



УДК 621.391.26

Ю. М. Иншаков, А. Ю. Осадчий  
Санкт-Петербургский государственный электротехнический  
университет "ЛЭТИ" им. В. И. Ульянова (Ленина)

## Виртуальная адаптивная антенная решетка с учетом взаимного влияния ее элементов на основе LMS-алгоритма

*Рассмотрена реализация виртуального прибора адаптивной антенной решетки в среде LabVIEW. Диаграмма направленности (ДН) решетки формируется с учетом взаимного влияния ее элементов. Адаптация ДН выполняется на базе LMS-алгоритма адаптивной фильтрации. Для каждого элемента решетки рассчитываются комплексные весовые коэффициенты, обеспечивающие формирование основного лепестка ДН в направлении источника полезного сигнала и формирование провалов ДН в направлениях источников помех. Информация о направлениях на источники полезного сигнала и помех априорно отсутствует.*

**Виртуальный прибор, адаптивная антенная решетка, одиночный вибратор, диаграмма направленности антенной решетки, электрическое поле решетки, LMS-алгоритм адаптивной фильтрации, комплексные весовые коэффициенты, взаимное влияние элементов антенной решетки**

В настоящее время адаптивные антенные решетки (ААР) находят широкое применение в различных областях техники. Среди них можно выделить одночастотные сети цифровой связи, одной из проблем которых является работа не связанных друг с другом базовых станций и терминалов в одном диапазоне частот, что порождает взаимные помехи. Использование ААР позволяет подавлять мешающие сигналы, приходящие с различных направлений [1]–[3]. Подавление осуществляется автоматической подстройкой диаграммы направленности (ДН) ААР при воздействии сигналов помех, априорная информация о направлении на которые отсутствует. Использование таких решеток позволяет увеличивать соотношение "сигнал/помеха".

В настоящее время широко используются ААР с электронным сканированием луча. Такие антенны применяются в различных системах управления, например, в системах управления полетами самолетов на больших аэродромах [4]. Другим примером применения ААР являются системы радиолокации, в которых необходимо достаточно быстро формировать узкий луч ДН в направлении воздействия сигналов помех [4].

Наряду с этим активно ведутся разработки новых методов проектирования ААР, а также новых алгоритмов адаптивной фильтрации и более

совершенных оценок эффективности работы антенных решеток (АР). ААР проектируются с использованием математических расчетов, компьютерного моделирования и экспериментальных исследований. Поэтому важно реализовать математическую модель ААР, по возможности максимально приближенную к реальной ситуации.

Целью настоящей статьи является реализация в среде LabVIEW виртуального прибора ААР с учетом взаимного влияния ее элементов на основе LMS-алгоритма адаптивной фильтрации, основанного на поиске минимума целевой функции по критерию минимума среднего квадрата ошибки [5].

Структурная схема ААР представлена на рис. 1. Входные комплексные сигналы  $x(t) = \{x_n(t)\}$ ,  $n = \overline{1, N}$ , от всех вибраторов АР поступают на сигнальный процессор и приборы комплексных весовых коэффициентов  $w = \{w_n\}$ , значения которых регулируются устройством реализации алгоритма управления. Выходной сигнал ДН АР  $y(t)$  вычитается из опорного сигнала  $d(t)$  и разностный сигнал  $e(t) = y(t) - d(t)$  подается на сигнальный процессор. Сигнальный процессор управляет значениями комплексных весовых коэффициентов, т. е. значениями амплитуд и фаз вы-

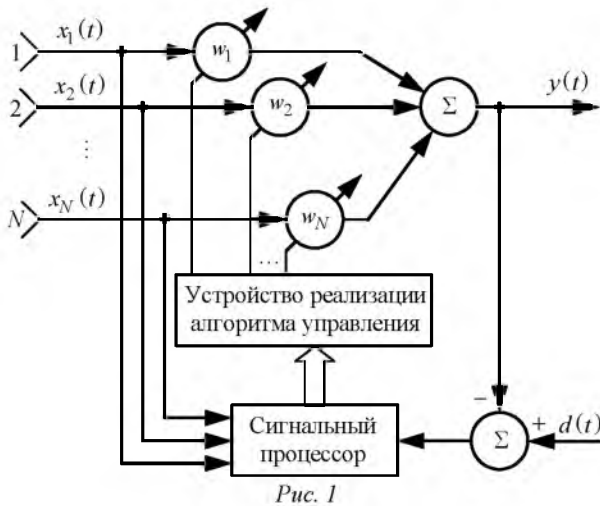


Рис. 1

ходных сигналов ААР, что дает возможность управлять формой ДН ААР. При реализации алгоритма управления принято условие, что полезный сигнал  $s(t)$ , поступающий на элементы ААР, известен и его форма определяет опорный сигнал  $d(t)$ .

Для подавления сигналов помех за счет формы ДН необходимо устанавливать значения комплексных весовых коэффициентов согласно определенному адаптивному алгоритму. В настоящей статье в качестве адаптивного алгоритма выбран LMS-алгоритм в комплексной форме [5], поскольку его простота позволила сконцентрировать внимание на оценке эффекта взаимного влияния элементов антенной решетки друг на друга.

LMS-алгоритм – один из наиболее распространенных адаптивных алгоритмов, основанных на поиске минимума целевой функции по критерию минимума среднего квадрата ошибки методом наискорейшего спуска. Метод наискорейшего спуска предполагает обновление комплексных весовых коэффициентов по следующей формуле:

$$w_n(m+1) = w_n(m) - (\mu/2) \nabla_w \overline{e^2(m)}, \quad (1)$$

где  $w_n(m+1)$ ,  $w_n(m)$ ,  $n = \overline{1, N}$  – комплексные весовые коэффициенты в моменты  $(m+1)$  и  $m$  внутреннего дискретного времени алгоритма соответственно;  $\mu$  – положительный коэффициент, называемый размером шага;  $\nabla_w \overline{e^2(m)}$  – градиент среднего квадрата ошибки сигнала  $e(m)$ .

При этом предполагается, что полезный сигнал  $s(t)$ , поступающий на элементы ААР, известен и определяет форму опорного сигнала  $d(t)$ . На практике это предположение никогда строго не выполняется из-за того, что полезный сигнал в системе связи не может быть известен априорно (если он служит для передачи информации) и считается не-

известным в некотором смысле. Тем не менее, обычно имеется достаточная информация о полезном сигнале и приближенно соответствующий ему опорный сигнал  $\hat{d}(m)$  может быть получен в результате некоторой обработки выходного сигнала ААР.

Сигнал среднего квадрата ошибки, поступающий на сигнальный процессор, вычисляется следующим образом:

$$\begin{aligned} e^2(m) &= [d(m) - \mathbf{w}^H \mathbf{x}(m)]^2 = \\ &= d^2(m) - 2d(m) \mathbf{w}^H \mathbf{x}(m) + [\mathbf{w}^H \mathbf{x}(m)]^2 = \\ &= d^2(m) - 2d(m) \mathbf{w}^H \mathbf{x}(m) + \\ &\quad + \mathbf{w}^H \mathbf{x}(m) \mathbf{x}^H(m) \mathbf{w}, \end{aligned}$$

где "H" – символ эрмитового сопряжения.

Для определения комплексных весовых коэффициентов непосредственно по (1) необходима выборка значений выходного сигнала большого объема (для выполнения усреднения квадрата ошибки). При этом тратится большое время для обработки сигнала ошибки (т. е. для адаптации ААР). Поэтому целесообразно выполнять приближенную оценку градиента среднего квадрата ошибки  $\nabla_w \overline{e(k)^2}$ , при которой текущее значение этого сигнала заменяется усредненным значением [5]. Тогда:

$$\begin{aligned} \nabla_w \overline{e^2(m)} &= 2x(m) \mathbf{x}^H(m) \mathbf{w}(m) - 2d(m) \mathbf{x}(m) = \\ &= -2\mathbf{x}(m) [2d(m) - \mathbf{x}^H(m) \mathbf{w}(m)] = -2\mathbf{x}(m) e(m). \end{aligned}$$

С учетом последнего выражения и (1) алгоритм обновления комплексных весовых коэффициентов может быть представлен в виде следующих формул:

$$e(m) = d(m) - y(m); \quad (2)$$

$$\mathbf{w}(m+1) = \mathbf{w}(m) + \mu \mathbf{x}(m) e(m), \quad (3)$$

где начальные значения всех коэффициентов  $w_n(0)$  принимаются единичными.

Для нахождения выходного сигнала ААР  $y(t)$  и вектора выходных сигналов вибраторов  $\mathbf{x}(m)$  необходимо математически описать распространение электромагнитной волны по раскрытию ААР. Большинство современных исследований в области ААР при описании физики распространения электромагнитной волны по раскрытию решетки используют теорию, основанную на том, что элементы решетки между собой не взаимодействуют. Эта теория широко известна как теорема перемножения [6]. Широкое использование данной теоремы объясняется простотой ее понимания и



Рис. 2

логичностью формулировки, согласно которой ДН АР может быть найдена следующим образом [7]:

$$F_{AP}(\theta) = F_c(\theta, N, b, k)F(\theta),$$

где  $F_c(\theta, N, b, k)$  – системный множитель, учитывающий разности хода волны, принимаемой различными элементами АР;  $\theta$  – направление наблюдения;  $b$  – шаг расположения вибраторов;  $k$  – волновое число;  $F(\theta)$  – ДН единичного элемента АР. Однако предположение о том, что элементы АР между собой не взаимодействуют, справедливо лишь в первом приближении. На практике эти элементы обычно располагаются достаточно близко друг к другу (расстояния между ними составляет десятые доли длины волны) во избежание возникновения интерференционных максимумов [7]. При этом токи, наводимые в одном элементе АР, неизбежно создают поля, которые действуют на другие ее элементы. Тем самым проявляется эффект взаимного влияния элементов АР. В настоящей статье реализован виртуальный прибор в системе LabVIEW, в основу которого положена математическая модель ААР с учетом взаимного влияния ее элементов. С помощью этого виртуального прибора установлено, что эффект взаимного влияния существенно сказывается на работе ААР, особенно на формировании провалов ДН в направлении на сигналы помех.

Учет взаимного влияния элементов в математической модели ААР реализован с помощью решения системы интегральных уравнений Поклингтона методом Галеркина [6]. При выводе системы уравнений Поклингтона использовалась АР в виде коллинеарного расположения симметричных вибраторов (рис. 2) и предполагалось, что проводимость материала вибраторов стремится к бесконечности, а радиус вибраторов много меньше длины их плеча. Составленная система уравнений решалась численным методом моментов (частный случай которого называется методом Галеркина), при этом искомой функцией являлось токовое распределение  $I_n(z)$  вдоль оси каждого  $i$ -го вибратора. Каждое токовое распределение раскладывалось по базису в виде трех кусочно-

синусоидальных функций (рис. 2), умноженных на соответствующие коэффициенты, которые и ищутся в процессе решения системы уравнений с помощью метода Галеркина.

Решение систем уравнений Поклингтона для нахождения токового распределения на вибраторах – элементах АР рассмотрено в [6], где токовое распределение для каждого элемента представлено суммой произведения трех коэффициентов на три базисные функции<sup>1</sup>:

$$I_n(z) = \sum_{i=1}^3 I_{n,i} f_i(z - nb). \quad (4)$$

В результате решения системы уравнений необходимо определить базисные коэффициенты  $I_{n,i}$ .

В выражении (4) в качестве базисных функций  $f_i(z)$  выбраны кусочно-синусоидальные функции вида

$$\begin{cases} f_2(z) = \begin{cases} \frac{\sin k(0.5L - |z|)}{\sin(0.5kL)}, & |z| \leq 0.5L; \\ 0, & |z| > 0.5L; \end{cases} \\ f_1(z) = f_2(z + 0.5L); \\ f_3(z) = f_2(z - 0.5L). \end{cases} \quad (5)$$

АР, состоящая из  $N$  вибраторов, с учетом взаимного влияния описывается  $3N$  базисными коэффициентами и функциями (5). Базисные коэффициенты определяются в результате решения системы  $3N$  уравнений:

$$\begin{cases} 0 = I_{1,1}Z_{1,1} + I_{1,2}Z_{1,2} + \dots + I_{N,3}Z_{1,3N}; \\ U_1 = I_{1,1}Z_{2,1} + I_{1,2}Z_{2,2} + \dots + I_{N,3}Z_{2,3N}; \\ 0 = I_{1,1}Z_{3,1} + I_{1,2}Z_{3,2} + \dots + I_{N,3}Z_{3,3N}; \\ \dots \\ 0 = I_{1,1}Z_{3N-2,1} + I_{1,2}Z_{3N-2,2} + \dots + \\ + I_{N,3}Z_{3N-2,3N}; \\ U_N = I_{1,1}Z_{3N-1,1} + I_{1,2}Z_{3N-1,2} + \dots + \\ + I_{N,3}Z_{3N-1,3N}; \\ 0 = I_{1,1}Z_{3N,1} + I_{1,2}Z_{3N,2} + \dots + \\ + I_{N,3}Z_{3N,3N}. \end{cases} \quad (6)$$

<sup>1</sup> Набор базисных функций одинаков для всех вибраторов. Принадлежность функций конкретному вибратору определяется значениями их аргументов.

В левой части каждого уравнения системы (6) записано стороннее поле, создаваемое между плечами вибратора источником, спроецированное на каждую из  $3N$  базисных функций (поэтому количество уравнений равно  $3N$ ). Поскольку генерирующие источники подключены между плечами вибраторов, проекции поля имеют ненулевые значения только для базисной функции с  $i = 2$ . В правой части этих уравнений записаны выражения для электрических полей, создаваемых вибраторами за счет наводимых в них токов, также спроецированных на каждую из базисных функций. Так как токовое распределение на каждом вибраторе антенной решетки представлено в виде произведения трех базисных коэффициентов  $I_{n,i}$  на три базисные функции (4), в правой части каждого уравнения системы записано  $3N$  слагаемых.

Все вибраторы антенны запитываются от общего источника сигнала. Распределение энергии между вибраторами обеспечивается системой комплексных коэффициентов  $w_n$ . Положив, без нарушения общности, энергию первичного источника равной 1, получим:

$$U_n = w_n. \quad (7)$$

В системе (6)  $Z_{i,p}$  представляют собой взаимные импедансы и могут быть определены по формуле [8]:

$$Z_{[3n-(3-i)], p} = \int_{-L}^L f_{n,i}(z) E_{z_{n,p}}(z) dz, \quad (8)$$

где [6]

$$E_{z_{n,p}}(z) = -\frac{30j}{\sin(kL)} \left[ \frac{e^{-jkR_{1n,p}(z)}}{R_{1n,p}(z)} + \frac{e^{-jkR_{2n,p}(z)}}{R_{2n,p}(z)} - 2 \cos(kL) \frac{e^{-jkR_{0n,p}(z)}}{R_{0n,p}(z)} \right]; \quad (9)$$

причем

$$R_{0n,p}(z) = \sqrt{(z - |n - \lfloor p/3 \rfloor| b)^2 + a^2};$$

$$R_{1n,p}(z) = \sqrt{(z - |n - \lfloor p/3 \rfloor| b + L)^2 + a^2};$$

$$R_{2n,p}(z) = \sqrt{(z - |n - \lfloor p/3 \rfloor| b - L)^2 + a^2},$$

причем " $\lfloor \cdot \rfloor$ " – символ взятия целой части, не превосходящей аргумента;  $a$  – радиус вибратора.

Выражение (9) описывает поле  $n$ -го вибратора в цилиндрической системе координат, начало ко-

торой расположено в центре  $j$ -го вибратора. Это поле, как следует из (8), проецируется на базисные функции.

Рассмотрим свойства матрицы взаимных импедансов  $Z$ , определяемые выражением (9). Во-первых, эта матрица симметрична:

$$Z_{q,p} = Z_{p,q}, \quad (10)$$

поскольку выражение (9) инвариантно к перемене местами индексов  $i$  и  $j$  (их разница в этом выражении находится под знаком модуля). Во-вторых, из (9) следует периодичность  $E_{z_{n,p}}(z)$  с шагом 1 по переменной  $n$  и с шагом 3 по переменной  $p$ :

$$Z_{q,p} = Z_{(q-3), (p-3)}, \quad \forall q, p \geq 4. \quad (11)$$

Выражения (4)–(9) положены в основу алгоритма описания математической модели ААР. Поскольку выражения (5)–(9) не зависят от комплексных весовых коэффициентов, значения которых изменяются в процессе адаптации, их вычисления выполняются перед началом процесса адаптации, а затем уже найденные значения взаимных импедансов  $Z_{q,p}$  используются при нахождении базисных коэффициентов  $I_{n,i}$  путем решения (6). Система (6) решается в начале каждой итерации LMS-алгоритма. Таким образом, при нахождении выходного сигнала АР учитывается эффект взаимного влияния элементов друг на друга, что и позволяет оценить степень воздействия этого эффекта на работу ААР.

Алгоритм математической модели ААР заключается в следующем. Первоначально по заданным параметрам АР (межэлементному расстоянию, длине  $L$ , радиусу вибраторов, их количеству и т. д.) рассчитываются взаимные импедансы по (5), (8)–(11). Затем задаются единичные начальные значения комплексных весовых коэффициентов. Далее по (7) и найденным значениям взаимных импедансов решается система алгебраических уравнений (6), что позволяет найти токовое распределение на каждом из вибраторов АР с учетом взаимного влияния элементов. Затем находится ДН АР и вычисляется текущий отсчет выходного сигнала антенной решетки  $y(m)$  и отсчеты выходных сигналов  $x(m)$  каждого вибратора в отдельности. По найденным значениям параметров  $y(m)$  и  $x(m)$  вычисляются новые значения комплексных весовых коэффициентов  $w(m+1)$  [см. (2) и (3)]. Затем по (7) с новыми комплексными весовыми коэффициентами и

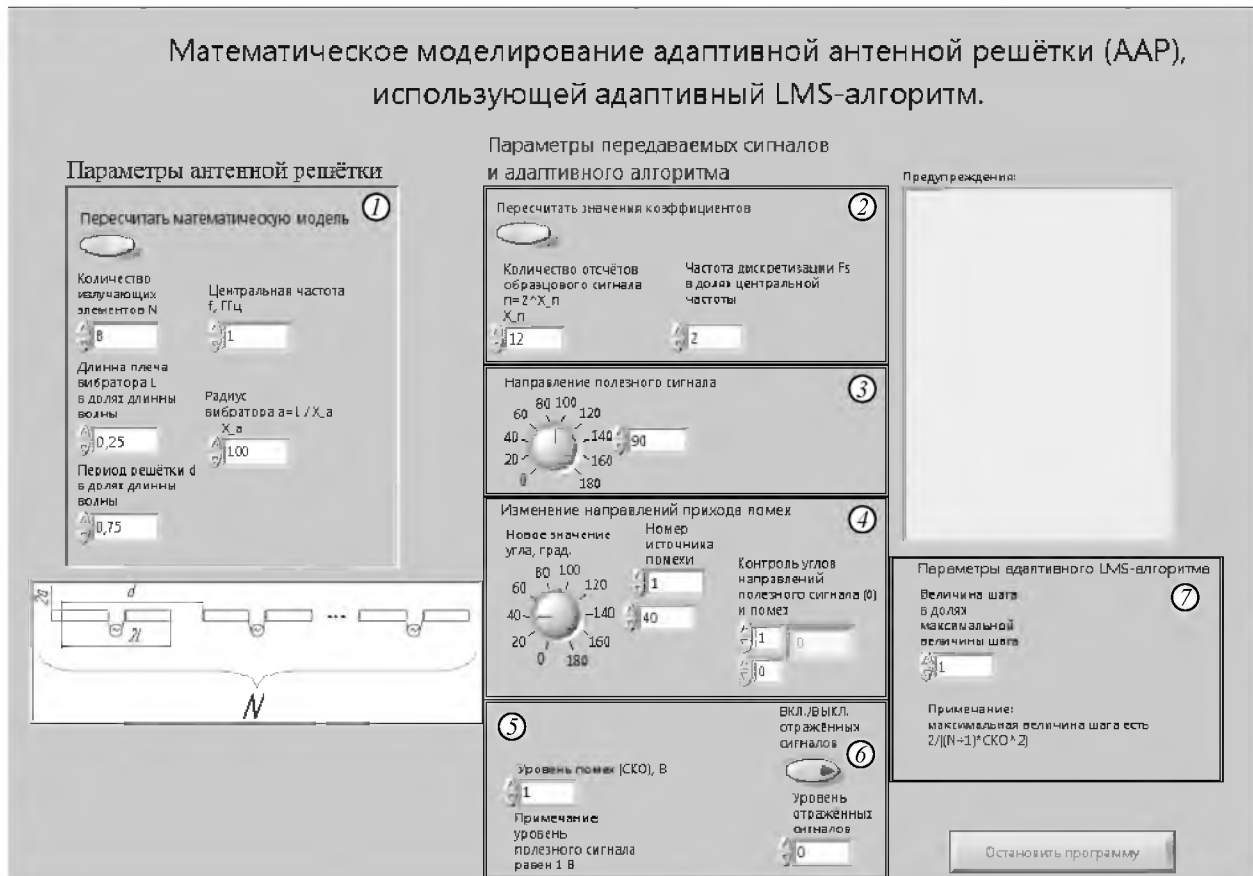


Рис. 3

найденными значениями взаимных импедансов решается система уравнений (6). Таким образом, организуется итерационный цикл нахождения базисных функций (4).

На основании описанного алгоритма в среде программирования LabVIEW реализован виртуальный прибор, позволяющий в интерактивном режиме исследовать описанную математическую модель ААР с учетом взаимного влияния ее элементов. Виртуальный прибор представляет собой блок-диаграмму и лицевую панель. Блок-диаграмма является программным кодом виртуального прибора, в котором в необходимой последовательности совершаются определенные действия: необходимые вычисления, формирование сигналов, реализация алгоритма адаптации, вывод результатов в виде осциллограмм и индикации числовых данных.

Лицевая панель виртуального прибора (рис. 3) представляет собой интерфейс, осуществляющий связь между пользователем и программным кодом. Интерфейс лицевой панели можно разделить на две части: ввода и вывода. Интерфейс ввода позволяет пользователю выбрать основные параметры исследуемой модели решетки. В частности, предлагается выбрать параметры решетки (1 – рис. 3): число ее элементов, межэлементное расстояние,

длину плеча и радиус вибратора, а также рабочую частоту, на которой рассчитывается АР. Пользователю предлагается выбрать параметры посылаемого опорного сигнала: количество отсчетов и частоту дискретизации (2 – рис. 3). Также возможно ввести дополнительные параметры: направление полезного сигнала  $\theta$  (3 – рис. 3), направление на источники помех  $\theta_{\Pi}$  (4 – рис. 3), уровни помех относительно полезного сигнала (5 – рис. 3). Кроме того можно учитывать влияние многолучевого распространения и регулировать уровень отраженных сигналов (6 – рис. 3). Помимо этого имеется возможность регулировать параметры используемого алгоритма адаптивной фильтрации: например, для LMS-алгоритма таким параметром является шаг алгоритма  $\mu$  (7 – рис. 3).

На лицевой панели интерфейса вывода (рис. 4) имеются четыре экрана виртуальных осциллограмм, на осциллограммах которых представляются результаты вычислений математической модели АР: текущая форма ДН (1 – рис. 4), сигнал ошибки (2 – рис. 4), значения модулей (3 – рис. 4) и фаз комплексных (4 – рис. 4) весовых коэффициентов. На трех экранах виртуальных осциллографов установлены курсоры для подробного изучения исследуемых характеристик. Координаты поло-

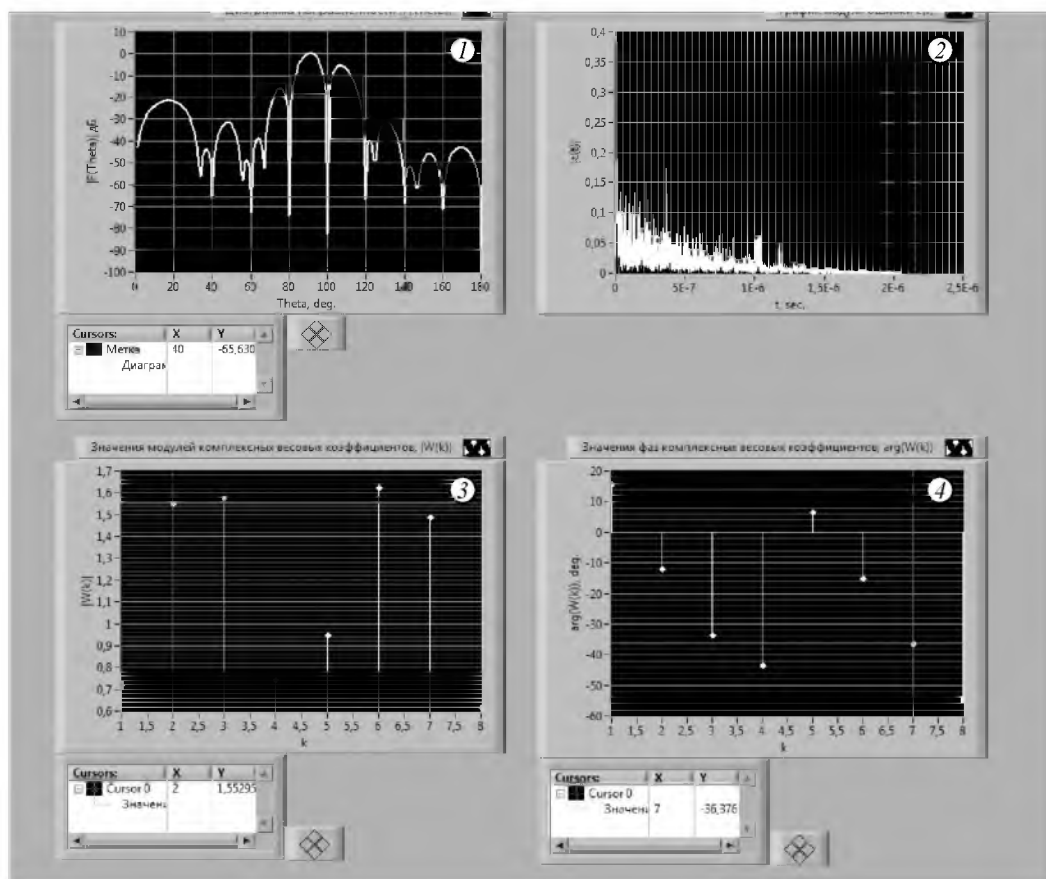


Рис. 4

жения курсоров указываются на соответствующих индикаторах лицевой панели.

Для оценки воздействия эффектов взаимного влияния элементов ААР была промоделирована с помощью двух математических моделей. Первая модель была реализована с учетом эффектов взаимного влияния, когда для нахождения ДН использовалось решение системы уравнений Поклингтона, а вторая – без учета этих эффектов, когда для нахождения ДН использовалась теорема перемножения.

В таблице представлены результаты исследований ДН, полученных в ходе моделирования адаптивных решеток с восемью вибраторами, на которые воздействовали полезный сигнал с угловым направлением  $\theta = 90^\circ$  и сигналы помех с направлений, указанных в таблице.

В первом варианте исследований в качестве

№ варианта	Математическая модель	$\theta_{п}, \dots^\circ$						
		40	60	80	100	120	140	160
		$F_{AP}, \text{дБ}$						
1	Без учета влияния	-63	-64	-64	-60	-58	-60	-56
	С учетом влияния	-49	-48	-47	-44	-48	-52	-52
2	Без учета влияния	-63	-60	-58	-72	-65	-63	-61
	С учетом влияния	-52	-60	-56	-54	-59	-48	-55
3	Без учета влияния	-46	-40	-47	-53	-44	-42	-39
	С учетом влияния	-42	-41	-45	-48	-47	-39	-39

сигнала помех использовался аддитивный "белый" гауссовский шум, модулированный гармоническим сигналом в виде комплексной экспоненты с частотой, на которую рассчитывалась АР. Из таблицы видно, что математическая модель ААР без учета взаимного влияния указывает на большее подавление сигнала помех, чем модель, рассчитанная с учетом взаимного влияния. ДН, соответствующие рассматриваемому варианту исследований адаптивной решетки, показаны на рис. 5. На ДН, полученной с помощью математической модели без учета взаимного влияния элементов (штриховая линия), подавление сигналов помех в направлениях их действия значительно больше, чем при ДН, рассчитанной с помощью

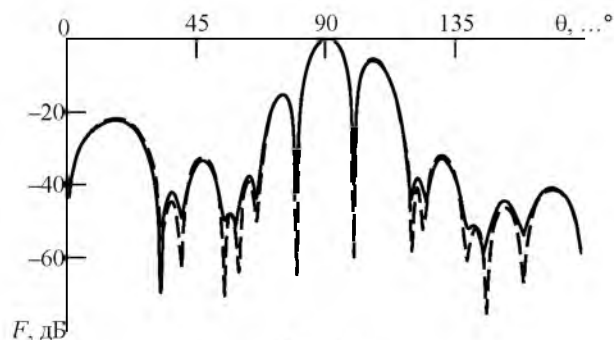


Рис. 5

математической модели с учетом взаимного влияния элементов (сплошная линия).

Во втором варианте исследований в качестве сигнала помехи использовался полезный сигнал с различными начальными фазами, которые выбирались по случайному закону с равномерным распределением. Такой сигнал помехи возникает в результате многолучевого распространения, например, на местности с плотной застройкой зданий. Третий вариант исследований проводился с сигналом помехи в виде суммы "белого" гауссовского шума и отраженного полезного сигнала. В последних двух вариантах исследований уровень подавления сигналов помех оказался приблизительно одинаковым.

Результаты проведенных исследований позволяют сделать вывод, что наибольшее различие в уровнях подавления сигналов помех наблюдается в случае, когда на вход ААР вместе с полезным сигналом поступает некоррелированный с ним сигнал помех (в исследовании – аддитивный "белый" гауссовский шум).

В заключение можно отметить, что эффекты взаимного влияния элементов ААР оказывают существенное воздействие на форму ее ДН, а именно на уровень подавления сигналов помех. Из этого можно заключить, что при разработке новых алгоритмов адаптации для ААР следует учитывать эффекты, связанные с проявлением взаимного влияния их элементов.

#### СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Вендик О. Г., Калинин С. А., Козлов Д.С. Фазированная антенная решетка с управляемой формой диаграммы направленности // Журн. техн. физики. 2013. Т. 83, вып. 10. С. 117–121.
2. Optimizing Satellite Communications With Adaptive and Phased Array Antennas / M. A. Ingram, R. R. Romanofsky, R. Q. Lee et al. // URL: <https://esto.nasa.gov/2012test/conferences/estc2004/papers/a9p4.pdf> (дата обращения 31.12.015).
3. Джиган В. И., Плетнева И. Д. Линейно-ограниченный нормализованный алгоритм по критерию наименьшего среднеквадратического отклонения для цифровой адаптивной антенной решетки // Информационные технологии. 2008. Т. 10. С. 68–74.
4. Веди́к О. Г. Фазированная антенная решетка – глаза радиотехнической системы // Соросовский образовательный журн. 1997. № 2. С. 115–120.
5. Сергиенко А. Б. Цифровая обработка сигналов: учеб. пособие. 3-е изд. СПб.: Питер, 2011. 768 с.
6. Сугак М. И. Основы автоматизированного проектирования антенн: конспект лекций дисциплины: для магистров по направлению 210400 "Радиотехника": учеб. электронное изд. 66 с. // URL: [www.tor.eltech.ru](http://www.tor.eltech.ru)
7. Хансен Р. С. Фазированные антенные решетки / пер. с англ.; под ред. А. И. Силани. М.: Техносфера, 2012. 66 с.
8. Марков Г. Т., Сазонов Д. М. Антенны: учеб. для студентов радиотехнических специальностей вузов. М.: Энергия, 1975. 528 с.

Yu. M. Inshakov, A. Yu. Osadchy  
Saint Petersburg Electrotechnical University "LETI"

#### Virtual adaptive antenna array mutual of the influence of its components on the basis of the LMS-algorithm

*Discusses the implementation of virtual instrument with what adaptive antenna array can be explored. Mathematical model, used in virtual instrument, take into account the mutual influence of array elements. Adaptive process is based on LMS-algorithm for each element of the array complex weight coefficients are calculated, which provide the formation of the main lobe of the radiation pattern (RP) in direction to the source of the desired signal and the formation of minimum in the RP to sources of uncorrelated noise.*

Virtual instrument, adaptive antenna array, single dipole, radiation pattern of the antenna array, LMS-algorithm for adaptive antenna array, weight complex coefficients, Poklington equation, mutual influence between antenna array elements

Статья поступила в редакцию 9 сентября 2015 г.

---