

## Моделирование рассеянного шероховатой поверхностью радиосигнала методом стационарных точек

А. А. Монаков 

Санкт-Петербургский государственный университет  
аэрокосмического приборостроения, Санкт-Петербург, Россия

 a\_monakov@mail.ru

### Аннотация

**Введение.** Во многих задачах радиолокации и радионавигации существует проблема адекватного, т. е. соответствующего физике, явления в определенном диапазоне условий, моделирования радиосигнала, отраженного от шероховатой поверхности Земли. В настоящее время существует 4 категории математических моделей, каждая из которых соответствует определенной группе методов решения задачи рассеяния: методы, основанные на строгом решении электродинамических уравнений (методы конечных элементов, конечных разностей, моментов); приближенные методы решения электродинамических задач (методы малых возмущений и касательной плоскости, двухмасштабная модель); метод статистических эквивалентов; феноменологические модели. В 2 первых категориях электромагнитное поле вычисляется на сетке, шаг которой должен быть значительно меньше длины волны сигнала. Это делает моделирование рассеянного радиосигнала практически нереализуемым для двухмерных шероховатых поверхностей. Метод статистических эквивалентов основан на вычислении вероятностных характеристик рассеянного сигнала. Сложности, возникающие при этом, сужают возможности моделирования, поскольку без значительных упрощений невозможно получить замкнутые выражения для требуемых вероятностных характеристик. Кроме того, при аналитических вычислениях приходится ограничиться классом поверхностей с нормальным распределением высот шероховатости. Феноменологические модели позволяют выполнить качественный анализ рассеяния сигнала на шероховатой поверхности, но не учитывают физику процесса рассеяния.

**Цель работы.** Целью предлагаемой работы является создание простой и адекватной модели рассеянного двухмерной шероховатой поверхностью сигнала во временной области в приближении граничных условий по методу касательной плоскости (метод Кирхгофа), которая может быть реализована на современных вычислительных средствах.

**Материалы и методы.** Созданная модель рассеянного сигнала основана на его представлении в виде суммы сигналов, отраженных от стационарных точек поверхности – точек, для которых локально выполняется закон зеркального отражения падающей электромагнитной волны.

**Результаты.** Реализация модели сводится к определению положений стационарных точек на двухмерной шероховатой поверхности. Эта задача решается на современных компьютерах достаточно просто и не требует использования вычислений с комплексными числами. Оказывается, что количество стационарных точек даже при большой шероховатости поверхности редко оказывается больше двух. Этот факт в сочетании с простотой нахождения координат стационарных точек делает возможным применение модели в длинных сериях статистических испытаний.

**Заключение.** Предлагаемая модель проста в реализации и может быть использована для исследования точности пеленгаторов, работающих по низколетящим целям, высотометров, корреляционных и доплеровских измерителей скорости и угла сноса.

**Ключевые слова:** шероховатая поверхность, рассеянный сигнал, метод Кирхгофа, стационарная точка поверхности, моделирование сигнала

**Для цитирования:** Монаков А. А. Моделирование рассеянного шероховатой поверхностью радиосигнала методом стационарных точек // Изв. вузов России. Радиоэлектроника. 2023. Т. 26, № 3. С. 67–76. doi: 10.32603/1993-8985-2023-26-3-67-76

**Конфликт интересов.** Автор заявляет об отсутствии конфликта интересов.

Статья поступила в редакцию 16.12.2022; принята к публикации после рецензирования 22.03.2023; опубликована онлайн 29.06.2023



## Simulation of a Radio Signal Scattered from a Rough Surface by the Method of Stationary Points

Andrey A. Monakov✉

Saint Petersburg State University of Aerospace Instrumentation, St Petersburg, Russia

✉a\_monakov@mail.ru

### Abstract

**Introduction.** Many radar and radio navigation problems require adequate (i.e., corresponding to the physics of radio wave scattering under a certain set of conditions) simulation of a radio signal scattered from a rough surface. At present, four categories of mathematical models are used for these purposes, with each corresponding to a particular group of methods for solving the scattering problem. These methods include those based on a rigorous solution of the electrodynamic equations (methods of moments, finite elements, finite differences); approximate methods for solving electrodynamic problems (methods of small perturbations, tangent plane (Kirchhoff method), two-scale model); those of statistical equivalents; and phenomenological models. In the former two categories, the electromagnetic field is computed on a surface grid, whose step must be much smaller than the signal wavelength. This makes the simulation of a scattered radio signal effectively unrealizable for two-dimensional rough surfaces. The method of statistical equivalents is based on the calculation of the probabilistic characteristics of a scattered signal. Difficulties arising in this case narrow the possibilities of simulation, largely due to the impossibility of obtaining closed expressions for the required characteristics without significant simplifications. In addition, carrying out analytical calculations, the solution is restricted to the class of surfaces with the Gaussian distribution of roughness heights. Phenomenological models, although providing for a qualitative analysis of signal scattering from a rough surface, fail to take the physics of the scattering process into account.

**Aim.** To create a simple and adequate model of a signal scattered from a two-dimensional rough surface using the tangent plane approximation of the boundary conditions (the Kirchhoff method), which can be realized on modern computers.

**Materials and methods.** The proposed model of the scattered signal is based on its representation as a sum of signals reflected from stationary points on the surface, i.e., those points where the law of specular reflection of the incident electromagnetic wave is locally fulfilled.

**Results.** The implementation of the model is reduced to determination of the positions of stationary points on a two-dimensional rough surface. This problem is solved on modern computers quite simply without computations with complex numbers. It turns out that the number of stationary points, even with a large surface roughness, rarely exceeds two. This fact, along with the simplicity of finding the coordinates of stationary points, makes this model suitable for long series of statistical runs.

**Conclusion.** The proposed model is easy to implement and can be used to study the accuracy of low-altitude target estimation, altimeters, Doppler and correlation speed and drift angle estimators.

**Keywords:** rough surface, scattered signal, Kirchhoff method, stationary surface point, signal simulation

**For citation:** Monakov A. A. Simulation of a Radio Signal Scattered from a Rough Surface by the Method of Stationary Points. Journal of the Russian Universities. Radioelectronics. 2023, vol. 26, no. 3, pp. 67–76. doi: 10.32603/1993-8985-2023-26-3-67-76

---

**Conflict of interest.** The author declares no conflicts of interest.

Submitted 16.12.2022; accepted 22.03.2023; published online 29.06.2023

---

**Введение.** Рассеяние радиоволн на шероховатых поверхностях является темой интенсивных исследований [1–6]. Широкий интерес к проблеме объясняется тем, что, во-первых, радиосигналы, отраженные от поверхности Земли, используются для определения параметров движения

воздушных судов в автономных бортовых радиосистемах – радиовысотомерах, доплеровских и корреляционных измерителях скорости и угла сноса [7, 8], и, во-вторых, эти сигналы являются помехами для многих радиолокационных и радионавигационных систем наблюдения целей, дви-

жущихся или находящихся на малых высотах над поверхностью [9, 10].

Синтез и анализ алгоритмов обнаружения и оценки пространственных координат целей в присутствии сигналов от поверхности требует создания их адекватных математических моделей. Однако, несмотря на большое количество методов решения задачи рассеяния радиоволн на шероховатых поверхностях и появление мощных компьютеров, создание математической модели рассеянного шероховатой поверхностью сигнала по-прежнему является сложной задачей. В настоящее время существует 4 категории математических моделей, каждая из которых соответствует определенной группе методов решения задачи рассеяния: модели, основанные на численном решении строгих электродинамических уравнений [11–13]; приближенные электродинамические модели [2, 6, 14]; модели, использующие метод статистических эквивалентов [15–19]; феноменологические модели [20–24]. Каждой из перечисленных категорий присущи свои достоинства и недостатки.

Численное решение электродинамических уравнений Максвелла в дифференциальной или интегральной форме дает наиболее точное решение задачи моделирования. Однако при реализации методов этой категории для определения граничных значений поля на поверхности необходимо использовать пространственную сетку, шаг между узлами которой должен составлять доли длины волны. Кроме того, при использовании этого подхода возникает необходимость решать системы линейных уравнений большой размерности. В этих условиях решение задачи о рассеянии радиоволн на двухмерной шероховатой поверхности даже для современных компьютеров трудно реализуемо, и исследователям приходится удовлетвориться рассмотрением более простой задачи о рассеянии на одномерной (цилиндрической) шероховатой поверхности. Применение приближенных электродинамических методов (например, методов малых возмущений, касательной плоскости (метод Кирхгофа), двухмасштабной модели) также не решает поставленную задачу, поскольку и в этом случае, несмотря на отсутствие необходимости решать системы линейных уравнений большой раз-

мерности, требуется использовать пространственную сетку с малым шагом для нахождения соответствующих поверхностных интегралов. Метод статистических эквивалентов предполагает аналитическое вычисление вероятностных характеристик рассеянного сигнала – чаще всего его математического ожидания и корреляционной функции в предположении нормальности распределения вероятностей, с последующим моделированием случайного сигнала с полученными вероятностными характеристиками. Без применения значительных упрощающих приближений решить эту задачу даже в простейших случаях оказывается очень сложно, поскольку получающиеся решения представляют собой медленно сходящиеся ряды. Наиболее простые для реализации феноменологические модели дают верное качественное представление о характеристиках рассеянного сигнала, но не учитывают реальные механизмы рассеяния радиоволн и поэтому не гарантируют адекватное моделирование. Из всех перечисленных методов приближенного решения задачи метод Кирхгофа позволяет не только создать простую и физически близкую к реальности модель рассеяния, но и определить характеристики рассеянного сигнала в широком диапазоне изменений среднеквадратической высоты и радиуса корреляции поверхности.

Целью предлагаемой статьи является создание простой и адекватной модели рассеянного двухмерной шероховатой поверхностью сигнала во временной области в приближении граничных условий по методу касательной плоскости (метод Кирхгофа), которая может быть реализована на современных вычислительных средствах. Решение задачи моделирования основано на представлении рассеянного сигнала суммой отражений от стационарных точек поверхности – точек, где локально выполняется закон зеркального отражения. Благодаря этому удастся значительно сократить количество необходимых вычислений.

**Моделирование рассеянного сигнала методом Кирхгофа.** Пусть шероховатая, двухмерная, идеально проводящая, в среднем плоская поверхность, уравнение которой можно записать в виде  $z = \xi(x, y)$ , где  $\xi(x, y)$  – случайная функция с нулевым математическим ожи-

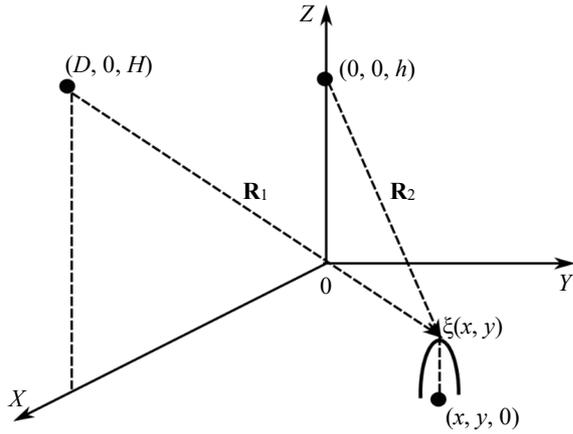


Рис. 1. Геометрия задачи  
 Fig. 1. Geometry of the problem

данием, облучается монохроматической сферической волной частоты  $\omega$  от точечного источника, расположенного на высоте  $H$  в точке с координатами  $(D, 0, H)$  (рис. 1). Все вычисления будем проводить в системе координат приемника  $XYZ$ . Начало системы координат  $0$  находится в подрадарной точке – точке, находящейся на плоскости  $z = 0$  строго под точкой расположения фазового центра антенны приемника, а ось  $X$  направим вдоль поверхности в направлении на источник сигнала. Точка приема, где находится фазовый центр антенны приемника, имеет координаты  $(0, 0, h)$ .

Тогда отраженный от поверхности сигнал в точке приема, в соответствии с расчетом рассеянного шероховатой поверхностью электромагнитного поля методом Кирхгофа [2], равен

$$e(t) = \frac{\pi k C}{i(2\pi)^3} \int_S \frac{\exp[-ik(R_1 + R_2)]}{R_1 R_2} dS, \quad (1)$$

где  $e(t)$  – комплексная амплитуда сигнала, отраженного от поверхности в точке приема;  $k = \omega/c$  – волновое число ( $c$  – скорость распространения электромагнитных волн в вакууме);  $C$  – постоянная, которая зависит от амплитуды падающей на поверхность сферической волны и может быть определена на основе известного решения задачи отражения электромагнитной волны от плоской проводящей поверхности (см. (4));  $i = \sqrt{-1}$  – мнимая единица;  $S$  – горизонтальная плоскость  $XOY$ ;

$$\begin{cases} R_1 = \sqrt{(D-x)^2 + y^2 + (H-\xi(x,y))^2}; \\ R_2 = \sqrt{x^2 + y^2 + (h-\xi(x,y))^2} \end{cases}$$

– длины векторов  $R_{1,2}$  ( $D$  – горизонтальная дальность между точками излучения и приема сигнала). Указанная в (1) зависимость принимаемого сигнала  $e(t)$  от времени предполагает, что длины векторов  $R_1$  и  $R_2$  могут изменяться на интервале наблюдения (моделирования), например, вследствие движения источника, приемника или самой поверхности.

Уравнение (1) является исходным для статистического анализа принятого сигнала. Допустим, что длина волны  $\lambda$ , на которой излучается сигнал, настолько мала, что  $kR_{1,2} \gg 1$ . Исходя из этого предположения, проинтегрируем (1) по переменным  $x$  и  $y$  методом стационарной фазы [25]. Несложно показать, что координаты  $j$ -й точки стационарности  $(x_j, y_j)$  функции  $\varphi(x, y) = (R_1 + R_2)$  совместно должны удовлетворять системе уравнений:

$$\begin{cases} \xi'_x(x_j, y_j) = \frac{-DR_2 + x_j(R_1 + R_2)}{(hR_1 + HR_2) - \xi(x_j, y_j)(R_1 + R_2)}; \\ \xi'_y(x_j, y_j) = \frac{y_j(R_1 + R_2)}{(hR_1 + HR_2) - \xi(x_j, y_j)(R_1 + R_2)}, \end{cases} \quad (2)$$

где  $\xi'_x(x, y) = \frac{\partial}{\partial x} \xi(x, y)$  и  $\xi'_y(x, y) = \frac{\partial}{\partial y} \xi(x, y)$  – первые частные производные функции  $\xi(x, y)$ .

Тогда принятый сигнал равен

$$e(t) = \frac{C}{8\pi i} \sum_j \frac{\exp[-ik(R_{1j} + R_{2j})]}{R_{1j} R_{2j} \sqrt{|\varphi''(x_j, y_j)|}} \times \exp\left[-i\frac{\pi}{4} \text{sgn} \varphi''(x_j, y_j)\right], \quad (3)$$

где  $R_{1j} = R_1(x_j, y_j)$  и  $R_{2j} = R_2(x_j, y_j)$  – значения  $R_1$  и  $R_2$  в  $j$ -й стационарной точке;  $|\varphi''(x_j, y_j)|$  – детерминант гессиана (матрицы

вторых производных) функции  $\varphi(x, y)$ ;  $\text{sgn } \varphi''(x_j, y_j) = (v_+ - v_-)$ ;  $v_+$  и  $v_-$  – соответственно, число положительных и отрицательных собственных значений гессиана [25]. Найти элементы гессиана в общем случае несложно, однако получающиеся формулы громоздки и поэтому здесь не приводятся.

В случае плоской поверхности, когда  $\xi(x, y) = 0$ , получим

$$e_0 = -\frac{C}{4\pi R_A \sin \varepsilon_A} e^{-ikR_A}, \quad (4)$$

где  $R_A = \sqrt{D^2 + (H+h)^2}$ ;  $\sin \varepsilon_A = (H+h)/R_A$ . Таким образом, рассеянный плоской поверхностью сигнал равен сигналу, излучаемому антиподом – зеркальным изображением источника сигнала, который находится под поверхностью на расстоянии  $H$  от нее. Кроме того, принимаемый сигнал не зависит от времени. Уравнение (4) имеет ясный физический смысл и может быть использовано для определения постоянной  $C$ . Например, если положить, что  $e_0 = -\exp[-ikR_A]/(\sqrt{4\pi}R_A)$ , т. е. отраженная волна – сферическая и излучается антиподом, то  $C = \sqrt{4\pi} \sin \varepsilon_A$ .

Окончательно алгоритм моделирования отраженного от поверхности сигнала сводится к решению системы уравнений (2), которая дает положения точек на поверхности, удовлетворяющих условию стационарности фазы падающей на поверхность волны. Решение этого уравнения может быть получено путем задания на поверхности достаточно плотной сетки и определения точек, в окрестности которых происходит одновременное изменение знака функций, равных разностям левых и правых частей уравнений системы (2). После того как стационарные точки определены, сигнал от поверхности вычисляется с использованием уравнения (3).

**Вертикальное зондирование шероховатой поверхности.** Для проверки модели в работе было проведено математическое моделирование для случая, когда луч антенны радиолокатора направлен вертикально вниз на шеро-

ховатую подстилающую поверхность. Этот случай представляет интерес при моделировании сигналов в радиовысотомерах и корреляционных измерителях скорости и угла сноса.

Несложно показать, что в этом случае  $D = 0$ ,

$$h = H \quad \text{и} \quad R_1 = R_2 = \sqrt{x^2 + y^2 + (h - \xi(x, y))^2}.$$

Поэтому координаты стационарных точек удовлетворяют системе уравнений

$$\begin{cases} \xi'_x(x_j, y_j) = \frac{x_j}{h - \xi}, \\ \xi'_y(x_j, y_j) = \frac{y_j}{h - \xi} \end{cases}$$

и

$$\begin{aligned} |\varphi''(x_j, y_j)| = & \frac{1}{R_j^2} \left\{ 1 + \left( \frac{x_j}{h - \xi} \right)^2 + \right. \\ & \left. + \left( \frac{y_j}{h - \xi} \right)^2 + (h - \xi)^2 \left[ \xi''_{xx} \xi''_{yy} - (\xi''_{xy})^2 \right] - \right. \\ & \left. - (h - \xi) \left[ \xi''_{xx} \left( 1 + \left( \frac{y_j}{h - \xi} \right)^2 \right) + \right. \right. \\ & \left. \left. + \xi''_{yy} \left( 1 + \left( \frac{x_j}{h - \xi} \right)^2 \right) - 2\xi''_{xy} \frac{x_j y_j}{(h - \xi)^2} \right] \right\}, \end{aligned}$$

где  $R_j = \sqrt{x_j^2 + y_j^2 + (h - \xi)^2}$ ;  $\xi = \xi(x_j, y_j)$ ;

$$\xi''_{xx} = \frac{\partial^2}{\partial x^2} \xi(x_j, y_j); \quad \xi''_{yy} = \frac{\partial^2}{\partial y^2} \xi(x_j, y_j) \quad \text{и}$$

$$\xi''_{xy} = \frac{\partial^2}{\partial x \partial y} \xi(x_j, y_j) - \text{вторые частные производные функции } \xi(x, y), \text{ вычисленные в точке } (x_j, y_j).$$

Тогда на основании (3) отраженный от поверхности сигнал равен

$$\begin{aligned} e(t) = & \frac{C}{8\pi i} \sum_j \frac{\exp[-i2kR_j]}{R_j^2 \sqrt{|\varphi''(x_j, y_j)|}} \times \\ & \times \exp\left[-i\frac{\pi}{4} \text{sgn } \varphi''(x_j, y_j)\right]. \end{aligned}$$

В случае плоской поверхности отраженная от нее волна является сферической

$$e_0 = -\frac{C}{8\pi h} e^{-i2kh}.$$

Учитывая, что точное решение задачи об отражении сферической волны от плоской, идеально проводящей поверхности равно

$$e_0 = -\frac{e^{-i2kh}}{\sqrt{4\pi 2h}}, \text{ постоянная } C = \sqrt{4\pi}.$$

Двухмерная поверхность в работе моделировалась методом дискретного преобразования Фурье

$$\begin{aligned} \xi(m\Delta x, n\Delta y) = & \\ = \sum_{p=0}^{M-1} \sum_{q=0}^{N-1} \zeta_{pq} \sqrt{P(p\Delta\omega_x, q\Delta\omega_y) \frac{\Delta\omega_x \Delta\omega_y}{4\pi^2}} \times & \\ \times \exp\left[-i\left(\frac{2\pi}{M} pm + \frac{2\pi}{N} nq\right)\right], & \end{aligned}$$

где  $\Delta x$  и  $\Delta y$  – расстояния между узлами сетки на поверхности, в которых вычисляются случайные высоты;  $m, n, p, q$  – целочисленные переменные;  $M$  и  $N$  – количество узлов сетки на поверхности;  $\zeta_{pq}$  – независимые комплексные гауссовские случайные числа с нулевым математическим ожиданием и единичной дисперсией;  $P(\omega_x, \omega_y)$  – спектральная плотность мощности шероховатости;  $\Delta\omega_x$  и  $\Delta\omega_y$  – соответствующие шаги сетки по пространственным частотам. Выбранный способ моделирования поверхности дает возможность использовать быстрое преобразование Фурье для расчета поверхности  $\xi(m\Delta x, n\Delta y)$  и ее частных производных, если выбрать  $\Delta\omega_x = 2\pi/(M\Delta x)$  и  $\Delta\omega_y = 2\pi/(N\Delta y)$ :

$$\begin{aligned} \xi'_x(m\Delta x, n\Delta y) = \text{Im} \sum_{p=0}^{M-1} \sum_{q=0}^{N-1} p\Delta\omega_x \times & \\ \times \zeta_{pq} \sqrt{P(p\Delta\omega_x, q\Delta\omega_y) \frac{\Delta\omega_x \Delta\omega_y}{4\pi^2}} \times & \\ \times \exp\left[-i\left(\frac{2\pi}{M} pm + \frac{2\pi}{N} nq\right)\right]; & \\ \xi'_y(m\Delta x, n\Delta y) = \text{Im} \sum_{p=0}^{M-1} \sum_{q=0}^{N-1} p\Delta\omega_y \times & \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \times \zeta_{pq} \sqrt{P(p\Delta\omega_x, q\Delta\omega_y) \frac{\Delta\omega_x \Delta\omega_y}{4\pi^2}} \times & \\ \times \exp\left[-i\left(\frac{2\pi}{M} pm + \frac{2\pi}{N} nq\right)\right]; & \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \xi''_{xx}(m\Delta x, n\Delta y) = -\text{Re} \sum_{p=0}^{M-1} \sum_{q=0}^{N-1} (p\Delta\omega_x)^2 \times & \\ \times \sqrt{P(p\Delta\omega_x, q\Delta\omega_y) \frac{\Delta\omega_x \Delta\omega_y}{4\pi^2}} \times & \\ \times \exp\left[-i\left(\frac{2\pi}{M} pm + \frac{2\pi}{N} nq\right)\right]; & \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \xi''_{xy}(m\Delta x, n\Delta y) = -\text{Re} \sum_{p=0}^{M-1} \sum_{q=0}^{N-1} pq\Delta\omega_x \times & \\ \times \Delta\omega_y \zeta_{pq} \sqrt{P(p\Delta\omega_x, q\Delta\omega_y) \frac{\Delta\omega_x \Delta\omega_y}{4\pi^2}} \times & \\ \times \exp\left[-i\left(\frac{2\pi}{M} pm + \frac{2\pi}{N} nq\right)\right]; & \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \xi''_{yy}(m\Delta x, n\Delta y) = -\text{Re} \sum_{p=0}^{M-1} \sum_{q=0}^{N-1} (q\Delta\omega_y)^2 \times & \\ \times pq \sqrt{P(p\Delta\omega_x, q\Delta\omega_y) \frac{\Delta\omega_x \Delta\omega_y}{4\pi^2}} \times & \\ \times \exp\left[-i\left(\frac{2\pi}{M} pm + \frac{2\pi}{N} nq\right)\right]; & \\ m = 0, \dots, M-1, n = 0, \dots, N-1. & \end{aligned}$$

Это значительно ускоряет вычисления. Положения стационарных точек на поверхности при моделировании определяются путем нахождения узлов сетки, где происходит одновременное изменение знака функций:

$$\begin{cases} F_x(m, n) = \xi'_x(m\Delta x, n\Delta y) - \frac{m\Delta x}{h - \xi(m\Delta x, n\Delta y)}; \\ F_y(m, n) = \xi'_y(m\Delta x, n\Delta y) - \frac{n\Delta y}{h - \xi(m\Delta x, n\Delta y)}; \\ m = 0, \dots, M-1; n = 0, \dots, N-1. \end{cases}$$

При этом возможны ситуации, когда фиксация изменения знака у функций  $F_x(m, n)$  и  $F_y(m, n)$  происходит в соседних узлах сетки. Такие ситуации должны быть исключены путем следующей проверки. Пусть одновремен-

ное изменение знака функций  $F_x(m, n)$  и  $F_y(m, n)$  обнаружено в узлах  $(m_1, n_1)$  и  $(m_2, n_2)$ . Тогда, если выполняется условие

$$\max(|m_1 - m_2|, |n_1 - n_2|) \leq 1,$$

узел  $(m_1, n_1)$  исключается из множества возможных решений. Полученное таким прореживанием множество и есть множество стационарных точек.

В статье моделировалась двухмерная шероховатая поверхность, соответствующая размерам зоны, облучаемой антенной радиолокатора при высоте антенны над поверхностью  $H = 100$  м. Передатчик и приемник не меняли своего положения относительно поверхности. Сценарные параметры для моделирования были выбраны следующими: длина волны  $\lambda = 6.67$  см; ширина диаграммы направленности антенны  $\Delta\theta = 20^\circ$ ; радиус корреляции высот шероховатости поверхности  $L = 10$  м; шаг сетки на поверхности  $\Delta x = \Delta y = \lambda/4$ ; количество узлов в сетке  $M = N = 2048$ ; количество статистических испытаний (реализаций случайной поверхности)  $J = 1000$ . Спектральная плотность мощности шероховатой поверхности была взята равной

$$S(\omega_x, \omega_y) = \pi(\sigma L)^2 \exp\left[-(0.5\omega_x L)^2 - (0.5\omega_y L)^2\right],$$

где  $\sigma$  – среднеквадратическая высота поверхности.

В ходе моделирования при разных значениях среднеквадратической высоты поверхности  $\sigma$  оценивались средние мощности зеркальной  $P_{\text{зерк}}$  и диффузной  $P_{\text{диф}}$  компонент рассеянного сигнала:

$$\hat{P}_{\text{зерк}} = \left| J^{-1} \sum_{j=1}^J e^{(j)} \right|^2;$$

$$\hat{P}_{\text{диф}} = J^{-1} \sum_{j=1}^J \left( \left| e^{(j)} - J^{-1} \sum_{j=1}^J e^{(j)} \right|^2 \right),$$

где  $e^{(j)}$  – значение отраженного сигнала в  $j$ -м статистическом испытании. Для  $P_{\text{зерк}}$  и  $P_{\text{диф}}$  известны аналитические выражения [2]:

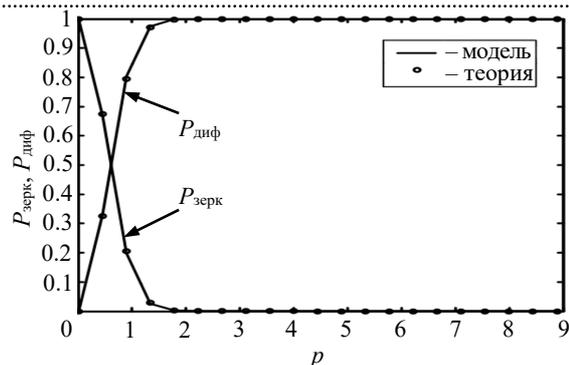


Рис. 2. Результаты моделирования  
Fig. 2. Simulation results

$$P_{\text{зерк}} = P_0 \exp\left[-2p^2\right];$$

$$P_{\text{диф}} = P_0 \left(1 - \exp\left[-2p^2\right]\right), \quad (5)$$

где  $P_0$  – мощность сигнала, отраженного от плоской поверхности;  $p = \sqrt{2}k\sigma$  – параметр шероховатости. Результаты моделирования приведены на рис. 2. Здесь точкам соответствуют оценки средних мощностей в предлагаемой модели сигнала и сплошные линии – расчетам  $P_{\text{зерк}}$  и  $P_{\text{диф}}$  по уравнениям (5). Значения мощностей на рисунке нормированы к  $P_0$ .

Как видно из рисунка, экспериментальные и теоретические зависимости совпали с высокой точностью. Предлагаемая модель значительно ускоряет процесс моделирования, поскольку не требует вычисления комплексных экспоненциальных функций для всех узлов сетки на поверхности, количество которых в математическом эксперименте было равно  $M \times N = 2^{22}$ . Комплексные экспоненты вычисляются только для стационарных точек, число которых зависит от параметров шероховатости  $s$  и  $L$ . При моделировании фиксировалось количество стационарных точек  $J$  для каждого статистического испытания. Оказалось, что даже при  $s = \lambda$  ( $p = 8.89$ )  $J$  редко принимает значения больше 2.

**Заключение.** В статье предложена математическая модель рассеянного двухмерной шероховатой поверхностью сигнала. В отличие от известных моделей рассеянный сигнал представлен суммой отражений от стационарных точек поверхности – точек, где локально выполняется закон зеркального отражения для заданного взаимного расположения приемника

и источника сигнала. Основная проблема при реализации модели состоит в нахождении координат стационарных точек. При заданной реализации шероховатой поверхности эта задача решается достаточно просто путем определения точек, где происходит изменение знака двух функций, нули которых соответствуют положениям точек стационарности фазы падающей на поверхность волны. Математический эксперимент показал, что предлагаемая модель значительно сокращает количество вычислений, поскольку для определения координат стационарных точек используются операции только с действительными числами, а количество стационарных точек даже при больших значениях среднеквадратической высоты по-

верхности редко бывает больше двух. Вместе с тем оценка средних мощностей зеркальной и диффузной компонент рассеянного сигнала с высокой точностью равна значениям этих величин известным из теории. Предлагаемая модель может быть использована для исследования точности пеленгаторов, работающих по низколетящим целям, высотометров, корреляционных и доплеровских измерителей скорости и угла сноса при любом типе распределения вероятностей высот шероховатости при условии, что поверхность дважды непрерывно дифференцируема и выполняются ограничения, лежащие в основе метода Кирхгофа как приближенного метода расчета дифракции электромагнитных волн на шероховатой поверхности.

### Список литературы

1. Зубкович С. Г. Статистические характеристики радиосигналов, отраженных от земной поверхности. М.: Сов. радио, 1968. 224 с.
2. Басс Ф. Г., Фукс И. М. Рассеяние волн на статистически неровной поверхности. М.: Наука, 1972. 424 с.
3. Кулемин Г. П., Рассказовский В. Б. Рассеяние миллиметровых волн поверхностью земли под малыми углами. Киев: Наукова думка, 1987. 232 с.
4. Tsang L., Kong J. A., Ding K.-H. Scattering of Electromagnetic Waves: Theories and Applications. New York: John Wiley & Sons, 2000. Vol. 1. 426 p.
5. Scattering of Electromagnetic Waves: Numerical Simulations / L. Tsang, J. A. Kong, K.-H. Ding, C. O. Ao. New York: John Wiley & Sons, 2001. Vol. 2. 705 p.
6. Tsang L., Kong J. A. Scattering of Electromagnetic Waves: Advance Topics. New York: John Wiley & Sons, 2001. Vol. 3. 413 p.
7. Сосновский А. А., Хаймович И. А. Радиоэлектронное оборудование летательных аппаратов: справ. М.: Транспорт, 1987. 256 с.
8. Авиационная радионавигация: справ. / А. А. Сосновский, А. И. Хаймович, Э. А. Лукин, И. Б. Максимов; под ред. А. А. Сосновского. М.: Транспорт, 1990. 263 с.
9. Островитянов Р. В., Басалов Ф. А. Теория радиолокации протяженных целей. М.: Радио и связь, 1992. 232 с.
10. Монаков А. А., Поваренкин Н. В. Оценка угла места низколетящей цели: синтез алгоритма оценки // Успехи современной радиоэлектроники. 2019. № 11. С. 20–28. doi: 10.18127/j20700784-201911-04
11. Axline R. M., Fung A. K. Numerical computation of scattering from a perfectly conducting random surface // IEEE Transactions on Antennas and Propagation. 1978. Vol. AP-26, № 3. P. 482–488. doi: 10.1109/TAP.1978.1141871
12. Oh Y., Sarabandi K. An improved numerical simulation of electromagnetic scattering from perfectly conducting random surfaces // Proc. of IEEE Antennas and Propagation Society Intern. Symp. and URSI National Radio Science Meeting. 1994. Vol. 3. P. 2024–2027. doi: 10.1109/APS.1994.408089
13. Леонтьев В. В., Бородин М. А. Усечение падающего поля в задаче рассеяния электромагнитных волн на случайных поверхностях конечной длины // Изв. вузов России. Радиоэлектроника. 2021. Т. 24, № 4. С. 48–56. doi: 10.32603/1993-8985-2021-24-4-48-56
14. Исимару А. Распространение и рассеяние волн в случайно-неоднородных средах. Т. 2: Многократное рассеяние, турбулентность, шероховатые поверхности и дистанционное зондирование. М.: Мир, 1981. 317 с.
15. Монаков А. А., Храменко Г. Н. Модель радиолокационных сигналов в случае двухмерной шероховатой поверхности // Радиотехника. 1997. № 12. С. 44–48.
16. Monakov A. A., Khramchenko G. N. Low Altitude Target Model for Radar Simulation // IEEE Transactions on Aerospace and Electronic Systems. 2002. Vol. 38, № 2. P. 668–675. doi: 10.1109/TAES.2002.1008995
17. Монаков А. А., Поваренкин Н. В. Оценка угла места низколетящей цели: математическая модель сигнала, рассеянного шероховатой поверхностью при скользких углах распространения // Успехи современной радиоэлектроники. 2019. № 11. С. 12–19. doi: 10.18127/j20700784-201911-03
18. Монаков А. А., Нестеров М. Ю. Статистические свойства сигналов радиовысотометра при отражении от шероховатой цилиндрической поверхности // Успехи современной радиоэлектроники. 2015. № 12. С. 51–66.

19. Monakov A. A., Nesterov M. Yu. Statistical properties of FMCW radar altimeter signals scattered from a rough cylindrical surface // IEEE Transactions on Aerospace and Electronic Systems. 2017. Vol. 53, № 1. P. 323–333. doi: 10.1109/TAES.2017.2650498

20. Brown G. S. The average impulse response of a rough surface and its applications // IEEE Transactions on Antennas and Propagation. 1977. Vol. AP-25, № 1. P. 67–74. doi: 10.1109/TAP.1977.1141536

21. Бородин М. А., Михайлов В. Н., Филиппова П. А. Математическая модель доплеровского спектра сигнала, рассеянного морской поверхностью, при скользящих углах облучения // Изв. вузов России. Радиоэлектроника. 2019. Т. 22, № 3. С. 63–73. doi: 10.32603/1993-8985-2019-22-3-63-73

22. Бородин М. А. Моделирование формы эхосигнала радиовысотомера // Изв. вузов России. Радиоэлектроника. 2022. Т. 25, № 4. С. 52–62. doi: 10.32603/1993-8985-2022-25-4-52-62

23. Аналитическая модель эхосигнала спутникового высотомера / Д. С. Боровицкий, А. Е. Жестерев, В. П. Ипатов, Р. М. Мамчур // Изв. вузов России. Радиоэлектроника. 2017. Т. 17, № 3. С. 39–45.

24. Эхосигнал спутникового высотомера с учетом доплеровского рассеяния / Д. С. Боровицкий, А. Е. Жестерев, В. П. Ипатов, Р. М. Мамчур // Изв. вузов России. Радиоэлектроника. 2017. Т. 17, № 3. С. 46–51.

25. Федорюк М. В. Асимптотика, интегралы и ряды. М.: Наука, 1987. 544 с.

### Информация об авторе

**Монаков Андрей Алексеевич** – доктор технических наук (2000), профессор (2005) кафедры радиотехнических систем Санкт-Петербургского государственного университета аэрокосмического приборостроения. Почетный машиностроитель РФ (2005), почетный работник высшего профессионального образования РФ (2006). Автор более 200 научных работ. Сфера научных интересов – радиолокация протяженных целей; цифровая обработка сигналов; радиолокаторы с синтезированной апертурой; исследование природных сред радиотехническими методами; управление воздушным движением.

Адрес: Санкт-Петербургский государственный университет аэрокосмического приборостроения, ул. Большая Морская, д. 67 А, Санкт-Петербург, 190000, Россия

E-mail: a\_monakov@mail.ru

<https://orcid.org/0000-0003-4469-0501>

### References

1. Zubkovich S. G. *Statisticheskie kharakteristiki radiosignalov, otrazhennykh ot zemnoy poverkhnosti* [Statistical Characteristics of Radio Signals Reflected from the Earth's Surface]. Moscow, *Sov. Radio*, 1968, 224 p. (In Russ.)

2. Bass F. G., Fuks I. M. *Wave Scattering from Statistically Rough Surfaces*. New York, Pergamon Press, 1979, 527 p.

3. Kulemin G. P., Rasskazovskii V. B. *Rasseyaniye millimetrovyykh voln poverkhnost'yu zemli pod malymi uglami* [Scattering of Millimeter Radio Waves at Small Grazing Angles]. Kiev, *Naukova dumka*, 1987, 232 p. (In Russ.)

4. Tsang L., Kong J. A., Ding K.-H. *Scattering of Electromagnetic Waves: Theories and Applications*. Vol. 1. New York, John Wiley & Sons, 2000, 426 p.

5. Tsang L., Kong J. A., Ding K.-H., Ao C. O. *Scattering of Electromagnetic Waves: Numerical Simulations*. Vol. 2. New York, John Wiley & Sons, 2001, 705 p.

6. Tsang L., Kong J. A. *Scattering of Electromagnetic Waves: Advance Topics*. Vol. 3. New York, John Wiley & Sons, 2001, 413 p.

7. Sosnovskii A. A., Khaimovich I. A. *Radiotekhnicheskoe oborudovanie letatel'nykh apparatov: sprav.* [Aircraft Radio Equipment Handbook]. Moscow, *Transport*, 1987, 256 p. (In Russ.)

8. Sosnovskii A. A., Khaimovich A. I., Lutin E. A., Maksimov I. B. *Aviatzionnaya radionavigatsiya* [Air Navigation Aids. Handbook]. Ed. A. A. Sosnovskii.

Moscow, *Transport*, 1990, 263 p. (In Russ.)

9. Ostrovityanov R. V., Basalov F. A. *Teoriya radiolokatsii protyazhennykh tselei* [Theory of Radar of Extended Targets]. Moscow, *Radio i svyaz'*, 1992, 232 p. (In Russ.)

10. Monakov A. A., Povarenkin N. V. Estimation of the Elevation Angle of the Low-Flying Target: Synthesis of an Estimation Algorithm. *J. Achievements of Modern Radioelectronics*. 2019, no. 11, pp. 20–28. doi: 10.18127/j20700784-201911-04

11. Axline R. M., Fung A. K. Numerical Computation of Scattering from a Perfectly Conducting Random Surface. *IEEE Transactions on Antennas and Propagation*. 1978, vol. AP-26, no. 3, pp. 482–488. doi: 10.1109/TAP.1978.1141871

12. Oh Y., Sarabandi K. An Improved Numerical Simulation of Electromagnetic Scattering from Perfectly Conducting Random Surfaces. *Proc. of IEEE Antennas and Propagation Society Intern. Symp. and URSI National Radio Science Meeting*. 1994, vol. 3, pp. 2024–2027. doi: 10.1109/APS.1994.408089

13. Leont'ev V. V., Borodin M. A. Tapering the Incident Field When Solving Problems of Electromagnetic Wave Scattering Over Finite-Size Random Surfaces. *J. of the Russian Universities. Radioelectronics*. 2021, vol. 24, no. 4, pp. 48–56. doi: 10.32603/1993-8985-2021-24-4-48-56 (In Russ.)

14. Ishimaru A. *Wave Propagation and Scattering in Random Media: Multiple Scattering, Turbulence,*

Rough Surfaces, and Remote Sensing. Pt. 2. New York, Academic, 1978, 317 p.

15. Monakov A. A., Khrumchenko G. N. Simulation Model of Radar Signals in Case of 2D Rough Surface. Radio Technique. 1997, no. 12, pp. 44–48. (In Russ.)

16. Monakov A. A., Khrumchenko G. N. Low Altitude Target Model for Radar Simulation. IEEE Transactions on Aerospace and Electronic Systems. 2002, vol. 38, no. 2, pp. 668–675. doi: 10.1109/TAES.2002.1008995

17. Monakov A. A., Povarenkin N. V. Estimation of the Elevation Angle of the Low Altitude Target: a Mathematical Model of the Signal Scattered by the Rough Surface at Sliding Propagation Angles. J. Achievements of Modern Radioelectronics. 2019, no. 11, pp. 12–19. doi: 10.18127/j20700784-201911-03 (In Russ.)

18. Monakov A. A., Nesterov M. Yu. Statistical Properties of Altimeter Signals Scattered From a Rough Cylindrical Surface. J. Achievements of Modern Radioelectronics. 2015, no. 12, pp. 51–66. (In Russ.)

19. Monakov A. A., Nesterov M. Yu. Statistical Properties of FMCW Radar Altimeter Signals Scattered from a Rough Cylindrical Surface. IEEE Transactions on Aerospace and Electronic Systems. 2017, vol. 53, no. 1, pp. 323–333. doi: 10.1109/TAES.2017.2650498

20. Brown G. S. The Average Impulse Response of a Rough Surface and Its Applications. IEEE Transactions on Antennas and Propagation. 1977, vol. AP-25, no. 1, pp. 67–74. doi: 10.1109/TAP.1977.1141536 (In Russ.)

21. Borodin M. A., Mikhaylov V. N., Filippova P. A. Doppler Spectrum Mathematical Model of Signal Scattering From Sea Surface at Low Grazing Angles. J. of the Russian Universities. Radioelectronics. 2019, vol. 22, no. 3, pp. 63–73. doi: 10.32603/1993-8985-2019-22-3-63-73 (In Russ.)

22. Borodin M. A. Simulating the Profile of a Radio Altimeter Echo Signal. J. of the Russian Universities. Radioelectronics. 2022, vol. 25, no. 4, pp. 52–62. doi: 10.32603/1993-8985-2022-25-4-52-62 (In Russ.)

23. Borovitsky D. S., Zhesterev A. E., Ipatov V. P., Mamchur R. M. Radar Altimeter Echo-Signal Analytical Model. J. of the Russian Universities. Radioelectronics. 2017, vol. 17, no. 3, pp. 39–45. (In Russ.)

24. Borovitsky D. S., Zhesterev A. E., Ipatov V. P., Mamchur R. M. The Space-Based Altimeter Echo-Signal when Doppler Scattering is taken Into Account. J. of the Russian Universities. Radioelectronics. 2017, vol. 17, no. 3, pp. 46–51. (In Russ.)

25. Fedoryuk M. V. *Asimptotika: integraly I ryady* [Asymptotic: Integrals and Series]. Moscow, Nauka, 1987, 544 p. (In Russ.)

#### Information about the author

**Andrey A. Monakov**, Dr Sci. (Eng.) (2000), Professor (2005) of the Department of Radio Engineering Systems of Saint Petersburg State University of Aerospace Instrumentation. Honored Mechanical Engineer of the Russian Federation (2005), Honored Worker of Higher Professional Education of the Russian Federation (2006). The author of more than 200 scientific publications. Area of expertise: extended radar targets; digital signal processing; synthetic aperture radar; remote sensing; air traffic control.

Address: Saint Petersburg State University of Aerospace Instrumentation, 67 A, Bolshaya Morskaya St., St Petersburg 190000, Russia

E-mail: [a\\_monakov@mail.ru](mailto:a_monakov@mail.ru)

<https://orcid.org/0000-0003-4469-0501>

---