

## Пространственная фильтрация сигналов при неточной калибровке антенной решетки

М. Е. Шевченко<sup>1✉</sup>, В. Н. Малышев<sup>1</sup>, А. В. Горовой<sup>1,2</sup>, А. С. Черепанов<sup>3</sup>

<sup>1</sup> Санкт-Петербургский государственный электротехнический университет "ЛЭТИ" им. В. И. Ульянова (Ленина), Санкт-Петербург, Россия

<sup>2</sup> ООО НПП "Новые технологии телекоммуникаций", Санкт-Петербург, Россия

<sup>3</sup> Санкт-Петербургский политехнический университет Петра Великого, Санкт-Петербург, Россия

✉ [m\\_e\\_shevchenko@mail.ru](mailto:m_e_shevchenko@mail.ru)

### Аннотация

**Введение.** Пространственная фильтрация сигналов (ПФС) реализуется при перекрытии спектров сигналов разных источников радиоизлучения для выделения интересующих. Качество ПФС зависит от точности калибровки антенной решетки (АР), которая позволяет оценить амплитудно-фазовое распределение (АФР) при всех возможных направлениях прихода и обеспечивает идентичность трактов приема. Несоответствие фактического АФР измеренному приводит к ухудшению качества при всех методах ПФС.

**Цель работы.** Разработка метода повышения качества ПФС, основанного на оценках направлений прихода полезного и мешающих сигналов с помощью MUSIC и ESPRIT при неточной калибровке АР.

**Материалы и методы.** Для повышения качества ПФС применена режекция неподавленных из-за неточно измеренного АФР АР мешающих сигналов. Исследование проведено статистическим имитационным моделированием в MATLAB и обработкой данных натурального эксперимента.

**Результаты.** Разработан метод ПФС на основе MUSIC и ESPRIT с дополнительной режекцией мешающих сигналов, неподавленных из-за неточной калибровки АР. Обоснован алгоритм построения базиса для режекции при априорной неопределенности сигнально-помеховой обстановки. Результаты статистического имитационного моделирования и обработка данных натурального эксперимента свидетельствуют об эффективности дополнительной режекции, примененной к выделенным сигналам.

**Заключение.** Разработанный метод ПФС в условиях априорной неопределенности сигнально-помеховой обстановки при неточной калибровке АР и трактов приема обеспечивает показатели качества ПФС в широком динамическом диапазоне уровней полезного и мешающих сигналов. Тогда как известный метод Кейпона, требующий априорного знания направления прихода полезного сигнала или его оценки, в условиях неточного амплитудно-фазового распределения выделяет только слабые относительно шума сигналы и подавляет сильные.

**Ключевые слова:** пространственная фильтрация сигналов, оценки направлений прихода сигналов, перекрытие спектров сигналов, MUSIC, ESPRIT, Кейпон, антенная решетка, амплитудно-фазовое распределение, режекция

**Для цитирования:** Пространственная фильтрация сигналов при неточной калибровке антенной решетки / М. Е. Шевченко, В. Н. Малышев, А. В. Горовой, А. С. Черепанов // Изв. вузов России. Радиоэлектроника. 2023. Т. 26, № 6. С. 27–40. doi: 10.32603/1993-8985-2023-26-6-27-40

**Конфликт интересов.** Авторы заявляют об отсутствии конфликта интересов.

**Источник финансирования.** Работа выполнена при финансовой поддержке Министерства науки и высшего образования Российской Федерации (Минобрнауки России) в рамках реализации комплексного проекта по созданию высокотехнологичного производства по теме "Мультимодальный комплекс контроля воздушного пространства аэропорта" (Соглашение о предоставлении субсидии федерального бюджета на развитие кооперации государственного научного учреждения и организации реального сектора экономики в целях реализации комплексного проекта по созданию высокотехнологичного производства № 075-11-2023-007 от 10.02.2023 г.) и в рамках Постановления Правительства РФ от 9 апреля 2010 г. № 218. Работа выполнена на базе Федерального государственного автономного образовательного учреждения высшего образования "Санкт-Петербургский государственный электротехнический университет "ЛЭТИ" им. В. И. Ульянова (Ленина)" (СПбГЭТУ "ЛЭТИ").

Статья поступила в редакцию 14.10.2023; принята к публикации после рецензирования 20.11.2023; опубликована онлайн 29.12.2023



## Spatial Filtering of Signals under Imprecise Calibration of Antenna Arrays

Maya E. Shevchenko<sup>1✉</sup>, Victor N. Malyshev<sup>1</sup>, Andrey V. Gorovoy<sup>1,2</sup>, Andrey S. Cherepanov<sup>3</sup>

<sup>1</sup> Saint Petersburg Electrotechnical University, St Petersburg, Russia

<sup>2</sup> LLC "New Telecommunications Technologies", St Petersburg, Russia

<sup>3</sup> Peter the Great St Petersburg Polytechnic University, St Petersburg, Russia

✉ m\_e\_shevchenko@mail.ru

### Abstract

**Introduction.** Spatial filtering of signals is performed for the selection the signals of interest when the signals spectra overlap. The quality of spatial filtering depends on the accuracy of antenna array (AA) calibration, which allows estimation of the amplitude-phase distribution (APD) at all possible directions of arrival, thus ensuring the identity of reception paths. A mismatch between the actual and measured APD values leads to quality degradation in all spatial filtering methods.

**Aim.** To develop a method for improving the quality of signal spatial filtering based on the estimates of the desired and interfering signal arrival directions formed by the MUSIC and ESPRIT algorithms under a priori uncertainty and imprecise AA calibration.

**Materials and methods.** The quality of spatial filtering is improved by rejecting the interfering signals unsuppressed due to imprecisely measured APD of an AA. Statistical simulation modeling was carried out in the MATLAB environment; the data obtained experimentally were analyzed.

**Results.** A method for spatial filtering based on MUSIC and ESPRIT completed with an additional rejection of unsuppressed interfering signals due to imprecise AA calibration is developed. An algorithm for basis construction for rejection under of a priori uncertainty of the signal-interference environment is substantiated. The results of statistical simulation modeling and experimental data processing have shown the feasibility of additional rejection applied to the selected signals by spatial filtering.

**Conclusion.** The developed method for spatial filtering under the conditions of a priori uncertainty of the signal-interference situation and imprecise calibration of AA and reception paths ensures high quality characteristics across a wide dynamic range of desired and interfering signals. Whereas the Capon's method, which requires a priori knowledge of the arrival direction of the desired signal or its estimation, is capable of selecting only weak signals and suppressing strong ones under the conditions of imprecise APD.

**Keywords:** signal spatial filtering, signal arrival direction estimation, signal spectrum overlapping, MUSIC, ESPRIT, Capon, antenna array, amplitude-phase distribution, rejection

**For citation:** Shevchenko M. E., Malyshev V. N., Gorovoy A. V., Cherepanov A. S. Spatial Filtering of Signals under Imprecise Calibration of Antenna Arrays. Journal of the Russian Universities. Radioelectronics. 2023, vol. 26, no. 6, pp. 27–40. doi: 10.32603/1993-8985-2023-26-6-27-40

**Conflict of interest.** The authors declare no conflicts of interest.

**Acknowledgements.** The work was carried out with the financial support of the Ministry of Science and Higher Education of the Russian Federation as part of the implementation of a comprehensive project to create high-tech production on the topic "Multimodal complex for airport airspace control" (Agreement on the provision of subsidies from the federal budget for the development of cooperation between a state scientific institution and organization of the real sector of the economy in order to implement a comprehensive project for the creation of high-tech production № 075-11-2023-007 dated 02.10.2023) and within the framework of the Decree of the Government of the Russian Federation of April 9, 2010 № 218. The work was carried out on the basis of the Federal State Autonomous educational institution of higher education " Saint Petersburg Electrotechnical University (ETU).

Submitted 14.10.2023; accepted 20.11.2023; published online 29.12.2023

**Введение.** Пространственная фильтрация сигналов (ПФС) применяется в условиях перекрытия спектров разных источников радиоизлучения

(ИРИ) для выделения полезного сигнала от интересующих ИРИ с целью его дальнейшего использования для идентификации, демодуляции и т. д.

Перекрытие спектров сигналов разных ИРИ может быть обусловлено принципом построения систем связи, является следствием постановки преднамеренных помех или случайным воздействием непреднамеренных помех от сторонних радиосистем.

ПФС реализуется при радиомониторинге и радиоконтроле для выявления несанкционированного использования частотного ресурса и скрытой передачи под сигналами известных ИРИ, в системах радиоуправления для противодействия преднамеренным помехам, в системах связи.

Известны методы ПФС [1–4], применимые при наличии априорной информации о виде полезного сигнала и его направлениях прихода и априорной неопределенности относительно мешающих сигналов. Полная априорная неопределенность относительно вида и параметров полезного и неизвестных мешающих сигналов требует реализации ПФС, при которой на основе методов подпространств оцениваются направления прихода полезного и всех мешающих сигналов и рассчитываются весовые коэффициенты пространственного фильтра для выделения полезного сигнала и зануления всех мешающих [3–5]. Поэтому ПФС в условиях полной априорной неопределенности – важная задача радиомониторинга и радиоконтроля.

Однако все методы ПФС для условий частичной и полной априорной неопределенности чувствительны к погрешностям калибровки антенной решетки (АР) и трактов приема. Поэтому кроме повышения точности калибровки требуется разработать дополнительные методы повышения качества ПФС.

**Модель данных.** ПФС использует  $M$ -канальные наблюдаемые данные

$$\tilde{\mathbf{x}}_m = (\tilde{x}_{m1}, \dots, \tilde{x}_{mn}, \dots, \tilde{x}_{mN}), \quad m = 1, \dots, M$$

от  $M$ -элементной АР.

$n$ -й отсчет выборки  $\tilde{\mathbf{x}}_m$  определяется как

$$\tilde{x}_{mn} = \sum_{k=1}^d K_m s_{kn} \exp[j2\pi(f_k/f_d)n] \times \\ \times a_m(\theta_k, \beta_k) \exp(j\varphi_m) + \xi_{mn},$$

где  $d$  – количество сигналов ИРИ;  $K_m$  – коэффициент передачи  $m$ -го канала;  $s_{kn}$ ,

$k = 1, \dots, d$  – отсчеты сигналов;  $f_k$  – частоты сигналов;  $f_d$  – частота дискретизации;  $a_m(\theta_k, \beta_k)$  – отклик  $m$ -й антенны на  $k$ -й сигнал с направления, характеризующегося азимутом  $\theta_k$  и углом места  $\beta_k$ , называемых также угловыми координатами (УК) ИРИ;  $\varphi_m$  – фазовый набег в канале;  $\xi_{mn}$  – отсчеты шума.

Частоты всех сигналов, представленных выборками  $\mathbf{s}_k = [s_{k1}, \dots, s_{kn}, \dots, s_{kN}]$ , примерно одинаковы ( $f_k \approx f_0$ ). Матрица отклика АР

$$\mathbf{A}(\boldsymbol{\theta}, \boldsymbol{\beta}) = [\mathbf{a}(\theta_1, \beta_1), \dots, \mathbf{a}(\theta_d, \beta_d)],$$

где  $\mathbf{a}(\theta_k, \beta_k) = [a_1(\theta_k, \beta_k), \dots, a_M(\theta_k, \beta_k)]^T$  ("Т" – символ транспонирования) представляет собой фактическое амплитудно-фазовое распределение (АФР) АР при направлении прихода  $d$  присутствующих в смеси сигналов.

Обработку можно проводить как во временной, так и в спектральной областях.

Каналы приема должны быть идентичны по коэффициенту передачи и фазовому набегу. В противном случае требуется коррекция неидентичности коэффициентов передачи  $K_m$  и фазовых набегов в каналах  $\varphi_m$  с помощью оценок  $\hat{K}_m$ ,  $\hat{\varphi}_m$ .

Для оценки направлений прихода и ПФС при всех методах требуется предварительная калибровка АР – измерение АФР АР при всех возможных значениях азимута и угла места. Измеренное АФР  $\hat{\mathbf{a}}(\theta, \beta)$ ;  $\theta \in [0, 359^\circ]$ ,  $\beta \in [0, 90^\circ]$  рассматривается как ожидаемое АФР АР на всем множестве значений азимута и угла места.

Из принятых данных, скорректированных с учетом неидентичности каналов, формируется матрица наблюдаемых данных

$$\mathbf{X} = \begin{bmatrix} \mathbf{x}_1 \\ \vdots \\ \mathbf{x}_m \\ \vdots \\ \mathbf{x}_M \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \tilde{\mathbf{x}}_1 \exp(-j\hat{\varphi}_1)/\hat{K}_1 \\ \vdots \\ \tilde{\mathbf{x}}_m \exp(-j\hat{\varphi}_m)/\hat{K}_m \\ \vdots \\ \tilde{\mathbf{x}}_M \exp(-j\hat{\varphi}_M)/\hat{K}_M \end{bmatrix}.$$

С учетом калибровки трактов приема матрица наблюдаемых данных записывается в виде

$$X = \sum_{k=1}^d \mathbf{a}(\theta_k, \beta_k) \mathbf{s}_k + \Xi = A(\boldsymbol{\theta}, \boldsymbol{\beta})S + \Xi, \quad (1)$$

где

$$S = \begin{bmatrix} \mathbf{s}_1 \\ \vdots \\ \mathbf{s}_k \\ \vdots \\ \mathbf{s}_d \end{bmatrix};$$

$\Xi$  – матрица из шумовых отсчетов.

Цель ПФС – сформировать на основе данных (1) оценки всех  $\hat{\mathbf{s}}_k = [\hat{s}_{k1}, \dots, \hat{s}_{kn}, \dots, \hat{s}_{kN}]$ ,  $k = 1, \dots, d$  или только интересующих сигналов.

**Методы ПФС.** Все методы ПФС основаны на вычислении весовых коэффициентов  $\mathbf{W}_k$  для выделения  $k$ -го сигнала  $\hat{\mathbf{s}}_k = \mathbf{W}_k X$ ,  $k = 1, \dots, d$ . Отличие заключается в способе формирования коэффициентов. В алгоритмах Гриффитса и Фроста [1] требуется знать АКФ полезного сигнала и направление его прихода. Информация о направлениях прихода частично используется при подборе значений задержек в схеме алгоритма. Весовые коэффициенты адаптивно подстраиваются для обеспечения максимального значения уровня полезного сигнала на выходе.

При ПФС на основе метода Кейпона [2], [6] требуется только априорная информация о направлении прихода полезного сигнала  $\theta_k, \beta_k$ . Тогда весовые коэффициенты пространственного фильтра по методу Кейпона:

$$\mathbf{W}_k = \left\{ \frac{R_X^{-1} \hat{\mathbf{a}}(\theta_k, \beta_k)}{[\hat{\mathbf{a}}(\theta_k, \beta_k)]^H R_X^{-1} \hat{\mathbf{a}}(\theta_k, \beta_k)} \right\}^H, \quad (2)$$

где  $R_X = XX^H$ ;  $\hat{\mathbf{a}}(\theta_k, \beta_k)$  – ожидаемое АФР АР с направления прихода  $(\theta_k, \beta_k)$ .

В общем случае направления прихода полезного и мешающих сигналов

$$(\boldsymbol{\theta}, \boldsymbol{\beta}) = [(\theta_1, \beta_1), \dots, (\theta_k, \beta_k), \dots, (\theta_d, \beta_d)]$$

неизвестны, но их можно оценить

$\hat{\boldsymbol{\theta}} = (\hat{\theta}_1, \dots, \hat{\theta}_d)$ ,  $\hat{\boldsymbol{\beta}} = (\hat{\beta}_1, \dots, \hat{\beta}_d)$  с помощью MUSIC при любой произвольной конфигурации АР:

$$(\hat{\theta}_1, \hat{\beta}_1), \dots, (\hat{\theta}_d, \hat{\beta}_d) = \arg \max_{\theta \in [0, 359^\circ], \beta \in [0, 90^\circ]} P(\theta, \beta),$$

$$\text{где } P(\theta, \beta) = \left[ \frac{1}{\hat{\mathbf{a}}^H(\theta, \beta) E_\xi E_\xi^H \hat{\mathbf{a}}(\theta, \beta)} \right]; \quad E_\xi -$$

векторы шумового подпространства, формируемые из собственных векторов разложения корреляционной матрицы  $R_X$  [7].

Весовые коэффициенты пространственного фильтра для выделения полезного сигнала и задушения всех мешающих являются решением переопределенной системы  $M$  уравнений с  $d < M$  неизвестными. Наилучшим решением этой системы по критерию наименьших квадратов являются коэффициенты, определенные как

$$W = \begin{pmatrix} \mathbf{W}_1 \\ \vdots \\ \mathbf{W}_k \\ \vdots \\ \mathbf{W}_d \end{pmatrix} = \hat{A}(\hat{\boldsymbol{\theta}}, \hat{\boldsymbol{\beta}})^H \left[ \hat{A}(\hat{\boldsymbol{\theta}}, \hat{\boldsymbol{\beta}})^H \hat{A}(\hat{\boldsymbol{\theta}}, \hat{\boldsymbol{\beta}}) \right]^{-1}. \quad (3)$$

Оценка (3) оптимальна по критерию наименьших квадратов и при гауссовском шуме в наблюдаемых данных (1) совпадает с оценкой максимального правдоподобия.

Если АР обладает структурой инвариантности к сдвигу [7] и  $d < M_{\Pi} < M$  ( $M_{\Pi}$  – число антенн в перекрывающейся подрешетке), ПФС можно реализовать на основе ESPRIT [7–10].

Весовые коэффициенты

$$W = \begin{pmatrix} \mathbf{W}_1 \\ \vdots \\ \mathbf{W}_k \\ \vdots \\ \mathbf{W}_d \end{pmatrix} = (E_s T_\Psi)^H$$

вычисляются из собственных векторов сигнального подпространства  $E_s = A(\boldsymbol{\theta}, \boldsymbol{\beta})T$ , получаемых из разложения корреляционной матрицы по собственным векторам и числам и  $T_\Psi$  – собственных векторов оператора поворота

$\Psi = T_{\Psi} \text{diag}(\Lambda) T_{\Psi}^H$ ,  $T_{\Psi} = T^{-1}$  ( $T$  – матрица с размерами  $d \times d$  [7]),  $\Lambda = (\lambda_1, \dots, \lambda_M)$  – собственные числа оператора поворота. Качество ПФС определяется точностью оценки оператора поворота, которая зависит от степени идентичности амплитудных и фазовых характеристик перекрывающихся подрешеток. Хотя  $\hat{A}(\hat{\theta}, \hat{\beta})$  и оценки –  $\hat{\theta}$ ,  $\hat{\beta}$ , формируемые из  $\text{diag}(\Lambda)$  – собственных чисел оператора поворота, – не требуются при построении пространственного фильтра на основе ESPRIT [5], именно калибровка АР обеспечивает учет неидентичности ее элементов и трактов приема.

**Влияние погрешности оценки АФР АР.** Для оценки влияния погрешности проведено статистическое имитационное моделирование для семиэлементных круговой и уголкового АР. Погрешность ПФС оценивалась по методу Кейпона (2) на основе вычисления оценок УК ИРИ по MUSIC с расчетом коэффициентов по (3) и по ESPRIT. Сигнально-помеховая обстановка имитировалась аддитивной смесью сигналов трех ИРИ с модуляцией с минимальным частотным сдвигом и шума. Отношение сигнал/шум (ОСШ) задавалось для каждого ИРИ смеси во временной области как отношение энергии сигнала в 1 бит к спектральной плотности мощности шума  $E_b/N_0$ . Шум имитировался случайным гауссовским процессом с равномерной спектральной плотностью мощности.

На рисунках, представляющих характеристики помехоустойчивости, кривая 1 отображает потенциальную границу вероятности битовой ошибки  $P_e$  при когерентной демодуляции сигнала с минимальным частотным сдвигом при

гауссовском шуме и семиканальном приеме, кривая 2 – указанную границу при гауссовском шуме и одноканальном приеме. Кривые 3–5 отображают вероятности ошибки, полученные демодуляцией оценок сигналов ИРИ1, ИРИ2, ИРИ3, соответственно, после ПФС.

При моделировании по методу Кейпона в (2) подставлялись истинные направления прихода полезного сигнала. Неточность АФР АР  $\hat{a}_m(\theta, \beta) = a_m(\theta, \beta) \exp(j\phi_{m\text{АФР}})$ ,  $m = 1, \dots, M$  имитировалась случайными ошибками  $\phi_{m\text{АФР}}$ , равномерно распределенными на интервале  $]0 \dots \Phi_{\text{АФР}}]$ . Качество ПФС оценивалось вероятностью битовой ошибки  $P_e$  при демодуляции оценки сигнала ИРИ когерентным демодулятором.

Характеристики помехоустойчивости, построенные на основе демодуляции оценок после ПФС с коэффициентами по (3) (рис. 1, а) и по методу Кейпона с коэффициентами по (2) (рис. 1, б), практически одинаковы при соответствии ожидаемого АФР АР фактическому  $\hat{a}(\theta, \beta) = a(\theta, \beta)$ .

При погрешностях задания АФР АР не более  $\Phi_{\text{АФР}} = 5^\circ$  и одинаковых уровнях сигналов всех ИРИ неточность АФР практически не сказывается на ПФС с коэффициентами (3) при оценках УК ИРИ по MUSIC (рис. 2, а). При ПФС по методу Кейпона с коэффициентами (2) для  $E_b/N_0 < 6$  дБ характеристики такие же, как при точном задании АФР АР (рис. 2, б). При  $E_b/N_0 > 6 \dots 7$  дБ вероятность битовой ошибки превосходит аналогичные значения, соответствующие точному заданию АФР АР (рис. 1, б).

Если в смеси (1) присутствуют сигналы ИРИ разных уровней, при неточном АФР после

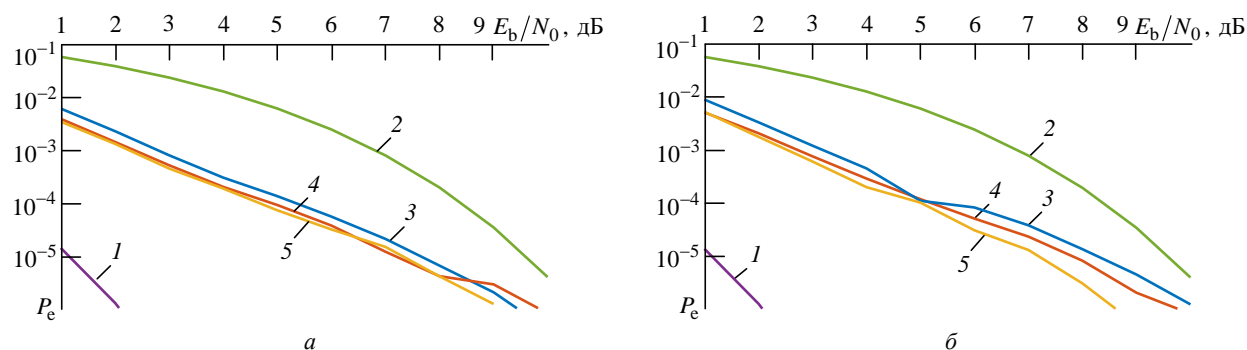


Рис. 1. Характеристики помехоустойчивости после ПФС при точном АФР: а – MUSIC+ (3); б – алгоритм Кейпона

Fig. 1. Performance after spatial filtering at exact APD: а – MUSIC+ (3); б – Capon algorithm

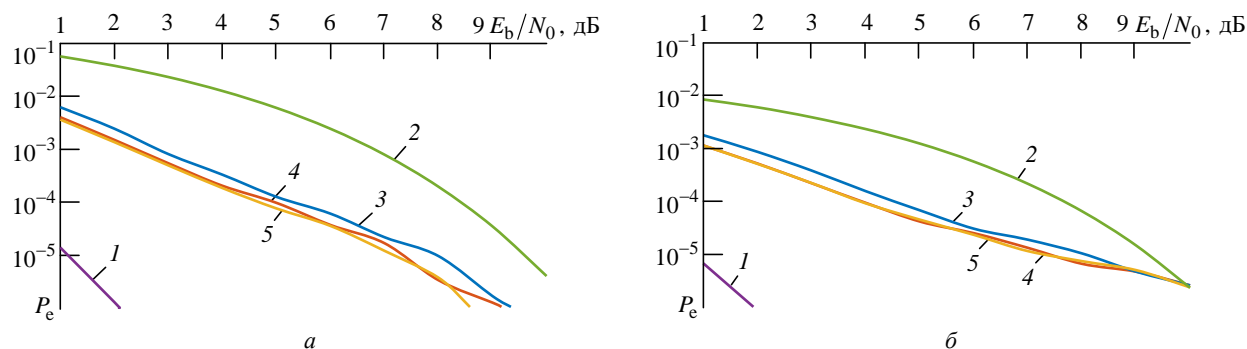


Рис. 2. Характеристики помехоустойчивости после ПФС при неточном АФР: а – MUSIC+ (3); б – алгоритм Кейпона

Fig. 2. Performance after spatial filtering at imprecise APD: а – MUSIC+ (3); б – Capon algorithm

ПФС по (3) хорошо оцениваются только сильные сигналы. Так, при задании для ИРИЗ ОСШ в смеси равным 40 дБ при моделировании после ПФС по (3) получена вероятность ошибки демодуляции этого источника меньше  $10^{-7}$ . В этих условиях вероятность ошибки демодуляции оценок после ПФС более слабых сигналов ИРИ1 и ИРИ2, присутствующих в смеси, недопустимо возрастает (рис. 3, а) по сравнению со случаем точного АФР (рис. 1, а).

ПФС по методу Кейпона (2) при несоответствии ожидаемого АФР фактическому, наоборот, подавляет сильный полезный сигнал на фоне слабых мешающих. Вероятность ошибки демодуляции оценки указанного сильного сигнала ИРИЗ после ПФС составила 0.48. Напротив, при неточном АФР слабый сигнал с известного направления прихода при сильном мешающем сигнале выделяется пространственным фильтром Кейпона достаточно точно, о чем свидетельствуют значения  $P_e$  при  $E_b/N_0 < 5$  дБ на рис. 3, б.

При увеличении ОСШ до 11...12 дБ веро-

ятность ошибки снижается, а затем постепенно возрастает (рис. 3, б).

Если все три присутствующих в смеси сигнала сильные и каждый создает ОСШ 40 дБ, вероятность ошибки при ПФС Кейпона при неточном АФР составляет 0.4. При точном задании АФР при  $E_b/N_0 = 40$  дБ вероятность ошибки меньше  $10^{-7}$ . Результаты моделирования свидетельствуют о неприменимости ПФС по алгоритму Кейпона для выделения сильных и умеренно сильных ( $E_b/N_0 > 10$  дБ) сигналов при неточном АФР АР.

Пространственный фильтр описывается характеристикой  $D(\theta, \beta) = \mathbf{W}_k \mathbf{a}(\theta, \beta)$ , эквивалентной диаграмме направленности. Для ПФС с коэффициентами, рассчитанными по (3), и оценкой УК по MUSIC, при точном и неточном задании АФР для заданных направлений прихода сильного полезного и двух слабых мешающих сигналов коэффициенты различаются только в формировании минимумов в направлениях мешающих сигналов. При точном соот-

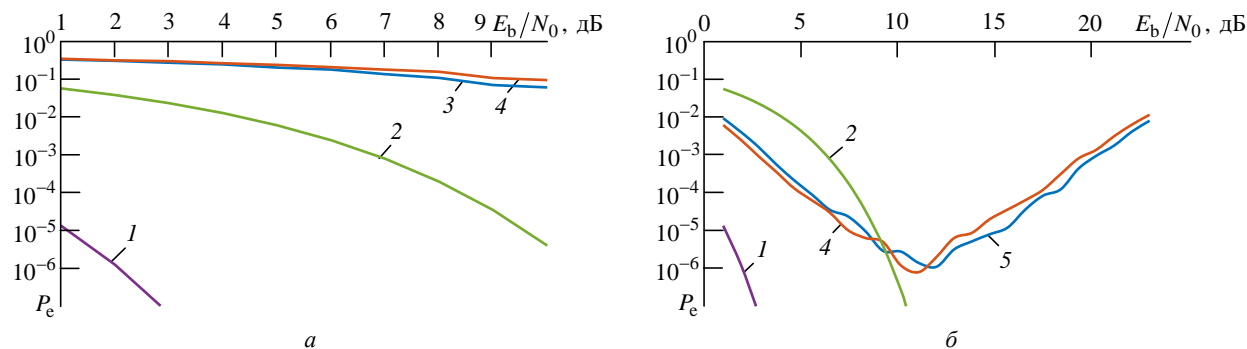


Рис. 3. Характеристики помехоустойчивости после ПФС при неточном АФР при одном сильном сигнале ИРИЗ:

а – MUSIC+ (3); б – алгоритм Кейпона

Fig. 3. Performance after spatial filtering under imprecise APD with the presence of one strong signal from a radio source RS3: а – MUSIC+ (3); б – Capon algorithm



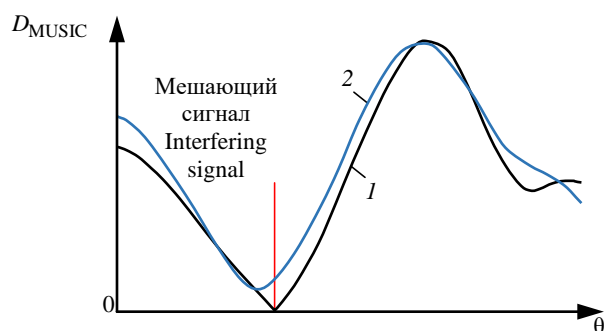


Рис. 4. Сечение характеристики пространственного фильтра при фиксированном угле места: 1 – при точном задании АФР; 2 – при неточном задании АФР

Fig. 4. Cross-section of the spatial filter characteristic at a fixed elevation: 1 – at exact APD; 2 – at imprecise APD

ветствии ожидаемого АФР АР фактическому область минимума узкая и его позиция совпадает с направлением прихода мешающего сигнала (рис. 4, 1). При несоответствии ожидаемого АФР АР фактическому область минимума менее выражена, причем минимальное значение  $D_{\text{MUSIC}}(\theta, \beta)$  смещено относительно истинного направления прихода (рис. 4, 2).

Пространственная характеристика по алгоритму Кейпона  $D_{\text{Capon}}(\theta, \beta)$  при точном АФР имеет максимум в направлении прихода сигнала любого уровня и нули в направлении мешающих сигналов. При неточном АФР в характеристике  $D_{\text{Capon}}(\theta, \beta)$  в направлении прихода слабого полезного сигнала формируется значение, близкое к максимальному; в направлениях сильных и слабых помех выставляются нули; в направлении прихода сильного полезного сигнала формируется значение, близкое к минимальному.

Подавление сильного полезного сигнала при ПФС по алгоритму Кейпона (2) при несоответствии ожидаемого АФР обусловлено нарушением условия  $\mathbf{W}_k^H \mathbf{a}(\theta_k, \beta_k) = 1$ , в результате чего в направлении сильного полезного сигнала не устанавливается максимум.

Применение обработки по ESPRIT не требует задания АФР АР ни для оценки направлений прихода, ни для пространственной фильтрации. Однако требуется идентичность фазового распределения антенн в перекрывающихся подрешетках. Неидентичность антенн приводит к погрешностям оценивания оператора поворота  $\Psi$ , на основании собственных чисел которого оцениваются направления прихода, а собственные векторы участвуют в построении пространственного фильтра.

**Пространственная фильтрация сигналов при неточной калибровке антенной решетки**  
Spatial Filtering of Signals under Imprecise Calibration of Antenna Arrays

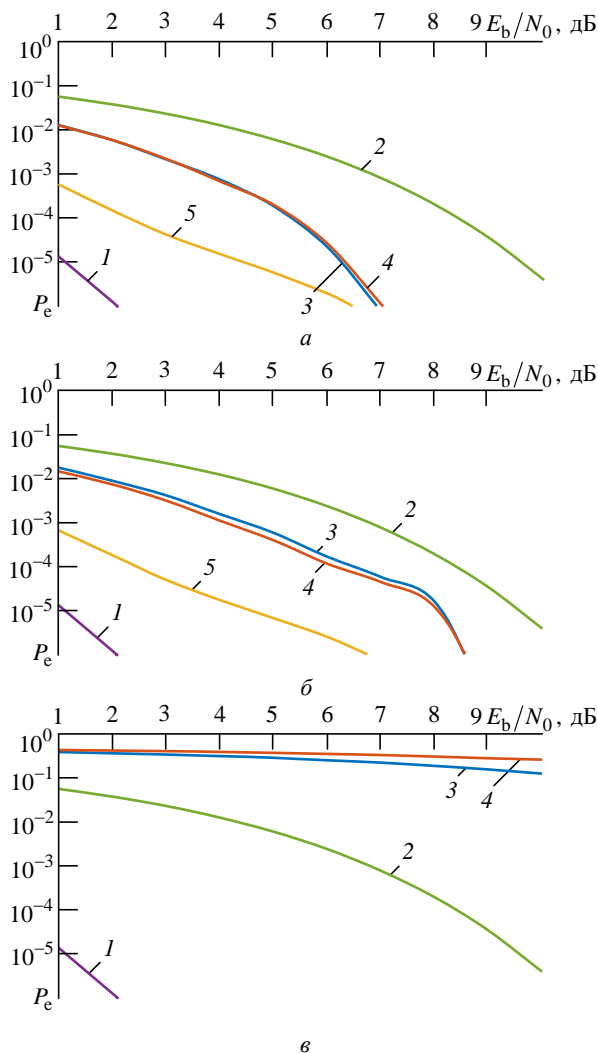


Рис. 5. Характеристики помехоустойчивости после ПФС по ESPRIT: а – при точном АФР; б – при неточном АФР ( $\Phi_{\text{АФР}} = 5^\circ$ ); в – при неточном АФР и доминировании сильного сигнала ИРИЗ

Fig. 5. Performance after spatial filtering, based on ESPRIT: а – at exact APD; б – at imprecise APD ( $\Phi_{\text{APD}} = 5^\circ$ );

в – at imprecise APD and the presence of a RS3 strong signal

Исследование ПФС при неидентичности антенн проведено для угловой семизэлементной АР. Алгоритм ESPRIT описан в [11]. Характеристики помехоустойчивости при соответствии фактического АФР ожидаемому приведены на рис. 5, а, при неточном задании АФР ( $\Phi_{\text{АФР}} = 5^\circ$ ) и одинаковых по уровню сигналах на рис. 5, б, при неточном задании и доминировании сильного сигнала ИРИЗ, для которого ОСШ в смеси  $E_b/N_0 = 40$  дБ, – на рис. 5, в.

**Режекция мешающих сигналов после ПФС.** В результате ПФС формируется оценка совокупности принятых сигналов:

$$\hat{s}_k = s_k + \sum_{\substack{i=1 \\ i \neq k}}^d \alpha_i s_i, \quad k = 1, \dots, d,$$

где  $\alpha_i < 1$  – доли мешающих сигналов, неподавленные из-за неточного зануления фильтра в их направлении.

Оценка  $\hat{s}_k$  содержит полезный сигнал  $s_k$  и совокупность неподавленных мешающих сигналов  $s_i$ ,  $i \neq k$ . Тем самым полностью определяется пространство сигналов  $\{s_k\}$ ,  $k = 1, \dots, d$ .

При наличии в смеси слабых и сильных сигналов вклад в оценку  $\hat{s}_k$  мешающих сильных сигналов может быть доминирующим:

$$\left\| \sum_{\substack{i=1 \\ i \neq k}}^d \alpha_i s_i \right\| \gg \|s_k\| \quad (\| \cdot \| - \text{символ нормы}).$$

Режекция мешающих сигналов [12–14] позволяет устранить из оценки  $\hat{s}_k$  ее проекцию в подпространство  $\{e_{k_l}\}_{l=1, d-1}$ , образованное

мешающими сигналами:  $\hat{\tilde{s}}_k = \hat{s}_k - \sum_{l=1}^{d-1} \langle \hat{s}_k, e_{k_l} \rangle e_{k_l}$

( $\langle \cdot \rangle$  – символ скалярного произведения).

Для  $k$ -го сигнала ортонормированный базис  $\{e_{k_l}\}_{l=1, d-1}$  формируется из оценок отрежектированных сигналов  $\hat{\tilde{s}}_i$ , "очищенных" от мешающих, и  $\hat{s}_i$ ,  $i \neq k = 1, d$ .

Необходимость использования отрежектированных сигналов  $\hat{\tilde{s}}_i$  для построения базиса при сильных и слабых сигналах наглядно демонстрируется на примере режекции сильного сигнала.

Пусть  $s_1$  – слабый сигнал;  $s_2$  – сильный сигнал,  $\langle s_1, s_2 \rangle \approx 0$ ,  $\hat{s}_1 = s_1 + \alpha_2 s_2$ ,  $\hat{s}_2 = s_2 + \alpha_1 s_1$ ,  $\alpha_2 \gg \alpha_1$ .

Базис для слабого сигнала  $\hat{s}_1$   $e_1 = \frac{\hat{s}_2}{\|\hat{s}_2\|}$ .

Скалярное произведение сигналов имеет вид

$$\frac{\langle s_1, s_2 \rangle}{\|\hat{s}_2\|} \approx \alpha_1 \frac{\|s_1\|^2}{\|\hat{s}_2\|} + \alpha_2 \frac{\|s_2\|^2}{\|\hat{s}_2\|} \approx \alpha_2 \frac{\|s_2\|^2}{\|\hat{s}_2\|}.$$

Норма оценки сильного сигнала

$$\|\hat{s}_2\| = \sqrt{\|s_2\|^2 + \alpha_1^2 \|s_1\|^2} \approx \|s_2\|$$

практически определяется самым сильным сигналом. Поэтому проекция оценки  $\hat{s}_1$  на  $\hat{s}_2$

$$\begin{aligned} \frac{\langle s_1, s_2 \rangle}{\|\hat{s}_2\|} \frac{\hat{s}_2}{\|\hat{s}_2\|} &= \left( \alpha_1 \frac{\|s_1\|^2}{\|s_2\|} + \alpha_2 \|s_2\| \right) \frac{(s_2 + \alpha_1 s_1)}{\|s_2\|} = \\ &= \alpha_1 \frac{\|s_1\|^2}{\|s_2\|^2} s_2 + \alpha_2 s_2 + \alpha_1^2 \frac{\|s_1\|^2}{\|s_2\|^2} s_1 + \alpha_1 \alpha_2 s_1 \approx \alpha_2 s_2. \end{aligned}$$

Так как

$$\alpha_1^2 \frac{\|s_1\|^2}{\|s_2\|^2} \ll 1,$$

оценка сигнала практически совпадает с самим сигналом:

$$\hat{\tilde{s}}_1 = \hat{s}_1 - \frac{\langle s_1, s_2 \rangle}{\|\hat{s}_2\|} \frac{\hat{s}_2}{\|\hat{s}_2\|} \approx s_1.$$

Базис для сильного сигнала  $\hat{s}_2$   $e_2 = \frac{\hat{s}_1}{\|\hat{s}_1\|}$ .

Норма оценки слабого сигнала

$$\|\hat{s}_1\| = \sqrt{\|s_1\|^2 + \alpha_2^2 \|s_2\|^2}, \quad \|\hat{s}_1\| \approx \alpha_2 \|s_2\|.$$

Скалярное произведение

$$\begin{aligned} \frac{\langle \hat{s}_2, \hat{s}_1 \rangle}{\|\hat{s}_1\|} &= \alpha_2 \frac{\|s_2\|^2}{\|\hat{s}_1\|} + \alpha_1 \frac{\|s_1\|^2}{\|\hat{s}_1\|} \approx \\ &\approx \alpha_2 \frac{\|s_2\|^2}{\alpha_2 \|s_2\|} + \alpha_1 \frac{\|s_1\|^2}{\alpha_2 \|s_2\|} = \|s_2\| + \alpha_1 \frac{\|s_1\|^2}{\|s_2\|} \end{aligned}$$

определяется в основном вкладом сильного сигнала.

Проекция оценки  $\hat{s}_2$  на  $\hat{s}_1$  имеет вид

$$\frac{\langle s_2, s_1 \rangle}{\|\hat{s}_1\|} \frac{\hat{s}_1}{\|\hat{s}_1\|} = \left( \frac{1}{\alpha_2} + \frac{\alpha_1}{\alpha_2} \frac{\|s_1\|^2}{\|s_2\|^2} \right) s_1 + \left( 1 + \alpha_1 \frac{\|s_1\|^2}{\|s_2\|^2} \right) s_2.$$

После режекции в оценке

$$\begin{aligned} \hat{\tilde{s}}_2 &= s_2 + \alpha_1 s_1 - \\ &- \left( \frac{1}{\alpha_2} + \frac{\alpha_1}{\alpha_2} \frac{\|s_1\|^2}{\|s_2\|^2} \right) s_1 + \left( 1 + \alpha_1 \frac{\|s_1\|^2}{\|s_2\|^2} \right) s_2 = \\ &= \alpha_1 \frac{\|s_1\|^2}{\|s_2\|^2} s_2 + \alpha_1 s_1 - \left( \frac{1}{\alpha_2} + \frac{\alpha_1}{\alpha_2} \frac{\|s_1\|^2}{\|s_2\|^2} \right) s_1 \end{aligned}$$



практически не остается влияния  $s_2$ , так как

$$\alpha_1 \frac{\|s_1\|^2}{\|s_2\|^2} \ll 1.$$

Таким образом, использование базисного вектора  $e_{2_1} = \frac{\hat{s}_1}{\|\hat{s}_1\|}$  приводит к подавлению сильного сигнала  $s_2$  в оценке  $\hat{s}_2$ , что недопустимо.

Если в качестве базисного использовать уже отрежектированную от  $s_2$  оценку  $\hat{s}_1 \approx s_1$ , то

$$\frac{\langle \hat{s}_2, \hat{s}_1 \rangle}{\|\hat{s}_1\|} \approx s_2 \frac{s_1^*}{\|s_1\|} + \alpha_1 s_1 \frac{s_1^*}{\|s_1\|} = \alpha_1 \frac{\|s_1\|^2}{\|s_1\|} = \alpha_1 \|s_1\|.$$

После режекции

$$\hat{s}_2 = s_2 + \alpha_1 s_1 - \alpha_1 \|s_1\| \frac{s_1}{\|s_1\|} = s_2.$$

Алгоритм режекции после ПФС по (3):

1. Вычислить нормы оценок сигналов  $\|\hat{s}_k\|$ ,  $k = 1, \dots, d$  и упорядочить их в порядке возрастания так, что первым будет сигнал с минимальной нормой:  $\|\hat{s}_1\| = \min(\{\|\hat{s}_k\|\}_{k=1, \dots, d})$ .

2. Для самого слабого сигнала  $\hat{s}_1$  сформировать исходный базис  $\mathbf{g}^1 = (\hat{s}_2, \hat{s}_3, \dots, \hat{s}_d)$ , из которого с помощью ортогонализации Грамма–Шмидта [15] сформировать ортонормированный базис:

$$e_{1_l} = \frac{b_l}{\|b_l\|}, \quad b_l = g_l - \sum_{j=1}^{l-1} \frac{\langle g_l, b_j \rangle}{\|b_j\|^2} b_j, \quad b_1 = g_1.$$

$$\text{Отрежектировать из } \hat{s}_1 = \hat{s}_1 - \sum_{l=1}^{d-1} \langle \hat{s}_1, e_{1_l} \rangle e_{1_l}$$

мешающие сигналы.

3. Для остальных сигналов  $\hat{s}_k$ ,  $k = 2, \dots, d$  сформировать исходный базис

$$\mathbf{g}^k = (\hat{s}_1, \dots, \hat{s}_{k-1}, \hat{s}_{k+1}, \dots, \hat{s}_d),$$

из которого получить ортонормированный базис  $e_{k_l}$  и отрежектировать мешающие сигналы

$$\hat{s}_k = \hat{s}_k - \sum_{l=1}^{d-1} \langle \hat{s}_k, e_{k_l} \rangle e_{k_l}.$$

Результаты исследования предложенного способа режекции после ПФС в виде характеристик помехоустойчивости приведены на рис. 6, а и б при круговой (MUSIC (3)) и угловой (ESPRIT) АР при неточном задании АФР АР.

Сигнально-помеховая обстановка соответствовала обстановке, для которой получены характеристики, представленные на рис. 3, а и 5, в. Вероятность ошибки после выделения сильного сигнала ИРИЗ ( $E_b/N_0 = 40$  дБ) в смеси меньше  $10^{-7}$ .

После дополнительной режекции вероятность ошибки демодуляции оценок обоих более слабых сигналов ИРИ1 и ИРИ2 существенно снизилась по сравнению с рис. 3, а. Потери по сравнению с результатами при точном задании АФР (рис. 2, а) составили 1 дБ.

Дополнительная режекция после ПФС по ESPRIT позволила демодулировать слабые сигналы ИРИ1 и ИРИ2 за счет устранения сильной помехи. Однако проигрыш в пороговом значении ОСШ по сравнению со случаем точного АФР составил 2 дБ, а по сравнению с неточным заданием АФР при одинаковых уровнях всех сигналов 1 дБ.

Однако ПФС по ESPRIT с дополнительной режекцией проигрывает ПФС по (3) с дополнительной режекцией при оценивании УК ИРИ по MUSIC (рис. 6, в) при предельном для ESPRIT количестве разделяемых сигналов. Для семиэлементной угловой АР число перекрывающихся антенн в АР  $M_{\Pi} = 3$  является предельным для разделения трех сигналов. Этим объясняется проигрыш 3 дБ в пороговом ОСШ по уровню вероятности ошибки  $10^{-5}$  ПФС по ESPRIT с режекцией (рис. 6, б) пространственной фильтрации по (3) с оценкой УК ИРИ по MUSIC с режекцией (рис. 6, в).

**Экспериментальное исследование.** Проведено экспериментальное исследование применения дополнительной режекции после ПФС на основе (3) при оценивании УК на основе MUSIC по многоканальным данным от круговой семиэлементной АР, подключенной к восьмиканальному радиоприемному устройству (РПУ).

Сигналы формировались приемопередатчиками NI USRP B200mini, излучающими заранее записанные сигналы стандарта APCO-25 с ши-

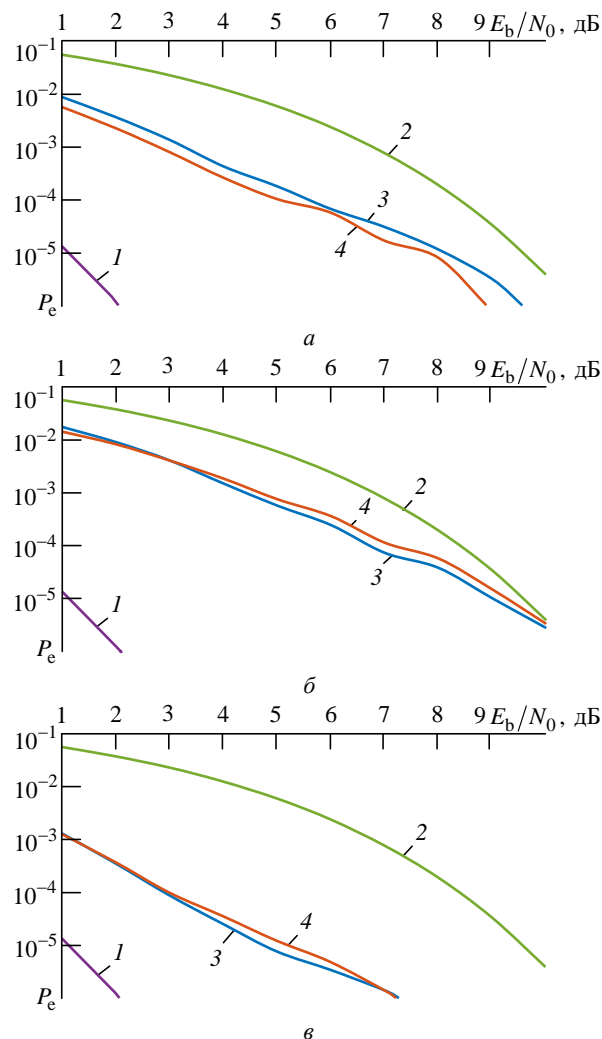


Рис. 6. Характеристики помехоустойчивости после ПФС с дополнительной режекцией при неточном АФР и доминировании в смеси сигнала ИРИЗ:  
а – при круговой АР по MUSIC (3); б – при угловой АР по ESPRIT; в – при угловой АР по MUSIC (3)

Fig. 6. Performance after spatial filtering with an additional rejection under imprecise APD and one strong RS3 signal:  
а – for circular AA by MUSIC (3);  
б – angular AA by ESPRIT; в – angular AA by MUSIC (3)

риной спектра 12.5 кГц и модуляцией C4FM с двух разнесенных позиций (рис. 7). Для распознавания сигналов использовались уникальные идентификаторы сеанса связи. УК ИРИ оценивались с помощью MUSIC.

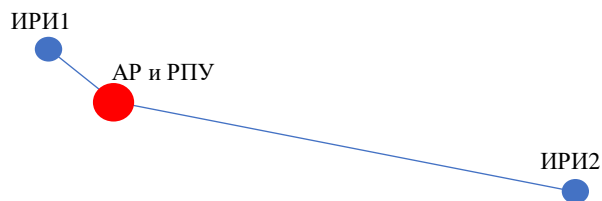


Рис. 7. Схема расположения ИРИ относительно приемного пункта

Fig. 7. Radio source location relative to the receiving station

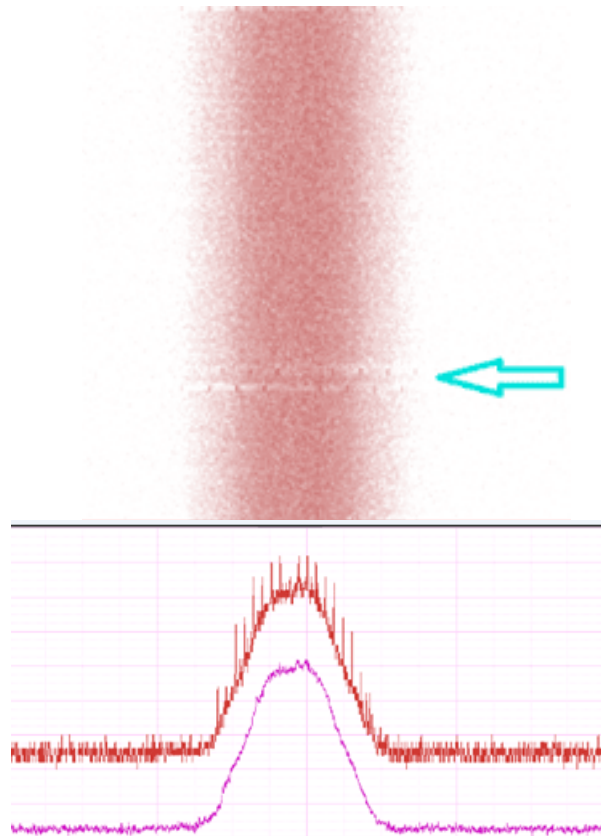


Рис. 8. Спектрограмма принятых сигналов. Оценка УК ИРИ по MUSIC. Стрелкой отмечены синхрослова сигналов

Fig. 8. Spectrograms of receiving signals. Arrival directions are estimated by MUSIC. The arrow marks the sync words of the signals

На рис. 8 представлена спектрограмма принятых сигналов, на которой видно присутствие синхрослов сигналов двух ИРИ (отмечены стрелкой). Однако анализатор сигналов не смог идентифицировать принадлежность принятого сигнала к системе APCO25.

Пеленгационный рельеф  $P(\theta) = P(\theta, \beta = 0)$  изображен на рис. 9. На нем явно выделяются два пика, координаты которых соответствуют

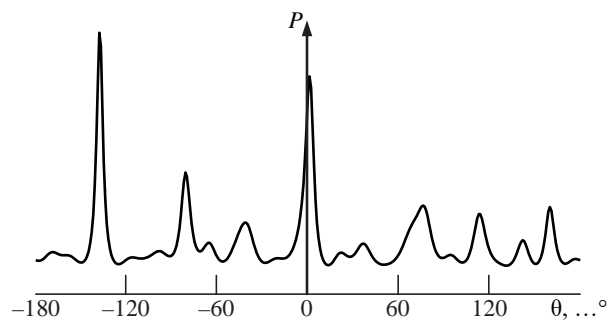


Рис. 9. Пеленгационный рельеф

Fig. 9. MUSIC spectrum

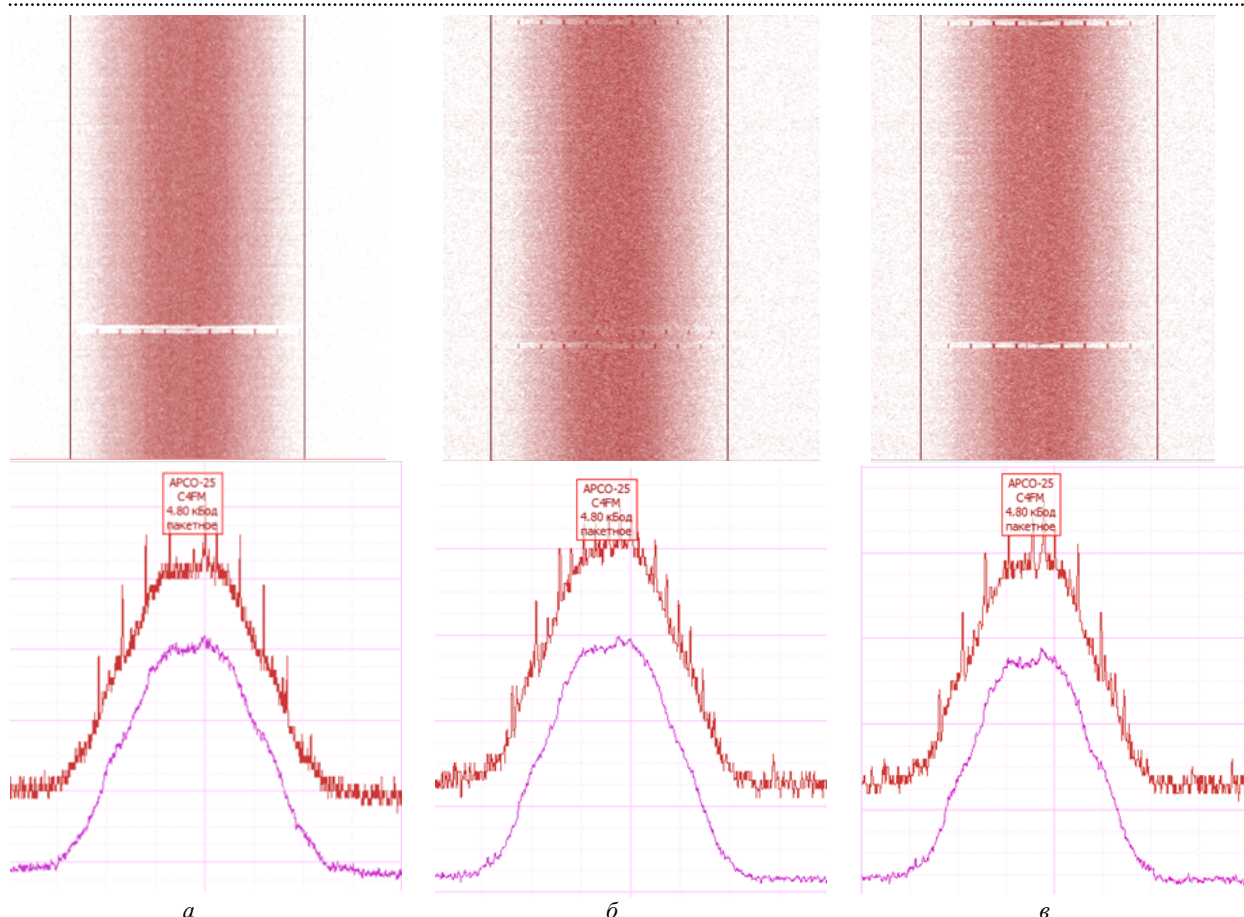


Рис. 10. Спектрограммы оценок сигнала после ПФС: а – ИРИ1; б – ИРИ2; в – ИРИ2 с режекцией

Fig. 10. Spectrograms of receiving signals after spatial filtering: а – RS1; б – RS2; в – RS2 with rejection

ИРИ. Так как антенны в составе АР неидентичны и АФР задано неточно, пеленгационный рельеф имеет много ложных пиков.

Сигнал ИРИ1, расположенного в непосредственной близости к точке приема, является сильным, его накопленный спектр после ПФС представлен на рис. 10, а.

Выделенный сигнал определяется как сигнал системы ARCO25. На рис. 10, б представлена спектрограмма сигнала ИРИ2, выделенного ПФС.

Анализатор сигналов идентифицировал оценку сигнала ИРИ2 как сигнал стандарта ARCO25. Однако из рис. 10, б видно, что уровень подавления сигнала ИРИ1 оказался недостаточным, поскольку на "водопаде" спектрограммы четко видны синхрослова сигнала ИРИ1. Синхрослова приняты с ошибками, общее количество принятых пакетов равняется 29. Спектрограмма сигнала ИРИ2 после ПФС с дополнительной режекцией изображена на рис. 10, в. Дополнительная режекция полностью подавила сильный сигнал ИРИ1, что поз-

волило безошибочно демодулировать синхрослово и увеличить число демодулированных пакетов с 29 до 49, т. е. в 1.7 раза.

**Заключение и выводы.** При совпадении фактического и ожидаемого АФР АР (что на практике почти невозможно) ПФС всех исследованных методов: по алгоритму Кейпона, по коэффициентам, рассчитанным по критерию наименьших квадратов на основе оценок УК ИРИ, полученных от MUSIC, по ESPRIT, обеспечивает практически одинаковую помехоустойчивость. При неточном задании АФР АР качество ПФС в разных методах сильно зависит от ОСШ, создаваемых полезным и мешающими сигналами. Уже при несоответствии фактического и ожидаемого АФР в 5° характеристики помехоустойчивости при ПФС по методу Кейпона и на основе MUSIC и ESPRIT заметно ухудшаются при наличии в смеси сильных и слабых сигналов. При ПФС на основе MUSIC сильный сигнал искажает оценки слабого и делает невозможным его демодуляцию, однако

сильный сигнал демодулируется успешно. ПФС по методу Кейпона сильного полезного сигнала в условиях неточного задания АФР приводит к его значительному подавлению и не позволяет успешно его демодулировать. Наряду с этим ПФС слабых сигналов, которые создают в смеси ОСШ менее 5 дБ, даже при наличии сильных мешающих, меньше страдает от ошибочного задания АФР. Поэтому ПФС по методу Кейпона подходит для выделения слабых относительно шума сигналов на фоне сильных помех при известном направлении прихода полезного сигнала.

Дополнительная режекция мешающих сигналов после пространственного фильтра с коэффициентами, рассчитанными по критерию наименьших квадратов, обеспечивает примерно такие же характеристики помехоустойчивости, как и при точном задании АФР, в широком диапазоне уровней полезного и мешающих сигналов. Разработанный алгоритм ПФС с дополнительной режекцией не требует априорной информации о сигналах ИРИ и их направлениях прихода и может применяться при широком диапазоне уровней полезного и мешающих сигналов.

### Авторский вклад

**Шевченко Майя Евгеньевна** – разработка методов пространственной фильтрации с дополнительной режекцией.

**Малышев Виктор Николаевич** – руководство проведением экспериментов по проверке эффективности пространственной фильтрации с дополнительной режекцией в реальных и модельных условиях.

**Горовой Андрей Вадимович** – теоретическая разработка и исследование методов пространственной фильтрации с дополнительной режекцией; разработка программного обеспечения; статистическое имитационное моделирование; проведение эксперимента и обработка записей реальных сигналов в MATLAB.

**Черепанов Андрей Сергеевич** – сравнительный анализ и обобщение результатов имитационного моделирования и обработки реальных сигналов.

В подготовке статьи принимали участие все авторы.

### Author's contribution

**Maya E. Shevchenko**, theoretical development of spatial filtration methods with additional rejection.

**Victor N. Malyshev**, guidelines for conducting experiments to verify the effectiveness of spatial filtration with additional rejection in real and model conditions.

**Andrey V. Gorovoy**, theoretical development and research of spatial filtering methods with additional rejection, software development; statistical simulation; experimentation and processing of real signals in MATLAB.

**Andrey S. Cherepanov**, comparative analysis and generalization of the results of simulation and processing of real signals.

All authors took part in the preparation of the article.

### Список литературы

1. Уидроу Б., Стирнз С. Адаптивная обработка сигналов: пер. с англ. М.: Радио и связь, 1989. 440 с.
2. Robust Adaptive Beamforming / ed. by J. Li and P. Stoica. Hoboken, NJ: John Wiley & Sons, 2006. 445 p.
3. Fernández-Prades C., Arribas J., Closas P. Robust GNSS receivers by array signal processing: Theory and implementation // Proc. of the IEEE. 2016. Vol. 104, № 6. P. 1207–1220. doi: 10.1109/JPROC.2016.2532963
4. Balanis C. A., Ioannides P. I. Introduction to smart antennas Berlin: Springer, 2007. 183 p. / Synthesis Lectures on Antennas. Vol. 5. P. 1–179.
5. Stevanovic I., Skrivervik A., Mosig J. R. Smart Antenna Systems for Mobile Communications: FINAL REPORT // Laboratoire d'Electromagnetisme et d'Acoustique Ecole Polytechnique Federale de Lausanne. CH-1015. URL: [https://www.academia.edu/24560455/Smart\\_Antenna\\_Systems\\_for\\_Mobile\\_Communications](https://www.academia.edu/24560455/Smart_Antenna_Systems_for_Mobile_Communications)

\_FINAL\_REPORT\_ECOLE\_POLYTECHNIQUE\_FEDERALE\_DE\_LAUSANNE (дата обращения 21.12.2020).

6. Иванов Н. М., Шевченко В. Н. Адаптивная обработка совокупности сигналов в антенных решетках с расширенной полосой приёма // Изв. вузов. Радиофизика. 2022. Т. 65, № 12. С. 1015–1027.

7. Roy R., Kailath T. ESPRIT-Estimation of signal parameters via rotational invariance techniques // IEEE Trans. on Acoustics, Speech and Signal Processing. 1989. Vol. 37, № 7. P. 984–995. doi: 10.1109/29.32276

8. Шевченко М. Е., Горовой А. В., Соловьев С. Н. Пространственная фильтрация перекрывающихся по спектру сигналов // Вопр. радиоэлектроники. 2019. № 12. С. 27–33. doi: 10.21778/2218-5453-2019-12-27-33

9. Application of MUSIC and ESPRIT methods in adaptive smart antennas / M. E. Shevchenko, V. N. Malyshev, A. V. Gorovoy, S. N. Soloviev, A. H. Kelian

// Proc. of 2021 Antenna Design and Measurement Intern. Conf. (ADMInC 2021). 24–26 Nov. 2021. P. 71–74.

10. Особенности применения методов MUSIC и ESPRIT в адаптивных смарт-антеннах / М. Е. Шевченко, В. Н. Малышев, А. В. Горовой, С. Н. Соловьев, А. Х. Кельян // Антенны и распространение радиоволн: сб. докл. Всерос. науч.-техн. конф. СПб., 24–26 нояб. 2021. СПб.: Изд-во СПбГЭТУ "ЛЭТИ", 2021. С. 99–102.

11. Интервальное и точечное пеленгование источников радиоизлучения при широкополосном радиомониторинге / М. Е. Шевченко, В. Н. Малышев, С. С. Соколов, А. В. Горовой, С. Н. Соловьев, Н. С. Стенюков // Изв. вузов России. Радиоэлектроника. 2020. Vol. 23, № 6. С. 28–42. doi: 10.32603/1993-8985-2020-23-6-28-42

12. Богданович В. А., Вострецов А. Г. Теория устойчивого обнаружения, различения и оценивания сигналов. 2-е изд. М.: Физматлит, 2004. 320 с.

13. Богданович В. А., Вострецов А. Г. Асимптотически робастные алгоритмы демодуляции сигналов с подавлением помех множественного доступа // Радиотехника и электроника. 2010. Т. 55, № 8. С. 953–960.

14. Богданович В. А. Асимптотические инвариантные алгоритмы обнаружения и различения сигналов // Электросвязь. 1992. № 10. С. 9–12.

15. Вулих Б. З. Введение в функциональный анализ. 2-е изд. М.: Наука, 1967. 416 с.

### Информация об авторах

**Шевченко Майя Евгеньевна** – кандидат технических наук (1997), доцент (2002) кафедры радиоэлектронных средств Санкт-Петербургского государственного электротехнического университета "ЛЭТИ" им. В. И. Ульянова (Ленина). Автор 80 научных работ. Сфера научных интересов – прием и обработка радиосигналов; обнаружение, оценивание и пеленгование сигналов, радиомониторинг; цифровая обработка сигналов. Адрес: Санкт-Петербургский государственный электротехнический университет "ЛЭТИ" им. В. И. Ульянова (Ленина), ул. Профессора Попова, д. 5 Ф, Санкт-Петербург, 197022, Россия  
E-mail: M\_E\_Shevchenko@mail.ru, meshevchenko@etu.ru  
<https://orcid.org/0000-0001-6873-6354>

**Малышев Виктор Николаевич** – доктор технических наук (2000), профессор (2004), заведующий кафедрой радиоэлектронных средств Санкт-Петербургского государственного электротехнического университета "ЛЭТИ" им. В. И. Ульянова (Ленина). Автор более 120 научных работ. Сфера научных интересов – численные методы, СВЧ-техника, антенны, информационные сети, информационная безопасность. Адрес: Санкт-Петербургский государственный электротехнический университет "ЛЭТИ" им. В. И. Ульянова (Ленина), ул. Профессора Попова, д. 5 Ф, Санкт-Петербург, 197022, Россия  
E-mail: vnmalyshv@etu.ru  
<https://orcid.org/0000-0001-5011-0337>

**Горовой Андрей Вадимович** – инженер научно-производственного предприятия "Новые технологии телекоммуникаций" (ООО НПП "НТТ"), аспирант Санкт-Петербургского государственного электротехнического университета "ЛЭТИ" им. В. И. Ульянова (Ленина) по кафедре радиоэлектронных средств. Автор 10 научных работ. Сфера научных интересов – обнаружение, оценивание, пространственная фильтрация и пеленгование сигналов, цифровая обработка сигналов. Адрес: Научно-производственное предприятие "Новые технологии телекоммуникаций", ул. Софьи Ковалевской, д. 20, корп. 1, лит. А, Санкт-Петербург, 195256, Россия  
E-mail: andrew1295-09@mail.ru

**Черепанов Андрей Сергеевич** – доктор физико-математических наук (2001), профессор Высшей школы прикладной физики и космических технологий Санкт-Петербургского политехнического университета Петра Великого. Автор более 100 научных работ. Сфера научных интересов – волноведущие структуры с ферритовым управлением; СВЧ-техника; фазированные антенные решетки. Адрес: Санкт-Петербургский политехнический университет Петра Великого, ул. Политехническая, д. 29, Санкт-Петербург, 195251, Россия  
E-mail: ascherspb@mail.ru  
<https://orcid.org/0009-0000-3078-5644>

### References

1. Widrow Bernard, Stearns D. S. Adaptive Signal Processing. Prentice-Hall, 1985.  
2. Li Jian, Stoica Petre. Robust Adaptive Beamforming. Hoboken, NJ, John Wiley, 2006.  
3. Fernández-Prades C., Arribas J., Closas P. Robust GNSS Receivers by Array Signal Processing: Theory and Implementation. Proc. of the IEEE March

2016. doi: 10.1109/JPROC.2016.2532963  
4. Balanis C. A., Ioannides P. I. Introduction to Smart Antennas. Synthesis Lectures on Antennas. 2007, vol. 5, pp. 1–179.  
5. Stevanovic I., Skrivervik A., Mosig J. R. Smart Antenna Systems for Mobile Communications: FINAL REPORT. Available at: <https://www.academia.edu/>

24560455/Smart\_Antenna\_System\_for\_Mobile\_Communications\_FINAL\_REPORT\_ECOEC\_POLYTECHNIQUE\_FEDERALE\_DE\_LAUSANLA (accessed 21.12.2020).

6. Ivanov N. M., Shevchenko V. N. Adaptive Processing of a Set of Signals in Antenna Arrays with an Extended Reception Band. *Izv. Vuzov. Radiofizika*. 2022, vol. 65, no. 12, pp. 1015–1027. (In Russ.)

7. Roy R., Kailath T. ESPRIT-Estimation of Signal Parameters via Rotational Invariance Techniques. *IEEE Trans. ASSP*. 1989, vol. 37, no. 7, pp. 984–995.

8. Shevchenko M. E., Gorovoi A. V., Solov'ev S. N. Spatial Filtering of Signals with Spectrum Overlapping. *Issues of Radio Electronics*. 2019, no. 12, pp. 27–33. doi: 10.21778/2218-5453-2019-12-27-33 (In Russ.)

9. Shevchenko M. E., Malyshev V. N., Gorovoy A. V., Soloviev S. N., Kelian A. H. Application of MUSIC and ESPRIT Methods in Adaptive Smart Antennas. *Proc. of 2021 Antenna Design and Measurement Intern. Conf. (ADMInC 2021)*. 24–26 Nov. 2021, pp. 71–74.

10. Shevchenko M. E., Malyshev V. N., Gorovoi A. V., Solov'ev S. N., Kel'yan A. Kh. *Osobennosti primeneniya metodov MUSIC i ESPRIT v adaptivnykh smart-antennakh* [Features of Using the MUSIC and ESPRIT Methods in Adaptive Smart Antennas]. *Antennas and Radio Wave Propagation: Collection of Reports of the*

All-Russ. Scientific and Technical. Conf. SPb, *SPbGETU*, 2021, 120 p. (In Russ.)

11. Shevchenko M. E., Malyshev V. N., Sokolov S. S., Gorovoy A. V., Soloviev S. N., Stenukov N. S. Interval and Point Direction Finding of Radio Emission Sources for Broadband Radio Monitoring. *Journal of the Russian Universities. Radioelectronics*. 2020, vol. 23, no. 6, pp. 28–42. doi: 10.32603/1993-8985-2020-23-6-28-42 (In Russ.)

12. Bogdanovich V. A., Vostretsov A. G. *Teoriya ustoichivogo obnaruzheniya, razlicheniya i otsenivaniya signalov* [Theory of Sustainable Detection, Discrimination and Assessment of Signals]. 2<sup>nd</sup> Ed. Moscow, *Fizmatlit*, 2004, 320 p. (In Russ.)

13. Bogdanovich V. A., Vostretsov A. G. Adaptive Asymptotically Robust Invariant Demodulation Algorithm for CDMA Systems Operating in Conditions of Multiple Access Interference. *Radiotekhnika i elektronika*. 2010, vol. 55, no. 8, pp. 953–960. (In Russ.)

14. Bogdanovich V. A. *Asimptoticheskie invariantnye algoritmy obnaruzheniya i razlicheniya signalov* [Asymptotic Invariant Algorithms for Signal Detection and Discrimination]. *Ehlektrsvyaz'*. 1992, no. 10, pp. 9–12. (In Russ.)

15. Vulikh B. Z. *Vvedenie v funktsional'nyi analiz* [Introduction to Functional Analysis]. Moscow, *Nauka*, 1967, 416 p. (In Russ.)

#### Information about the authors

**Maya E. Shevchenko**, Cand. Sci. (Eng.) (1997), Associate Professor (2002) of the Department of Radio Electronics Equipment of Saint Petersburg Electrotechnical University. The author of 80 scientific publications. Area of expertise: radio signal reception and processing; signal detection, evaluation and direction finding, radio monitoring; digital signal processing.

Address: Saint Petersburg Electrotechnical University, 5, Professor Popov St., St Petersburg 197002, Russia  
E-mail: m\_e\_shevchenko@mail.ru, meshevchenko@etu.ru  
<https://orcid.org/0000-0001-6873-6354>

**Victor N. Malyshev**, Dr Sci. (Eng.) (2000), Professor (2004), Chief of the Department of Radio Electronics Equipment of Saint Petersburg Electrotechnical University. The author of more than 120 scientific publications. Area of expertise: numerical methods; microwave engineering; antennas; information networks; information security. Address: Saint Petersburg Electrotechnical University, 5, Professor Popov St., St Petersburg 197002, Russia  
E-mail: vnmalyshev@etu.ru  
<https://orcid.org/0000-0001-5011-0337>

**Andrey V. Gorovoy**, Engineer of the Research and Production Enterprise "New Technologies of Telecommunications" (LLC NPP "NTT"); Postgraduate student of the Department of Radio Electronics Equipment of Saint Petersburg State Electrotechnical University. The author of 10 scientific publications. Area of expertise: signal detection, estimation, spatial filtering and bearing; digital signal processing. Address: Research and Production enterprise "New Technologies of Telecommunications", 20, Sofya Kovalevskaya St., build. 1, lit. A, Saint Petersburg 195256, Russia  
E-mail: andrew1295-09@mail.ru

**Andrey S. Cherepanov**, Dr Sci (Phys.-Math.) (2001), Professor of the Graduate School of Applied Physics and Space Technology, Peter the Great St Petersburg Polytechnic University. The author of more than 100 scientific works. Area of expertise: ferrite-driven waveguide structures; microwave engineering; phased antenna arrays. Address: Peter the Great St Petersburg Polytechnic University, 29, Polytechnicheskaja St., Saint Petersburg 195251, Russia  
E-mail: ascherspb@mail.ru  
<https://orcid.org/0009-0000-3078-5644>