

Прямой расчет полосно-пропускающих фильтров

Е. Н. Червинский✉

АО «НПП "Пирамида"», Санкт-Петербург, Россия

✉enchervinsky@mail.ru

Аннотация

Введение. При расчете полосно-пропускающих фильтров (ППФ) элементы цепи могут быть определены преобразованием параметров фильтра нижних частот (ФНЧ), являющегося прототипом синтезируемого фильтра. В ряде случаев синтезируемый ППФ не имеет прямого прототипа в низкочастотном диапазоне. К таким фильтрам можно отнести, например, ППФ с узлами, привязанными по постоянному току к нулевому потенциалу, и некоторые другие типы фильтров. Фильтры могут рассчитываться непосредственно приравнением коэффициентов передаточной функции (ПФ) синтезируемого фильтра и преобразованной ПФ ФНЧ и решением полученной системы уравнений.

Цель работы. Разработка методики непосредственного расчета ППФ с полюсами затухания.

Материалы и методы. Простейшая схема ППФ с полюсами затухания может быть образована двумя последовательно соединенными Г-образными полувзвешивками на параллельных контурах. Такой фильтр реализуется лишь при определенных требованиях к характеристикам затухания. При переходе к схемам ППФ с дополнительным параллельным контуром в поперечной ветви и последовательным контуром в продольной ветви указанные ограничения снимаются. В статье разработана методика расчета инверсных и квазиэллиптических ППФ П-образного и Т-образного типа, не имеющих ограничений при выборе минимального затухания и неравномерности амплитудно-частотной характеристики (АЧХ).

Результаты. Приведены аналитические выражения ПФ ППФ 6-го и 10-го порядков. Получены соотношения, позволяющие уменьшить число уравнений системы для определения параметров фильтра. Для П- и Т-образных ППФ 6-го порядка получены выражения индуктивностей контуров через центральную частоту и емкости фильтров, что позволило выразить через емкости ПФ и дополнительно сократить количество уравнений системы. Приведены примеры прямого расчета ППФ 6-го и 10-го порядков.

Заключение. При преобразовании ПФ ФНЧ частоты реализуемой АЧХ, лежащие по обе стороны от центральной частоты ППФ, связаны известными соотношениями. Учет этого обстоятельства позволяет исключить из рассмотрения уравнения системы, приравнивающие коэффициенты числителей передаточных функций, и уменьшить общее число уравнений. Параметры, число которых превышает число уравнений системы, выбираются произвольно из ряда стандартных значений, что значительно повышает точность воспроизведения реализуемой АЧХ.

Ключевые слова: передаточная функция, преобразование частоты, полосно-пропускающий фильтр, инверсный фильтр, квазиэллиптический фильтр

Для цитирования: Червинский Е. Н. Прямой расчет полосно-пропускающих фильтров // Изв. вузов России. Радиоэлектроника. 2022. Т. 25, № 6. С. 6–21. doi: 10.32603/1993-8985-2022-25-6-6-21

Конфликт интересов. Автор заявляет об отсутствии конфликта интересов.

Статья поступила в редакцию 15.06.2022; принята к публикации после рецензирования 05.11.2022; опубликована онлайн 29.12.2022

Direct Calculation of Band-Pass Filters

Evgeniy N. Chervinskiy

JSC SPE "Piramida", Saint Petersburg, Russia

✉enchervinsky@mail.ru

Abstract

Introduction. When calculating band-pass filters (BPF), the circuit elements can be determined by converting the parameters of prototype low-pass filters (LPF). In a number of cases, the synthesized BPF does not have a direct prototype in the low-frequency range. Such filters include, e.g., BPFs with nodes tied to zero potential and other types of filters. Filters can be calculated directly by equating the coefficients of the synthesized filter transfer function (TF) and the realized TF obtained from the low-pass filter TF by the frequency conversion followed by solving the corresponding system of equations.

Aim. To develop a methodology for direct calculation of band-pass filters with attenuation poles.

Materials and methods. The simplest scheme of BPF with attenuation poles can be formed by two sequentially connected Γ -shaped half-links on parallel circuits. Such a filter is realized only at certain requirements upon attenuation characteristics. When switching to BPF schemes with an additional parallel circuit in the transverse branch and a sequential circuit in the longitudinal branch, these restrictions are removed. In this paper, we develop a method for calculating inverse and quasi-elliptical BPF of Π -shaped and T-shaped type, which have no restrictions when selecting the minimum attenuation and unevenness of the amplitude-frequency response (AFR).

Results. The TF analytical expressions of the 6th and 10th order BPF were derived. Relations were obtained that allow the number of equations of the system for determining the filter parameters to be reduced. For Π - and T-shaped 6th order BPFs, representations of circuit inductances through the central frequency and filter capacitances were obtained. This made it possible to express transfer functions through capacitances, at the same time as reducing the number of equations of the system. Examples of direct calculation of the 6th and 10th order PPFs were given.

Conclusion. When converting TF of LPF, the frequencies of the realized AFR at both sides of the central BPF frequency are connected by certain relations. This fact makes it possible to eliminate the equations of the system that equate the coefficients of transfer function numerators, thereby reducing the total number of equations. Parameters, whose number exceeds that of the equations of the system, are selected arbitrarily from a number of standardized values. As a result, the accuracy of reproducing the realized frequency response is significantly improved.

Keywords: transfer function, frequency conversion, band-pass filter, inverse filter, quasi-elliptic filter

For citation: Chervinskiy E. N. Direct Calculation of Band-Pass Filters. Journal of the Russian Universities. Radioelectronics. 2022, vol. 25, no. 6, pp. 6–21. doi: 10.32603/1993-8985-2022-25-6-6-21

Conflict of interest. The author declares no conflicts of interest.

Submitted 15.06.2022; accepted 05.11.2022; published online 29.12.2022

Введение. В [1] представлена методика расчета параметров полосно-пропускающих фильтров (ППФ) с полюсами затухания без предварительного расчета параметров инверсного и квазиэллиптического фильтров нижних частот (ФНЧ) – прототипов ППФ. Методика разработана на основе метода преобразования частоты [2–11]. В ряде случаев синтезируемый ППФ не имеет прямого прототипа в низкочастотном диапазоне. К таким фильтрам можно отнести, например, ППФ с узлами, привязан-

ными по постоянному току к нулевому потенциалу [12, 13], а также другие типы фильтров. Фильтры могут рассчитываться непосредственно приравниванием коэффициентов передаточной функции (ПФ) синтезируемого фильтра и реализуемой ПФ, полученной из ПФ ФНЧ преобразованием частоты, и решением полученной системы уравнений.

Цель настоящей статьи – разработка методики непосредственного расчета ППФ с полюсами затухания.

Методы расчета полосно-пропускающих фильтров. Рассмотрим ППФ четного порядка $2n$ П-образного типа с параллельными контурами (рис. 1) и Т-образного типа с последовательными контурами (рис. 2).

Фильтры имеют полюсы затухания в полосах задерживания. На схемах обозначены: $\dot{U}_{\text{ВХ}}$ и $\dot{U}_{\text{ВЫХ}}$ – комплексные амплитуды входного и выходного напряжений; r и R – активные сопротивления; L_i , C_i , $i = 1, 2, \dots, 2n-1$ – индуктивности и емкости контуров; K_y – коэффициент усиления усилителя. Отношение $\dot{U}_{\text{ВЫХ}}/\dot{U}_{\text{ВХ}}$, записанное в виде отношения полиномов от нормированной переменной $s_H = j\omega_H = j\omega/\omega_0$ (ω – текущая угловая частота, ω_0 – центральная частота фильтра), есть ПФ фильтра порядка $2n$ $H^{(2n)}(s_H)$, определяемого степенью полинома знаменателя $2n$. На частотах резонанса параллельных контуров в продольных ветвях П-образной схемы и последовательных контуров в поперечных ветвях Т-образной обеспечиваются полюсы затухания, при этом значения амплитудно-частотной характеристики (АЧХ) ППФ равны нулю. Искомые параметры фильтров могут быть определены в результате решения системы уравнений, образованной приравниванием коэффициентов ПФ ППФ и реализуемой ПФ с требуемыми характеристиками при одинаковых степенях комплексной частоты s_H .

Запишем ПФ ФНЧ n -го порядка ($n = 3, 5, \dots$)

с частотой среза ω_c и p полюсами затухания в виде отношения произведения двучленов и многочлена степени n :

$$H_{\text{LP } p}^{(n)}(s_H) = \frac{K(s_H^2 + a_1)(s_H^2 + a_2) \dots [s_H^2 + a_{(n-1)/2}]}{s_H^n + b_{n-1}s_H^{n-1} + \dots + b_1s_H + b_0}, \quad (1)$$

где коэффициенты K , a_1 , a_2 , \dots , $a_{(n-1)/2}$, b_{n-1} , \dots , b_1 , b_0 – вещественные положительные числа. АЧХ ФНЧ обращается в ноль в точках $\omega_{Hl_0} = \sqrt{a_l} = \omega_{l_0}/\omega_c$.

Реализуемую ПФ ППФ порядка $2n$ с центральной частотой $\omega_0 = \omega_c$ и добротностью Q можно получить из ПФ ФНЧ с помощью преобразования переменной [6]

$$s_H \rightarrow Q(s'_H + 1/s'_H), \quad (2)$$

где $s'_H = j\omega'_H$ – мнимая часть нормированной комплексной частоты частотной оси ППФ, ($\omega'_H = \omega/\omega_0$ – угловая частота, нормированная относительно центральной частоты ω_0). Добротность Q – величина, равная отношению ω_0 к полюсе пропускания ППФ на уровне АЧХ $1/\sqrt{2}$.

Нормированной частоте ω_H соответствуют две нормированные частоты [7]:

$$\omega'_{H1,2} = \sqrt{1 + \omega_H^2/(4Q^2)} \mp \omega_H/(2Q); \quad \omega_H \geq 0,$$

связанные соотношениями

$$\sqrt{\omega'_{H1}\omega'_{H2}} = 1; \quad \omega'_{H2} - \omega'_{H1} = \omega_H/Q.$$

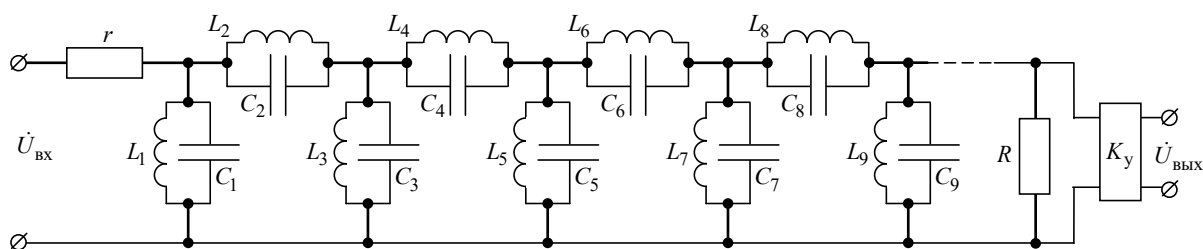


Рис. 1. П-образная схема ППФ с параллельными контурами
Fig. 1. Pi-shaped circuit of a bandpass filter with parallel circuits

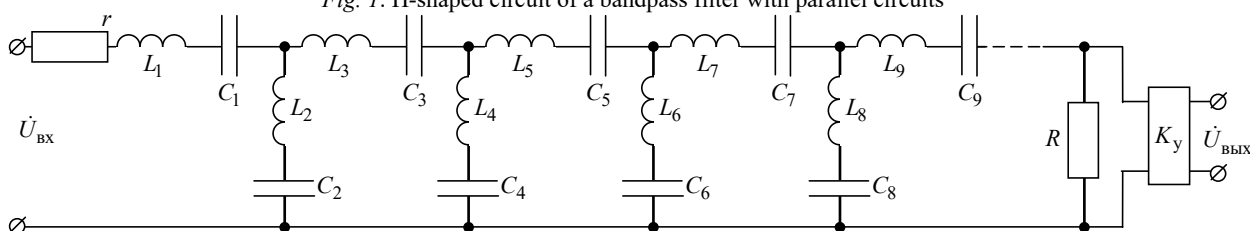


Рис. 2. Т-образная схема ППФ с последовательными контурами
Fig. 2. T-shaped circuit of a bandpass filter with serial circuits

Табл. 1. Реализуемые передаточные функции ППФ 6-го и 10-го порядков с полюсами затухания
Tab. 1. Realizable transfer functions of bandpass filters of the 6th and 10th orders with attenuation poles

$2n = 6$
$H_{\text{БПР}}^{(6)}(s_H) = \frac{K}{Q} s_H \left[s_H^4 + \left(2 + \frac{a_1}{Q^2} \right) s_H^2 + 1 \right] / \left[s_H^6 + \frac{b_2}{Q} (s_H^5 + s_H) + \left(3 + \frac{b_1}{Q^2} \right) (s_H^4 + s_H^2) + \left(2 \frac{b_2}{Q} + \frac{b_0}{Q^3} \right) s_H^3 + 1 \right]$
$2n = 10$
$H_{\text{БПР}}^{(10)}(s_H) = (K/Q) s_H \{ s_H^8 + [4 + (a_1 + a_2)/Q^2] (s_H^6 + s_H^2) + [6 + 2(a_1 + a_2)/Q^2 + a_1 a_2/Q^4] s_H^4 + 1 \} / \Theta_{10},$ где $\Theta_{10} = s_H^{10} + (b_4/Q)(s_H^9 + s_H) + (5 + b_3/Q^2)(s_H^8 + s_H^2) + (4b_4/Q + b_2/Q^3)(s_H^7 + s_H^3) + (10 + 3b_3/Q^2 + b_1/Q^4)(s_H^6 + s_H^4) + (6b_4/Q + 2b_2/Q^3 + b_0/Q^5)s_H^5 + 1$

Покажем возможность решения поставленной задачи на конкретных примерах. Применим преобразование (2) к ПФ ФНЧ (1) 3-го и 5-го порядков. Реализуемые ПФ ППФ 6-го порядка $H_{\text{БПР}}^{(6)}(s_H)$ и 10-го порядка $H_{\text{БПР}}^{(10)}(s_H)$ представлены в табл. 1 (штрихи в обозначениях переменной s_H опущены). Индекс "р" указывает на наличие полюсов затухания.

Расчет полосно-пропускающих фильтров шестого порядка. На рис. 3 приведена схема ППФ 6-го порядка, составленная из двух последовательно включенных Г-образных полувеньев на параллельных контурах. ПФ фильтра $\hat{H}_{\text{БПР}}^{(6)}(s_H)$ представлена в табл. 2.

Для приведения $\hat{H}_{\text{БПР}}^{(6)}(s_H)$ к виду $H_{\text{БПР}}^{(6)}(s_H)$

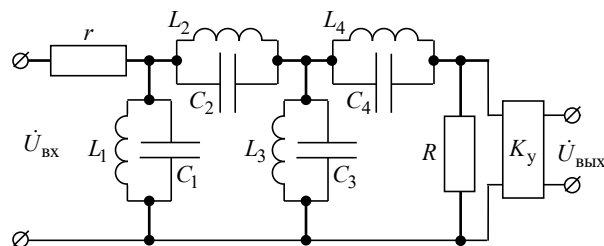


Рис. 3. Схема ППФ 6-го порядка, составленная из двух Г-образных полувеньев на параллельных контурах

Fig. 3. Sixth order bandpass filter circuit composed of two Г-shaped half-links based on parallel circuits

выразим ПФ ППФ через емкости C_1 – C_4 . Из сравнения числителей формул $\hat{H}_{\text{БПР}}^{(6)}(s_H)$ (табл. 2) и $H_{\text{БПР}}^{(6)}(s_H)$ (табл. 1) следует связь между элементами контуров в продольных ветвях фильтра:

Табл. 2. ПФ ППФ 6-го порядка с двумя Г-образными полувеньями на параллельных контурах

Tab. 2. Transient function of a 6th order bandpass filter with two Г-shaped half-sections based on parallel circuits

$2n = 6$ (рис. 3)
$\hat{H}_{\text{БПР}}^{(6)}(s_H) = \frac{K_y C_2}{\omega_0 r \hat{v}_{\text{БПР}}^{(6)}} s_H \left(s_H^4 + \frac{L_2 C_2 + L_4 C_4}{\omega_0^2 L_2 C_2 L_4 C_4} s_H^2 + \frac{1}{\omega_0^4 L_2 C_2 L_4 C_4} \right) / \left(s_H^6 + I_5 s_H^5 + I_4 s_H^4 + I_3 s_H^3 + I_2 s_H^2 + I_1 s_H + I_0 \right),$
где $\hat{v}_{\text{БПР}}^{(6)} = C_1 C_2 + C_1 C_3 + C_2 C_3$;
$I_5 = \frac{C_1 C_2 + (C_1 + C_2)(C_3 + C_4)}{\omega_0 R \hat{v}_{\text{БПР}}^{(6)} C_4} + \frac{C_2 + C_3}{\omega_0 r \hat{v}_{\text{БПР}}^{(6)}};$
$I_4 = \frac{1}{\omega_0^2 L_4 C_4} + \frac{L_1 L_2 (C_1 + C_2) + L_1 L_3 (C_1 + C_3) + L_2 L_3 (C_2 + C_3)}{\omega_0^2 L_1 L_2 L_3 \hat{v}_{\text{БПР}}^{(6)}} + \frac{C_2 + C_3 + C_4}{\omega_0^2 r R \hat{v}_{\text{БПР}}^{(6)} C_4};$
$I_3 = \frac{[L_1 L_2 (L_3 + L_4)(C_1 + C_2) + L_1 L_3 L_4 (C_1 + C_3 + C_4) + L_2 L_3 L_4 (C_2 + C_3 + C_4)] r + L_1 [L_2 L_3 (C_2 + C_3) + (L_2 + L_3) L_4 C_4] R}{\omega_0^3 r R L_1 L_2 L_3 L_4 \hat{v}_{\text{БПР}}^{(6)} C_4};$
$I_2 = \frac{L_1 L_2 (C_1 + C_2) + L_1 L_3 (C_1 + C_3) + L_2 L_3 (C_2 + C_3) + (L_1 + L_2 + L_3) L_4 C_4}{\omega_0^4 L_1 L_2 L_3 L_4 \hat{v}_{\text{БПР}}^{(6)} C_4} + \frac{L_2 L_3 + L_2 L_4 + L_3 L_4}{\omega_0^4 r R L_2 L_3 L_4 \hat{v}_{\text{БПР}}^{(6)} C_4};$
$I_1 = \frac{(L_1 + L_2)(L_3 + L_4) + L_3 L_4}{\omega_0^5 R L_1 L_2 L_3 L_4 \hat{v}_{\text{БПР}}^{(6)} C_4} + \frac{L_2 + L_3}{\omega_0^5 r L_2 L_3 L_4 \hat{v}_{\text{БПР}}^{(6)} C_4};$
$I_0 = \frac{L_1 + L_2 + L_3}{\omega_0^6 L_1 L_2 L_3 L_4 \hat{v}_{\text{БПР}}^{(6)} C_4}$

$$1/(\omega_0^4 L_2 C_2 L_4 C_4) = 1.$$

Приравняем множители при $1/R$, $1/r$ коэффициента I_1 (см. табл. 2) соответствующим множителям коэффициента I_5 и множитель при $1/rR$ коэффициента I_2 соответствующему множителю коэффициента I_4 . Тогда система четырех уравнений относительно неизвестных L_1-L_4 запишется следующим образом:

$$\begin{cases} \omega_0^4 L_2 C_2 L_4 C_4 = 1; \\ \frac{(L_1 + L_2)(L_3 + L_4) + L_3 L_4}{L_1 L_2 L_3 L_4} = \\ = \omega_0^4 [C_1 C_2 + (C_1 + C_2)(C_3 + C_4)]; \\ \frac{L_2 + L_3}{L_2 L_3 L_4} = \omega_0^4 (C_2 + C_3) C_4; \\ \frac{L_2 L_3 + L_2 L_4 + L_3 L_4}{L_2 L_3 L_4} = \omega_0^2 (C_2 + C_3 + C_4). \end{cases}$$

Решение системы имеет вид

$$\begin{cases} L_1 = \frac{(C_2 + C_3)^2}{\omega_0^2 [C_1 (C_2 + C_3)^2 + C_2 C_3 (C_2 + C_3 - C_4)]}; \\ L_2 = \frac{C_2 + C_3}{\omega_0^2 C_2 C_4}; \\ L_3 = \frac{C_2 + C_3}{\omega_0^2 C_3 C_4}; \\ L_4 = \frac{1}{\omega_0^2 (C_2 + C_3)}. \end{cases} \quad (3)$$

Из выражений для L_2 и L_3 (3) следует в частности, что резонансные частоты второго и третьего контуров одинаковы и равны одной из двух частот бесконечного затухания:

$$\frac{1}{\sqrt{L_2 C_2}} = \frac{1}{\sqrt{L_3 C_3}} = \frac{\omega_0}{\sqrt{(C_2 + C_3)/C_4}}.$$

Подставив L_1-L_4 в $\hat{H}_{BPp}^{(6)}(s_n)$, найдем выражение ПФ ППФ через емкости C_1-C_4 :

$\hat{H}_{BPpC}^{(6)}(s_n)$ (табл. 3). Выражение ПФ через емкости подчеркивается нижним индексом "C".

Приравняв коэффициенты при одинаковых степенях переменной в ПФ $\hat{H}_{BPpC}^{(6)}(s_n)$ (табл. 3) и $H_{BPp}^{(6)}(s_n)$ (табл. 1), получим систему пяти уравнений для определения семи неизвестных параметров фильтра – r , C_1 , C_2 , C_3 , C_4 , K_y , R :

$$\begin{cases} \frac{K_y C_2}{\omega_0 r \hat{v}_{BPp}^{(6)}} = \frac{K}{Q}; \\ \frac{(C_2 + C_3)^2 + C_4^2}{(C_2 + C_3) C_4} = 2 + \frac{a_1}{Q^2}; \\ I_{51} = \frac{b_2}{Q}; \\ 1 + \frac{(C_2 + C_3)^2 + C_4^2}{(C_2 + C_3) C_4} + \\ + \frac{C_2 + C_3 + C_4}{\omega_0^2 r R \hat{v}_{BPp}^{(6)} C_4} = 3 + \frac{b_1}{Q^2}; \\ I_{33} = 2 \frac{b_2}{Q} + \frac{b_0}{Q^3}. \end{cases} \quad (4)$$

При решении системы два параметра задаются произвольно.

Четвертое уравнение системы (4) с учетом второго уравнения преобразуется к виду

$$\frac{C_2 + C_3 + C_4}{\omega_0^2 r R \hat{v}_{BPp}^{(6)} C_4} = \frac{b_1 - a_1}{Q^2}.$$

Табл. 3. ПФ ППФ 6-го порядка с двумя Г-образными полужвеньями, выраженная через емкости фильтра
Tab. 3. Transfer function of a 6th-order bandpass filter with two Г-shaped half-sections, termed via filter capacitances

2n = 6 (рис. 3)	
$\hat{H}_{BPpC}^{(6)}(s_n) = \frac{K_y C_2}{\omega_0 r \hat{v}_{BPp}^{(6)}} \frac{s_n^4 + \frac{(C_2 + C_3)^2 + C_4^2}{(C_2 + C_3) C_4} s_n^2 + 1}{s_n^6 + I_{51}(s_n^5 + s_n) + I_{42}(s_n^4 + s_n^2) + I_{33}s_n^3 + 1},$	
<p>где $I_{51} = \frac{C_1 C_2 + (C_1 + C_2)(C_3 + C_4)}{\omega_0 R \hat{v}_{BPp}^{(6)} C_4} + \frac{C_2 + C_3}{\omega_0 r \hat{v}_{BPp}^{(6)}}$; $I_{42} = 1 + \frac{(C_2 + C_3)^2 + C_4^2}{(C_2 + C_3) C_4} + \frac{C_2 + C_3 + C_4}{\omega_0^2 r R \hat{v}_{BPp}^{(6)} C_4}$;</p>	
$I_{33} = \frac{2}{\omega_0 R C_4} + \frac{2 C_1 C_4 + C_2^2}{\omega_0 R \hat{v}_{BPp}^{(6)} C_4} + \frac{C_2 (2 C_2 C_3 + C_2 C_4 + 2 C_3^2)}{\omega_0 R (C_2 + C_3)^2 \hat{v}_{BPp}^{(6)}} + \frac{(C_2 + C_3)^2 + C_4^2}{\omega_0 r \hat{v}_{BPp}^{(6)} C_4}$	

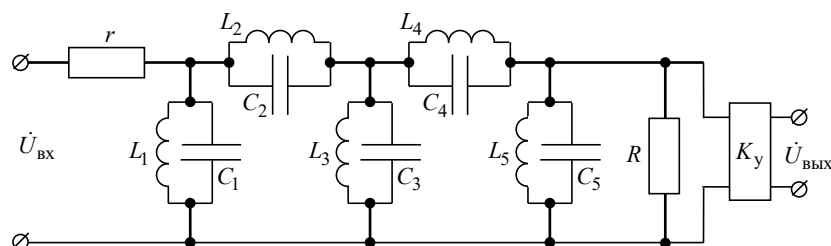


Рис. 4. П-образная схема ППФ 6-го порядка с полюсами затухания
Fig. 4. Pi-shaped circuit of a 6th order bandpass filter with attenuation poles

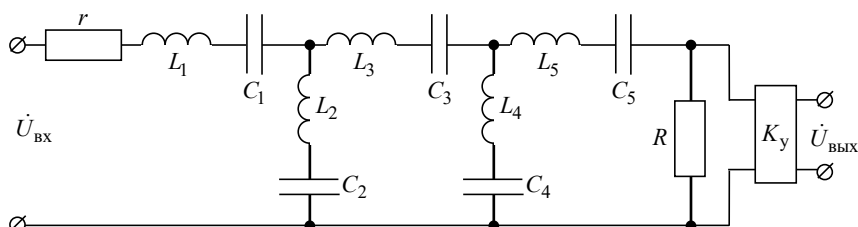


Рис. 5. Т-образная схема ППФ 6-го порядка с полюсами затухания
Fig. 5. T-shaped circuit of a 6th order bandpass filter with attenuation poles

Поскольку левая часть равенства всегда положительна, система уравнений совместна при условии $b_1 - a_1 > 0$ или

$$b_1 > a_1. \quad (5)$$

На рис. 4 и 5 приведены П-образная и Т-образная схемы ППФ 6-го порядка с дополнительными параллельным контуром в поперечной ветви и последовательным контуром в продольной ветви соответственно (элементы L_5 , C_5).

ПФ ППФ 6-го порядка с параллельными $H_{\text{BP pr p}}^{(6)}(s_n)$ и последовательными $H_{\text{BP sr p}}^{(6)}(s_n)$ контурами приведены в табл. 4. Примем в качестве неизвестных параметров L_1 , L_2 , L_3 , L_5 . Система уравнений для П-образной схемы относительно неизвестных имеет вид

$$\begin{cases} \omega_0^4 L_2 C_2 L_4 C_4 = 1; \\ \frac{L_2 L_3 + (L_2 + L_3)(L_4 + L_5)}{L_2 L_3 L_4 L_5} = \\ = \omega_0^4 [(C_2 + C_3)(C_4 + C_5) + C_4 C_5]; \\ \frac{(L_1 + L_2)(L_3 + L_4) + L_3 L_4}{L_1 L_2 L_3 L_4} = \\ = \omega_0^4 [C_1 C_2 + (C_1 + C_2)(C_3 + C_4)]; \\ \frac{L_2 L_3 + L_2 L_4 + L_3 L_4}{L_2 L_3 L_4} = \\ = \omega_0^2 (C_2 + C_3 + C_4). \end{cases}$$

В первом уравнении приравниваются свободные члены многочленов в скобках числителей ПФ

ППФ $H_{\text{BP pr p}}^{(6)}(s_n)$ и реализуемой $H_{\text{BP p}}^{(6)}(s_n)$.

Во втором и третьем уравнениях сравниваются коэффициенты I_{pr1} и I_{pr5} при s_n и s_n^5 соответственно (табл. 4): во втором уравнении записаны условия равенства сомножителей при $1/r$, в третьем – то же для сомножителей при $1/R$. В четвертом уравнении приравниваются сомножители при $1/(rR)$ коэффициентов I_{pr2} при s_n^2 и I_{pr4} при s_n^4 .

Решение системы имеет вид

$$\begin{aligned} L_1 &= (C_2 + C_3 + C_4) / \left\{ \omega_0^6 L_4^2 C_2^2 C_4^2 - \right. \\ &\quad \left. - \omega_0^4 L_4 C_2 C_4 (C_2 + C_3 + C_4) + \right. \\ &\quad \left. + \omega_0^2 [C_1 C_2 + (C_1 + C_2)(C_3 + C_4)] \right\}; \\ L_2 &= \frac{1}{\omega_0^4 L_4 C_2 C_4}; \\ L_3 &= \frac{L_4}{\omega_0^2 L_4 (C_2 + C_3 + C_4) - \omega_0^4 L_4^2 C_2 C_4 - 1}; \\ L_5 &= \left[\omega_0^2 L_4^2 (C_2 + C_3 + C_4) \right] / \left\{ \omega_0^4 L_4^2 \times \right. \\ &\quad \left. \times [(C_2 + C_3)(C_4 + C_5) + C_4 C_5] - \right. \\ &\quad \left. - \omega_0^2 L_4 (C_2 + C_3 + C_4) + 1 \right\}. \end{aligned} \quad (6)$$

Свободный член I_{pr0} в знаменателе $H_{\text{BP pr p}}^{(6)}(s_n)$ при подстановке найденного решения тождественно равен единице при любом

Табл. 4. ПФ ППФ 6-го порядка с параллельными и последовательными контурами
Tab. 4. Transfer functions of a 6th order bandpass filter with parallel and series circuits

2n = 6 (рис. 4)	
$H_{BP\text{ pr p}}^{(6)}(s_H) = \frac{K_y C_2 C_4}{\omega_0 r v_{BP\text{ pr p}}^{(6)}} s_H \left(s_H^4 + \frac{L_2 C_2 + L_4 C_4}{\omega_0^2 L_2 C_2 L_4 C_4} s_H^2 + \frac{1}{\omega_0^4 L_2 C_2 L_4 C_4} \right) \Bigg/ \left(s_H^6 + I_{pr5} s_H^5 + I_{pr4} s_H^4 + I_{pr3} s_H^3 + I_{pr2} s_H^2 + I_{pr1} s_H + I_{pr0} \right),$	
<p>где $v_{BP\text{ pr p}}^{(6)} = (C_1 C_2 + C_1 C_3 + C_2 C_3)(C_4 + C_5) + (C_1 + C_2) C_4 C_5$;</p>	
$I_{pr5} = \frac{(C_2 + C_3)(C_4 + C_5) + C_4 C_5}{\omega_0 r v_{BP\text{ pr p}}^{(6)}} + \frac{C_1 C_2 + (C_1 + C_2)(C_3 + C_4)}{\omega_0 R v_{BP\text{ pr p}}^{(6)}};$	
$I_{pr4} = \frac{1}{\omega_0^2 v_{BP\text{ pr p}}^{(6)}} \left[\frac{(C_2 + C_3)(C_4 + C_5) + C_4 C_5}{L_1} + \frac{(C_1 + C_3)(C_4 + C_5) + C_4 C_5}{L_2} + \frac{(C_1 + C_2)(C_4 + C_5)}{L_3} + \right. \\ \left. + \frac{C_1 C_2 + (C_1 + C_2)(C_3 + C_5)}{L_4} + \frac{C_1 C_2 + (C_1 + C_2)(C_3 + C_4)}{L_5} + \frac{C_2 + C_3 + C_4}{rR} \right];$	
$I_{pr3} = \frac{1}{\omega_0^3 v_{BP\text{ pr p}}^{(6)}} \left[\frac{1}{r} \left(\frac{C_4 + C_5}{L_2} + \frac{C_4 + C_5}{L_3} + \frac{C_2 + C_3 + C_5}{L_4} + \frac{C_2 + C_3 + C_4}{L_5} \right) + \right. \\ \left. + \frac{1}{R} \left(\frac{C_2 + C_3 + C_4}{L_1} + \frac{C_1 + C_3 + C_4}{L_2} + \frac{C_1 + C_2}{L_3} + \frac{C_1 + C_2}{L_4} \right) \right];$	
$I_{pr2} = \frac{1}{\omega_0^4 v_{BP\text{ pr p}}^{(6)}} \left[(C_4 + C_5) \frac{L_1 + L_2 + L_3}{L_1 L_2 L_3} + \frac{C_2 + C_3 + C_5}{L_1 L_4} + \frac{C_2 + C_3 + C_4}{L_1 L_5} + \frac{C_1 + C_3 + C_5}{L_2 L_4} + \frac{C_1 + C_3 + C_4}{L_2 L_5} + \right. \\ \left. + (C_1 + C_2) \frac{L_3 + L_4 + L_5}{L_3 L_4 L_5} + \frac{1}{rR} \frac{L_2 L_3 + L_2 L_4 + L_3 L_4}{L_2 L_3 L_4} \right];$	
$I_{pr1} = \frac{1}{\omega_0^5 v_{BP\text{ pr p}}^{(6)}} \left[\frac{L_2 L_3 + (L_2 + L_3)(L_4 + L_5)}{r L_2 L_3 L_4 L_5} + \frac{(L_1 + L_2)(L_3 + L_4) + L_3 L_4}{R L_1 L_2 L_3 L_4} \right];$	
$I_{pr0} = \frac{(L_1 + L_2)(L_3 + L_4 + L_5) + L_3(L_4 + L_5)}{\omega_0^6 L_1 L_2 L_3 L_4 L_5 v_{BP\text{ pr p}}^{(6)}}$	
2n = 6 (рис. 5)	
$H_{BP\text{ sr p}}^{(6)}(s_H) = \frac{K_y L_2 L_4 R}{\omega_0 v_{BP\text{ sr p}}^{(6)}} s_H \left(s_H^4 + \frac{L_2 C_2 + L_4 C_4}{\omega_0^2 L_2 C_2 L_4 C_4} s_H^2 + \frac{1}{\omega_0^4 L_2 C_2 L_4 C_4} \right) \Bigg/ \left(s_H^6 + \Xi_{sr5} s_H^5 + \Xi_{sr4} s_H^4 + \Xi_{sr3} s_H^3 + \Xi_{sr2} s_H^2 + \Xi_{sr1} s_H + \Xi_{sr0} \right),$	
<p>где $v_{BP\text{ sr p}}^{(6)} = (L_1 L_2 + L_1 L_3 + L_2 L_3)(L_4 + L_5) + (L_1 + L_2) L_4 L_5$;</p>	
$\Xi_{sr5} = r \frac{(L_2 + L_3)(L_4 + L_5) + L_4 L_5}{\omega_0 v_{BP\text{ sr p}}^{(6)}} + R \frac{L_1 L_2 + (L_1 + L_2)(L_3 + L_4)}{\omega_0 v_{BP\text{ sr p}}^{(6)}};$	
$\Xi_{sr4} = \frac{1}{\omega_0^2 v_{BP\text{ sr p}}^{(6)}} \left[\frac{(L_2 + L_3)(L_4 + L_5) + L_4 L_5}{C_1} + \frac{(L_1 + L_3)(L_4 + L_5) + L_4 L_5}{C_2} + \frac{(L_1 + L_2)(L_4 + L_5)}{C_3} + \frac{L_1 L_2 + (L_1 + L_2)(L_3 + L_5)}{C_4} + \right. \\ \left. + \frac{L_1 L_2 + (L_1 + L_2)(L_3 + L_4)}{C_5} + rR(L_2 + L_3 + L_4) \right];$	
$\Xi_{sr3} = \frac{1}{\omega_0^3 v_{BP\text{ sr p}}^{(6)}} \left[r \left(\frac{L_4 + L_5}{C_2} + \frac{L_4 + L_5}{C_3} + \frac{L_2 + L_3 + L_5}{C_4} + \frac{L_2 + L_3 + L_4}{C_5} \right) + R \left(\frac{L_2 + L_3 + L_4}{C_1} + \frac{L_1 + L_3 + L_4}{C_2} + \frac{L_1 + L_2}{C_3} + \frac{L_1 + L_2}{C_4} \right) \right];$	
$\Xi_{sr2} = \frac{1}{\omega_0^4 v_{BP\text{ sr p}}^{(6)}} \left[(L_4 + L_5) \frac{C_1 + C_2 + C_3}{C_1 C_2 C_3} + \frac{L_2 + L_3 + L_5}{C_1 C_4} + \frac{L_2 + L_3 + L_4}{C_1 C_5} + \frac{L_1 + L_3 + L_5}{C_2 C_4} + \frac{L_1 + L_3 + L_4}{C_2 C_5} + (L_1 + L_2) \frac{C_3 + C_4 + C_5}{C_3 C_4 C_5} + \right. \\ \left. + rR \frac{C_2 C_3 + C_2 C_4 + C_3 C_4}{C_2 C_3 C_4} \right];$	
$\Xi_{sr1} = \frac{1}{\omega_0^5 v_{BP\text{ sr p}}^{(6)}} \left[r \frac{C_2 C_3 + (C_2 + C_3)(C_4 + C_5)}{C_2 C_3 C_4 C_5} + R \frac{(C_1 + C_2)(C_3 + C_4) + C_3 C_4}{C_1 C_2 C_3 C_4} \right];$	
$\Xi_{sr0} = \frac{(C_1 + C_2)(C_3 + C_4 + C_5) + C_3(C_4 + C_5)}{\omega_0^6 v_{BP\text{ sr p}}^{(6)} C_1 C_2 C_3 C_4 C_5}$	

значении L_4 , что указывает на отсутствие ограничений вида (5) при реализации.

Выразим L_4 через нормированные полюсы затухания ППФ ω'_{H01} , ω'_{H02} . Положим

$$L_4 = 1/(\chi^2 \omega_0^2 C_4), \quad (7)$$

где χ может принимать только два значения: $\chi_1 = \omega'_{H01}$ или $\chi_2 = \omega'_{H02}$. Используя формулы преобразования частоты, получим:

$$\chi_{1,2} = \sqrt{1 + \frac{a_1}{4Q^2}} \mp \frac{\sqrt{a_1}}{2Q}. \quad (8)$$

Окончательно формулы для определения индуктивностей П-образного ППФ (схема рис. 4) принимают вид

$$\begin{cases} L_1 = \left[(C_2 + C_3 + C_4) \chi^4 \right] / \left\{ \omega_0^2 \times \right. \\ \times \left[C_2 (C_2 - C_3 \chi^2 - C_4 \chi^2) (1 - \chi^2) + \right. \\ \left. + C_1 (C_2 + C_3 + C_4) \chi^4 \right] \}; \\ L_2 = \frac{\chi^2}{\omega_0^2 C_2}; \\ L_3 = \frac{\chi^2}{\omega_0^2 [(C_2 + C_3 + C_4) \chi^2 - C_2 - C_4 \chi^4]}; \\ L_5 = (C_2 + C_3 + C_4) / \left\{ \omega_0^2 \times \right. \\ \times \left[C_4^2 \chi^4 - (C_2 + C_3 + C_4) C_4 \chi^2 + \right. \\ \left. + (C_2 + C_3)(C_4 + C_5) + C_4 C_5 \right] \}. \end{cases} \quad (9)$$

Индуктивности Т-образной схемы ППФ с последовательными контурами (см. рис. 5) при (7) определяются по формулам

$$\begin{aligned} L_1 &= \left\{ \left[C_1 (1 - \chi^2) + C_2 \right] C_2 (C_3 + C_4) + \right. \\ &+ \left. \left[C_1 (\chi^4 - \chi^2) + C_2 \right] C_3 C_4 \right\} / \left[\omega_0^2 C_1 C_2 \times \right. \\ &\times \left. (C_2 C_3 + C_2 C_4 + C_3 C_4) \right]; \\ L_2 &= \frac{\chi^2}{\omega_0^2 C_2}; \\ L_3 &= \left[(C_4 \chi^2 - C_2) C_3 (1 - \chi^2) + \right. \\ &+ \left. C_2 C_4 \chi^2 \right] / \left\{ \omega_0^2 C_2 C_3 C_4 \chi^2 \right\}; \\ L_5 &= \left\{ \left[C_2 C_3 - (C_2 + C_3) C_4 \chi^2 \right] C_5 (1 - \chi^2) + \right. \\ &+ \left. (C_2 C_3 + C_2 C_4 + C_3 C_4) C_4 \chi^4 \right\} / \left[\omega_0^2 \times \right. \\ &\times \left. (C_2 C_3 + C_2 C_4 + C_3 C_4) C_4 C_5 \chi^4 \right]. \end{aligned}$$

В табл. 5 приведены ПФ ППФ порядка $2n = 6$: П-образного с параллельными контурами – $H_{BP\,pr\,C}^{(6)}(s_H)$ (см. рис. 4) и Т-образного с последовательными контурами – $H_{BP\,sr\,C}^{(6)}(s_H)$ (см. рис. 5), выраженные через емкости и коэффициент χ . ПФ получены подстановкой формул для L_1 – L_5 в полные выражения $H_{BP\,pr\,p}^{(6)}(s_H)$ и $H_{BP\,sr\,p}^{(6)}(s_H)$. Коэффициент при s_H^2 в числителях ПФ с учетом (8) преобразуется в тождество

$$\frac{\chi_1^4 + 1}{\chi_1^2} = \frac{\chi_2^4 + 1}{\chi_2^2} = 2 + \frac{a_1}{Q^2},$$

что позволяет исключить из системы уравнение вида $(\chi^4 + 1)/\chi^2 = 2 + a_1/Q^2$ (табл. 5). Из сравнения ПФ $H_{BP\,pr\,C}^{(6)}(s_H)$ и $H_{BP\,sr\,C}^{(6)}(s_H)$ с $H_{BP\,p}^{(6)}(s_H)$ видно, что оставшееся число уравнений в каждой системе равно 4 при 8 неизвестных: K_y , r , C_1 , C_2 , C_3 , C_4 , C_5 , R . Для решения системы уравнений для каждой из схем, представленных на рис. 4 и 5, задают коэффициент χ и четыре параметра схемы. Исключение уравнений, приравнивающих коэффициенты числителей ПФ, предполагает задание номиналов емкостей C_2 и C_4 продольных ветвей фильтра и точный расчет индуктивностей L_2 , L_4 по (6) и (7). При произвольном задании номиналов r и R решением системы являются числовые значения K_y , C_1 , C_3 , C_5 .

Пример 1. Рассчитаем параметры ППФ 6-го порядка с параллельными контурами с центральной частотой $\omega_0 = 10^5$ рад/с и добротностью $Q = 10$. В табл. 6 приведены коэффициенты ПФ вида (1) ФНЧ 3-го порядка, пересчитываемой в реализуемую ПФ ППФ с помощью преобразования (2). В зависимости от значений коэффициентов $H_{LP\,p}^{(n)}(s_H)$ является ПФ инверсного ФНЧ (ИФНЧ) $\bar{H}_{LP\,p}^{(n)}(s_H)$ или квазиэллиптического ФНЧ (КФНЧ) $\tilde{\bar{H}}_{LP\,p}^{(n)}(s_H)$. Расчет выполнен в соответствии с методикой, изложен-

Табл. 5. ПФ ППФ 6-го порядка с параллельными и последовательными контурами, выраженные через емкости

Tab. 5. Transfer functions of a 6th order bandpass filter with parallel and series circuits termed via capacitances

$2n = 6$ (рис. 4)
$H_{BP\text{ пр } C}^{(6)}(s_H) = K_y \frac{C_2 C_4}{\omega_0 r v_{BP\text{ пр } C}^{(6)}} s_H \left(s_H^4 + \frac{\chi^4 + 1}{\chi^2} s_H^2 + 1 \right) / \Lambda_{BP\text{ пр } C}^{(6)},$ <p>где $v_{BP\text{ пр } C}^{(6)} = (C_1 C_2 + C_1 C_3 + C_2 C_3)(C_4 + C_5) + (C_1 + C_2) C_4 C_5$;</p> $\Lambda_{BP\text{ пр } C}^{(6)} = s_H^6 + \frac{r [C_1 C_2 + (C_1 + C_2)(C_3 + C_4)] + R [(C_2 + C_3)(C_4 + C_5) + C_4 C_5]}{\omega_0 r v_{BP\text{ пр } C}^{(6)}} (s_H^5 + s_H) +$ $+ \left\{ 3 + \frac{[(C_1 + C_2) C_4^2 + C_2^2 (C_4 + C_5)] (C_2 + C_3 + C_4) + [C_1 C_2 + (C_1 + C_2)(C_3 + C_4)] C_4^2 \chi^2 (\chi^2 - 2) + 2 C_2^2 C_4^2 (1 - \chi^2)}{v_{BP\text{ пр } C}^{(6)} (C_2 + C_3 + C_4)} + \right.$ $+ \frac{(C_2 + C_4)^2 + (2 C_2 + C_3 + 2 C_4) C_3}{\omega_0^2 r v_{BP\text{ пр } C}^{(6)} (C_2 + C_3 + C_4)} + C_2^2 \frac{[(C_2 + C_3)(C_4 + C_5) + C_4 C_5] (1 - 2 \chi^2) - 2 C_4^2 \chi^2}{v_{BP\text{ пр } C}^{(6)} (C_2 + C_3 + C_4) \chi^4} \left. \right\} (s_H^4 + s_H^2) +$ $+ \left\{ \frac{2 [(C_2 + C_3)(C_4 + C_5) + C_4 C_5] + C_4^2 (1 - \chi^2)^2}{\omega_0 r v_{BP\text{ пр } C}^{(6)}} + \frac{2 [C_1 C_2 + (C_1 + C_2)(C_3 + C_4)] \chi^4 + C_2^2 (1 - \chi^2)^2}{\omega_0 R v_{BP\text{ пр } C}^{(6)} \chi^4} \right\} s_H^3 + 1$
$2n = 6$ (рис. 5)
$H_{BP\text{ ср } C}^{(6)}(s_H) = K_y \frac{\omega_0 R C_1 C_3 C_5}{v_{BP\text{ ср } C}^{(6)}} s_H \left(s_H^4 + \frac{\chi^4 + 1}{\chi^2} s_H^2 + 1 \right) / \Lambda_{BP\text{ ср } C}^{(6)},$ <p>где $v_{BP\text{ ср } C}^{(6)} = (C_1 + C_2) C_3 + (C_1 + C_2 + C_3)(C_4 + C_5)$;</p> $\Lambda_{BP\text{ ср } C}^{(6)} = s_H^6 + \omega_0 \frac{r C_1 [C_2 C_3 + (C_2 + C_3)(C_4 + C_5)] + R [(C_1 + C_2)(C_3 + C_4) + C_3 C_4] C_5}{v_{BP\text{ ср } C}^{(6)}} (s_H^5 + s_H) +$ $+ \left\{ 3 + \omega_0^2 r R C_1 \frac{C_2 C_3 [C_2 C_3 + 2(C_2 + C_3) C_4] + (C_2 + C_3)^2 C_4^2}{v_{BP\text{ ср } C}^{(6)} (C_2 C_3 + C_2 C_4 + C_3 C_4)} C_5 + \right.$ $+ C_3 \frac{C_2^2 [(C_1 + C_2 + C_3) C_4 + C_2 C_3] C_5 + C_1 [C_2 (C_3 + C_4 + C_5) + C_3 C_4] C_4^2 \chi^4 + C_1 C_3 C_5 (C_2 - C_4 \chi^2)^2 (1 - \chi^2)^2}{v_{BP\text{ ср } C}^{(6)} (C_2 C_3 + C_2 C_4 + C_3 C_4) C_2 C_4 \chi^4} \left. \right\} (s_H^4 + s_H^2) +$ $+ \left\{ \omega_0 r C_1 \frac{C_2 C_3 C_5 (1 - \chi^2)^2 + 2 [C_2 C_3 + (C_2 + C_3)(C_4 + C_5)] C_4 \chi^4}{v_{BP\text{ ср } C}^{(6)} C_4 \chi^4} + \right.$ $+ \omega_0 R \frac{C_1 C_3 C_4 (1 - \chi^2)^2 + 2 C_2 [(C_1 + C_2)(C_3 + C_4) + C_3 C_4] C_5}{v_{BP\text{ ср } C}^{(6)} C_2} \left. \right\} s_H^3 + 1$

ной в [14]. Исходным параметром при расчете коэффициентов $\bar{H}_{LP\text{ п}}^{(n)}(s_H)$ является минимальное затухание в полосах задерживания $\bar{\delta}$. При расчете коэффициентов $\tilde{H}_{LP\text{ п}}^{(n)}(s_H)$ дополнительно задается неравномерность АЧХ в полосе пропускания $\tilde{\delta}$.

При реализации схемы, представленной на рис. 3, условию (5) удовлетворяют параметры ПФ ИФНЧ при $\bar{\delta} = 14$ дБ и КФНЧ при $\tilde{\delta} = 10^{-6}$ дБ, $\bar{\delta} = 14$ дБ. Для расчета параметров инверсного ППФ (ИППФ) примем $C_3 = 150$ нФ, $r = 180$ Ом. В результате решения системы (4) получаем для ИППФ следующие значения параметров:

$K_y = 18.8$; $C_1 = 12.86$ мкФ; $C_2 = 14.24$ мкФ; $C_4 = 12.38$ мкФ; $R = 10$ Ом. Для квазиэллиптического ППФ (КППФ) при $C_3 = 150$ нФ, $r = 220$ Ом получим: $K_y = 22.7$; $C_1 = 12.76$ мкФ; $C_2 = 14.33$ мкФ; $C_4 = 12.47$ мкФ; $R = 10$ Ом. Индуктивности контуров определяются по формулам (3). АЧХ ИППФ $\bar{H}_{BP\text{ п}}^{(6)}(\omega_H)$ и КППФ $\tilde{H}_{BP\text{ п}}^{(6)}(\omega_H)$ по схеме, приведенной на рис. 3, – модули $\hat{H}_{BP\text{ п}}^{(6)}(s_H)$ – представлены на рис. 6.

Для реализации схемы, представленной на рис. 4, с параметрами $\bar{\delta} = 30$ дБ, $\tilde{\delta} = 0.1$ дБ положим $r = R = 100$ Ом, $C_2 = 620$ нФ;

Табл. 6. Коэффициенты ПФ ИФНЧ и КФНЧ 3-го порядка
Tab. 6. Transfer functions coefficients of the inverse low-pass filter and quasi-elliptic low-pass filter of the 3rd order

$\tilde{\delta}$, дБ	$\bar{\delta}$, дБ	K	a_1	b_2	b_1	b_0	$b_1 - a_1$
ИФНЧ							
–	14	0.794936	2.257964	2.296981	2.322101	1.794935	0.064137
	30	0.200950	5.976366	2.067690	2.117480	1.200950	–3.858886
КФНЧ							
0.000001	14	0.7904242	2.243708	2.276604	2.296020	1.773481	0.052312
0.1	30	0.166846	4.407160	1.417290	1.418891	0.731107	–2.988269

$C_4 = 430$ нФ. При $Q = 10$ возможные значения коэффициента χ : $\chi_1 = 0.885210$, $\chi_2 = 1.129676$ – для ИППФ; $\chi_1 = 0.900528$, $\chi_2 = 1.110460$ – для КППФ. Примем для обеих схем $\chi = \chi_2$ и приведем полученные значения емкостей к стандартному ряду. Решение для ИППФ: $K_y = 2.01$; $C_1 = 1.6$ мкФ; $C_3 = 1$ мкФ; $C_5 = 300$ нФ. Для КППФ получим $K_y = 2.35$; $C_1 = 1.1$ мкФ; $C_3 = 820$ нФ; $C_5 = 1$ мкФ. Индуктивности рассчитаны по (9).

АЧХ ИППФ $\bar{H}_{\text{BP pr p}}^{(6)}(\omega_n)$ и КППФ $\tilde{H}_{\text{BP pr p}}^{(6)}(\omega_n)$ – модули $H_{\text{BP pr p}}^{(6)}(s_n)$ – представлены на рис. 7.

Расчет ППФ 10-го порядка. На рис. 1 и 2 представлены схемы П-образного и Т-образного ППФ 10-го порядка с элементами $L_1 C_1 - L_9 C_9$. Схемы фильтров дуальны в том смысле, что их ПФ могут быть получены одна из другой с помощью взаимных подстановок: $L_i \leftrightarrow C_i$, $C_i \leftrightarrow L_i$; $r \leftrightarrow 1/r$, $R \leftrightarrow 1/R$ в знаменателях ПФ и $1/r \leftrightarrow R$ в числителях ПФ (ср.

$H_{\text{BP pr p}}^{(6)}(s_n)$ и $H_{\text{BP sr p}}^{(6)}(s_n)$). Поэтому в табл. 7 приведена ПФ только П-образного ППФ с параллельными контурами $H_{\text{BP pr p}}^{(10)}(s_n)$.

Сократим количество уравнений для определения параметров фильтра, составленных приравниванием коэффициентов ПФ $H_{\text{BP pr p}}^{(10)}(s_n)$ и $H_{\text{BP p}}^{(10)}(s_n)$ при одинаковых степенях переменной s_n . С учетом формул преобразования нормированной частоты ω_n :

$$\omega'_{n1,2} = \sqrt{1 + \frac{\omega_n^2}{4Q^2}} \mp \frac{\omega_n}{2Q}$$

могут быть определены две пары контуров, связанных соотношениями: $\omega_0^4 L_i C_i L_k C_k = 1$, $i, k = 2, 4, 6, 8$, обеспечивающими решение системы уравнений с требуемой точностью. Из приведенных соотношений следует очевидное равенство $\omega_0^8 L_2 C_2 L_4 C_4 L_6 C_6 L_8 C_8 = 1$.

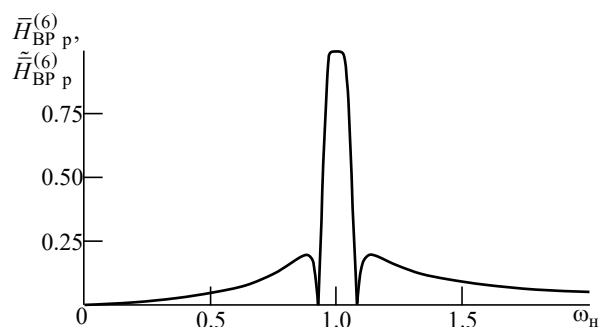


Рис. 6. АЧХ ИППФ и КППФ по схеме, приведенной на рис. 3, с расчетными значениями емкостей и индуктивностей

Fig. 6. Amplitude-frequency characteristics of inverse and quasi-elliptical bandpass filters according to the scheme given in Fig. 3 with calculated capacitances and inductances

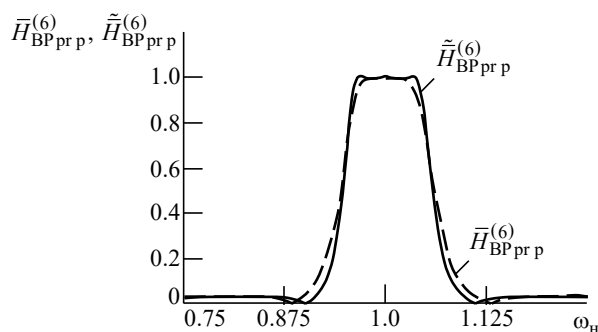


Рис. 7. АЧХ ИППФ и КППФ по схеме, приведенной на рис. 4, со стандартными значениями емкостей и расчетными значениями индуктивностей

Fig. 7. Amplitude-frequency characteristics of inverse and quasi-elliptical bandpass filters according to the scheme given in Fig. 4 with standard capacitances and calculated inductances

Табл. 7. ПФ ППФ 10-го порядка с полюсами затухания с параллельными контурами (рис. 1)
Tab. 7. Transfer function of a 10th order band pass filter with attenuation poles based on parallel circuits (Fig. 1)

$$H_{BP\text{ pr } p}^{(10)} = \frac{K_y C_2 C_4 C_6 C_8}{\omega_0 r v_{BP\text{ pr } p}^{(10)}} s_H \left[\frac{s_H^8 + \frac{L_2 C_2 L_4 C_4 (L_6 C_6 + L_8 C_8) + (L_2 C_2 + L_4 C_4) L_6 C_6 L_8 C_8}{\omega_0^2 L_{12} C_2 L_4 C_4 L_6 C_6 L_8 C_8} s_H^6 + \right. \\ \left. + \frac{L_2 C_2 (L_4 C_4 + L_6 C_6 + L_8 C_8) + L_4 C_4 (L_6 C_6 + L_8 C_8) + L_6 C_6 L_8 C_8}{\omega_0^4 L_2 C_2 L_4 C_4 L_6 C_6 L_8 C_8} s_H^4 + \frac{L_2 C_2 + L_4 C_4 + L_6 C_6 + L_8 C_8}{\omega_0^6 L_2 C_2 L_4 C_4 L_6 C_6 L_8 C_8} s_H^2 + \right. \\ \left. + \frac{1}{\omega_0^8 L_2 C_2 L_4 C_4 L_6 C_6 L_8 C_8} \right] \left(s_H^{10} + I_{pr9} s_H^9 + I_{pr8} s_H^8 + I_{pr7} s_H^7 + I_{pr6} s_H^6 + I_{pr5} s_H^5 + I_{pr4} s_H^4 + I_{pr3} s_H^3 + I_{pr2} s_H^2 + I_{pr1} s_H + I_{pr0} \right),$$

где $v_{BP\text{ pr } p}^{(10)} = \left[(C_1 C_2 + C_1 C_3 + C_2 C_3)(C_4 + C_5) + (C_1 + C_2) C_4 C_5 \right] C_6 (C_8 + C_9) +$
 $+ \left[(C_1 C_2 + C_1 C_3 + C_2 C_3)(C_4 + C_5 + C_6) + (C_1 + C_2) C_4 (C_5 + C_6) \right] (C_7 C_8 + C_7 C_9 + C_8 C_9);$

$$I_{pr9} = \frac{1}{\omega_0 v_{BP\text{ pr } p}^{(10)}} \left\{ \frac{\left[C_1 C_2 + (C_1 + C_2)(C_3 + C_4) \right] \left[C_5 C_6 + (C_5 + C_6)(C_7 + C_8) \right] + (C_1 C_2 + C_1 C_3 + C_2 C_3) C_4 (C_6 + C_7 + C_8)}{R} + \right. \\ \left. + \frac{\left[(C_2 + C_3)(C_4 + C_5 + C_6) + C_4 (C_5 + C_6) \right] (C_7 C_8 + C_7 C_9 + C_8 C_9) + \left[(C_2 + C_3)(C_4 + C_5) + C_4 C_5 \right] C_6 (C_8 + C_9)}{r} \right\};$$

$$I_{pr8} = \frac{1}{\omega_0^2 v_{BP\text{ pr } p}^{(10)}} \left\{ \left[\left(\frac{C_2 + C_3}{L_1} + \frac{C_1 + C_3}{L_2} \right) (C_4 + C_5) + \frac{L_1 + L_2}{L_1 L_2} C_4 C_5 + \left(\frac{C_4 + C_5}{L_3} + \frac{C_3 + C_5}{L_4} + \frac{C_3 + C_4}{L_5} \right) (C_1 + C_2) + \frac{L_4 + L_5}{L_4 L_5} C_1 C_2 \right] \times \right. \\ \times \left[(C_6 + C_7)(C_8 + C_9) + C_8 C_9 \right] + \left[\frac{C_2 + C_3 + C_4}{L_1} + \frac{C_1 + C_3 + C_4}{L_2} + \frac{L_3 + L_4}{L_3 L_4} (C_1 + C_2) \right] C_6 (C_7 C_8 + C_7 C_9 + C_8 C_9) + \left[\frac{L_6 + L_7}{L_6 L_7} (C_8 + C_9) + \right. \\ \left. + \frac{C_6 + C_7 + C_9}{L_8} + \frac{C_6 + C_7 + C_8}{L_9} \right] (C_1 C_2 + C_1 C_3 + C_2 C_3) C_4 + \left[\frac{(C_5 + C_7)(C_8 + C_9) + C_8 C_9}{L_6} + \left(\frac{C_8 + C_9}{L_7} + \frac{C_7 + C_9}{L_8} + \frac{C_7 + C_8}{L_9} \right) (C_5 + C_6) + \right. \\ \left. + \frac{L_8 + L_9}{L_8 L_9} C_5 C_6 \right] \left[C_1 C_2 + (C_1 + C_2)(C_3 + C_4) \right] + \frac{\left[(C_2 + C_3)(C_4 + C_5) + C_4 C_5 \right] (C_6 + C_7 + C_8) + (C_2 + C_3 + C_4) C_6 (C_7 + C_8)}{rR} \Bigg\};$$

$$I_{pr7} = \frac{1}{\omega_0^3 R v_{BP\text{ pr } p}^{(10)}} \left\{ \left[\left(\frac{C_2 + C_3}{L_1} + \frac{C_1 + C_3}{L_2} \right) (C_4 + C_5) + \frac{L_1 + L_2}{L_1 L_2} C_4 C_5 + \left(\frac{C_4 + C_5}{L_3} + \frac{C_3 + C_5}{L_4} + \frac{C_3 + C_4}{L_5} \right) (C_1 + C_2) + \frac{L_4 + L_5}{L_4 L_5} C_1 C_2 \right] \times \right. \\ \times (C_6 + C_7 + C_8) + \left[\frac{C_2 + C_3 + C_4}{L_1} + \frac{C_1 + C_3 + C_4}{L_2} + \frac{L_3 + L_4}{L_3 L_4} (C_1 + C_2) \right] C_6 (C_7 + C_8) + \frac{L_6 L_7 + L_6 L_8 + L_7 L_8}{L_6 L_7 L_8} (C_1 C_2 + C_1 C_3 + C_2 C_3) C_4 + \\ \left. + \left[\frac{C_5 + C_7 + C_8}{L_6} + \frac{L_7 + L_8}{L_7 L_8} (C_5 + C_6) \right] \left[C_1 C_2 + (C_1 + C_2)(C_3 + C_4) \right] \right\} + \frac{1}{\omega_0^3 r v_{BP\text{ pr } p}^{(10)}} \left\{ \left[\frac{L_2 + L_3}{L_2 L_3} (C_4 + C_5) + \frac{C_2 + C_3 + C_5}{L_4} + \right. \right. \\ \left. + \frac{C_2 + C_3 + C_4}{L_5} \right] \left[(C_6 + C_7)(C_8 + C_9) + C_8 C_9 \right] + \frac{L_2 L_3 + L_2 L_4 + L_3 L_4}{L_2 L_3 L_4} C_6 (C_7 C_8 + C_7 C_9 + C_8 C_9) + \\ \left. + \left[\frac{(C_5 + C_7)(C_8 + C_9) + C_8 C_9}{L_6} + \left(\frac{C_8 + C_9}{L_7} + \frac{C_7 + C_9}{L_8} + \frac{C_7 + C_8}{L_9} \right) (C_5 + C_6) + \frac{L_8 + L_9}{L_8 L_9} C_5 C_6 \right] (C_2 + C_3 + C_4) + \right. \\ \left. + \left[\frac{L_6 + L_7}{L_6 L_7} (C_8 + C_9) + \frac{C_6 + C_7 + C_9}{L_8} + \frac{C_6 + C_7 + C_8}{L_9} \right] (C_2 + C_3) C_4 \right\};$$

$$I_{pr6} = \frac{1}{\omega_0^4 v_{BP\text{ pr } p}^{(10)}} \left\{ \frac{(L_1 + L_2)(L_3 + L_4) + L_3 L_4}{L_1 L_2 L_3 L_4} C_6 (C_7 C_8 + C_7 C_9 + C_8 C_9) + \left[\frac{L_1 + L_2 + L_3}{L_1 L_2 L_3} (C_4 + C_5) + \right. \right. \\ \left. + \frac{C_2 + C_3 + C_5}{L_1 L_4} + \frac{C_2 + C_3 + C_4}{L_1 L_5} + \frac{C_1 + C_3 + C_5}{L_2 L_4} + \frac{C_1 + C_3 + C_4}{L_2 L_5} + \frac{L_3 + L_4 + L_5}{L_3 L_4 L_5} (C_1 + C_2) \right] \times \\ \times \left[(C_6 + C_7)(C_8 + C_9) + C_8 C_9 \right] + \left[\frac{C_2 + C_3}{L_1} + \frac{C_1 + C_3}{L_2} + \frac{L_3 + L_5}{L_3 L_5} (C_1 + C_2) \right] \frac{C_8 + C_9}{L_6} C_4 + \\ \left. + \left[\frac{C_2 + C_3 + C_4}{L_1} + \frac{C_1 + C_3 + C_4}{L_2} + \frac{L_3 + L_4}{L_3 L_4} (C_1 + C_2) \right] \frac{(C_5 + C_7)(C_8 + C_9) + C_8 C_9}{L_6} + \right. \\ \left. + \left[\frac{L_4 + L_5}{L_4 L_5 L_6} (C_1 C_2 + C_1 C_3 + C_2 C_3) + \left(\frac{C_2 + C_3}{L_1} + \frac{C_1 + C_3}{L_2} + \frac{C_1 + C_2}{L_3} \right) \frac{C_4 + C_5 + C_6}{L_7} + \frac{L_1 + L_2}{L_1 L_2 L_7} C_4 (C_5 + C_6) + \right. \right. \\ \left. + \frac{C_1 C_2 + (C_1 + C_2)(C_3 + C_5 + C_6)}{L_4 L_7} + \frac{L_5 + L_6}{L_5 L_6} \frac{C_1 C_2 + (C_1 + C_2)(C_3 + C_4)}{L_7} \right] (C_8 + C_9) + \\ \left. + \left[\left(\frac{C_2 + C_3}{L_1} + \frac{C_1 + C_3}{L_2} \right) C_4 + \left(\frac{C_4 + C_5}{L_3} + \frac{C_3 + C_5}{L_4} + \frac{C_3 + C_4}{L_5} \right) (C_1 + C_2) + \frac{L_4 + L_5}{L_4 L_5} C_1 C_2 \right] \left(\frac{C_6 + C_7 + C_9}{L_8} + \right. \right.$$

$$\begin{aligned}
 & + \frac{C_6 + C_7 + C_8}{L_9} \left(\frac{C_2 + C_3 + C_4}{L_1} + \frac{C_1 + C_3 + C_4}{L_2} \right) \left[\left(\frac{C_7 + C_9}{L_8} + \frac{C_7 + C_8}{L_9} \right) (C_5 + C_6) + \frac{L_8 + L_9}{L_8 L_9} C_5 C_6 \right] + \\
 & + \frac{L_3 + L_4}{L_3 L_4} \left(\frac{C_7 + C_9}{L_8} + \frac{C_7 + C_8}{L_9} \right) (C_1 + C_2) C_6 + \left[\frac{C_4 + C_5 + C_7 + C_9}{L_6 L_8} + \frac{C_4 + C_5 + C_7 + C_8}{L_6 L_9} + \frac{L_7 + L_8 + L_9}{L_7 L_8 L_9} \times \right. \\
 & \times (C_4 + C_5 + C_6) \left. \right] (C_1 C_2 + C_1 C_3 + C_2 C_3) + \left[\frac{C_5 + C_7 + C_9}{L_6 L_8} + \frac{C_5 + C_7 + C_8}{L_6 L_9} + \frac{L_7 + L_8 + L_9}{L_7 L_8 L_9} (C_5 + C_6) \right] (C_1 + C_2) C_4 \Big\} + \\
 & + \frac{1}{\omega_0^4 r V_{BP \text{ pr p}}^{(10)}} \left\{ \left[\frac{L_2 + L_3}{L_2 L_3} (C_4 + C_5) + \frac{C_2 + C_3 + C_5}{L_4} + \frac{C_2 + C_3 + C_4}{L_5} \right] (C_6 + C_7 + C_8) + \frac{L_2 L_3 + L_2 L_4 + L_3 L_4}{L_2 L_3 L_4} \times \right. \\
 & \times C_6 (C_7 + C_8) + \frac{L_6 L_7 + L_6 L_8 + L_7 L_8}{L_6 L_7 L_8} (C_2 + C_3) C_4 + \left[\frac{C_5 + C_7 + C_8}{L_6} + \frac{L_7 + L_8}{L_7 L_8} (C_5 + C_6) \right] (C_2 + C_3 + C_4) \Big\}; \\
 I_{pr5} = & \frac{1}{\omega_0^5 R V_{BP \text{ pr p}}^{(10)}} \left\{ \left[\frac{L_1 + L_2 + L_3}{L_1 L_2 L_3} (C_4 + C_5) + \frac{L_1 + L_2}{L_1 L_2} \left(\frac{C_5}{L_4} + \frac{C_4}{L_5} \right) + \frac{L_3 + L_4 + L_5}{L_3 L_4 L_5} (C_1 + C_2) + \right. \right. \\
 & + \frac{L_4 + L_5}{L_4 L_5} \left(\frac{C_2 + C_3}{L_1} + \frac{C_1 + C_3}{L_2} \right) \Big] (C_6 + C_7 + C_8) + \frac{(L_1 + L_2)(L_3 + L_4) + L_3 L_4}{L_1 L_2 L_3 L_4} C_6 (C_7 + C_8) + \frac{L_6 L_7 + L_6 L_8 + L_7 L_8}{L_6 L_7 L_8} \times \\
 & \times \left(\frac{C_2 + C_3}{L_1} + \frac{C_1 + C_3}{L_2} + \frac{C_1 + C_2}{L_3} \right) C_4 + \left(\frac{C_2 + C_3 + C_4}{L_1} + \frac{C_1 + C_3 + C_4}{L_2} + \frac{C_1 + C_2}{L_3} \right) \left[\frac{C_5 + C_7 + C_8}{L_6} + \frac{L_7 + L_8}{L_7 L_8} \times \right. \\
 & \times (C_5 + C_6) \Big] + \left[\frac{C_3 + C_5 + C_7 + C_8}{L_4 L_6} + \frac{L_7 + L_8}{L_4 L_7 L_8} (C_3 + C_5 + C_6) + \frac{(L_5 + L_6)(L_7 + L_8) + L_7 L_8}{L_5 L_6 L_7 L_8} (C_3 + C_4) \right] (C_1 + C_2) + \\
 & + \frac{(L_4 + L_5)(L_6 L_7 + L_6 L_8 + L_7 L_8) + L_4 L_5 (L_7 + L_8)}{L_4 L_5 L_6 L_7 L_8} C_1 C_2 \Big\} + \frac{1}{\omega_0^5 r V_{BP \text{ pr p}}^{(10)}} \left\{ \left[\frac{L_2 L_3 + (L_2 + L_3)(L_4 + L_5)}{L_2 L_3 L_4 L_5} (C_6 + C_7) + \right. \right. \\
 & + \frac{L_2 + L_3}{L_2 L_3} \left(\frac{C_4 + C_5 + C_7}{L_6} + \frac{C_4 + C_5 + C_6}{L_7} \right) + \frac{C_2 + C_3 + C_5 + C_7}{L_4 L_6} + \frac{C_2 + C_3 + C_5 + C_6}{L_4 L_7} + \frac{L_5 + L_6 + L_7}{L_5 L_6 L_7} \times \\
 & \times (C_2 + C_3 + C_4) \Big] (C_8 + C_9) + \frac{(L_2 + L_3)(L_4 L_5 + L_4 L_6 + L_5 L_6) + L_2 L_3 (L_5 + L_6)}{L_2 L_3 L_4 L_5 L_6} C_8 C_9 + \\
 & + \left[\frac{L_2 + L_3}{L_2 L_3} (C_4 + C_5) + \frac{C_2 + C_3 + C_5}{L_4} + \frac{C_2 + C_3 + C_4}{L_5} \right] \frac{C_6 + C_7 + C_9}{L_8} + \frac{L_2 L_3 + L_2 L_4 + L_3 L_4}{L_2 L_3 L_4 L_8} C_6 (C_7 + C_9) + \\
 & + \frac{(C_2 + C_3) C_4 + (C_2 + C_3 + C_4)(C_5 + C_7 + C_9)}{L_6 L_8} + \frac{L_2 + L_3}{L_2 L_3 L_9} (C_4 + C_5) C_6 + \left[\frac{L_2 + L_3}{L_2 L_3} (C_7 + C_8) + \right. \\
 & + \frac{L_7 + L_8 + L_9}{L_7 L_8} (C_2 + C_3) \Big] \frac{C_4 + C_5 + C_6}{L_9} + \frac{C_2 + C_3 + C_5}{L_4 L_9} (C_6 + C_7 + C_8) + \frac{C_6 (C_7 + C_8)}{L_4 L_9} + \frac{(C_2 + C_3) C_4}{L_6 L_9} + \\
 & + \left(\frac{C_5 + C_7 + C_8}{L_6} + \frac{C_6 + C_7 + C_8}{L_5} \right) \frac{C_2 + C_3 + C_4}{L_9} + \frac{L_7 + L_8 + L_9}{L_7 L_8 L_9} C_4 (C_5 + C_6) \Big\}; \\
 I_{pr4} = & \frac{1}{\omega_0^6 V_{BP \text{ pr p}}^{(10)}} \left\{ \frac{(L_1 + L_2 + L_3)(L_4 L_5 + L_4 L_6 + L_5 L_6) + (L_1 + L_2) L_3 (L_5 + L_6)}{L_1 L_2 L_3 L_4 L_5 L_6} C_8 C_9 + \right. \\
 & + \left[\frac{(L_1 + L_2) L_3 + (L_1 + L_2 + L_3)(L_4 + L_5)}{L_1 L_2 L_3 L_4 L_5} (C_6 + C_7) + \frac{L_1 + L_2 + L_3}{L_1 L_2 L_3} \left(\frac{C_4 + C_5 + C_7}{L_6} + \frac{C_4 + C_5 + C_6}{L_7} \right) + \frac{L_1 + L_2}{L_1 L_2 L_4} \times \right. \\
 & \times \left(\frac{C_3 + C_5 + C_7}{L_6} + \frac{C_3 + C_5 + C_6}{L_7} \right) + \frac{(L_3 + L_4)(L_5 + L_6 + L_7) + L_5 (L_6 + L_7)}{L_3 L_4 L_5 L_6 L_7} (C_1 + C_2) + \frac{L_6 + L_7}{L_4 L_6 L_7} \left(\frac{C_2}{L_1} + \frac{C_1}{L_2} \right) \Big] \times \\
 & \times (C_8 + C_9) + \left(\frac{L_1 + L_2 + L_3}{L_1 L_2} \frac{C_4 + C_5}{L_3} + \frac{C_2 + C_3 + C_5}{L_1 L_4} + \frac{C_2 + C_3 + C_4}{L_1 L_5} + \frac{C_1 + C_3 + C_5}{L_2 L_4} + \frac{C_1 + C_3 + C_4}{L_2 L_5} + \right. \\
 & + \frac{L_3 + L_4 + L_5}{L_3 L_4} \frac{C_1 + C_2}{L_5} \Big) \left(\frac{C_6 + C_7 + C_9}{L_8} + \frac{C_6 + C_7 + C_8}{L_9} \right) + \frac{(L_1 + L_2)(L_3 + L_4) + L_3 L_4}{L_1 L_2 L_3 L_4} C_6 \left(\frac{C_7 + C_9}{L_8} + \frac{C_7 + C_8}{L_9} \right) + \\
 & + \left(\frac{C_2 + C_3 + C_4}{L_1 L_6} + \frac{C_1 + C_3 + C_4}{L_2 L_6} + \frac{L_3 + L_4}{L_3 L_4} \frac{C_1 + C_2}{L_6} \right) \left(\frac{C_5 + C_7 + C_9}{L_8} + \frac{C_5 + C_7 + C_8}{L_9} \right) + \left(\frac{L_5 + L_6 + L_7}{L_5 L_6} \frac{C_8 + C_9}{L_7} + \right. \\
 & + \frac{L_7 + L_8 + L_9}{L_7 L_8} \frac{C_5 + C_6}{L_9} \Big) \left(\frac{C_2 + C_3 + C_4}{L_1} + \frac{C_1 + C_3 + C_4}{L_2} \right) + \frac{L_6 L_7 + (L_6 + L_7)(L_8 + L_9)}{L_6 L_7 L_8 L_9} \left(\frac{C_2 + C_3}{L_1} + \frac{C_1 + C_3}{L_2} \right) C_4 + \\
 & + \left[\frac{(L_3 + L_4)(L_7 + L_8 + L_9)}{L_3} \frac{C_5 + C_6}{L_4} + \frac{L_6 L_7 + (L_6 + L_7)(L_8 + L_9)}{L_6} \left(\frac{C_4}{L_3} + \frac{C_3}{L_4} \right) + \frac{(L_5 + L_6)(L_7 + L_8 + L_9) + L_7 (L_8 + L_9)}{L_5 L_6} \times \right.
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 & \times (C_3 + C_4) \left[\frac{C_1 + C_2}{L_7 L_8 L_9} + \frac{(L_4 L_5 + L_4 L_6 + L_5 L_6)(L_7 + L_8 + L_9) + (L_4 + L_5)L_7(L_8 + L_9)}{L_4 L_5 L_6 L_7 L_8 L_9} C_1 C_2 \right] + \\
 & + \frac{1}{\omega_0^6 r V_{BP \text{ pr p}}^{(10)}} \left\{ \frac{L_2 L_3 + (L_2 + L_3)(L_4 + L_5)}{L_2 L_3 L_4} \frac{C_6 + C_7 + C_8}{L_5} + \frac{L_2 + L_3}{L_2 L_3} \left(\frac{C_4 + C_5 + C_7 + C_8}{L_6} + \frac{L_7 + L_8}{L_7} \frac{C_4 + C_5 + C_6}{L_8} \right) + \right. \\
 & + \frac{C_2 + C_3 + C_5 + C_7 + C_8}{L_4 L_6} + \frac{L_7 + L_8}{L_7 L_8} \frac{C_2 + C_3 + C_5 + C_6}{L_4} + \frac{(L_5 + L_6)(L_7 + L_8) + L_7 L_8}{L_5 L_6 L_7} \frac{C_2 + C_3 + C_4}{L_8} \left. \right\}; \\
 I_{pr3} = & \frac{1}{\omega_0^7 R V_{BP \text{ pr p}}^{(10)}} \left[\frac{(L_1 + L_2)(L_3 + L_4 + L_5) + L_3(L_4 + L_5)}{L_1 L_2 L_3 L_4 L_5} (C_6 + C_7 + C_8) + \frac{L_1 + L_2 + L_3}{L_1 L_2 L_3} \times \right. \\
 & \times \left(\frac{C_4 + C_5 + C_7 + C_8}{L_6} + \frac{L_7 + L_8}{L_7} \frac{C_4 + C_5 + C_6}{L_8} \right) + \frac{C_2 + C_3 + C_5 + C_7 + C_8}{L_1 L_4 L_6} + \frac{C_1 + C_3 + C_5 + C_7 + C_8}{L_2 L_4 L_6} + \\
 & + \frac{L_7 + L_8}{L_4 L_7 L_8} \left(\frac{C_2 + C_3 + C_5 + C_6}{L_1} + \frac{C_1 + C_3 + C_5 + C_6}{L_2} \right) + \frac{(L_5 + L_6)(L_7 + L_8) + L_7 L_8}{L_5 L_6 L_7 L_8} \left(\frac{C_2 + C_3 + C_4}{L_1} + \right. \\
 & + \frac{C_1 + C_3 + C_4}{L_2} \left. \right) + \frac{(L_3 + L_4 + L_5)(L_6 L_7 + L_6 L_8 + L_7 L_8) + (L_3 + L_4)L_5(L_7 + L_8)}{L_3 L_4 L_5 L_6 L_7 L_8} (C_1 + C_2) \left. \right] + \\
 & + \frac{1}{\omega_0^7 r V_{BP \text{ pr p}}^{(10)}} \left[\frac{(L_2 L_3 + L_2 L_4 + L_3 L_4)(L_5 + L_6 + L_7) + (L_2 + L_3)L_5(L_6 + L_7)}{L_2 L_3 L_4 L_5 L_6 L_7} (C_8 + C_9) + \right. \\
 & + \frac{L_2 L_3 + (L_2 + L_3)(L_4 + L_5)}{L_2 L_3 L_4 L_5} \left(\frac{C_6 + C_7 + C_9}{L_8} + \frac{C_6 + C_7 + C_8}{L_9} \right) + \frac{L_2 + L_3}{L_2 L_3} \left(\frac{C_4 + C_5 + C_7 + C_9}{L_6} + \right. \\
 & + \frac{C_4 + C_5 + C_7 + C_8}{L_6 L_9} + \frac{L_7 + L_8 + L_9}{L_7 L_8} \frac{C_4 + C_5 + C_6}{L_9} \left. \right) + \frac{C_2 + C_3 + C_5 + C_7 + C_9}{L_4 L_6 L_8} + \frac{C_2 + C_3 + C_5 + C_7 + C_8}{L_4 L_6 L_9} + \\
 & + \frac{L_7 + L_8 + L_9}{L_4 L_7 L_8 L_9} (C_2 + C_3 + C_5 + C_6) + \frac{(L_5 + L_6)(L_7 + L_8 + L_9) + L_7(L_8 + L_9)}{L_5 L_6 L_7 L_8 L_9} (C_2 + C_3 + C_4) \left. \right]; \\
 I_{pr2} = & \frac{1}{\omega_0^8 V_{BP \text{ pr p}}^{(10)}} \left\{ \frac{[(L_1 + L_2)(L_3 + L_4) + L_3 L_4](L_5 + L_6 + L_7) + (L_1 + L_2 + L_3)L_5(L_6 + L_7)}{L_1 L_2 L_3 L_4 L_5 L_6 L_7} (C_8 + C_9) + \right. \\
 & + \frac{(L_1 + L_2)L_3 + (L_1 + L_2 + L_3)(L_4 + L_5)}{L_1 L_2 L_3 L_4 L_5} \left(\frac{C_6 + C_7 + C_9}{L_8} + \frac{C_6 + C_7 + C_8}{L_9} \right) + \frac{L_1 + L_2 + L_3}{L_1 L_2 L_3 L_6} \times \\
 & \times \left(\frac{C_4 + C_5 + C_7 + C_9}{L_8} + \frac{C_4 + C_5 + C_7 + C_8}{L_9} \right) + \frac{(L_1 + L_2 + L_3)(L_7 + L_8 + L_9)}{L_1 L_2 L_3 L_7 L_8 L_9} (C_4 + C_5 + C_6) + \frac{L_8 + L_9}{L_4 L_6 L_8 L_9} \times \\
 & \times \left(\frac{C_2}{L_1} + \frac{C_1}{L_2} \right) + \frac{L_1 + L_2}{L_1 L_2} \left(\frac{C_3 + C_5 + C_7 + C_9}{L_4 L_6 L_8} + \frac{C_3 + C_5 + C_7 + C_8}{L_4 L_6 L_9} \right) + \frac{L_7 + L_8 + L_9}{L_4 L_7 L_8 L_9} \left(\frac{C_2 + C_3 + C_5 + C_6}{L_1} + \right. \\
 & + \frac{C_1 + C_3 + C_5 + C_6}{L_2} \left. \right) + \frac{(L_5 + L_6)(L_7 + L_8 + L_9) + L_7(L_8 + L_9)}{L_5 L_6 L_7 L_8 L_9} \left(\frac{C_2 + C_3 + C_4}{L_1} + \frac{C_1 + C_3 + C_4}{L_2} \right) + \\
 & + \frac{[(L_3 + L_4)(L_5 + L_6) + L_5 L_6](L_7 + L_8 + L_9) + (L_3 + L_4 + L_5)L_7(L_8 + L_9)}{L_3 L_4 L_5 L_6 L_7 L_8 L_9} (C_1 + C_2) \left. \right\} + \\
 & + \frac{(L_2 L_3 + L_2 L_4 + L_3 L_4)[(L_5 + L_6)(L_7 + L_8) + L_7 L_8] + (L_2 + L_3)L_5(L_6 L_7 + L_6 L_8 + L_7 L_8)}{\omega_0^8 r R L_2 L_3 L_4 L_5 L_6 L_7 L_8 V_{BP \text{ pr p}}^{(10)}}; \\
 I_{pr1} = & \frac{[(L_1 + L_2)(L_3 + L_4) + L_3 L_4][(L_5 + L_6)(L_7 + L_8) + L_7 L_8] + (L_1 + L_2 + L_3)L_5(L_6 L_7 + L_6 L_8 + L_7 L_8)}{\omega_0^9 R L_1 L_2 L_3 L_4 L_5 L_6 L_7 L_8 V_{BP \text{ pr p}}^{(10)}} + \\
 & + \frac{(L_2 L_3 + L_2 L_4 + L_3 L_4)L_5(L_7 + L_8 + L_9) + [L_2 L_3 + (L_2 + L_3)(L_4 + L_5)][L_6 L_7 + (L_6 + L_7)(L_8 + L_9)]}{\omega_0^9 r L_2 L_3 L_4 L_5 L_6 L_7 L_8 L_9 V_{BP \text{ pr p}}^{(10)}}; \\
 I_{pr0} = & \frac{1}{\omega_0^{10} L_1 L_2 L_3 L_4 L_5 L_6 L_7 L_8 L_9 V_{BP \text{ pr p}}^{(10)}} \left\{ [(L_1 + L_2)(L_3 + L_4) + L_3 L_4][(L_5 + L_6)(L_7 + L_8 + L_9) + L_7(L_8 + L_9)] + \right. \\
 & + (L_1 + L_2 + L_3)L_5[L_6 L_7 + (L_6 + L_7)(L_8 + L_9)] \left. \right\}
 \end{aligned}$$

Введем обозначения:

$$\chi_{11, 12} = \sqrt{1 + \frac{a_1}{4Q^2}} \mp \frac{\sqrt{a_1}}{2Q};$$

$$\chi_{21, 22} = \sqrt{1 + \frac{a_2}{4Q^2}} \mp \frac{\sqrt{a_2}}{2Q},$$

где в символах " \mp " знак " $-$ " относится к переменным χ_{11} , χ_{21} , а знак " $+$ " – к переменным χ_{12} , χ_{22} . Положим, например,

$$\omega_0^4 L_2 C_2 L_6 C_6 = 1; \quad L_2 = \frac{\chi_{21}^2}{\omega_0^2 C_2}; \quad L_6 = \frac{1}{\chi_{21}^2 \omega_0^2 C_6};$$

$$\omega_0^4 L_4 C_4 L_8 C_8 = 1; \quad L_4 = \frac{\chi_{11}^2}{\omega_0^2 C_4}; \quad L_8 = \frac{1}{\chi_{11}^2 \omega_0^2 C_8}.$$

Подставив выражения L_2 , L_4 , L_6 , L_8 в коэффициенты числителя $H_{\text{ВР пр}}^{(10)}(s_n)$, получим следующие тождества (ср. с $H_{\text{ВР пр}}^{(10)}(s_n)$):

$$\begin{aligned} E_{\text{пр}62} &= [L_2 C_2 L_4 C_4 (L_6 C_6 + L_8 C_8) + \\ &\quad (L_2 C_2 + L_4 C_4) \times \\ &\quad \times L_6 C_6 L_8 C_8] / (\omega_0^2 L_2 C_2 L_4 C_4 L_6 C_6 L_8 C_8) \equiv \\ &\equiv \frac{L_2 C_2 + L_4 C_4 + L_6 C_6 + L_8 C_8}{\omega_0^2 L_2 C_2 L_4 C_4 L_6 C_6 L_8 C_8} \equiv \\ &\equiv \frac{\chi_{11}^4 + 1}{\chi_{11}^2} + \frac{\chi_{21}^4 + 1}{\chi_{21}^2} = 2 + \frac{a_1}{Q^2} + 2 + \frac{a_2}{Q^2} = \\ &= 4 + \frac{a_1 + a_2}{Q^2}; \\ E_{\text{пр}4} &= [L_2 C_2 (L_4 C_4 + L_6 C_6 + L_8 C_8) + \\ &\quad + L_4 C_4 (L_6 C_6 + L_8 C_8) + \\ &\quad + L_6 C_6 L_8 C_8] / (\omega_0^4 L_2 C_2 L_4 C_4 L_6 C_6 L_8 C_8) \equiv \\ &\equiv 2 + \left(\frac{\chi_{11}^4 + 1}{\chi_{11}^2} \right) \left(\frac{\chi_{21}^4 + 1}{\chi_{21}^2} \right) = \\ &= 2 + \left(2 + \frac{a_1}{Q^2} \right) \left(2 + \frac{a_2}{Q^2} \right) = 6 + 2 \frac{a_1 + a_2}{Q^2} + \frac{a_1 a_2}{Q^4}. \end{aligned}$$

При других начальных условиях эти тождества также выполняются.

Полученные тождества позволяют исключить из системы уравнения, приравнивающие

коэффициенты при s_n^6 , s_n^4 , s_n^2 , s_n^0 в числителях ПФ $H_{\text{ВР пр}}^{(10)}(s_n)$ (табл. 7) и $H_{\text{ВР пр}}^{(10)}(s_n)$ (табл. 1), и сократить тем самым количество уравнений для определения параметров фильтра с 15 до 11 при 21 неизвестном: K_y , L_1 , C_1 , ..., L_9 , C_9 , r и R .

Задавшись номинальными значениями емкостей в продольных ветвях фильтра C_2 , C_4 , C_6 , C_8 , соответствующие значения индуктивностей найдем по приведенным формулам для выбранных начальных условий. Зададим также номинальные значения сопротивлений r и R . Оставшиеся 11 параметров – K_y , L_1 , C_1 , L_3 , C_3 , L_5 , C_5 , L_7 , C_7 , L_9 , C_9 – найдем в результате решения системы 11 уравнений.

Пример 2. Рассчитаем параметры КППФ 10-го порядка, изображенного на рис. 1, с центральной частотой $\omega_0 = 10^5$ рад/с, добротностью $Q = 10$ и параметрами АЧХ: $\tilde{\delta} = 0.1$ дБ, $\bar{\delta} = 35$ дБ. Коэффициенты реализуемой ПФ $\tilde{H}_{\text{ВР пр}}^{(10)}(s_n)$ [14]: $K = 0.088248$; $a_1 = 1.582984$; $a_2 = 3.319079$; $b_4 = 1.576800$; $b_3 = 2.428532$; $b_2 = 2.048719$; $b_1 = 1.260154$; $b_0 = 0.461008$. Система 11 уравнений для определения K_y и 10 параметров в поперечных ветвях фильтра имеет вид

$$\begin{cases} \frac{K_y C_2 C_4 C_6 C_8}{\omega_0 r v_{\text{ВР пр}}^{(10)}} = \frac{K}{Q}; \\ I_{\text{пр}9} = I_{\text{пр}1} = b_4 / Q; \\ I_{\text{пр}8} = I_{\text{пр}2} = 5 + b_3 / Q^2; \\ I_{\text{пр}7} = I_{\text{пр}3} = 4 b_4 / Q + b_2 / Q^3; \\ I_{\text{пр}6} = I_{\text{пр}4} = 10 + 3 b_3 / Q^2 + b_1 / Q^4; \\ I_{\text{пр}5} = 6 b_4 / Q + 2 b_2 / Q^3 + b_0 / Q^5; \\ I_{\text{пр}0} = 1. \end{cases}$$

Положим $r = R = 100$ Ом и примем значения емкостей в продольных ветвях ППФ: $C_2 = 1300$ нФ; $C_4 = 560$ нФ; $C_6 = 820$ нФ; $C_8 = 560$ нФ. Для принятых ранее начальных условий расчетные значения индуктивностей составляют: $L_2 = 64.1$ мкГн; $L_4 = 157.5$ мкГн;

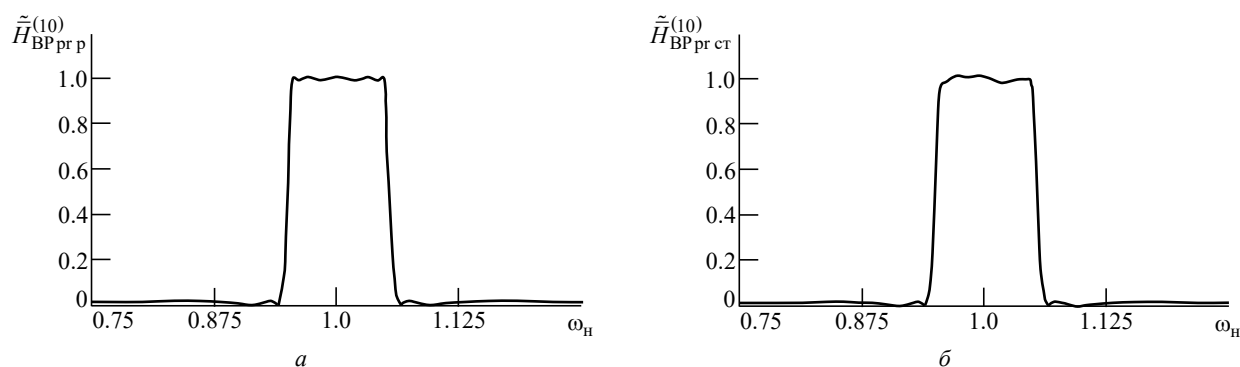


Рис. 8. АЧХ КППФ, приведенного на рис. 1, с расчетными параметрами (а); со стандартными емкостями (б)

Fig. 8. Amplitude-frequency characteristic of a quasi-elliptical band-pass filter according to the scheme given in Fig. 1 with design parameters (a) and standard capacitances (b)

$L_6 = 146.3$ мкГн; $L_8 = 202.5$ мкГн. Решение системы уравнений: $K_y = 4.18$; $C_1 = 1045.2$ нФ; $L_1 = 112.5$ мкГн; $C_3 = 1505.2$ нФ; $L_3 = 70.4$ мкГн; $C_5 = 861.1$ нФ; $L_5 = 116.3$ мкГн; $C_7 = 171.0$ нФ; $L_7 = 368.4$ мкГн; $C_9 = 669.1$ нФ; $L_9 = 141.4$ мкГн.

Переход к номинальным значениям емкостей из ряда E24 может вызвать существенное отклонение расчетной АЧХ от реализуемой. В этом случае АЧХ корректируется изменением значений индуктивностей.

После перехода и изменения значений индуктивностей имеем: $C_1 = 1000$ нФ; $L_1 = 118.1$ мкГн; $C_3 = 1500$ нФ; $L_3 = 70.7$ мкГн; $C_5 = 820$ нФ; $L_5 = 122.2$ мкГн; $C_7 = 160$ нФ; $L_7 = 383.0$ мкГн; $C_9 = 680$ нФ; $L_9 = 139.5$ мкГн. АЧХ КППФ 10-го порядка с параллельными контурами приведены на рис. 8: а – $\tilde{H}_{\text{BP пр п}}^{(10)}(\omega_n)$ с расчетными значениями параметров; б – $\tilde{H}_{\text{BP пр ст}}^{(10)}(\omega_n)$ со стандартными значениями емкостей и скорректированными значениями индуктивностей.

Закключение. Реализуемая ПФ ППФ формируется из ПФ ФНЧ с требуемыми характеристиками затухания с помощью преобразования переменной. При преобразовании частоты реализуемой АЧХ, лежащие по обе стороны от центральной частоты ППФ, связаны определенными соотношениями. Учет этого обстоятельства позволяет исключить из рассмотрения уравнения, приравнивающие коэффициенты числителей передаточных функций. Для ППФ 6-го порядка, рассмотренных в статье, число уравнений системы дополнительно сокращено за счет выражения всех индуктивностей через центральную частоту и емкости фильтров. В результате количество уравнений системы равно 4 при 13 искоемых параметрах фильтра. Для расчета ППФ 10-го порядка число уравнений равно 11 при 21 неизвестном. В обоих случаях параметры, число которых превышает число уравнений, выбираются произвольно из ряда стандартных значений [15], что значительно повышает точность воспроизведения реализуемой АЧХ.

Список литературы

1. Червинский Е. Н. Расчет полосно-пропускающих фильтров с фиксированными частотами бесконечного затухания // Изв. вузов России. Радиоэлектроника. 2022. № 4. С. 23–40. doi: 10.32603/1993-8985-2022-25-4-23-40
2. Попов П. А. Расчет частотных электрических фильтров. М.–Л.: Энергия, 1966. 216 с.
3. Zverev A. I. Handbook of filter synthesis. New York: John Wiley and Sons, Inc., 1967. 576 p.
4. Херперо Д., Уиллонер Г. Синтез фильтров / пер. с англ. под ред. И. С. Гоноровского. М.: Сов. радио, 1971. 232 с.

5. Van Valkenburg M. E. Analog filter design / CBS College Publishing. Fort Worth, 1982. 608 p.
6. Джонсон Д., Джонсон Дж., Мур Г. Справочник по активным фильтрам. М.: Энергоатомиздат, 1983. 128 с.
7. Зааль Р. Справочник по расчету фильтров / пер. с нем.; под ред. Н. Н. Слепова. М.: Радио и связь, 1983. 752 с.
8. Winder S. Analog and digital filter design. 2nd ed. New York: Elsevier Science, 2002. 450 p.

9. Thede L. Practical analog and digital filter design. Norwood: Artech House, Inc., 2004. 267 p.

10. Hercules G. Dimopoulos Analog electronic filters. Theory, design and synthesis. Dordrecht: Springer, 2012. 498 p.

11. Paarmann L. D. Design and analysis of analog filters: A signal processing perspective. Dordrecht: Springer, 2014. 456 p.

12. Кубалова А. Р., Томашевич С. В. Синтез и моделирование микроволновых фильтров. СПб.: Изд-во СПбГУТ, 2012. 215 с.

13. Кубалова А. Р., Томашевич С. В. Синтез и конструирование микроволновых фильтров. СПб.: Изд-во СПбГУТ, 2018. 287 с.

14. Червинский Е. Н. Расчет передаточных функций фильтров с равноволновыми на отрезке и бесконечном полуинтервале амплитудно-частотными характеристиками // Изв. вузов России. Радиоэлектроника. 2014. № 4. С. 13–28.

15. ГОСТ 28884–90 (МЭК 63-63). Межгосударственный стандарт. Ряды предпочтительных значений для резисторов и конденсаторов. М.: Стандартинформ, 2006. 13 с.

Информация об авторе

Червинский Евгений Наумович – доктор технических наук (2008), старший научный сотрудник (1985) АО «НПП "Пирамида"» (Санкт-Петербург). Автор 88 научных работ. Сфера научных интересов – системы точного времени.

Адрес: АО «НПП "Пирамида"», ул. Орджоникидзе, д. 42, Санкт-Петербург, 196143, Россия

E-mail: enchervinsky@mail.ru

References

1. Chervinskiy E. N. Calculation of Band-Pass Filters with Fixed Frequencies of Infinite Attenuation. Journal of the Russian Universities. Radioelectronics. 2022, vol. 25, no. 4, pp. 23–40. doi: 10.32603/1993-8985-2021-25-4-23-40 (In Russ.)

2. Popov P. A. *Raschet chastotnykh elektricheskikh fil'trov* [Calculation of Frequency Electric Filters]. Moscow, Energia, 1966, 216 p. (In Russ.)

3. Zverev A. I. Handbook of filter synthesis. John Wiley and Sons, Inc., N. Y., London, Sydney, 1967, 576 p.

4. Herrero J., Willoner G. Synthesis of Filters. Freny-tice-Hall, inc., Englewood Cliff N. J., 1966, 232 p.

5. Valkenburg M. E. Analog Filter Design. CBS College Publishing, 1982, 608 p.

6. Jonson D., Jonson J., Moore H. A Handbook of Active Filters. New Jersey, Prentice-Hall, Inc., Englewood Cliffs, 1980, 128 p.

7. Saal R. Handbuch Zum Filterenwuef, AEG - Telefunken, Berlin, 1979, 663 p.

8. Winder S. Analog and Digital Filter Design. 2nd ed. New York, Elsevier Science, 2002, 450 p.

9. Thede L. Practical Analog and Digital Filter Design. Artech House, Inc., 2004, 267 p.

10. Hercules G. Dimopoulos Analog Electronic Filters. Theory, Design and Synthesis. Springer, 2012, 498 p.

11. Paarmann L. D. Design and Analysis of Analog Filters: A Signal Processing Perspective. Dordrecht, Springer, 2014, 456 p.

12. Kubalova A. R., Tomashevich S. V. *Sintez i modelirovanie mikrovolnovykh fil'trov* [Synthesis and Simulation of Microwave Filters]. SPb, Izd-vo SPbGUT, 2012, 215 p. (In Russ.)

13. Kubalova A. R., Tomashevich S. V. *Sintez i konstruirovaniye mikrovolnovykh fil'trov* [Synthesis and Design of Microwave Filters]. SPb, Izd-vo SPbGUT, 2018, 287 p. (In Russ.)

14. Chervinskiy E. N. Computation of Transfer Functions of Filters with Equiwave at the Section and Infinite Half-Interval Amplitude-Frequency Characteristics. J. of the Russian Universities. Radioelectronics. 2014, no. 4, pp. 13–28. (In Russ.)

15. GOST 28884–90 (IEC 63-63). *Mezhgosudarstvennyi standart. Ryady predpochtitel'nykh znachenii dlya rezistorov i kondensatorov* [Interstate Standard. Rows of Preferred Values for Resistors and Capacitors]. Moscow, Standartinform, 2006, 13 p. (In Russ.)

Information about the author

Evgeniy N. Chervinskiy, Dr Sci. (Eng.) (2008), Senior Scientist (1985) in JSC "NPP "Piramide" (Saint Petersburg). The author of 88 scientific publications. Area of expertise: precision time systems.

Address: JSC "NPP "Piramide", 42, Ordzhonikidze St., Saint Petersburg 196143, Russia

E-mail: enchervinsky@mail.ru