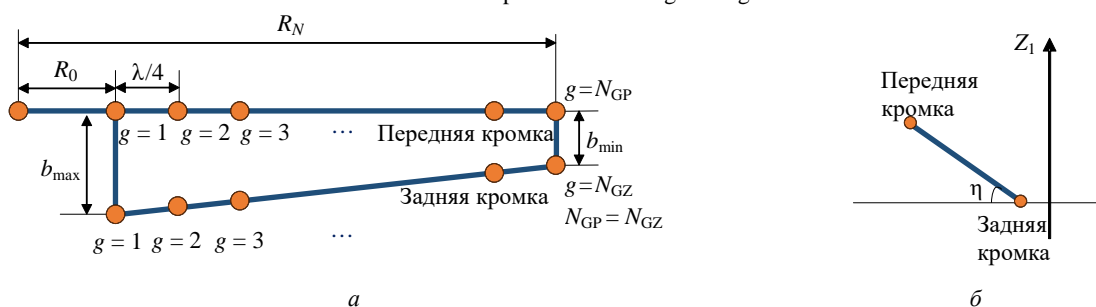


Рис. 9. Представление лопасти винта квадрокоптера (вариант 2): а – вид сверху; б – вид сбоку

Fig. 9. Representation of the drone propeller blade by variant 2: а – top view; б – side view

ного винта квадрокоптера представляется совокупностью точечных отражателей, расположенных на передней и задней кромках лопасти, которые не параллельны, с шагом  $\lambda/4$  (рис. 9). Данная модель приближается к реальной лопасти квадрокоптера, имеющей сужение к концу и наклон  $\eta$  лопасти относительно плоскости  $XOY$  (рис. 10).

Отличие математической модели для варианта 2 от модели для варианта 1 заключается в расчете координат точечных отражателей, расположенных на задних кромках лопастей винтов (учет сужения и угла атаки лопасти) как относительно фазового центра приемной антенны, так и относительно фазового центра передающей антенны. Формулы для расчета координат точечных отражателей, расположенных на передних кромках лопастей, неизменны.



Рис. 10. Винт квадрокоптера DJI Phantom 3

Fig. 10. DJI Phantom 3 propeller

Координаты  $g$ -го отражателя на задней кромке  $n$ -й лопасти каждого  $m$ -го винта относительно фазового центра приемной антенны изменяются согласно следующим законам:

$$\begin{cases} x_{R\_3}(t, g, n, m) = x_{0\_B}(m) + vt + \\ + [R(g) \cos \varphi(t, n, m) + b(g) \sin \varphi(t, n, m)] \times \\ \times \cos \varepsilon(t) \cos \beta(t) \cos \eta; \\ y_{R\_3}(t, g, n, m) = y_{0\_B}(m) - \\ - (-1)^m [R(g) \sin \varphi(t, n, m) + b(g) \cos \varphi(t, n, m)] \times \\ \times \cos \varepsilon(t) \sin \beta(t) \cos \eta; \\ z_{R\_3}(t, g, n, m) = z_{0\_B}(m) - b(g) \sin \eta, \end{cases}$$

где  $b(g)$  – ширина лопасти в точке расположения  $g$ -го отражателя.

Координаты  $g$ -го отражателя на задней кромке  $n$ -й лопасти каждого  $m$ -го винта относительно фазового центра передающей антенны изменяются согласно следующим законам:

$$\begin{cases} x_{T\_3}(t, g, n, m) = x_T + x_{R\_3}(t, g, n, m); \\ y_{T\_3}(t, g, n, m) = y_T + x_{R\_3}(t, g, n, m); \\ z_{T\_3}(t, g, n, m) = z_T + x_{R\_3}(t, g, n, m). \end{cases}$$



**Результаты моделирования для варианта 2.** При моделировании в качестве параметров цели будем использовать те же параметры движения и конструкции, соответствующие винтам квадрокоптера DJI Phantom 3, которые использовались ранее. Дополнительные сведения для варианта 2: ширина лопасти меняется равномерно от  $b_{\min} = 0.01$  м до  $b_{\max} = 0.03$  м; угол наклона лопасти  $\eta = \pi/12$ .

На рис. 11 представлен результат моделирования сигнала, отраженного от передней и задней кромок симметричных лопастей винта квадрокоптера в отдельности. Сравнив спектры на рис. 11, б и г, можно увидеть, что данные спектры несимметричны и отличаются по форме.

На рис. 12 представлены результаты моделирования сигналов, отраженных от пары кромок: передняя кромка первой лопасти; задняя – второй. На рис. 13 представлен сигнал, отраженный от совокупности всех кромок лопастей одного винта.

Результаты моделирования, представленные на рис. 6 и 13, показывают, что для представления лопасти в варианте 2 форма сигнала, отраженного от удаляющейся (задней) и приближающейся (передней) кромок лопастей двухлопастного винта, становится несимметричной. Это связано с тем, что максимумы диаграмм рассеяния для передней кромки одной лопасти и задней кромки другой лопасти в варианте 1 практически совмещены, а в варианте 2 – существенно рассовмещены.

Результат моделирования сигнала, отраженного от двух соседних винтов, осуществляющих вращение в разных направлениях, представлен на рис. 14.

Сравнив результаты, полученные для модели 2 лопасти, с результатами для модели 1, можно отметить следующее:

– в сигнале, отраженном от пары кромок симметричных лопастей в варианте 2, имеется несимметричность;

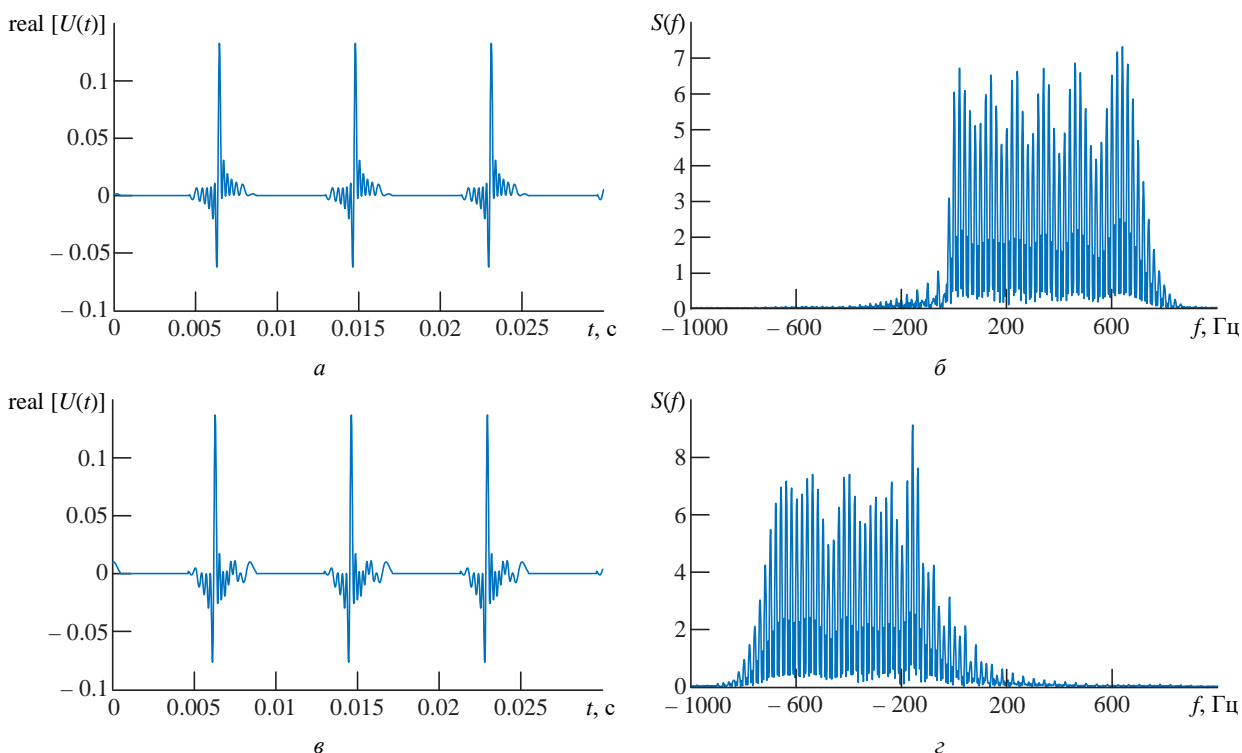


Рис. 11. Результаты моделирования: а – реальная составляющая сигнала, отраженного от передней кромки лопасти (фрагмент сигнала); б – спектр фрагмента сигнала; в – реальная составляющая сигнала, отраженного от задней кромки симметричной лопасти (фрагмент сигнала); г – спектр фрагмента сигнала

Fig. 11. Simulation results: а – real component of the signal reflected from the leading edge of the blade (signal fragment); б – spectrum of the signal fragment; в – real component of the signal reflected from the trailing edge of the symmetrical blade (signal fragment); г – spectrum of the signal fragment

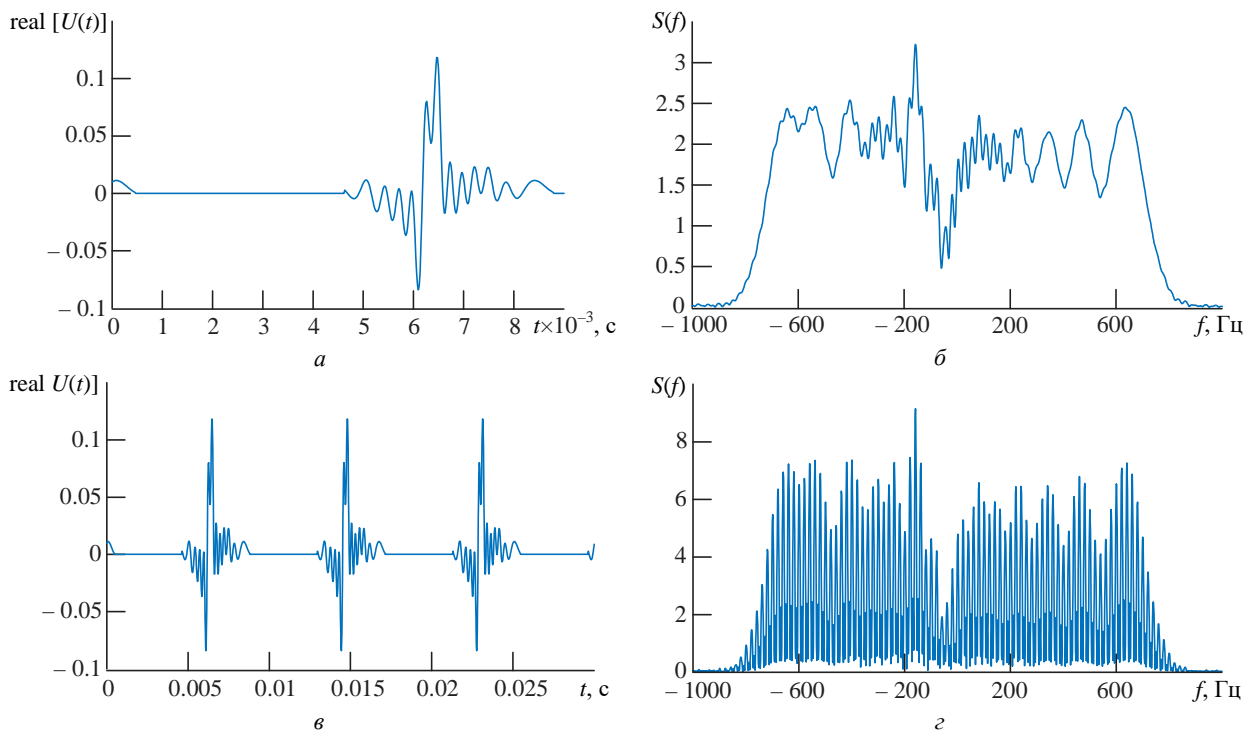


Рис. 12. Результаты моделирования отраженного сигнала от пары кромок:  $a$  – фрагмент 1 сигнала;  $б$  – спектр фрагмента 1;  $в$  – фрагмент 2 сигнала;  $г$  – спектр фрагмента 2

Fig. 12. Simulation results of the reflected signal from a pair of edges:  $a$  – signal fragment 1;  $б$  – spectrum of fragment 1;  $в$  – signal fragment 2;  $г$  – spectrum of fragment 2

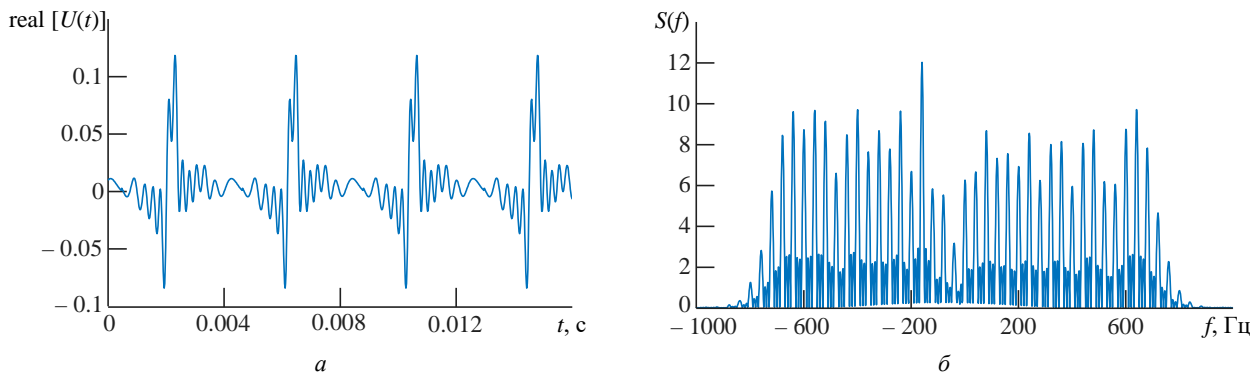


Рис. 13. Результаты моделирования сигнала, отраженного от одного винта:  $a$  – фрагмент сигнала;  $б$  – спектр фрагмента сигнала

Fig. 13. Simulation results of the signal reflected from one propeller:  $a$  – fragment of the signal;  $б$  – spectrum of the signal fragment

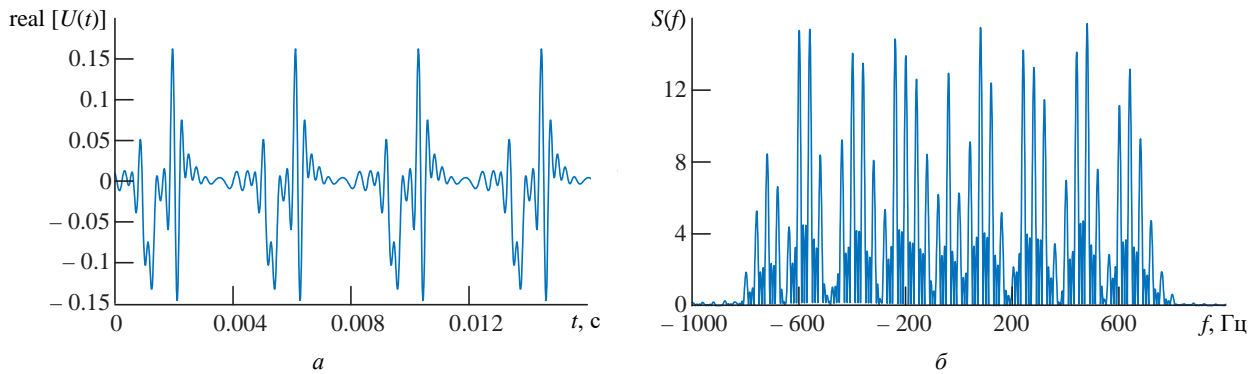


Рис. 14. Результаты моделирования сигнала, отраженного от пары соседних винтов:  $a$  – фрагмент сигнала;  $б$  – спектр фрагмента сигнала

Fig. 14. Simulation results of the reflected signal from a pair of neighboring propellers:  $a$  – fragment of the signal;  $б$  – spectrum of the signal fragment

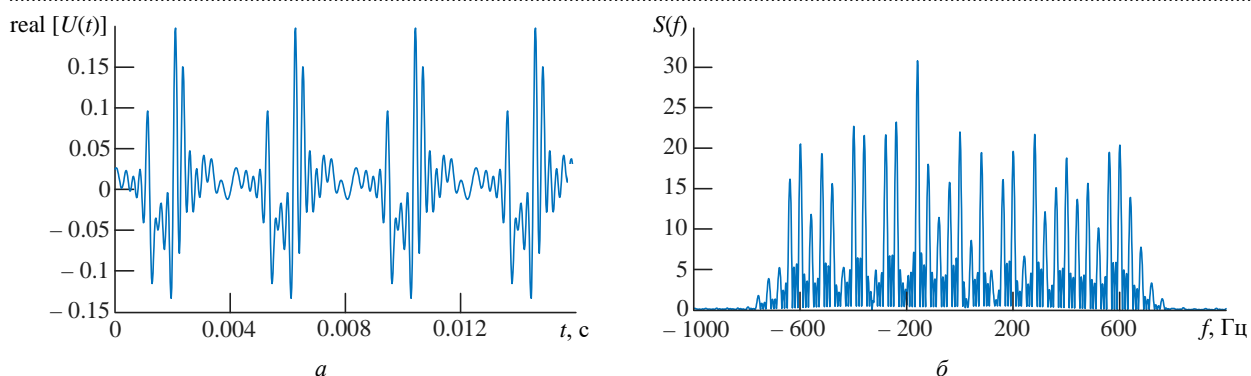


Рис. 15. Результаты моделирования сигнала, отраженного от 4 винтов квадрокоптера: *a* – фрагмент сигнала; *б* – спектр фрагмента сигнала

Fig. 15. Simulation results of the reflected signal from four drone propellers: *a* – fragment of the signal; *б* – spectrum of the signal fragment

– из-за существенного рассовмещения максимумов диаграмм рассеяния для передней и задней кромок симметричных лопастей в варианте 2 длительность сигнала возрастает.

На рис. 15 приведен результат моделирования сигнала, отраженного от всех 4 винтов квадрокоптера.

**Заключение.** Математическая модель сигнала, отраженного от винтов квадрокоптера, учитывает геометрические параметры схемы расположения передающей и приемной антенн бистатической РЛС, а также геометрические параметры винтов квадрокоптера и их разнос в пространстве. Особенностью модели является точный учет условий наблюдения каждой кромки лопастей для всех винтов как со стороны приемной антенны, так и со стороны передающей антенны бистатической РЛС.

Математическая модель отраженного сигнала разработана и исследована в двух вариантах. В варианте 1 лопасть представляется совокупностью изотропных отражателей, расположенных на параллельных прямых отрезках на передней и задней кромках лопасти. В варианте 2 лопасть представляется совокупностью изотропных отражателей, расположенных на

прямых отрезках на передней и задней кромках лопасти, которые непараллельны. Кроме того, в варианте 2 плоскость, проходящая через отрезки на кромках, имеет наклон относительно горизонтальной плоскости. В итоге представление лопасти в варианте 2 приближается к реальной лопасти квадрокоптера.

Результаты моделирования позволяют сформировать ясное представление об особенностях временной и спектральной структур сигнала, отраженного от отдельных кромок лопастей и совокупности винтов квадрокоптера.

Математическая модель сигнала, отраженного от винтов квадрокоптера, является математической основой для разработки алгоритмов обращенного синтеза апертуры антенны, которые обеспечат построение изображений винтов квадрокоптера в бистатической РЛС. Радиолокационные изображения винтов являются основой принятия решений о наличии или отсутствии квадрокоптера в разрешаемом объеме, содержащем несколько объектов (например, сочетаний из состава "автотранспортные средства", "люди", "квадрокоптеры"), а также решений "одиночный квадрокоптер" и "группа квадрокоптеров".

### Список литературы

1. Improving of the drones group control system / T. Y. Morozova, I. A. Ivanova, V. V. Nikonov, A. A. Grishin // Intern. J. of Advanced Studies. 2015. Vol. 5, № 1. P. 14–18. doi: 10.12731/2227-930X-2015-1-4
2. Дьяченко А. А. Задача формирования строя в группе БПЛА // Изв. ЮФУ. Технические науки. 2012. № 3. С. 22–30.
3. Sabziev E. A control algorithm for joint flight of

a group of drones // Scientific J. of Silesian University of Technology. Ser. Transport. 2021. Vol. 110. P. 157–167. doi: 10.20858/sjsutst.2021.110.13.

4. Chen V. C., Martorella M. Inverse Synthetic Aperture Radar Imaging: Principles, Algorithms and Applications. Raleigh, USA: SciTech Publishing, 2014. 303 p. doi: 10.1049/SBRA504E
5. Ozdemir C. Inverse Synthetic Aperture Radar

Imaging with MATLAB Algorithms. 2nd ed. Hoboken, USA: John Wiley and Sons, 2021. 672 p.

6. Unblurring ISAR Imaging for Maneuvering Target Based on UFGAN / W. Li, Y. Yuan, Y. Zhang, Y. Luo // Remote Sens. 2022. Vol. 14, iss. 20. P. 5270. doi: 10.3390/rs14205270

7. Research on Bi-ISAR Sparse Aperture High Resolution Imaging Algorithm under Low SNR / H. Zhu, W. Hu, B. Guo, L. Jiao, X. Zhu, C. Zhu // Electronics. 2022. Vol. 11, iss. 18. Art. 2856. doi: 10.3390/electronics11182856

8. Rong J. J., Wang Y., Han T. Iterative Optimization-based ISAR Imaging with Sparse Aperture and Its Application in Interferometric ISAR Imaging // IEEE Sens. J. 2019. Vol. 19, iss. 19. P. 8681–8693. doi: 10.1109/JSEN.2019.2923447

9. Bullard B. D., Dowdy P. C. Pulse Doppler signature of a rotary-wing aircraft // IEEE Aerospace and Electronic Systems Magazine. 1991. Vol. 6, iss. 5. P. 28–30. doi: 10.1109/62.79675

10. Tikkinen J. M., Helander E. E., Visa A. J. E. Joint utilization of incoherently and coherently integrated radar signal in helicopter categorization // IEEE Intern. Radar Conf. Arlington, VA, USA. 9–12 May

2005. Piscataway: IEEE, 2005. P. 540–545. doi: 10.1109/RADAR.2005.1435885

11. Радиолокационные характеристики летательных аппаратов / М. Е. Варганов, Ю. С. Зиновьев, Л. Ю. Астанин, А. А. Костылев; под ред. Л. Т. Тучкова. М.: Радио и связь, 1985. 234 с.

12. Plotnitskaya E., Vorobev E., Veremyev V. I. Simulation of Bistatic Signatures from Rotating Blades of Aerial Targets // 2021 IEEE Conf. of Russ. Young Researchers in Electrical and Electronic Engineering (ElConRus). St. Petersburg, Moscow, Russia, 26–29 Jan. 2021. IEEE, 2021. P. 1663–1667. doi: 10.1109/ElConRus51938.2021.9396233

13. Гейстер С. Р., Нгуен Т. Т. Математические модели радиолокационного сигнала, отраженного от несущего винта вертолета, в приложении к обращенному синтезу апертуры // Изв. вузов России. Радиоэлектроника. 2019. Т. 22, № 3. С. 74–87. doi: 10.32603/1993-8985-2019-22-3-74-87

14. Бартон Д. Радиолокационные системы / пер. с англ. П. Горохова, О. Казакова, А. Тупицына. М.: Воениздат, 1967. 480 с.

15. Бакулев П. А. Радиолокация движущихся целей. М.: Сов. радио, 1964. 336 с.

### Информация об авторах

**Плотницкая Екатерина Сергеевна** – магистр по направлению "Радиотехника" (2023), аспирантка Санкт-Петербургского государственного электротехнического университета "ЛЭТИ" им. В. И. Ульянова (Ленина), инженер НИИ "Прогноз". Автор 8 научных публикаций. Сфера научных интересов – радиолокационное распознавание.

Адрес: Санкт-Петербургский государственный электротехнический университет "ЛЭТИ" им. В. И. Ульянова (Ленина), ул. Профессора Попова, д. 5 Ф, Санкт-Петербург, 197022, Россия  
E-mail: katty.plotnitskaya@yandex.ru.

**Гейстер Сергей Романович** – доктор технических наук (2004), профессор (2006), ведущий научный сотрудник ОАО "АЛЕВКУРП". Автор более 150 научных работ. Сфера научных интересов – построение радиотехнических систем различного назначения; радиолокационное распознавание; адаптивная обработка сигналов; радиоэлектронная защита.

Адрес: ОАО "АЛЕВКУРП", ул. Московская, д. 1а, Королев стан, 223050, Республика Беларусь  
E-mail: hsr\_1960@yahoo.com

**Веремьев Владимир Иванович** – кандидат технических наук (2000), профессор кафедры радиотехнических систем Санкт-Петербургского государственного электротехнического университета "ЛЭТИ" им. В. И. Ульянова (Ленина), директор НИИ "Прогноз". Автор более 130 научных работ. Сфера научных интересов – комплексный экологический мониторинг; комплексные вопросы построения радиолокационных систем; многодиапазонные многопозиционные радиолокационные комплексы для мониторинга воздушного пространства и морской поверхности.

Адрес: Санкт-Петербургский государственный электротехнический университет "ЛЭТИ" им. В. И. Ульянова (Ленина), ул. Профессора Попова, д. 5 Ф, Санкт-Петербург, 197022, Россия  
E-mail: vervladi@gmail.com  
<https://orcid.org/0000-0001-8167-6616>

### References

1. Morozova T. Y., Ivanova I. A., Nikonov V. V., Grishin A. A. Improving of The drones Group Control System. Intern. J. of Advanced Studies. 2015, vol. 5, no. 1, pp. 14–18. doi: 10.12731/2227-930X-2015-1-4

2. D'yachenko A. A. *Sposob formirovaniya stroya v gruppe BPLA* [The Task of Forming a Formation in a

Group of UAVs]. *Izvestia SFedU. Engineering sciences*. 2012, no. 3, pp. 22–30. (In Russ.)

3. Sabziev E. A Control Algorithm for Joint Flight of a Group Of Drones. Scientific J. of Silesian University of Technology. Series Transport. 2021, vol. 110, pp. 157–167. doi: 10.20858/sjsutst.2021.110.13

4. Chen V. C., Martorella M. Inverse Synthetic Aperture Radar Imaging: Principles, Algorithms, and Applications. Raleigh, USA, SciTech Publishing, 2014, 303 p. doi: 10.1049/SBRA504E
5. Ozdemir C. Inverse Synthetic Aperture Radar Imaging with MATLAB Algorithms. 2nd ed. Hoboken, USA, John Wiley and Sons, 2021, 672 p.
6. Li W., Yuan Y., Zhang Y., Luo, Y. Unblurring ISAR Imaging for Maneuvering Target Based on UFGAN. Remote Sens. 2022, vol. 14, iss. 20, p. 5270. doi: 10.3390/rs14205270
7. Zhu H., Hu W., Guo B., Jiao L., Zhu X., Zhu C. Research on Bi-ISAR Sparse Aperture High Resolution Imaging Algorithm under Low SNR. Electronics. 2022, vol. 11, iss. 18, art. 2856. doi: 10.3390/electronics11182856
8. Rong J. J., Wang Y., Han T. Iterative Optimization-based ISAR Imaging with Sparse Aperture and Its Application in Interferometric ISAR Imaging. IEEE Sens. J. 2019, vol. 19, iss. 19, pp. 8681–8693. doi: 10.1109/JSEN.2019.2923447
9. Bullard B. D., Dowdy P. C. Pulse Doppler Signature of a Rotary-Wing Aircraft. IEEE Aerospace and Electronic Systems Magazine. 1991, vol. 6, iss. 5, pp. 28–30. doi: 10.1109/62.79675
10. Tikkinen J. M., Helander E. E., Visa A. J. E. Joint Utilization of Incoherently and Coherently Integrated Radar Signal in Helicopter Categorization. IEEE Intern. Radar Conf. Arlington, VA, USA. 9–12 May 2005. Piscataway, IEEE, 2005, pp. 540–545. doi: 10.1109/RADAR.2005.1435885
11. Varganov M. E., Zinov'ev Yu. S., Astanin L. Yu., Kostylev A. A. Radiolokatsionnyye kharakteristiki letatel'nykh apparatov [Radar Characteristics of Air-craft]. Moscow, Radio i svyaz', 1985, 234 p. (In Russ.)
12. Plotnitskaya E., Vorobev E., Veremyev V. I. Simulation of Bistatic Signatures from Rotating Blades of Aerial Targets. 2021 IEEE Conf. of Russ. Young Researchers in Electrical and Electronic Engineering (ElConRus). St. Petersburg, Moscow, Russia, 26–29 January 2021. IEEE, 2021, pp. 1663–1667. doi: 10.1109/ElConRus51938.2021.9396233
13. Heister S. R., Nguyen T. T. Mathematical Models of the Radar Signal Reflected from a Helicopter Main Rotor in Application to Inverse Synthesis of Antenna Aperture. J. of the Russian Universities. Radioelectronics. 2019, vol. 22, no. 3, pp. 74–87. doi: 10.32603/1993-8985-2019-22-3-74-87
14. Barton D. K. Radar System Analysis. Englewood Cliffs, NJ: Prentice Hall, 1964.
15. Bakulev P. A. Radiolokatsiya dvizhushchikhsya tseley [Radar Detection of Moving Targets]. Moscow, Sovetskoye radio, 1964, 336 p. (In Russ.).

#### Information about the author

**Ekaterina S. Plotnitskaya** – Master in Radio Engineering (2023, Saint Petersburg Electrotechnical University). Research student of Saint Petersburg Electrotechnical University, engineer of the Research Institute "Prognoz". The author of 8 scientific publications. Area of expertise: radar recognition.  
Address: Saint Petersburg Electrotechnical University, 5F, Professora Popova St., Saint Petersburg 197022, Russia  
E-mail: katya.plotnitskaya@yandex.ru

**Sergey R. Heister**, Dr Sci. (Eng.) (2004), Professor (2006), Leading Researcher at the JSC "ALEVKURP". The author of more than 150 scientific publications. Area of expertise: construction of radio engineering systems for various purposes; radar recognition; adaptive signal processing; radioelectronic protective measures.  
Address: JSG "ALEVKURP", 1a, Moscow St., Korolev Stan 223050, Republic of Belarus  
E-mail: hsr\_1960@yahoo.com

**Vladimir I. Veremyev** – Cand. Sci. (2000), Professor of the Department of Radio Engineering Systems in Saint Petersburg Electrotechnical University, Director of the Research Institute "Prognoz". The author of more than 130 scientific publications. Area of expertise: integrated environmental monitoring; complex issues of building radar systems; multi-band multi-position radar systems for airspace and sea surface monitoring.  
Address: Saint Petersburg Electrotechnical University, 5F, Professora Popova St., Saint Petersburg 197022, Russia  
E-mail: vervladiv@gmail.com  
<https://orcid.org/0000-0001-8167-6616>