

Прямые методы адаптации линейных и кольцевых антенных решеток в навигационных спутниковых системах

Е. И. Глушанков¹, В. И. Царик^{2✉}

¹Санкт-Петербургский государственный университет телекоммуникаций
им. проф. М. А. Бонч-Бруевича, Санкт-Петербург, Россия

²ООО "Эйртэго", Санкт-Петербург, Россия

✉ wladimirzarik@mail.ru

Аннотация

Введение. Одной из наиболее важных и актуальных задач современной спутниковой навигации является подавление помех, снижающих качество работы навигационных систем. Распространенным способом решения задачи компенсации помех является использование цифровых адаптивных пространственных фильтров. В зависимости от конкретной конфигурации радиотехнической системы при математическом описании методов цифровой обработки сигналов могут использоваться специфические вычислительные структуры, работа с которыми при практической реализации может быть осуществлена с использованием особых вычислительных алгоритмов. В частности, применение в радионавигационной системе центрально-симметричных линейных и кольцевых антенных решеток позволяет использовать для описания таких систем соответственно теплицевые и циркулянтные выборочные корреляционные матрицы и реализовывать обращение таких матриц в целях построения цифровых фильтров с помощью особых численных методов.

Цель работы. Сравнительный анализ работы алгоритмов пространственной обработки сигналов с оценением теплицевых и циркулянтных выборочных корреляционных матриц и численных методов обращения таких матриц, уточнение некоторых известных результатов в данной области.

Материалы и методы. Анализ работы алгоритмов проводился в среде MATLAB с использованием экспериментальных записей спутниковых навигационных сигналов и помех, полученных с помощью реальной радиотехнической системы.

Результаты. Получено новое выражение для построения выборочной оценки циркулянтной корреляционной матрицы. Приведены формулы, задающие модификацию численного алгоритма Барайсса обращения теплицевых матриц для случая комплексной эрмитовой матрицы. Посредством анализа результатов компьютерного моделирования выявлены алгоритмы, показавшие в поставленных экспериментах наилучшие характеристики. Время работы алгоритмов в случае теплицевой матрицы не превысило $2.5 \cdot 10^{-3}$ с, в случае циркулянтной – 0.04 с. Значения отношения несущей к шуму в обработанном сигнале составили не менее 46 дБ.

Заключение. Полученные формулы и проанализированные алгоритмы могут быть использованы при реализации адаптивной цифровой фильтрации спутниковых навигационных сигналов.

Ключевые слова: адаптивная цифровая фильтрация, формирование луча, выборочная корреляционная матрица, теплицева матрица, циркулянтная матрица, алгоритм Левинсона, алгоритм Барайсса, MATLAB

Для цитирования: Глушанков Е. И., Царик В. И. Прямые методы адаптации линейных и кольцевых антенных решеток в навигационных спутниковых системах // Изв. вузов России. Радиоэлектроника. 2023. Т. 26, № 1. С. 6–16. doi: 10.32603/1993-8985-2023-26-1-6-16

Конфликт интересов. Авторы заявляют об отсутствии конфликта интересов.

Статья поступила в редакцию 28.09.2022; принята к публикации после рецензирования 24.11.2022; опубликована онлайн 28.01.2023

Direct Adaption Methods for Linear and Circular Antenna Arrays

Evgeniy I. Glushankov¹, Vladimir I. Tsarik^{2✉}

¹Federal State Budget-Financed Educational Institution of Higher Education
"The Bonch-Bruевич St Petersburg State University of Telecommunications",
St Petersburg, Russia

²LLC "Airtago", St Petersburg, Russia

✉ wladimirzarik@mail.ru

Abstract

Introduction. The mitigation of interferences that degrade the performance of navigation systems constitutes one of the most significant problems of contemporary satellite navigation. This problem is conventionally solved using digital adaptive space filters. Depending on a particular radio technical system, the mathematical description of digital signal processing methods may involve specific calculation structures implemented using specific calculation algorithms. For example, the use of centrosymmetric linear and circular antenna arrays in a radio navigation system allows the description of such systems in terms of Toeplitz and circulant sample covariance matrices, respectively, and the inversion of such matrices by means of special numerical methods in order to design a digital filter.

Aim. A comparative analysis of the performance of space signal processing algorithms is carried out along with an estimation of Toeplitz and circulant sample covariance matrices and numerical methods of their inversion. The previously obtained results in this field are clarified.

Materials and methods. An analysis of algorithm performance was carried out in the MATLAB environment using experimental recordings of satellite navigation signals and jammers obtained by an actual radio technical system.

Results. A new expression was derived for estimating circulant sample covariance matrices. Formulae that describe a modification of the Bareiss numerical Toeplitz matrix inversion algorithm for the case of complex Hermitian matrix were introduced. An analysis of the results of computer simulation allowed the algorithms with the highest performance to be indicated. The amount of time taken by the algorithms based on Toeplitz and circulant matrices did not exceed $2.5 \cdot 10^{-3}$ s and 0.04 s, respectively. The carrier-to-noise ratio in the processed signal was at least 46 dB.

Conclusion. The formulae obtained and the algorithms analyzed can be used when implementing adaptive digital filtering of satellite navigation signals.

Keywords: adaptive digital filtering, beamforming, sample covariance matrix, Toeplitz matrix, circulant matrix, Levinson algorithm, Bareiss algorithm, MATLAB

For citation: Glushankov E. I., Tsarik V. I. Direct Adaption Methods for Linear and Circular Antenna Arrays. Journal of the Russian Universities. Radioelectronics. 2023, vol. 26, no. 1, pp. 6–16. doi: 10.32603/1993-8985-2023-26-1-6-16

Conflict of interest. The authors declare no conflicts of interest.

Submitted 28.09.2022; accepted 24.11.2022; published online 28.01.2023

Введение. Глобальные навигационные спутниковые системы на протяжении уже достаточно долгого времени являются неотъемлемой частью жизни человека. Изначально создававшиеся как средства военной навигации, спутниковые системы постепенно нашли весьма широкое применение в технологиях гражданской направленности. В связи с расширением области применения спутниковых навигационных технологий увеличивается и перечень

требований, предъявляемых к их реализации. Одним из основных, весьма важным и актуальным требованием является обеспечение помехозащищенности спутниковой навигации. Вблизи земной поверхности излучаемые спутниками сигналы имеют достаточно малую мощность и потому являются уязвимыми для воздействия помех различной природы. В результате искажения помехами спутниковый сигнал может потерять значительную часть

навигационной информации, которую он несет. В связи с этим большой интерес вызывает задача компенсации помех в спутниковом навигационном сигнале [1].

Одним из способов увеличения помехозащищенности спутниковой радионавигационной системы является адаптивная цифровая пространственная фильтрация поступающего на вход системы сигнала. В большинстве применяемых для режекции помех цифровых фильтров с конечной импульсной характеристикой для ее вычисления используется выборочное приближение поканальной корреляционной матрицы (КМ) входного сигнала [2]. Существует большое количество различных способов вычисления выборочной КМ, каждый из которых имеет свои преимущества и недостатки [3]. При этом выборочная КМ может также обладать определенной структурой, которая зависит от формы используемой в радиотехнической системе антенной решетки (АР) [4]. В данной статье анализируются некоторые известные результаты, связанные с приближением выборочных КМ к матрицам особого вида, а также предлагается новая формула для аппроксимации выборочных КМ в кольцевых эквидистантных АР. Кроме того, в цифровых алгоритмах пространственной обработки сигналов используется не сама КМ входного сигнала, а матрица, обратная к ней. Вычислить обратную матрицу в общем случае можно многими различными способами, однако если исходная матрица обладает определенной структурой, то можно использовать специальные алгоритмы численного обращения, позволяющие упростить и ускорить вычисления. В данной статье приводится сравнительный анализ нескольких алгоритмов обращения теплицевых и циркулянтных выборочных КМ, которые возникают в задачах цифровой фильтрации при использовании линейных и кольцевых АР. В частности, анализируется работа одного из методов обращения теплицевых матриц – алгоритма Барайсса [5], который до настоящего времени не использовался в задачах адаптации АР, а также приводятся формулы, определяющие одну из модификаций этого алгоритма, соответствующую случаю эрмитовой теплицевой матрицы.

Сравнение работы всех алгоритмов проводится с использованием экспериментально записанных сигналов от спутников и помех в реальной спутниковой радиотехнической системе.

Постановка задачи фильтрации. Задача адаптивной пространственной фильтрации сигналов ставится следующим образом. В плоскости Oxy (рис. 1) располагается (линейная или кольцевая) эквидистантная АР, состоящая из N антенных элементов (АЭ). Центр масс АР совпадает с началом координат. Расстояние между соседними АЭ равно половине длины волны приходящего на решетку сигнала. В верхнем полупространстве ($z > 0$) находятся один источник полезного сигнала и один источник широкополосной помехи. На входе АР присутствует входной сигнал $x \in \mathbb{C}^{N \times K}$, где K – количество временных отсчетов сигнала, который представляет собой аддитивную смесь полезного сигнала, шума и помехи, причем уровень помехи выше уровня полезного сигнала, который, в свою очередь, выше уровня шума. Такая сигнально-помеховая ситуация наиболее характерна для навигационных спутниковых систем. Требуется построить адаптивный пространственный фильтр, выходной сигнал $y \in \mathbb{C}^K$ которого представляет собой полезный сигнал, выделенный из смеси с помехой и шумом.

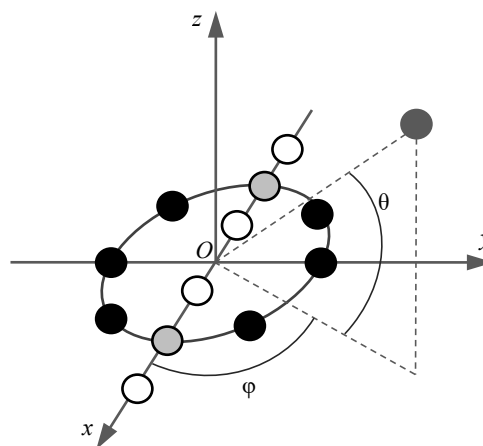


Рис. 1. Взаимное расположение кольцевой (черные и светло-серые круги) и линейной (белые и светло-серые круги) антенных решеток и источника сигнала или помехи (темно-серый круг)

Fig. 1. Mutual displacement of a circular (black and light grey circles) and a linear (white and light grey circles) antenna arrays and a signal or interference source (dark grey circle)

Существует много различных методов построения фильтров, решающих поставленную задачу. В описываемой работе в качестве алгоритма фильтрации используется так называемый метод формирования луча (*англ.* beam-forming) [2]. При использовании этого метода выходной сигнал y получается из входного x умножением на вектор весовых коэффициентов (ВВК) w : $y = w^T x$, где T – знак транспонирования. Вектор w , в свою очередь, формируется с использованием обращенной КМ R^{-1} входного сигнала x по следующей формуле:

$$w = \frac{R^{-1}a(\varphi, \theta)}{a(\varphi, \theta)^H R^{-1}a(\varphi, \theta)},$$

где H – знак эрмитова сопряжения; $a(\varphi, \theta)$ – управляющий вектор АР по направлению, заданному долготой φ и широтой θ (рис. 1), вычисляемый по формуле

$$a(\varphi, \theta) = \exp\left\{i \frac{2\pi}{\lambda} uv\right\}.$$

Здесь i – мнимая единица; $\lambda = 0.19$ м – длина волны полезного сигнала, соответствующая центральной частоте сигнала GPS L1; $u \in \mathbb{R}^{N \times 3}$ – матрица декартовых координат АЭ;

$$v = \begin{pmatrix} \cos \theta \cos \varphi \\ \cos \theta \sin \varphi \\ \sin \theta \end{pmatrix}.$$

С учетом того, что направления φ и θ на полезный сигнал априори неизвестны, оптимальные весовые коэффициенты определяются из условия максимизации коэффициента подавления помехи (КП), равного отношению мощностей входного и выходного сигналов фильтра [6].

Обычно в приложениях для построения ВВК используется не сама КМ входного сигнала, которую фактически невозможно вычислить вследствие конечной длительности входного сигнала, а некоторая ее аппроксимация, построенная по ограниченному количеству отсчетов сигнала. Одна из целей описываемой работы – исследование различных способов приближения КМ в линейных и кольцевых АР, а также методов построения ВВК алгоритма

формирования луча с данными КМ и качества работы соответствующих им адаптивных пространственных фильтров.

Аппроксимация КМ. В [4] показано, что КМ определенных видов АР имеют особую структуру. Например, КМ линейной АР является теплицевой, т. е. матрицей с постоянными диагоналями. В свою очередь, КМ кольцевой АР является циркулянтной, т. е. составленной из циклических сдвигов некоторого вектора. Нетрудно убедиться в том, что любая циркулянтная матрица по определению также является теплицевой.

Естественно предположить, что выборочные аппроксимации КМ особого вида будут иметь такую же структуру, как и сами КМ. Однако на практике это не всегда оказывается так. Например, при использовании наиболее распространенной формулы построения выборочной КМ

$$\hat{R} = \frac{1}{K} x x^H \quad (1)$$

полученное приближение не будет обладать той же структурой, какую имела исходная КМ [4]. Следовательно, для сохранения структуры исходной матрицы y выборочной КМ необходимо использовать особые методы построения аппроксимирующих матриц.

Для построения выборочных теплицевых КМ линейных АР в [4] используется формула

$$\hat{r}_{ij} = \begin{cases} \frac{1}{N_0 [N - (j - i)]} \sum_{k=1}^{N_0} \sum_{l=0}^{N - (j - i) + 1} x_{1+l,k} x_{j-i+1+l,k}^*; & i \leq j; \\ \hat{r}_{ji}^*, & i > j, \end{cases}$$

где N_0 – количество отсчетов сигнала, используемых для аппроксимации; верхний индекс * обозначает комплексное сопряжение; $i = 1, \dots, N$. Используя обозначение $s = j - i$ данную формулу можно переписать следующим образом:

$$\hat{r}_{ij} = \begin{cases} \frac{1}{N_0 (N - s)} \sum_{k=1}^{N_0} \sum_{l=1}^{N-s} x_{lk} x_{l+s,k}^*, & s \geq 0; \\ \hat{r}_{-s}^*, & s < 0. \end{cases}$$

Эта формула имеет следующий смысл. Сначала элементы выборочной матрицы строятся по стандартной формуле (1). Затем по верхнетреугольной части матрицы $\hat{R}$ вычисляется набор средних значений по каждой из диагоналей и далее по этому набору стандартным образом строится эрмитова теплицева матрица, т. е. диагонали верхнетреугольной части матрицы заполняются значениями полученного усреднения набора, а диагонали нижнетреугольной части – сопряженными им значениями. Полученная таким образом эрмитова теплицева выборочная матрица представляет собой асимптотически несмещенную и состоятельную оценку соответствующей КМ, но она гарантированно положительно определена только при $N = 2$ [3].

Получим уточненную по сравнению с [4] формулу для построения сопряженной циркулянтной выборочной КМ круговой АР. Так, комплексная матрица будет эрмитовой и циркулянтной, если она будет иметь, например, следующий вид для случая $N = 5$:

$$\begin{pmatrix} \hat{r}_0 & \hat{r}_1 & \hat{r}_2 & \hat{r}_2^* & \hat{r}_1^* \\ \hat{r}_1^* & \hat{r}_0 & \hat{r}_1 & \hat{r}_2 & \hat{r}_2^* \\ \hat{r}_2^* & \hat{r}_1^* & \hat{r}_0 & \hat{r}_1 & \hat{r}_2 \\ \hat{r}_2 & \hat{r}_2^* & \hat{r}_1^* & \hat{r}_0 & \hat{r}_1 \\ \hat{r}_1 & \hat{r}_2 & \hat{r}_2^* & \hat{r}_1^* & \hat{r}_0 \end{pmatrix}. \quad (2)$$

Для случая, например, $N = 6$ искомая матрица должна иметь вид

$$\begin{pmatrix} \hat{r}_0 & \hat{r}_1 & \hat{r}_2 & \hat{r}_3 & \hat{r}_2^* & \hat{r}_1^* \\ \hat{r}_1^* & \hat{r}_0 & \hat{r}_1 & \hat{r}_2 & \hat{r}_3 & \hat{r}_2^* \\ \hat{r}_2^* & \hat{r}_1^* & \hat{r}_0 & \hat{r}_1 & \hat{r}_2 & \hat{r}_3 \\ \hat{r}_3 & \hat{r}_2^* & \hat{r}_1^* & \hat{r}_0 & \hat{r}_1 & \hat{r}_2 \\ \hat{r}_2 & \hat{r}_3 & \hat{r}_2^* & \hat{r}_1^* & \hat{r}_0 & \hat{r}_1 \\ \hat{r}_1 & \hat{r}_2 & \hat{r}_3 & \hat{r}_2^* & \hat{r}_1^* & \hat{r}_0 \end{pmatrix}. \quad (3)$$

Также в данном случае существенным для эрмитовости матрицы будет условие $\hat{r}_3 \in \mathbb{R}$.

Из представлений (2) и (3) очевидно, что количество уникальных значений для построения циркулянтной выборочной КМ как теплицевой равно $M = \lfloor N/2 \rfloor + 1$, где $\lfloor \cdot \rfloor$ обозначает округление вниз до ближайшего целого числа. Этот факт можно дополнительно подтвердить с использованием математической индукции по

порядку матрицы. Остальные $N - M$ значений получаются с помощью комплексного сопряжения. При этом для четных N также должно выполняться условие $\hat{r}_{M-1} \in \mathbb{R}$. В связи с этим формула для построения циркулянтной выборочной КМ приобретает вид

$$\hat{r}_s = \begin{cases} \frac{1}{N_0(N-s)} \sum_{k=1}^{N_0} \sum_{l=1}^{N-s} x_{lk} x_{l+s,k}^*, s = 0, \dots, M-1; \\ \frac{1}{N_0(N-s)} \left| \sum_{k=1}^{N_0} \sum_{l=1}^{N-s} x_{lk} x_{l+s,k}^* \right|, (s=M-1) \wedge (N:2); \\ \hat{r}_{N-s}^*, s = M, \dots, N-1, \\ \hat{r}_{-s}^*, s < 0. \end{cases}$$

Обращение теплицевых и циркулянтных матриц. Как уже отмечалось, особая структура матрицы позволяет при выполнении некоторых операций с ней применять специальные вычислительные алгоритмы. Рассмотрим некоторые численные методы обращения теплицевых и циркулянтных матриц и проанализируем их работу.

Наиболее известный численный метод обращения циркулянтной матрицы основан на том факте, что такая матрица диагонализуется с помощью матрицы дискретного преобразования Фурье (далее – ДПФ), а именно для циркулянтной матрицы A порядка N , образованной вектором $\mathbf{a}$, справедливо равенство

$$A = \frac{1}{N} F_N^H \text{diag}\{F_N \mathbf{a}\} F_N, \quad (4)$$

где F_N – матрица Фурье порядка N , составленная из элементов

$$(f_N)_{kj} = \exp\left\{\frac{2\pi i}{N} kj\right\}, k, j = 1, \dots, N;$$

$\text{diag}\{z\}$ – диагональная матрица, составленная из компонент вектора $\mathbf{z}$ [7]. Иными словами, вектор собственных чисел матрицы A равен ДПФ образующего вектора $\mathbf{a}$. Это позволяет применить для вычисления элементов диагональной матрицы из (4) быстрый алгоритм ДПФ (далее – БПФ). При реализации БПФ для анализа приведенного алгоритма обращения циркулянтной матрицы в рамках описываемой работы был использован алгоритм БПФ Кули–Тьюки, использующий представление преобра-

зования длины, равной составному числу, в виде многократного выполнения преобразований с меньшими длинами, равными делителям длины исходных данных [8]. Дополнительно упростить вычисления при выполнении БПФ позволяет тот факт, что (4) содержит много тривиальных умножений, а также умножений на так называемые поворачивающие множители ДПФ – комплексные корни из единицы, которые при известном N можно вычислить заранее и записать в память ЭВМ для многократного использования. Далее в тексте этот алгоритм обращения матрицы будет обозначаться как алгоритм с БПФ.

Многие методы поиска обратной теплоцевой матрицы относятся к одному из двух больших классов: алгоритмы типа Левинсона и алгоритмы типа Шура. Различие между ними состоит в том, что методы типа Левинсона основываются на разложении матрицы, обратной к искомой, а методы типа Шура – на разложении самой рассматриваемой матрицы. При этом практические и теоретические результаты показывают, что, как правило, алгоритмы типа Шура обладают гораздо большей численной устойчивостью, чем алгоритмы типа Левинсона [9]. В данной статье будет рассмотрено по одному алгоритму из каждой группы.

В качестве алгоритма типа Левинсона был выбран метод, предложенный Воеводиным и Тыртышниковым в [7] (далее – алгоритм ВТ), являющийся модификацией подходов Левинсона, Дурбина и Тренча, восходящих, в свою очередь, к методу рекурсии Левинсона–Дурбина [10]. Алгоритм заключается в итерационном вычислении первого столбца искомой обратной матрицы по первому столбцу исходной эрмитовой теплоцевой матрицы и последующим восстановлением всей результирующей матрицы по вычисленному первому столбцу. Пусть $a = (a_0, \dots, a_{N-1})^T$ – первый столбец известной эрмитовой теплоцевой матрицы A порядка N ; p_0 – произвольное ненулевое число; $\tilde{x}_0^{(0)} = 1/(a_0 p_0)$. Тогда первый столбец матрицы, обратной к A , получается в результате выполнения следующей итерационной процедуры для $k = 1, \dots, N-1$:

$$\tilde{s}_k = -p_{k-1} \left(a_k \tilde{x}_0^{(k-1)} + \dots + a_1 \tilde{x}_{k-1}^{(k-1)} \right);$$

$$p_k = \frac{p_{k-1}}{1 - |\tilde{s}_k|^2};$$

$$\begin{pmatrix} \tilde{x}_0^{(k)} \\ \vdots \\ \tilde{x}_k^{(k)} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \tilde{x}_0^{(k-1)} \\ \vdots \\ \tilde{x}_{k-1}^{(k-1)} \\ 0 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} 0 \\ \left(\tilde{x}_{k-1}^{(k-1)} \right)^* \\ \vdots \\ \left(\tilde{x}_0^{(k-1)} \right)^* \end{pmatrix} \tilde{s}_k.$$

Матрица A^{-1} , в свою очередь, вычисляется с использованием вектора $\tilde{x} = p_{N-1} \tilde{x}^{(N-1)}$ по следующей формуле:

$$A^{-1} = \frac{1}{\tilde{x}_0} \times \left[\begin{pmatrix} \tilde{x}_0 & 0 & \dots & 0 \\ \tilde{x}_1 & \tilde{x}_0 & \ddots & \vdots \\ \vdots & \ddots & \ddots & 0 \\ \tilde{x}_{N-1} & \dots & \tilde{x}_1 & \tilde{x}_0 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \tilde{x}_0 & \tilde{x}_1 & \dots & \tilde{x}_{N-1} \\ 0 & \tilde{x}_0 & \ddots & \vdots \\ \vdots & \ddots & \ddots & \tilde{x}_1 \\ 0 & \dots & 0 & \tilde{x}_0 \end{pmatrix} - \begin{pmatrix} 0 & 0 & \dots & 0 \\ \tilde{x}_{N-1} & 0 & \ddots & \vdots \\ \vdots & \ddots & \ddots & 0 \\ \tilde{x}_1 & \dots & \tilde{x}_{N-1} & 0 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 0 & \tilde{x}_{N-1} & \dots & \tilde{x}_1 \\ 0 & 0 & \ddots & \vdots \\ \vdots & \ddots & \ddots & \tilde{x}_{N-1} \\ 0 & \dots & 0 & 0 \end{pmatrix} \right].$$

Сложность приведенного алгоритма можно оценить как $O(N^2)$ операций сложения и умножения.

Второй метод обращения теплоцевых матриц, который рассматривается в рамках описываемой работы, – алгоритм Барайсса, относящийся к алгоритмам типа Шура [5, 9]. Данный метод заключается в построении представления исходной матрицы в виде произведения верхне- и нижнетреугольной матриц L и U последовательным удалением из исходной матрицы лишних диагоналей. При этом оригинальный алгоритм Барайсса допускает модификацию, при которой становится возможным одновременное вычисление матриц L^{-1} и U^{-1} , позволяющих построить матрицу, обратную к искомой. Формулы, задающие модифицированный алгоритм Барайсса для вещественного случая, приведены в [11]. Далее приводится

алгоритм с формулами, распространенными на случай комплексных эрмитовых теплицевых матриц. Пусть $A^{(0)} = A$ – исходная матрица; $M^{(0)} = E_N$ – единичная матрица порядка N . Итерационная процедура алгоритма Барайсса имеет следующий вид для $i = 1, \dots, N-1$:

$$m = \frac{a_{i+1,1}^{(-i+1)}}{a_{NN}^{(-i+1)}};$$

$$(Z_i)_{kl} = \begin{cases} 1, l = k + i; \\ 0 - \text{иначе;} \end{cases}$$

$$A^{(-i)} = A^{(-i+1)} - mZ_iA^{(i-1)};$$

$$A^{(i)} = \text{rot}\left[\left(A^{(-i)}\right)^*\right];$$

$$M^{(-i)} = M^{(-i+1)} - mZ_iM^{(i-1)};$$

$$M^{(i)} = \text{rot}\left[\left(M^{(-i)}\right)^*\right],$$

где $\text{rot}[Z]$ обозначает матрицу, полученную из матрицы Z поворотом ее элементов на 180° вокруг ее центра, т. е.

$$\{\text{rot}[Z]\}_{ij} = z_{N-i+1, N-j+1} \quad (i, j = 1, \dots, N).$$

После выполнения всех итераций алгоритма искомые матрицы вычисляются по следующим формулам:

$$U = A^{(1-N)};$$

$$L = \left\{ \text{diag} \left[\left(\frac{1}{a_{11}^{(N-1)}}, \dots, \frac{1}{a_{NN}^{(N-1)}} \right) \right] A^{(N-1)} \right\}^{T2};$$

$$U^{-1} = \left\{ \text{diag} \left[\left(\frac{1}{a_{11}^{(N-1)}}, \dots, \frac{1}{a_{NN}^{(N-1)}} \right) \right] M^{(N-1)} \right\}^{T2};$$

$$L^{-1} = M^{(1-N)},$$

где верхний индекс $T2$ обозначает транспонирование относительно побочной диагонали, т. е.

$$(Z^{T2})_{ij} = z_{N-j+1, N-i+1} \quad (i, j = 1, \dots, N).$$

Общая сложность вычислений по приведенной схеме составляет $3N^2 + O(N)$ операций. Вычислительные свойства алгоритма Барайсса

схожи с характеристиками метода Гаусса без выбора главного элемента. В частности, алгоритм Барайсса численно устойчив для положительно определенных симметричных теплицевых матриц, что делает его лучшим с вычислительной точки зрения по сравнению с алгоритмом Левинсона [11, 12]. Также при решении некоторых практических задач общее качество работы алгоритма Барайсса оказывается выше, чем у алгоритма с БПФ [13].

Компьютерное моделирование. Для анализа работы описанных ранее алгоритмов построения выборочных КМ и их обращения были проведены эксперименты по обработке в среде MATLAB экспериментальных записей реальных спутниковых сигналов с широкополосной помехой. При записи сигналов АР источники полезного сигнала и помехи находились в безэховой экранированной камере, спутниковый сигнал принимался на крыше здания и подавался в камеру через систему кабелей. В результате проведения нескольких экспериментов с линейными и кольцевыми АР с разным количеством АЭ были получены записи сигналов, состоящих из смеси помех, полезных сигналов спутников и шумов, уровни которых соответствуют определенным при постановке задачи фильтрации.

Далее записи сигналов, имеющие вид дискретных последовательностей временных отсчетов, были подвергнуты цифровой обработке. По полученным отсчетам сигналов строились выборочные КМ в соответствии с приведенными ранее формулами, на их основе формировались ВВК адаптивных фильтров, с помощью которых производилась обработка записей. Далее результирующий сигнал подавался на вход программного приемника спутниковых навигационных сигналов SoftGNSS [14], где обработанная запись проверялась на наличие навигационного сигнала и его качество. При построении ВВК посредством обращения выборочных КМ измерялись: время работы каждого из алгоритмов обращения (с помощью встроенной в MATLAB функции); количество операций сложения и умножения, выполненных алгоритмом. При адаптивной обработке записей сигналов измерялись: средняя амплитуда до обработки; средняя амплитуда после

обработки; КП помехи. При обработке отфильтрованных записей программным приемником измерялось среднее отношение несущая/шум (C/N_0) для спутника, которому соответствует наибольший из максимумов корреляции входного сигнала с локально генерируемыми опорными C/A -кодами. В приемнике SoftGNSS значения C/N_0 вычислялись с помощью метода суммирования дисперсии [15].

У всех полученных сигналов средняя амплитуда до фильтрации получилась равной примерно 49.6 дБ. Значения остальных измерявшихся параметров можно видеть на рис. 2–9. Из представ-

ленных на данных рисунках результатов экспериментов можно сделать следующие выводы.

Из рис. 2–6 следует, что использование для адаптивной пространственной фильтрации алгоритма формирования луча решает поставленную задачу: после обработки полезный сигнал выделяется из смеси с помехой и шумом (что видно из больших значений КП на рис. 4 и 5 и малых значений амплитуды выходного сигнала на рис. 6).

Из рис. 2 и 3 также видно, что при использовании аппроксимации КМ значения C/N_0 после фильтрации в целом незначительно уступают

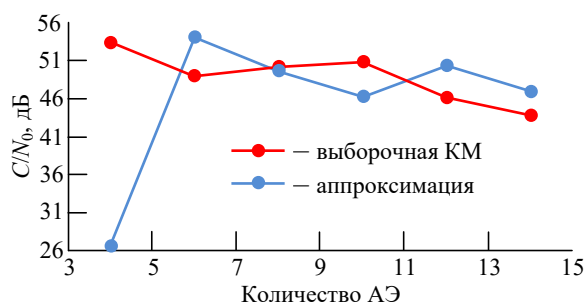


Рис. 2. Значения C/N_0 , полученные в различных экспериментах с кольцевой АР

Fig. 2. C/N_0 values that were obtained in different experiments with a circular antenna array

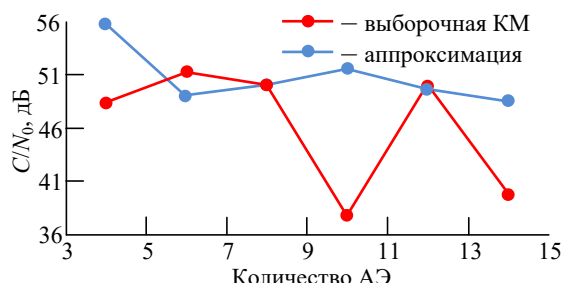


Рис. 3. Значения C/N_0 , полученные в различных экспериментах с линейной АР

Fig. 3. C/N_0 values that were obtained in different experiments with a linear antenna array

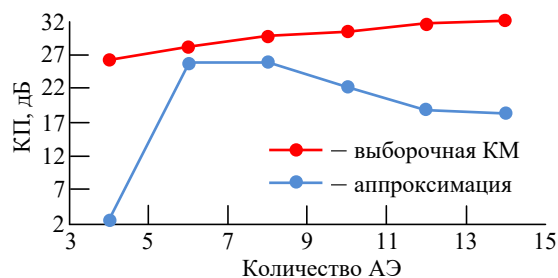


Рис. 4. Значения КП, полученные в различных экспериментах с кольцевой АР

Fig. 4. Suppression coefficient values that were obtained in different experiments with a circular antenna array

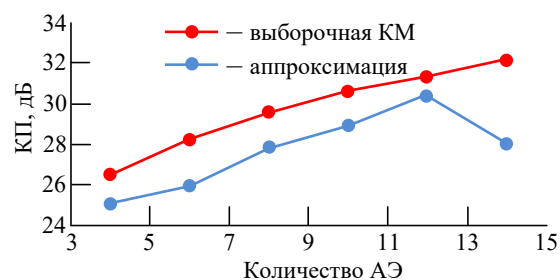


Рис. 5. Значения КП, полученные в различных экспериментах с линейной АР

Fig. 5. Suppression coefficient values that were obtained in different experiments with a linear antenna array

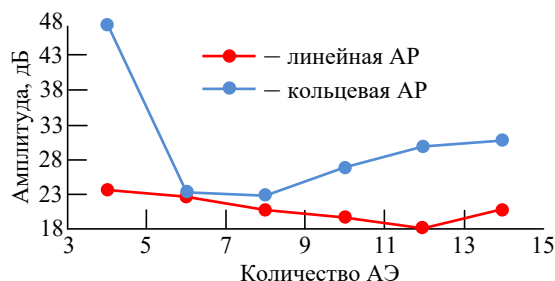


Рис. 6. Средние значения амплитуды сигнала после обработки в различных экспериментах с аппроксимированными КМ

Fig. 6. Mean signal magnitude values after processing in different experiments with approximated correlation matrices

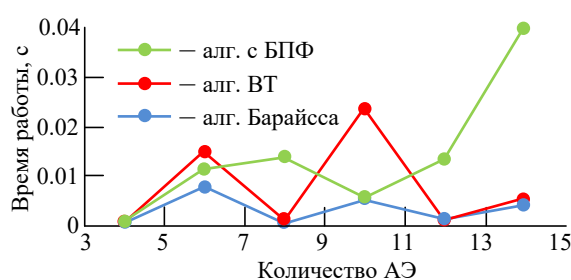


Рис. 7. Время работы алгоритмов обращения матриц в разных экспериментах с кольцевой АР

Fig. 7. Work time of matrix inversion algorithms in different experiments with a circular antenna array

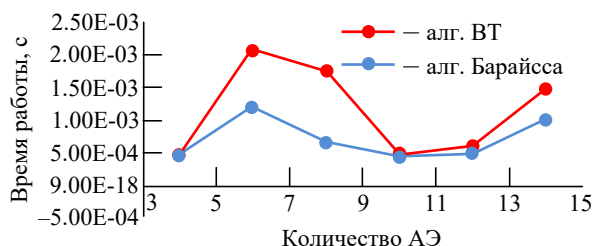


Рис. 8. Время работы алгоритмов обращения матриц в разных экспериментах с линейной АР

Fig. 8. Work time of matrix inversion algorithms in different experiments with a linear antenna array

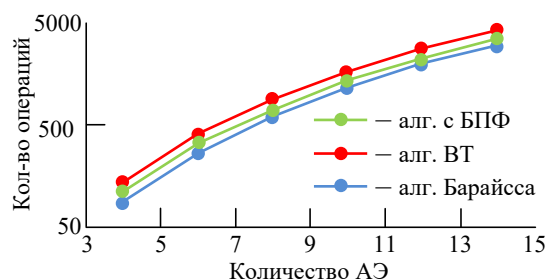


Рис. 9. Количество операций, выполняемых алгоритмами обращения в различных экспериментах

Fig. 9. Number of operations that were executed by inversion algorithms in different experiments

случаю применения исходной выборочной КМ, а в некоторых экспериментах оказываются даже лучше. Это свидетельствует о несущественном ухудшении параметров фильтра при использовании приближенных КМ. Исключение составляет случай четырехэлементной кольцевой АР: алгоритм почти не компенсирует помеху, что видно из соответствующих значений КП и амплитуды выходного сигнала на рис. 4 и 6. Также обращает на себя внимание постепенное снижение КП в экспериментах с кольцевыми АР на рис. 4 и постепенное повышение выходной амплитуды у кольцевых АР на рис. 6 при росте числа АЭ. В экспериментах с линейными АР данные характеристики ведут себя противоположным образом, что видно из рис. 5 и 6. Отсюда следует, что описанная в данной статье аппроксимация циркулянтной выборочной КМ приемлема только для АР с количеством АЭ от 6 до 10. Увеличение же количества АЭ кольцевой АР до 8 и более приводит к росту погрешности аппроксимации выборочной КМ и, как следствие, неэффективно в плане повышения помехоустойчивости. При этом стоит также отметить общее снижение C/N_0 при росте числа АЭ у обоих типов АР, наблюдаемое на рис. 2 и 3.

Согласно данным, представленным на рис. 7–9, с точки зрения быстродействия (по времени работы и количеству операций) оптимальным в проведенных экспериментах оказался алгоритм Барайсса. Алгоритм ВТ и алгоритм, использующий БПФ, показывают в среднем примерно одинаковое время работы, что видно из рис. 7, но по количеству операций первый уступает второму, как можно видеть из рис. 9.

Закключение. В данной статье описана работа нескольких алгоритмов построения выборочных КМ особой структуры, а также алгоритмов численного обращения таких матриц, которые могут быть применены при решении задач адаптивной обработки спутниковых навигационных сигналов. Из результатов компьютерного моделирования с использованием реальных спутниковых сигналов следует, что в целом все исследуемые алгоритмы пригодны для решения соответствующих задач и практической реализации. При использовании кольцевых АР с количеством АЭ, равным 6, 8 или 10, для построения ВВК адаптивных фильтров можно использовать аппроксимацию выборочной КМ как циркулянтной. Для остальных случаев следует использовать приближение в виде теплоцевой матрицы. Для максимального ускорения вычислений матрицы, обратной к эрмитовой теплоцевой, следует использовать алгоритм Барайсса.

Список литературы

1. Sklar J. R. Interference mitigation approaches for the global positioning system // Lincoln Laboratory J. 2003. Vol. 14, no. 2. P. 167–180.
2. Van Trees H. L. Optimum Array Processing. Part IV of Detection, Estimation and Modulation Theory. New York: John Wiley and Sons, 2002. 1472 p.
3. Семеняка А. В., Рачков Д. С., Леховицкий Д. И. О методах оценивания теплоцевых корреляционных матриц в задачах адаптивной пространственно-временной обработки сигналов // Прикладная радиоэлектроника. 2011. Т. 10, № 4. С. 441–447.
4. Adaptation of Antenna Arrays with Using Correlation Matrices of a Special Types / E. I. Glushankov, D. I. Kirik, D. M. Kirsanov, E. A. Rylov // Systems of Signal Synchronization, Generating and Processing in Telecommunications (SYNCHROINFO), Svetlogorsk, Kaliningrad, 30 June–02 July 2021. IEEE, 2021. P. 1–5. doi: 10.1109/SYNCHROINFO51390.2021.9488331

5. Bareiss E. H. Numerical Solution of Linear Equations with Toeplitz and Vector Toeplitz Matrices // *Numerische Mathematik*. 1969. Vol. 13, iss. 5. P. 404–424. doi: 10.1007/BF02163269

6. ГЛОНАСС. Принципы построения и функционирования / под ред. А. И. Перова, В. Н. Харисова. 3-е изд., перераб. М.: Радиотехника, 2005. 688 с.

7. Воеводин В. В., Тыртышников Е. Е. Вычислительные процессы с треугольными матрицами. М.: Наука, 1987. 320 с.

8. Blahut R. E. Fast Algorithms for Signal Processing. New York: Cambridge University Press, 2010. 453 p.

9. Heinig G., Rost K. Fast Algorithms for Toeplitz and Hankel matrices // *Linear Algebra and its Applications*. 2011. Vol. 435, iss. 1. P. 1–59. doi: 10.1016/j.laa.2010.12.001

10. Heinig G., Rost K. Split algorithms for hermitian Toeplitz matrices with arbitrary rank profile // *Linear Algebra and its Applications*. 2004. Vol. 392. P. 235–253. doi: 10.1016/j.laa.2004.06.011

11. On the Stability of the Bareiss and Related Toeplitz Factorization Algorithms / A. W. Bojanczyk,

R. P. Brent, F. R. de Hoog, D. R. Sweet // *SIAM J. on Matrix Analysis and Applications*. 1995. Vol. 16, iss. 1. P. 40–57. doi: 10.1137/s0895479891221563

12. Brent R. P. Stability of Fast Algorithms for Structured Linear Systems // *Fast Reliable Algorithms for Matrices with Structure* / ed. by T. Kailath and A. H. Sayed. Philadelphia: SIAM, 1999. P. 103–116. doi: 10.1137/1.9781611971354.ch4

13. Bifano A., Rampa V. Multiuser detector for hybrid CDMA systems based on the Bareiss algorithm // *Proc. of IEEE Intern. Conf. on Acoustics, Speech, and Signal Processing*. 2005. Vol. 3. P. iii/909–iii/912. doi: 10.1109/ICASSP.2005.1415858

14. A Software-Defined GPS and Galileo Receiver. A Single-Frequency Approach / K. Borre, D. M. Akos, N. Bertelsen et al. Boston: Birkhäuser, 2007. 176 p.

15. Sharawi M. S., Akos D. M., Alois D. N. GPS C/N₀ Estimation in the Presence of Interference and Limited Quantization Levels // *IEEE Transactions on Aerospace and Electronic Systems*. 2007. Vol. 43, № 1. P. 227–238. doi: 10.1109/TAES.2007.357129

Информация об авторах

Глушанков Евгений Иванович – доктор технических наук (1991), профессор (1994), профессор кафедры радиосистем и обработки сигналов Санкт-Петербургского государственного университета телекоммуникаций им. проф. М. А. Бонч-Бруевича. Автор 78 научных работ. Сфера научных интересов – методы обработки сигналов; помехоустойчивое кодирование; сигнально-кодовые конструкции.

Адрес: СПбГУТ, пр. Большевиков, д. 22/1, Санкт-Петербург, 193232, Россия

E-mail: glushankov57@gmail.com

<https://orcid.org/0000-0003-4148-3208>

Царик Владимир Игоревич – магистр (2020) по направлению "Прикладная математика и информатика" (Санкт-Петербургский государственный университет), соискатель ученой степени кандидата технических наук, ведущий инженер ООО "Эйртэго". Автор семи научных публикаций. Сфера научных интересов – помехозащищенная спутниковая навигация.

Адрес: ООО "Эйртэго", ул. Вербная, д. 27, Санкт-Петербург, 197375, Россия

E-mail: wladimirzarik@mail.ru

<https://orcid.org/0000-0003-3428-9976>

References

1. Sklar J. R. Interference Mitigation Approaches for the Global Positioning System. Lincoln Laboratory J. 2003, vol. 14, no. 2, pp. 167–180.

2. Van Trees H. L. Optimum Array Processing. Part IV of Detection, Estimation and Modulation Theory. New York, John Wiley and Sons, 2002, 1472 p.

3. Semeniaka A. V., Rachkov D. S., Lekhovitskiy D. I. About Toeplitz Covariance Matrix Estimation Methods for Problems of Adaptive Space-Time Signal Processing. *Applied Radio Electronics: Sci. J.* 2011, vol. 10, no. 4, pp. 441–447. (In Russ.)

4. Glushankov E. I., Kirik D. I., Kirsanov D. M., Rylov E. A. Adaptation of Antenna Arrays with Using Correlation Matrices of a Special Types. 2021 Systems of Signal Synchronization, Generating and Processing in Telecommunications (SYNCHROINFO), Svetlogorsk, Kaliningrad, 30 June–02 July 2021. IEEE, 2021, pp. 1–5. doi: 10.1109/SYNCHROINFO51390.2021.9488331

5. Bareiss E. H. Numerical Solution of Linear Equations with Toeplitz and Vector Toeplitz Matrices. *Numerische Mathematik*. 1969, vol. 13, iss. 5, pp. 404–424. doi: 10.1007/BF02163269

6. ГЛОНАСС. Принципы построения и функционирования [GLONASS. Principles of Construction and Functioning]. Ed. by A. I. Perov and V. N. Kharisov. 3rd ed. Moscow, Radiotekhnika, 2005, 688 p. (In Russ.)

7. Воеводин В. В., Тыртышников Е. Е. *Вычислительные процессы с треугольными матрицами* [Computational Processes with Toeplitz Matrices]. Moscow, Nauka, 1987, 320 p. (In Russ.)

8. Blahut R. E. Fast Algorithms for Signal Processing. New York, Cambridge University Press, 2010, 453 p.

9. Heinig G., Rost K. Fast Algorithms for Toeplitz and Hankel matrices. *Linear Algebra and its Applications*. 2011, vol. 435, iss. 1, pp. 1–59. doi: 10.1016/j.laa.2010.12.001

10. Heinig G., Rost K. Split Algorithms for Hermitian Toeplitz Matrices with Arbitrary Rank Profile. *Linear Algebra and its Applications*. 2004, vol. 392, pp. 235–253. doi: 10.1016/j.laa.2004.06.011.

11. Bojanczyk A. W., Brent R. P., de Hoog F. R., Sweet D. R. On the Stability of the Bareiss and Related Toeplitz Factorization Algorithms. *SIAM J. on Matrix Analysis and Applications*. 1995, vol. 16, iss. 1, pp. 40–57. doi: 10.1137/s0895479891221563

12. Brent R. P. Stability of Fast Algorithms for Structured Linear Systems. *Fast Reliable Algorithms for Matrices with Structure*. Ed. by T. Kailath and A. H. Sayed. Philadelphia, SIAM, 1999, pp. 103–116. doi: 10.1137/1.9781611971354.ch4

13. Bifano A., Rampa V. Multiuser detector for hybrid CDMA systems based on the Bareiss algorithm // *Proc. of IEEE Intern. Conf. on Acoustics, Speech, and Signal Processing*. 2005, vol. 3, pp. iii/909-iii/912. doi: 10.1109/ICASSP.2005.1415858

14. Borre K., Akos D. M., Bertelsen N., Rinder P., Jensen S. H. *A Software-Defined GPS and Galileo Receiver. A Single-Frequency Approach*. Boston, Birkhäuser, 2007, 176 p.

15. Sharawi M. S., Akos D. M., Alois D. N. GPS C/N_0 Estimation in the Presence of Interference and Limited Quantization Levels. *IEEE Transactions on Aerospace and Electronic Systems*. 2007, vol. 43, no. 1, pp. 227–238. doi: 10.1109/TAES.2007.357129

Information about the authors

Yevgeniy I. Glushankov, Dr Sci. (Eng.) (1991), Professor (1994) of the Department of Radiosystems and Signal Processing of the Saint Petersburg State University of Telecommunications. The author of 78 scientific publications. Area of expertise: signal processing methods; error correction codes; signal-coding constructions.

Address: SPbSUT, 22/1, Bolshhevikov Pr., St Petersburg 193232, Russia

E-mail: glushankov57@gmail.com

<https://orcid.org/0000-0003-4148-3208>

Vladimir I. Tsarik, Master Degree (2020) in Applied Mathematics and Computer Science (Saint Petersburg State University), leading engineer of LLC "Airtago". The author of 7 scientific publications. Area of expertise: jamming-protected satellite navigation.

Address: LLC "Airtago", 27, Verbnaya St., St Petersburg 197375, Russia

E-mail: wladimirzarik@mail.ru

<https://orcid.org/0000-0003-3428-9976>
