

## Алгоритм калибровки микроэлектромеханических инерциальных датчиков

Нгуен Чонг Иен, Нгуен Куок Хань, Ха Мань Тханг

Государственный технический университет им. Ле Куй Дона, Ханой, Вьетнам

✉ [trongyen@lqdtu.edu.vn](mailto:trongyen@lqdtu.edu.vn)

### Аннотация

**Введение.** Систематические ошибки микроэлектромеханических (МЭМС) инерциальных датчиков, относящиеся к ошибкам смещения нуля, масштабного коэффициента и неортогональности чувствительных осей, являются источниками погрешностей бесплатформенных инерциальных навигационных систем (БИНС). Некомпенсированные ошибки датчика со временем накапливаются как ошибки состояния движения, из-за чего снижается точность БИНС. Следовательно, калибровка МЭМС инерциальных датчиков является важной задачей. Недостаток существующих методов калибровки датчиков – жесткое требование к точности начальной выставки чувствительных осей датчиков относительно опорной системы координат, что приводит к трудности и увеличению времени начальной выставки. Для преодоления этой проблемы необходимы разработка и исследование новых методов калибровки МЭМС-датчиков.

**Цель работы.** Разработка алгоритма калибровки МЭМС-датчиков, инвариантного к угловой ориентации чувствительных осей датчиков относительно опорной системы координат при начальной установке.

**Материалы и методы.** Используется стандартная математическая модель выходных сигналов триады микроэлектромеханического акселерометра (ММА), рассмотренная в российских и зарубежных учебниках и публикациях о современных методах испытаний и калибровки датчиков за последние 10 лет. Предлагаемый алгоритм калибровки датчиков выполняется методом наименьших квадратов при реализации позиционирования ММА в гравитационном поле Земли. Апробация выполняется посредством обработки сигналов, записанных от трехосного ММА ADXL325.

**Результаты.** Алгоритм определения калибровочных параметров датчиков вне зависимости от начальной выставки чувствительных осей датчиков относительно опорной системы. Представление простой альтернативной конструкции средства для испытания МЭМС-датчиков.

**Заключение.** Предлагается метод калибровки МЭМС инерциальных датчиков, отличающийся от традиционных методов калибровки тем, что результаты определения калибровочных коэффициентов ММА не зависят от его углового положения относительно географической системы координат, что позволяет повысить достоверность получаемых результатов и упростить конструкцию средства испытаний. Результаты работы значимы для повышения точности БИНС на основе МЭМС инерциальных датчиков.

**Ключевые слова:** калибровка, метод наименьших квадратов, инерциальный датчик, микроэлектромеханическая система, калибровочные параметры

**Для цитирования:** Нгуен Чонг Иен, Нгуен Куок Хань, Ха Мань Тханг. Алгоритм калибровки микроэлектромеханических инерциальных датчиков // Изв. вузов России. Радиоэлектроника. 2022. Т. 25, № 4. С. 90–104. doi: 10.32603/1993-8985-2022-25-4-90-104

**Конфликт интересов.** Авторы заявляют об отсутствии конфликта интересов.

Статья поступила в редакцию 28.04.2022; принята к публикации после рецензирования 26.05.2022; опубликована онлайн 28.09.2022

## A Calibration Algorithm for Microelectromechanical Inertial Sensors

Nguyen Trong Yen, Nguyen Quoc Khanh, Ha Manh Thang

Le Quy Don Technical University, Hanoi, Vietnam

✉ trongyen@lqdtu.edu.vn

### Abstract

**Introduction.** Systematic errors of microelectromechanical (MEMS) inertial sensors, such as those related to zero drift, scale factor, and nonorthogonality of sensitive axes, are the main sources of errors in strapdown inertial navigation systems (SINS). Uncompensated sensor errors accumulate over time as motion state errors, thus reducing the overall accuracy of SINS. Consequently, calibration of inertial sensors is a relevant research task. The disadvantage of existing sensor calibration methods consists in a strict requirement for the initial alignment of sensitive sensor axes relative to a reference coordinate system, which complicates the entire process of calibration. Therefore, alternative methods for MEMS sensor calibration should be developed.

**Aim.** To develop a calibration algorithm for microelectromechanical (MEMS) sensors, which allows calibrating sensors regardless of the angular orientation of the sensor axes relative to a reference coordinate system at the initial installation, as well as to simplify the design of testing tools.

**Materials and methods.** Publications in national and international journals on the theory of calibration of inertial sensors were reviewed. A calibration algorithm was developed based on the least squares method.

**Results.** An algorithm for determining the calibration parameters of sensors regardless of the initial alignment of the sensor sensitive axes relative to a reference system was developed. A simple alternative design for testing MEMS sensors was proposed.

**Conclusion.** The method of calibrating MEMS inertial sensors proposed in this work differs from conventional calibration methods by increased reliability of the results and a simplified design of testing tools. Importantly, the results of determining the calibration coefficients of a micromechanical accelerometer (MMA) do not depend on its angular position relative to a geographic coordinate system (GCS). This work contributes to improving the accuracy of SINS based on MEMS inertial sensors.

**Keywords:** calibration, least-squares method, inertial sensor, microelectromechanical system, calibration parameters

**For citation:** Nguyen Trong Yen, Nguyen Quoc Khanh, Ha Manh Thang. A Calibration Algorithm for Microelectromechanical Inertial Sensors. Journal of the Russian Universities. Radioelectronics. 2022, vol. 25, no. 4, pp. 90–104. doi: 10.32603/1993-8985-2022-25-4-90-104

**Conflict of interest.** The authors declare no conflicts of interest.

Submitted 28.04.2022; accepted 26.05.2022; published online 28.09.2022

**Введение.** Несмотря на такие преимущества, как автономность, непрерывная и высокоскоростная выработка информации и помехозащищенность, бесплатформенные инерциальные навигационные системы (БИНС) имеют недостаток – накопление погрешностей с течением времени при интегрировании. Это обусловлено неизбежной погрешностью (дрейфом) показаний инерциальных чувствительных элементов и ошибкой ввода начальных условий [1–3]. В связи с этим вопросам калибровки уделяется особое внимание.

В качестве систематических погрешностей микроэлектромеханических (МЭМС) инерциальных датчиков выделяют ошибки смещения нуля, масштабного коэффициента и неортого-

нальности чувствительных осей. Для снижения систематических ошибок используются методы лабораторной калибровки как в статическом, так и в динамическом режимах [4–12], но основным недостатком этих методов является жесткое требование к точности задания углов ориентации платформы стенда, используемого для калибровки. В [13] был реализован метод калибровки инерциальных датчиков независимо от погрешности начальной установки средства испытаний относительно плоскости горизонта, при этом допустимый угол отклонения от плоскости горизонта планшайбы стенда был указан в пределе  $\sim 1'$ . Основным недостатком этого метода заключается в необходимости

выравнивания чувствительных осей датчиков относительно направления вектора гравитационного ускорения при начальной установке акселерометров на стенде с высокой точностью (16 специальных позиций). Это приводит к довольно жестким требованиям по начальной выставке чувствительных осей относительно вертикального направления, а также увеличивает общее время калибровки. Для преодоления этого недостатка в [14] был предложен модифицированный многопозиционный метод на основе метода наименьших квадратов (МНК), с помощью которого калибровка датчиков выполнялась по данным, полученным в произвольных угловых положениях. Однако использованный алгоритм решения уравнения нелинейной функции ошибки достаточно сложен. Предлагаемая статья посвящена новому алгоритму линеаризации нелинейной функции ошибки при использовании МНК для выполнения калибровки МЭМС-датчиков, благодаря которому можно выполнить калибровку независимо от угловой ориентации чувствительных осей датчиков относительно опорной системы координат при начальной установке, а также упростить конструкцию средства испытаний. В качестве примера рассматривается калибровка триады микромеханического акселерометра (ММА).

**Методы.** Введем следующие системы координат (рис. 1):

$OX_gY_gZ_g$  – географическая система координат (ГСК),  $OZ_g$  направлена по вертикали;

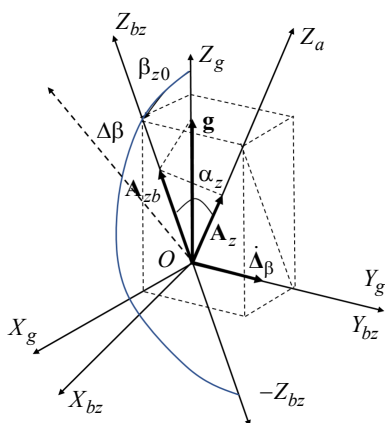


Рис. 1. Ориентация чувствительной оси  $Z_a$  акселерометра относительно ГСК

Fig. 1. Orientation of the accelerometer sensitive axis  $Z_a$  relative to a GCS

$OX_aY_aZ_a$  – система координат, связанная с чувствительными осями акселерометров;

$OX_{bx}Y_{bx}Z_{bx}$  – первая базовая система, при этом ось  $OY_{bx}$  совпадает с осью  $OY_g$ , ось  $OZ_{bx}$  находится на линии пересечения плоскости  $OX_gZ_g$  и плоскости, созданной двумя векторами  $OY_g$  и  $OX_a$ , и направлена по положительному направлению вектора  $OX_a$ , ось  $OX_{bx}$  дополняет систему координат до правой ортогональной;

$OX_{by}Y_{by}Z_{by}$  – вторая базовая система, при этом ось  $OY_{by}$  совпадает с осью  $OY_g$ , ось  $OZ_{by}$  находится на линии пересечения плоскости  $OX_gZ_g$  и плоскости, созданной двумя векторами  $OY_g$  и  $OY_a$ , и направлена по положительному направлению вектора  $OY_a$ , ось  $OX_{by}$  дополняет систему координат до правой ортогональной;

$OX_{bz}Y_{bz}Z_{bz}$  – третья базовая система, при этом ось  $OY_{bz}$  совпадает с осью  $OY_g$ , ось  $OZ_{bz}$  находится на линии пересечения плоскости  $OX_gZ_g$  и плоскости, созданной двумя векторами  $OY_g$  и  $OZ_a$ , и направлена по положительному направлению вектора  $OZ_a$ , ось  $OX_{bz}$  дополняет систему координат до правой ортогональной.

Оси  $OX_a, OY_a, OZ_a$  представляются как чувствительные оси отдельно для каждого одноосного акселерометра (для последующего определения смещений нулей). Пусть система координат  $OX_aY_aZ_a$  при начальной выставке занимает произвольное угловое положение относительно ГСК, так, чтобы ни одна из трех чувствительных осей не совпадала с осью  $OY_g$ . Тогда углы  $\beta_{x0}, \beta_{y0}, \beta_{z0}$  между осями  $OZ_g$  и  $OZ_{bx}, OZ_{by}, OZ_{bz}$  соответственно и углы  $(90^\circ - \alpha_x), (90^\circ - \alpha_y), (90^\circ - \alpha_z)$  между осями  $OX_a, OY_a, OZ_a$  и  $OY_g$  соответственно;  $\Delta\beta$  – вектор угловой скорости вращения системы  $OX_gY_gZ_g$  вокруг оси  $OY_g$ . Для примера, на рис. 1 изображено начальное положение чув-

ствительной оси  $OZ_a$  относительно ГСК. При этом  $A_{zb}$  – проекция вектора  $\mathbf{g}$  на ось  $Z_{bz}$ ;  $A_z$  – проекция вектора  $A_{zb}$  на ось  $Z_a$ .

**1. Математическая модель показаний датчиков.** В качестве математической модели, описывающей выходной сигнал триады ММА  $\tilde{A}_x, \tilde{A}_y, \tilde{A}_z$ , широко используется следующее выражение [13]:

$$\begin{bmatrix} \tilde{A}_x \\ \tilde{A}_y \\ \tilde{A}_z \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} K_x^a & 0 & 0 \\ 0 & K_y^a & 0 \\ 0 & 0 & K_z^a \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 & -\varphi_y^x & \theta_z^x \\ \varphi_x^y & 1 & -\gamma_z^y \\ -\theta_x^z & \gamma_y^z & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} A_x \\ A_y \\ A_z \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} K_{xx}^a A_x & K_{xy}^a A_x & K_{xz}^a A_x \\ K_{yx}^a A_y & K_{yy}^a A_y & K_{yz}^a A_y \\ K_{zx}^a A_z & K_{zy}^a A_z & K_{zz}^a A_z \end{bmatrix} \begin{bmatrix} A_x \\ A_y \\ A_z \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} A_x^b \\ A_y^b \\ A_z^b \end{bmatrix}, \quad (1)$$

где  $\tilde{A}_x, \tilde{A}_y, \tilde{A}_z$  – показания датчика, ед. съема;  $K_x^a, K_y^a, K_z^a$  – масштабные коэффициенты ММА, ед. съема/г;  $\varphi_y^x, \theta_z^x, \varphi_x^y, \gamma_z^y, \theta_x^z, \gamma_y^z$  – углы, характеризующие положения измерительных осей ММА относительно осей приборной системы координат, рад;  $A_x, A_y, A_z$  – проекции действующего ускорения на оси связанной системы координат, г;  $K_{xx}^a, K_{yy}^a, K_{zz}^a$  – коэффициенты нелинейности выходной характеристики, 1/г;  $K_{xy}^a, K_{xz}^a, K_{yx}^a, K_{yz}^a, K_{zx}^a, K_{zy}^a$  – коэффициенты перекрестных связей, 1/г;  $A_x^b, A_y^b, A_z^b$  – смещения нулей ММА, ед. съема.

Под единицами съема подразумевается единица измерения выходного сигнала датчика (код, амперы, вольты и т. п.).

В данной статье рассматривается калибровка триады ММА, состоящей из трех акселерометров, изготовленных в одном корпусе, поэтому допускается, что влиянием перекрестных связей осей на выходные сигналы можно пренебречь. Следовательно, модель (1) можно переписать в виде

$$\begin{bmatrix} \tilde{A}_x \\ \tilde{A}_y \\ \tilde{A}_z \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} K_x^a & 0 & 0 \\ 0 & K_y^a & 0 \\ 0 & 0 & K_z^a \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 & -\varphi_y^x & \theta_z^x \\ \varphi_x^y & 1 & -\gamma_z^y \\ -\theta_x^z & \gamma_y^z & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} A_x \\ A_y \\ A_z \end{bmatrix} +$$

$$+ \begin{bmatrix} K_{xx}^a A_x & 0 & 0 \\ 0 & K_{yy}^a A_y & 0 \\ 0 & 0 & K_{zz}^a A_z \end{bmatrix} \begin{bmatrix} A_x \\ A_y \\ A_z \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} A_x^b \\ A_y^b \\ A_z^b \end{bmatrix}. \quad (2)$$

Для дальнейшего рассмотрения предложенного метода целесообразно в модель (2) ввести следующие обозначения:

$$\begin{bmatrix} K_x^a & 0 & 0 \\ 0 & K_y^a & 0 \\ 0 & 0 & K_z^a \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 & -\varphi_y^x & \theta_z^x \\ \varphi_x^y & 1 & -\gamma_z^y \\ -\theta_x^z & \gamma_y^z & 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} K_1 & K_2 & K_3 \\ K_4 & K_5 & K_6 \\ K_7 & K_8 & K_9 \end{bmatrix}; \quad (3)$$

$$\begin{bmatrix} K_x^a & 0 & 0 \\ 0 & K_y^a & 0 \\ 0 & 0 & K_z^a \end{bmatrix} \begin{bmatrix} K_{xx}^a A_x & 0 & 0 \\ 0 & K_{yy}^a A_y & 0 \\ 0 & 0 & K_{zz}^a A_z \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} K_{10} A_x & 0 & 0 \\ 0 & K_{11} A_y & 0 \\ 0 & 0 & K_{12} A_y \end{bmatrix}, \quad (4)$$

где  $K_1 = K_x^a$ ;  $K_2 = -K_x^a \varphi_y^x$ ;  $K_3 = K_x^a \theta_z^x$ ;  $K_4 = K_y^a \varphi_x^y$ ;  $K_5 = K_y^a$ ;  $K_6 = -K_y^a \gamma_z^y$ ;  $K_7 = -K_z^a \theta_x^z$ ;  $K_8 = K_z^a \gamma_y^z$ ;  $K_9 = K_z^a$ ;  $K_{10} = K_x^a K_{xx}^a$ ;  $K_{11} = K_y^a K_{yy}^a$ ;  $K_{12} = K_z^a K_{zz}^a$ .

На основе выражений (3) и (4) модель (2) переписывается следующим образом:

$$\begin{bmatrix} \tilde{A}_x \\ \tilde{A}_y \\ \tilde{A}_z \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} K_1 & K_2 & K_3 \\ K_4 & K_5 & K_6 \\ K_7 & K_8 & K_9 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} A_x \\ A_y \\ A_z \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} K_{10} A_x & 0 & 0 \\ 0 & K_{11} A_y & 0 \\ 0 & 0 & K_{12} A_z \end{bmatrix} \begin{bmatrix} A_x \\ A_y \\ A_z \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} A_x^b \\ A_y^b \\ A_z^b \end{bmatrix}. \quad (5)$$

Раскрывая выражение (5) по строкам, получаем:

$$\tilde{A}_x = K_1 A_x + K_2 A_y + K_3 A_z + K_{10} A_x^2 + A_x^b; \quad (6)$$

$$\tilde{A}_y = K_4 A_x + K_5 A_y + K_6 A_z + K_{11} A_y^2 + A_y^b; \quad (7)$$

$$\tilde{A}_z = K_7 A_x + K_8 A_y + K_9 A_z + K_{12} A_z^2 + A_z^b. \quad (8)$$

**2. Алгоритм определения калибровочных коэффициентов методом наименьших квадратов.** Основной целью применения предлагаемого метода калибровки ММА является по-

иск калибровочных коэффициентов ММА без предъявления жестких требований к выставке чувствительных осей ММА относительно опорной системы координат, в качестве которой обычно используется ГСК.

Известно, что в статике, при любом угле ориентации датчиков, сумма квадратов проекций  $A_x$ ,  $A_y$ ,  $A_z$  должна быть равна квадрату значения гравитационного ускорения  $\mathbf{g}$ . Однако на практике эти параметры всегда определяются с погрешностями, следовательно, существуют ошибки между суммой квадратов проекций  $A_x$ ,  $A_y$ ,  $A_z$ , вычисленных по измеренным данным  $\tilde{A}_x$ ,  $\tilde{A}_y$ ,  $\tilde{A}_z$ , и квадратом значения гравитационного ускорения  $\mathbf{g}$ . Введем для  $N$  измерений функцию ошибки:

$$I = \frac{1}{N} \sum_{k=1}^N \delta_k^2 = \frac{1}{N} \sum_{k=1}^N \left( A_{xk}^2 + A_{yk}^2 + A_{zk}^2 - g^2 \right)^2, \quad (9)$$

где  $\delta_k = A_{xk}^2 + A_{yk}^2 + A_{zk}^2 - g^2$ .

Суть МНК заключается в нахождении набора параметров  $K_i$  ( $i = 1 \dots 12$ );  $A_x^b$ ;  $A_y^b$ ;  $A_z^b$ , обеспечивающего минимум функции  $I$ . Так как  $I$  нелинейно зависит от этих параметров, для выполнения условий МНК авторами предлагается двухэтапный алгоритм линеаризации: 1) определение значений смещений нулей ММА ( $A_x^b$ ,  $A_y^b$ ,  $A_z^b$ ); 2) определение масштабных коэффициентов  $(K_x^a, K_y^a, K_z^a)$  и углов  $(\varphi_x^x, \theta_z^x, \varphi_x^y, \gamma_z^y, \theta_x^z, \gamma_y^z)$ , характеризующих положения измерительных осей ММА относительно осей связанной системы координат с помощью МНК.

**2.1. Первый этап: определение значений смещений нулей ММА.** Как уже отмечалось, основным недостатком традиционных позиционных методов определения смещений нулей [4–12] является необходимость начальной выставки чувствительных осей акселерометров так, чтобы они были либо параллельны, либо перпендикулярны вертикали. Таким образом обеспечивается известность значений проекции гравитационного ускорения на оси датчиков.

Из рис. 1 хорошо видно, что в начальном положении проекция вектора  $\mathbf{g}$  на ось  $OZ_a$

определяется по следующей формуле:

$$A_{z0} = g \cos \beta_{z0} \cos \alpha_z. \quad (10)$$

Аналогично можно определить проекции вектора  $\mathbf{g}$  на оси  $OX_a$  и  $OY_a$ :

$$A_{x0} = g \cos \beta_{x0} \cos \alpha_x; \quad (11)$$

$$A_{y0} = g \cos \beta_{y0} \cos \alpha_y. \quad (12)$$

Для примера рассмотрим алгоритм определения смещения нуля по оси  $OX_a$ . Подставляя выражения (10)–(12) в (6), получаем показание акселерометра по оси  $OX_a$  в начальном положении:

$$\begin{aligned} \tilde{A}_{x0} &= K_1 A_{x0} + K_2 A_{y0} + K_3 A_{z0} + K_{10} A_{x0}^2 + A_x^b = \\ &= K_1 g \cos \beta_{x0} \cos \alpha_x + K_2 g \cos \beta_{y0} \cos \alpha_y + \\ &+ K_3 g \cos \beta_{z0} \cos \alpha_z + K_{10} (g \cos \beta_{x0} \cos \alpha_x)^2 + A_x^b. \end{aligned} \quad (13)$$

Раскрывая (13), получаем:

$$\begin{aligned} \tilde{A}_{x0} &= K_1 g \cos \beta_{x0} \cos \alpha_x + K_2 g \cos \beta_{y0} \cos \alpha_y + \\ &+ K_3 g \cos \beta_{z0} \cos \alpha_z + X_0 + X_0 \cos(2\beta_{x0}) + A_x^b, \end{aligned} \quad (14)$$

где  $X_0 = 0.5 K_{10} g^2 (\cos \alpha_x)^2$ .

Тогда при повороте системы координат  $OX_a Y_a Z_a$  вокруг оси  $OY_g$  на произвольный угол  $\Delta\beta$  углы  $\alpha_x$ ,  $\alpha_y$ ,  $\alpha_z$  не меняются, а углы  $\beta_x$ ,  $\beta_y$ ,  $\beta_z$  меняются на  $\Delta\beta$ . Таким образом, при угловом положении  $\Delta\beta$  относительно начального положения показание акселерометра по оси  $OX_a$  имеет вид

$$\begin{aligned} \tilde{A}_{x1} &= K_1 g \cos(\beta_{x0} + \Delta\beta) \cos \alpha_x + \\ &+ K_2 g \cos(\beta_{y0} + \Delta\beta) \cos \alpha_y + \\ &+ K_3 g (\beta_{z0} + \Delta\beta) \cos \alpha_z + \\ &+ X_0 + X_0 \cos[2(\beta_{x0} + \Delta\beta)] + A_x^b. \end{aligned} \quad (15)$$

Анализ выражений (14) и (15) показал, что могут быть получены выражения, при которых оценки смещений нуля  $A_x^b$ ,  $A_y^b$ ,  $A_z^b$  инвариантны к углам  $\beta_{x0}$ ,  $\beta_{y0}$ ,  $\beta_{z0}$  и  $\alpha_x$ ,  $\alpha_y$ ,  $\alpha_z$ , т. е. независимы от начального углового положения системы координат  $OX_a Y_a Z_a$  относительно ГСК:

$$I_{x1} = (P_{x1} + P_{x3} + P_{x5} + P_{x7}) = 4(A_x^b + X_0); \quad (16)$$

$$I_{x2} =$$

$$= \sqrt{(P_{x1} + P_{x3} - P_{x5} - P_{x7})^2 + (P_{x2} + P_{x4} - P_{x6} - P_{x8})^2} =$$

$$= 4X_0, \quad (17)$$

где  $P_{xi}$  ( $i=1...8$ ) – выходной сигнал ММА по оси  $OX_a$  в определенных углах  $\Delta\beta$ , указанных в табл. 1, при этом значение угла поворота  $\Delta\beta$  задается с точностью примерно  $20''$ .

На основе (16) и (17) можно определить смещение нуля ММА по оси  $OX_a$ :

$$A_x^b = (I_{x1} - I_{x2})/4. \quad (18)$$

Аналогичным образом можно определить смещения нулей ММА по осям  $OY_a$  и  $OZ_a$ , подставив выражения (10)–(12) в (7) и (8) и выполнив процедуру (16)–(18):

$$A_y^b = (I_{y1} - I_{y2})/4; \quad (19)$$

$$A_z^b = (I_{z1} - I_{z2})/4, \quad (20)$$

где  $I_{y1} = (P_{y1} + P_{y3} + P_{y5} + P_{y7}) = 4(A_y^b + Y_0)$ ;  
 $I_{y2} = \sqrt{(P_{y1} + P_{y3} - P_{y5} - P_{y7})^2 + (P_{y2} + P_{y4} - P_{y6} - P_{y8})^2}$ ;  
 $I_{z1} = (P_{z1} + P_{z3} + P_{z5} + P_{z7}) = 4(A_z^b + Z_0)$ ;  $I_{z2} = \sqrt{(P_{z1} + P_{z3} - P_{z5} - P_{z7})^2 + (P_{z2} + P_{z4} - P_{z6} - P_{z8})^2}$ ;  
 $P_{yi}, P_{zi}$  при  $i=1...8$  – выходные сигналы ММА на оси  $OY_a$  и  $OZ_a$  соответственно в определенных углах  $\Delta\beta$ , указанных в табл. 1.

Определенные таким образом параметры смещений нулей ММА в силу независимости от углов  $\beta_{x0}, \beta_{y0}, \beta_{z0}$  и  $\alpha_x, \alpha_y, \alpha_z$  характеризуют предложенный метод как инвариантный к требованию выставки углового положения осей ММА относительно вертикали. Однако следует пони-

мать, что в условиях эксплуатации необходимо выставить ось вращения так, чтобы она была перпендикулярна вертикали. Другими словами, она находится в плоскости горизонта с точностью на уровне  $1'$ , при этом не требуется совпадения ни одной из трех чувствительных осей ММА с осью вращения.

2.2. Второй этап: определение масштабных коэффициентов и углов, характеризующих положения измерительных осей ММА относительно осей связанной системы координат с помощью МНК. В рамках описываемой работы калибровка ММА выполняется в статическом режиме, поэтому диапазон задаваемых линейных ускорений  $A_x, A_y, A_z$  составляет  $\pm g$ . Также вводится допущение, что на этом участке выходные данные ММА имеют линейную выходную характеристику ( $K_{xx}^a, K_{yy}^a, K_{zz}^a \approx 0$ ). Тогда модель (5) представляется в виде

$$\begin{bmatrix} \tilde{A}_x \\ \tilde{A}_y \\ \tilde{A}_z \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} K_1 & K_2 & K_3 \\ K_4 & K_5 & K_6 \\ K_7 & K_8 & K_9 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} A_x \\ A_y \\ A_z \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} A_x^b \\ A_y^b \\ A_z^b \end{bmatrix}. \quad (21)$$

Задача на данном этапе заключается в нахождении девяти коэффициентов  $K_i$  ( $i=1...9$ ). Анализируя (3) отметим, что значения углов  $\varphi_y^x, \theta_z^x, \varphi_x^y, \gamma_z^y, \theta_x^z, \gamma_y^z$  не влияют на значения масштабных коэффициентов  $K_x^a, K_y^a, K_z^a$ . Кроме того, положение измерительных осей ММА относительно осей связанной системы координат определяется тремя углами в зависимости от выбранной связанной системы координат. Исходя из этого, для упрощения решения задачи без потери общности выбирается

Табл. 1. Положения угла отклонения системы  $OX_aY_aZ_a$  относительно системы  $OX_gY_gZ_g$  при вращении ее вокруг оси  $OY_g$   
Tab. 1. Angular deviation positions of the system  $OX_aY_aZ_a$  relative to the system  $OX_gY_gZ_g$  during its rotation around the  $OY_g$  axis

№	Начальное положение оси $OX_a$ относительно вертикали	Начальное положение оси $OY_a$ относительно вертикали	Начальное положение оси $OZ_a$ относительно вертикали	Угол поворота относительно начального углового положения $\Delta\beta$ с точностью $\pm 20''$
1	$\beta_{x0}, \alpha_x$	$\beta_{y0}, \alpha_y$	$\beta_{z0}, \alpha_z$	0
2				45°
3				90°
4				135°
5				180°

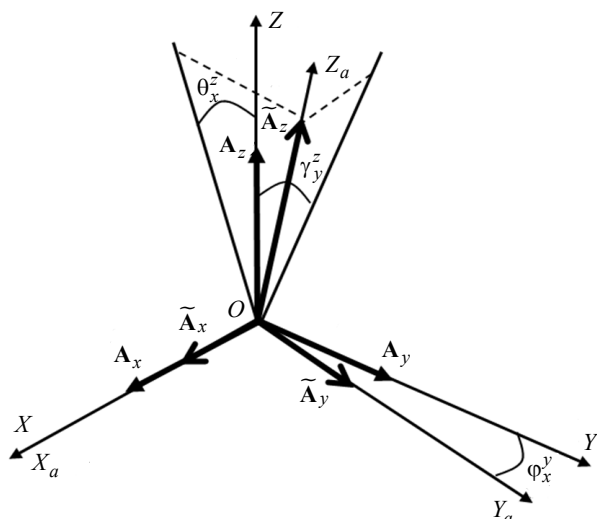


Рис. 2. Ориентация чувствительных осей относительно связанной системы координат

Fig. 2. Orientation of sensitive axes relative to the related coordinate system

связанная система координат  $OXYZ$  так, чтобы ось  $OX$  совпадала с осью  $X_a$  акселерометра, ось  $OY$  находится в плоскости, содержащей чувствительные оси  $X_a$  и  $Y_a$  (рис. 2).

Так как  $OX$  совпадает с  $OX_a$ , то значения  $A_y, A_z$  не влияют на показания  $\tilde{A}_x$ , т. е.  $\varphi_y^x = 0$ ,  $\theta_z^x = 0$  и  $K_2 = K_3 = 0$ . Так как  $OY_a$  находится в плоскости  $OXY$ ,  $A_z$  не влияет на показания  $\tilde{A}_y$ , т. е.  $\gamma_z^y = 0$  и  $K_6 = 0$ . Следовательно, модель (21) примет вид

$$\begin{bmatrix} \tilde{A}_x \\ \tilde{A}_y \\ \tilde{A}_z \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} K_1 & 0 & 0 \\ K_4 & K_5 & 0 \\ K_7 & K_8 & K_9 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} A_x \\ A_y \\ A_z \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} A_x^b \\ A_y^b \\ A_z^b \end{bmatrix}. \quad (22)$$

Соответственно

$$\begin{bmatrix} A_x \\ A_y \\ A_z \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} K_1 & 0 & 0 \\ K_4 & K_5 & 0 \\ K_7 & K_8 & K_9 \end{bmatrix}^{-1} \begin{bmatrix} \tilde{A}_x - A_x^b \\ \tilde{A}_y - A_y^b \\ \tilde{A}_z - A_z^b \end{bmatrix}. \quad (23)$$

Обозначим:

$$\begin{bmatrix} t_1 & 0 & 0 \\ t_2 & t_3 & 0 \\ t_4 & t_5 & t_6 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} K_1 & 0 & 0 \\ K_4 & K_5 & 0 \\ K_7 & K_8 & K_9 \end{bmatrix}^{-1};$$

$$\begin{bmatrix} \widehat{A}_x \\ \widehat{A}_y \\ \widehat{A}_z \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \tilde{A}_x - A_x^b \\ \tilde{A}_y - A_y^b \\ \tilde{A}_z - A_z^b \end{bmatrix}. \quad (24)$$

Тогда (23) примет вид

$$\begin{bmatrix} A_x \\ A_y \\ A_z \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} t_1 & 0 & 0 \\ t_2 & t_3 & 0 \\ t_4 & t_5 & t_6 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \widehat{A}_x \\ \widehat{A}_y \\ \widehat{A}_z \end{bmatrix}. \quad (25)$$

На основе показаний ММА и полученных значений смещений нулей  $A_x^b, A_y^b, A_z^b$  на первом этапе можно определить значения  $\widehat{A}_x, \widehat{A}_y, \widehat{A}_z$  (24), подставляя которые в (25) получаем истинные значения  $A_x, A_y, A_z$ , а затем, используя (9), вычисляем коэффициенты  $t_j$  ( $j = 1 \dots 6$ ), решая систему уравнений

$$\frac{\partial I}{\partial t_j} = 0. \quad (26)$$

**Процесс составления и линеаризации системы уравнений**  $\frac{\partial I}{\partial t_j} = 0$  при  $j = 1 \dots 6$ .

На основе (9) можно определить частные производные функции  $I$  по переменным  $t_j$  при  $j = 1 \dots 6$ , имеющие следующий вид:

$$\begin{aligned} \frac{\partial I}{\partial t_j} &= \frac{\partial \left( \frac{1}{N} \sum_{k=1}^N \delta_k^2 \right)}{\partial t_j} = 2 \frac{1}{N} \sum_{k=1}^N \delta_k \frac{\partial \delta_k}{\partial t_j} = \\ &= 2 \frac{1}{N} \sum_{k=1}^N \left( \frac{\partial A_{xk}^2}{\partial t_j} + \frac{\partial A_{yk}^2}{\partial t_j} + \frac{\partial A_{zk}^2}{\partial t_j} \right) \delta_k = \\ &= 4 \frac{1}{N} \sum_{k=1}^N \left( A_{xk} \frac{\partial A_{xk}}{\partial t_j} + A_{yk} \frac{\partial A_{yk}}{\partial t_j} + A_{zk} \frac{\partial A_{zk}}{\partial t_j} \right) \delta_k. \end{aligned} \quad (27)$$

Из (25) имеем:

$$\begin{bmatrix} A_x \\ A_y \\ A_z \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} t_1 \widehat{A}_x \\ t_2 \widehat{A}_x + t_3 \widehat{A}_y \\ t_4 \widehat{A}_x + t_5 \widehat{A}_y + t_6 \widehat{A}_z \end{bmatrix}. \quad (28)$$

Подставляя значения  $A_x, A_y, A_z$  из (28) в (27), получаем частные производные функции  $I$  после элементарных математических преобразований:

– частная производная функции  $I$  по  $t_1$

$$\frac{\partial I}{\partial t_1} = 4 \frac{1}{N} \sum_{k=1}^N \left( A_{xk} \frac{\partial A_{xk}}{\partial t_1} + A_{yk} \frac{\partial A_{yk}}{\partial t_1} + A_{zk} \frac{\partial A_{zk}}{\partial t_1} \right) \delta_k =$$

$$= 4 \frac{1}{N} \sum_{k=1}^N t_1 \widehat{A_{xk}}^2 \delta_k, \quad (29)$$

где

$$\delta_k = t_1^2 \widehat{A_{xk}}^2 + (t_2 \widehat{A_{xk}} + t_3 \widehat{A_{yk}})^2 +$$

$$+ (t_4 \widehat{A_{xk}} + t_5 \widehat{A_{yk}} + t_6 \widehat{A_{zk}})^2 - g^2. \quad (30)$$

Отметим, что  $t_j$  при  $j=1\dots 6$  – константы, т. е.

$$\frac{\partial I}{\partial t_1} = 4t_1 F_1,$$

где  $F_1 = \frac{1}{N} \sum_{k=1}^N \widehat{A_{xk}}^2 \delta_k$ .

Так как  $\frac{\partial I}{\partial t_1} = 0$ , то

$$F_1 = 0. \quad (31)$$

Аналогичной процедурой можно определить остальные частные производные функции  $I$ :

– частная производная функции  $I$  по  $t_2$

$$\frac{\partial I}{\partial t_2} = 4t_2 F_1 + 4t_3 F_2 = 0,$$

так как  $F_1 = 0 \rightarrow F_2 = 0$ ; (32)

– частная производная функции  $I$  по  $t_3$

$$\frac{\partial I}{\partial t_3} = 4t_2 F_2 + 4t_3 F_3 = 0,$$

так как  $F_2 = 0 \rightarrow F_3 = 0$ ; (33)

– частная производная функции  $I$  по  $t_4$

$$\frac{\partial I}{\partial t_4} = 4t_4 F_1 + 4t_5 F_2 + 4t_6 F_4 = 0,$$

так как  $F_1 = 0, F_2 = 0 \rightarrow F_4 = 0$ ; (34)

– частная производная функции  $I$  по  $t_5$

$$\frac{\partial I}{\partial t_5} = 4t_4 F_2 + 4t_5 F_3 + 4t_6 F_5 = 0,$$

так как  $F_2 = 0, F_3 = 0 \rightarrow F_5 = 0$ ; (35)

– частная производная функции  $I$  по  $t_6$

$$\frac{\partial I}{\partial t_6} = 4t_4 F_4 + 4t_5 F_5 + 4t_6 F_6 = 0,$$

так как  $F_4 = 0, F_5 = 0 \rightarrow F_6 = 0$ , (36)

где  $F_2 = \frac{1}{N} \sum_{k=1}^N \widehat{A_{xk}} \widehat{A_{yk}} \delta_k$ ;  $F_3 = \frac{1}{N} \sum_{k=1}^N \widehat{A_{yk}}^2 \delta_k$ ;

$$F_4 = \frac{1}{N} \sum_{k=1}^N \widehat{A_{xk}} \widehat{A_{zk}} \delta_k; \quad F_5 = \frac{1}{N} \sum_{k=1}^N \widehat{A_{yk}} \widehat{A_{zk}} \delta_k;$$

$$F_6 = \frac{1}{N} \sum_{k=1}^N \widehat{A_{zk}}^2 \delta_k.$$

Подставляя значение  $\delta_k$  из (30) в уравнения (31), получаем:

$$F_1 = (t_1^2 + t_2^2 + t_4^2) \overline{\widehat{A_x}^4} + (t_3^2 + t_5^2) \overline{\widehat{A_x}^2 \widehat{A_y}^2} +$$

$$+ t_6^2 \overline{\widehat{A_x}^2 \widehat{A_z}^2} + (2t_2 t_3 + 2t_4 t_5) \overline{\widehat{A_x}^3 \widehat{A_y}} +$$

$$+ 2t_4 t_6 \overline{\widehat{A_x}^3 \widehat{A_z}} + 2t_5 t_6 \overline{\widehat{A_x}^2 \widehat{A_y} \widehat{A_z}} - g^2 \overline{\widehat{A_x}^2} = 0, \quad (37)$$

где  $\overline{\widehat{A_x}^4} = \frac{1}{N} \sum_{k=1}^N \widehat{A_{xk}}^4$ ;  $\overline{\widehat{A_x}^2 \widehat{A_y}^2} = \frac{1}{N} \sum_{k=1}^N (\widehat{A_{xk}}^2 \widehat{A_{yk}}^2)$ ;

$$\overline{\widehat{A_x}^2 \widehat{A_z}^2} = \frac{1}{N} \sum_{k=1}^N (\widehat{A_{xk}}^2 \widehat{A_{zk}}^2); \quad \overline{\widehat{A_x}^3 \widehat{A_y}} = \frac{1}{N} \sum_{k=1}^N (\widehat{A_{xk}}^3 \widehat{A_{yk}});$$

$$\overline{\widehat{A_x}^3 \widehat{A_z}} = \frac{1}{N} \sum_{k=1}^N (\widehat{A_{xk}}^3 \widehat{A_{zk}}); \quad \overline{\widehat{A_x}^2 \widehat{A_y} \widehat{A_z}} = \frac{1}{N} \sum_{k=1}^N (\widehat{A_{xk}}^2 \widehat{A_{yk}} \widehat{A_{zk}});$$

$$\overline{\widehat{A_x}^2} = \frac{1}{N} \sum_{k=1}^N (\widehat{A_{xk}}^2) - \text{средние значения.}$$

Аналогичным образом получаем полные формы в виде (37) для уравнений (32)–(36), на основе которых получается уравнение в матричной форме:

$$\mathbf{Y} = \mathbf{M} \cdot \mathbf{Z}, \quad (38)$$

где

$$\mathbf{Y} =$$

$$= \begin{bmatrix} \overline{g^2 \widehat{A_x}^2} & \overline{g^2 \widehat{A_x} \widehat{A_y}} & \overline{g^2 \widehat{A_y}^2} & \overline{g^2 \widehat{A_x} \widehat{A_z}} & \overline{g^2 \widehat{A_y} \widehat{A_z}} & \overline{g^2 \widehat{A_z}^2} \end{bmatrix}^T;$$

$\mathbf{M} =$

$$= \begin{bmatrix} \overline{\widehat{A_x}^4} & \overline{\widehat{A_x}^2 \widehat{A_y}^2} & \overline{\widehat{A_x}^2 \widehat{A_z}^2} & \overline{\widehat{A_x}^3 \widehat{A_y}} & \overline{\widehat{A_x}^3 \widehat{A_z}} & \overline{\widehat{A_x}^2 \widehat{A_y} \widehat{A_z}} \\ \overline{\widehat{A_x}^3 \widehat{A_y}} & \overline{\widehat{A_x}^2 \widehat{A_y}^3} & \overline{\widehat{A_x} \widehat{A_y}^2 \widehat{A_z}} & \overline{\widehat{A_x}^2 \widehat{A_y}^2} & \overline{\widehat{A_x}^2 \widehat{A_y} \widehat{A_z}} & \overline{\widehat{A_x} \widehat{A_y}^2 \widehat{A_z}} \\ \overline{\widehat{A_x}^2 \widehat{A_y}^2} & \overline{\widehat{A_y}^4} & \overline{\widehat{A_y}^2 \widehat{A_z}^2} & \overline{\widehat{A_x} \widehat{A_y}^3} & \overline{\widehat{A_x} \widehat{A_y}^2 \widehat{A_z}} & \overline{\widehat{A_y}^3 \widehat{A_z}} \\ \overline{\widehat{A_x}^3 \widehat{A_z}} & \overline{\widehat{A_x} \widehat{A_y}^2 \widehat{A_z}} & \overline{\widehat{A_x} \widehat{A_z}^3} & \overline{\widehat{A_x}^2 \widehat{A_y} \widehat{A_z}} & \overline{\widehat{A_x}^2 \widehat{A_z}^2} & \overline{\widehat{A_x} \widehat{A_y} \widehat{A_z}^2} \\ \overline{\widehat{A_x}^2 \widehat{A_y} \widehat{A_z}} & \overline{\widehat{A_y}^3 \widehat{A_z}} & \overline{\widehat{A_y} \widehat{A_z}^3} & \overline{\widehat{A_x} \widehat{A_y}^2 \widehat{A_z}} & \overline{\widehat{A_x} \widehat{A_y} \widehat{A_z}^2} & \overline{\widehat{A_y}^2 \widehat{A_z}^2} \\ \overline{\widehat{A_x} \widehat{A_y}^2 \widehat{A_z}} & \overline{\widehat{A_y}^2 \widehat{A_z}^2} & \overline{\widehat{A_z}^4} & \overline{\widehat{A_x} \widehat{A_y} \widehat{A_z}^2} & \overline{\widehat{A_x} \widehat{A_z}^3} & \overline{\widehat{A_y} \widehat{A_z}^3} \end{bmatrix};$$



$$\mathbf{Z} = \begin{bmatrix} z_1 \\ z_2 \\ z_3 \\ z_4 \\ z_5 \\ z_6 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} t_1^2 + t_2^2 + t_4^2 \\ t_3^2 + t_5^2 \\ t_6^2 \\ 2t_2t_3 + 2t_4t_5 \\ 2t_4t_6 \\ 2t_5t_6 \end{bmatrix}. \quad (39)$$

Следует отметить, что  $M$  – матрица  $6 \times 6$  элементов, зависящих только от средних значений  $\widehat{A}_x, \widehat{A}_y, \widehat{A}_z$ ;  $\mathbf{Y}$  – вектор  $6 \times 1$  элементов, зависящих только от средних значений  $\widehat{A}_x, \widehat{A}_y, \widehat{A}_z$  и  $g$ ;  $\mathbf{Z}$  – вектор  $6 \times 1$  элементов, зависящих только от значений  $t_j, j=1 \dots 6$ . Другими словами, векторное уравнение (38) является системой линейных уравнений для переменных  $\{z_1, z_2, z_3, z_4, z_5, z_6\}$ , зависящих от коэффициентов  $\{t_1, t_2, t_3, t_4, t_5, t_6\}$ .

Используя метод решения системы линейных уравнений, получаем:  $\mathbf{Z} = M^{-1} \cdot \mathbf{Y}$ .

На основе (39) с помощью элементарных преобразований можно вычислить коэффициенты  $\{t_1, t_2, t_3, t_4, t_5, t_6\}$ :

$$\left\{ \begin{array}{l} t_6 = \sqrt{z_3} \\ t_5 = \frac{z_6}{2t_6} \\ t_4 = \frac{z_5}{2t_6} \\ t_3 = \sqrt{z_2 - t_5^2} \\ t_2 = \left( \frac{z_4}{2} - t_4t_5 \right) \frac{1}{t_3} \\ t_1 = \sqrt{z_1 - t_2^2 - t_4^2} \end{array} \right\}. \quad (40)$$

Зная калибровочные коэффициенты из выражений (24) и (40), можно оценить истинные значения ускорения  $A_x, A_y, A_z$ , исходя из (25). На основе (24) можно определить параметры масштабных коэффициентов  $\{K_1, K_5, K_9\}$  и  $\{K_4, K_7, K_8\}$ , а с помощью (3) найти углы, характеризующие положения чувствительных осей акселерометров относительно связанной системы координат  $\{\varphi_x^y, \theta_x^z, \gamma_y^z\}$ . Таким образом, задача калибровки ММА выполнена вне зависимости от ориентации триады относительно ГСК. Это характеризует значимое преимущество

предложенного метода по сравнению с традиционными методами калибровки.

**Экспериментальные результаты.** В качестве объекта испытаний используется миниатюрный инерциальный измерительный модуль (ИИМ) "LINS-IMU", включающий в себя триады микромеханических гироскопов и ММА, а также датчик температуры. Объектом исследования (триада ММА) является трехосный акселерометр ADXL325 от производителя Analog Devices [15].

Экспериментальные исследования были проведены с использованием стенда двухосного автоматизированного СДА-15, разработанного кафедрой лазерных измерительных и навигационных систем (ЛИНС) Санкт-Петербургского государственного электротехнического университета "ЛЭТИ". Стенд используется для задания и измерения углового положения ИИМ относительно ГСК. Внешний вид стенда с закрепленным ИИМ "LINS-IMU" показан на рис. 3.

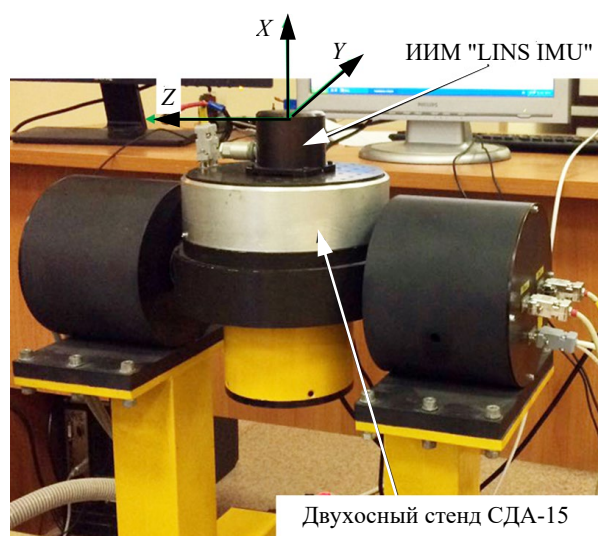


Рис. 3. ИИМ "LINS IMU" на стенде СДА-15

Fig. 3. IMU "LINS IMU" on the table SDA-15

Целью экспериментальных исследований являлась апробация предложенного метода калибровки триады ММА. Для сравнения, в данной работе осуществлялись калибровки ММА традиционным [13] и предложенным методами. Для этого выполнялась указанная ниже последовательность действий.

**Эксперименты для определения калибровочных коэффициентов традиционным методом.**

1. Начальная установка испытуемого объекта на планшайбе станда (рис. 3) с использованием уровня (цена деления 6") так, чтобы большая ось станда была параллельна плоскости горизонта, малая ось станда была направлена по вертикали.

2. Съем и обработка данных в соответствии с традиционным методом в положениях, представленных в [13].

#### Эксперименты для определения смещений нулей предложенным методом.

1. Начальная установка испытуемого объекта на планшайбе станда (рис. 3), соответствующая углам  $\beta_{x0} = 0^\circ$ ,  $\beta_{y0} = 90^\circ$ ,  $\beta_{z0} = 90^\circ$ .

2. Съем и обработка данных в соответствии с предложенным методом в положениях, представленных в табл. 1.

3. Для демонстрации вывода подп. 2.1 о том, что для определения смещения нулей ММА предложенным методом не требуется начальная выставка углового положения осей ММА относительно вертикали, была задана другая произвольная начальная установка ( $\beta_{x0} = 33^\circ$ ,  $\beta_{y0} = 123^\circ$ ,  $\beta_{z0} = 90^\circ$ ).

4. Повторный съем и обработка данных согласно п. 2.

#### Эксперименты для определения калибровочных коэффициентов предложенным методом.

С помощью станда задавались различные произвольные угловые положения ММА относительно ГСК так, чтобы направление каждой оси триады ММА менялось (рис. 4). В каждом положении производился съем данных, согласно [4] в течение 12 с. Для доказательства вывода подп. 2.2 о том, что с помощью предложенного метода калибровочные параметры определяются вне зависимости от ориентации триады относительно ГСК, были собраны 2 набора данных, при

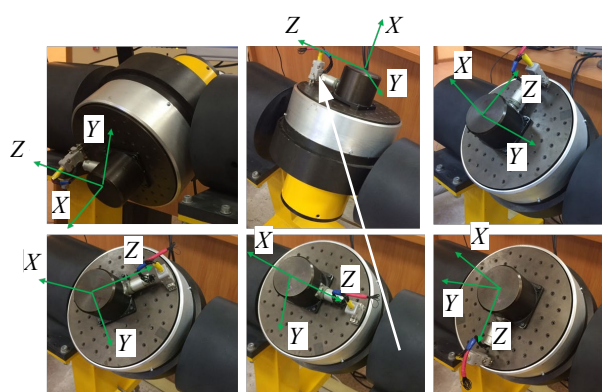


Рис. 4. Различные угловые положения ИИМ на станде  
Fig. 4. Different angular positions of the IMU on the table

Табл. 2. Калибровочные параметры ММА, полученные разными методами  
Tab. 2. MMA calibration parameters obtained by different methods

Параметры		Паспортные данные	Традиционный метод	Предложенный метод			
				$\beta_{x0} = 0^\circ$ , $\beta_{y0} = 90^\circ$ , $\beta_{z0} = 90^\circ$		$\beta_{x0} = 33^\circ$ , $\beta_{y0} = 123^\circ$ , $\beta_{z0} = 90^\circ$	
				Набор данных 1	Набор данных 2	Набор данных 1	Набор данных 2
Сдвиг нуля	$A_x^b$ , ед.съем/а	5461	5388	5387.83	5387.83	5388.04	5388.04
			5399.71	5399.51	5399.51	5399.74	5399.74
			5364.99	5364.32	5364.32	5364.44	5364.44
Масштабные коэффициенты	$K_x^a$ , ед.съем/а/g	633.51	632.20	632.34	632.36	632.38	632.36
	$K_y^a$ , ед.съем/а/g	633.51	630.95	630.92	630.93	630.90	630.88
	$K_z^a$ , ед.съем/а/g	633.51	622.01	622.08	622.07	622.07	622.08
Углы неортогональности	$\varphi_x^y - \varphi_x^x$	—	1°4'30"	1°4'22"	1°4'21"	1°4'28"	1°4'27"
	$\theta_z^x - \theta_z^y$	—	–8'27"	–8'53"	–8'55"	–8'56"	–8'54"
	$\gamma_y^z - \gamma_z^y$	—	36"	—	40"	—	39"

этом каждый набор был получен при снятии выходных сигналов ММА в 64 различных угловых позициях.

На основе полученных данных выполнялся предложенный алгоритм для определения калибровочных параметров согласно подп. 2.2. Полученные результаты из трех экспериментов внесены в сравнительную табл. 2.

Из таблицы следует, что полученные предложенным методом калибровочные коэффициенты ММА схожи со значениями, найденными традиционным методом. Анализ данных показал, что разница по смещениям нулей составляет менее 1 ед. съема (до 0.02 %), по масштабным коэффициентам – 0.2 ед. съема/г (до 0.04 %) и по углам неортогональности – менее 30". Кроме того, можно отметить, что полученные предложенным методом калибровочные параметры незначительно различаются при разных начальных угловых положениях ММА относительно ГСК, а также при разных наборах данных, снятых в различных угловых положениях.

На рис. 5 изображены проекции вектора гравитационного ускорения на каждую плоскость измерительной системы координат до и после калибровки (красный цвет – до калибровки; синий – после калибровки традиционным методом; зеленый – после калибровки предложенным методом). Из рис. 5 следует, что после калибровки проекции вектора гравитационного ускорения на каждую плоскость измерительной системы координат смещаются в окружность радиусом 1г и центр окружности находится в точке начала координат. Это демонстрирует эффективность метода калибровки во всех направлениях в пространстве.

Для того чтобы доказать общность предложенного метода вне зависимости от выбора связанной системы координат  $OXYZ$  относительно чувствительных осей акселерометра  $OX_aY_aZ_a$ , были рассчитаны масштабные коэффициенты и углы неортогональности чувствительных осей акселерометра по аналогичной процедуре (22)–(40) для трех случаев:

1) связанная система координат  $OXYZ$  выбиралась так, чтобы ось  $OX$  совпадала с осью  $X_a$  акселерометра, ось  $OY$  находилась в плос-

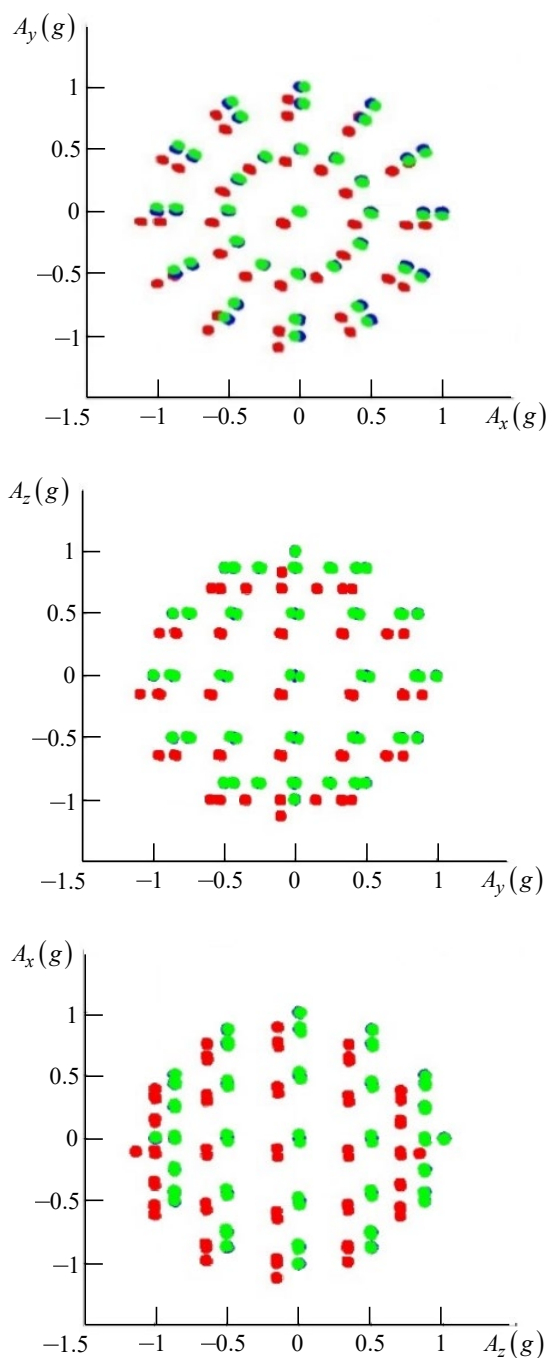


Рис. 5. Проекция вектора гравитационного ускорения на каждую плоскость измерительной системы координат

Fig. 5. Projections of the gravitational acceleration vector on each plane of the measuring coordinate system

кости, содержащей чувствительные оси  $X_a$  и  $Y_a$  (см. рис. 2);

2) связанная система координат  $OXYZ$  выбиралась так, чтобы ось  $OY$  совпадала с осью  $Y_a$  акселерометра, ось  $OZ$  находилась в плоскости, содержащей чувствительные оси  $Y_a$  и  $Z_a$ ;

Табл. 3. Калибровочные параметры ММА, полученные при разных выборах связанной системы координат

Tab. 3. MMA calibration parameters obtained with different variants of the selection of the coupled coordinate system

Параметры		Предложенный метод		
		Случай 1	Случай 2	Случай 3
Сдвиг нуля	$A_x^b$ , ед.с/ема	5388.04	5388.04	5388.04
		5399.74	5399.74	5399.74
		5364.44	5364.44	5364.44
Масштабные коэффициенты	$K_x^a$ , ед.с/ема/g	632.36	632.25	632.36
	$K_y^a$ , ед.с/ема/g	630.88	630.99	630.88
	$K_z^a$ , ед.с/ема/g	622.08	622.09	622.09
Углы неортогональности	$\varphi_y^x - \varphi_x^y$	1°4'27"	1°4'20"	1°4'26"
	$\theta_z^x - \theta_x^z$	–8'54"	–9'05"	–8'56"
	$\gamma_y^z - \gamma_z^y$	39"	30"	13"

3) связанная система координат  $OXYZ$  выбиралась так, чтобы ось  $OZ$  совпадала с осью  $Z_a$  акселерометра, ось  $OX$  находилась в плоскости, содержащей чувствительные оси  $X_a$  и  $Z_a$ .

Все полученные  $\left( (A_x^b, A_y^b, A_z^b), (K_x^a, K_y^a, K_z^a), (\varphi_y^x - \varphi_x^y, \theta_z^x - \theta_x^z, \gamma_y^z - \gamma_z^y) \right)$  параметры внесены в сравнительную табл. 3, анализируя которую можно сделать вывод о сходимости результатов. Это демонстрирует общность предложенного метода.

Выводы о целесообразности использования нового метода позволили авторам сделать предложение о новом средстве испытания ММА в качестве простой альтернативы использования вра-

щательного стенда, конструкция которого представляется как угловой столик на регулируемых опорах с поворачиваемым на его поверхности восьмигранным валом, на торце которого можно закрепить модуль ММА для испытания (рис. 6). При этом вертикальная стена столика должна быть перпендикулярна плоскости основания столика с погрешностью  $\pm 1'$ .

Перед тем как проводить испытание ММА, необходимо выставить основание столика в горизонтальной плоскости с помощью двух установленных на основании столика перпендикулярных уровней, обладающих точностями измерения  $1'$ . Для определения смещений нулей ММА необходимо просто установить его на торце восьмигранного вала в начальном произвольном угловом положении так, чтобы ни одна

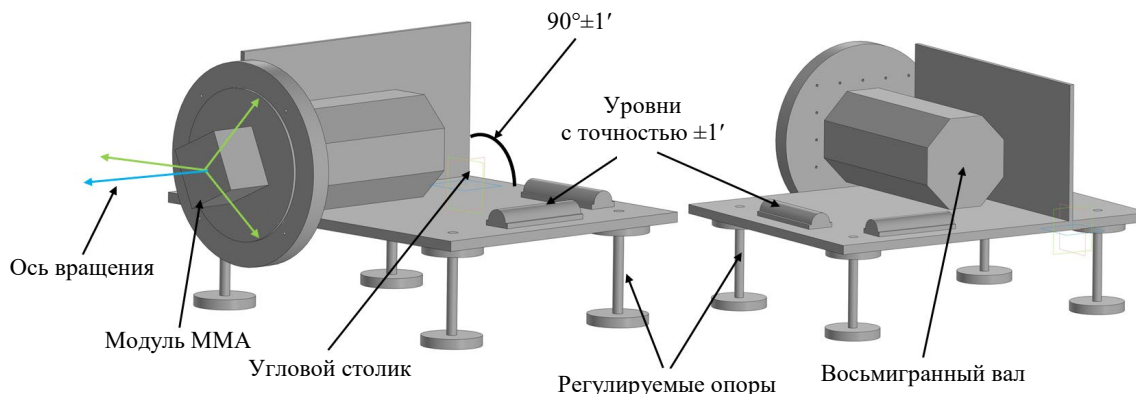


Рис. 6. Модель предлагаемого средства испытания ММА

Fig. 6. Model of the proposed MMA testing equipment

из его трех чувствительных осей не совпадала с продольной осью вала (см. рис. 3). Затем, поворачивая вал на поверхности столика, получают 8 угловых положений, указанные в табл. 1. При этом в каждом положении одна грань вала должна прилегать к вертикальной стене. На основе полученных данных от ММА в восьми угловых положениях можно определить его смещения нулей согласно (18)–(20).

**Заключение.** В статье описан метод калибровки МЭМС инерциальных датчиков, отличающийся от традиционных методов калиб-

ровки тем, что результаты определения калибровочных коэффициентов ММА не зависят от его углового положения относительно ГСК. Это позволяет повысить достоверность получаемых результатов и упростить конструкцию средства испытаний, предложенную на рис. 6. Апробация метода подтверждает его эффективность. Результаты работы значимы для повышения точности БИНС на основе МЭМС инерциальных датчиков.

### Список литературы

1. Боронахин А. М., Лукьянов Д. П., Филатов Ю. В. Оптические и микромеханические инерциальные приборы. СПб: Элмор, 2008. 400 с.
2. Матвеев В. В., Распопов В. Я. Основы построения бесплатформенных инерциальных навигационных систем / РНЦ РФ ОАО "Концерн ЦНИИ «Электроприбор»". СПб., 2009. 208 с.
3. Анучин О. Н., Емельянцева Г. И. Интегрированные системы ориентации и навигации для морских подвижных объектов / под общ. ред. чл.-кор. РАН В. Г. Пешехонова; РНЦ РФ ОАО "Концерн ЦНИИ «Электроприбор»". СПб., 1999. 357 с.
4. Дао Ван Ба, Ле Ван Чанг, Шалымов Р. В. Динамическая калибровка триады акселерометров на двухосном стенде // Изв. СПбГЭТУ "ЛЭТИ". 2014. № 8. С. 72–76.
5. Nayal A. Static calibration of the tactical grade inertial measurement. Thesis Master of Science. Columbus, USA: The Ohio State University, 2010. 118 p.
6. Лакоза С. Л., Мелешко В. В. Скалярная калибровка акселерометров низкой и средней точности // Радиооптика. МГТУ им. Н. Э. Баумана. Электрон. журн. 2015. № 1. С. 9–28. doi: 10.7463/rdopt.0115.0779996
7. Алгоритм испытаний триады гироскопов на двухосном испытательном стенде / С. А. Анисимов, А. М. Боронахин, М. Н. Бурнашев, П. А. Иванов, Л. Н. Олейник, И. Л. Суров, А. Н. Ткаченко, Ю. В. Филатов // Изв. СПбГЭТУ "ЛЭТИ". 2009. № 8. С. 26–34.
8. Кликович Б. В. Калибровка БИНС в инерциальном режиме. Объединение скоростного и скалярного методов // Гироскопия и навигация. 2014. № 3. С. 29–40.
9. Скалярный способ калибровки и балансировки бесплатформенных инерциальных навигационных систем / Е. А. Измайлов, С. Н. Леп, А. В. Молчанов, Е. Ф. Поликовский // XV МКИНС. СПб., 26–28 мая 2008 г. / РНЦ РФ ОАО "Концерн ЦНИИ «Электроприбор»". СПб., 2008. С. 145–154.
10. Аврутов В. В. О скалярной калибровке блока гироскопов и акселерометров // Вестн. НТУУ "КПИ". Сер. Приборостроение. 2010. № 40. С. 10–17.
11. Челпанов И. Б., Евстифеев М. И., Кочетков А. В. Методы испытаний микромеханических датчиков и приборов // Приборы. 2014. № 4 (166). С. 16–20.
12. Результаты испытаний микромеханического модуля / Дао Ван Ба, А. М. Боронахин, П. А. Иванов, И. Л. Суров, М. А. Лебедева, А. В. Маляева, Ле Ван Чанг // Сб. докл. 64-й науч.-техн. конф. профессорско-преподавательского состава СПбГЭТУ "ЛЭТИ", СПб., 25 янв. – 5 февр. 2011. С. 173–176.
13. Боронахин А. М., Иванов П. А., Суров И. Л. Исследование влияния инструментальных погрешностей испытательного средства на результаты калибровки блока микроакселерометров // Нано- и микросистемная техника. 2011. № 3. С. 9–11.
14. Шаврин В. В., Конаков А. С., Тисленко В. И. Калибровка микроэлектромеханических датчиков ускорений и угловых скоростей в бесплатформенных инерциальных навигационных системах // Докл. ТУСУРа. 2012. № 1 (25). С. 265–269.
15. Даташиты акселерометра ADXL325 компании Analog Devices. 2009. URL: <http://www.analog.com/media/en/technical-documentation/data-sheets/ADXL325.pdf> (дата обращения 10.09.2021)

### Информация об авторах

**Нгуен Чонг Иен** – магистр по направлению "Приборостроение" и специальности "Системы навигации, стабилизации и ориентации" (2014), аспирант Государственного технического университета им. Ле Куй До-



на (Ханой, Вьетнам). Автор четырех научных публикаций. Сфера научных интересов: инерциальные системы навигации и ориентации.

Адрес: Государственный технический университет им. Ле Куй Дона, 236 Хоанг Куок Вьет, Ко Нхуэ, Бак Ты Лиэм, Ханой, Вьетнам

E-mail: trongyen@lqdtu.edu.vn

<https://orcid.org/0000-0003-4330-8542>

**Нгуен Куок Хань** – инженер по направлению "Приборостроение" (2020), магистрант Государственного технического университета им. Ле Куй Дона (Ханой, Вьетнам). Автор двух научных публикаций. Сфера научных интересов: инерциальные системы навигации и ориентации.

E-mail: nguyenuockhanh183@gmail.com

**Ха Мань Тханг** – кандидат технических наук (2013), заместитель начальника управления международного сотрудничества, начальник отдела международных образований, преподаватель факультета технологии управления (Control Engineering) ГТУ им. Ле Куй Дона, Ханой, Вьетнам. Автор 12 научных работ. Сфера научных интересов: системы управления техническими процессами и производствами.

E-mail: hamatha@lqdtu.edu.vn

<https://orcid.org/0000-0001-9985-6105>

## References

1. Boronakhin A. M., Lukyanov D. P., Filatov Y. V. *Opticheskie i mikromekhanicheskie inertsial'nye pribory* [Optical and Micromechanical Inertial Devices]. SPb, *Ehlmor*, 2008, 400 p. (In Russ.)

2. Matveev V. V., Raspopov V. YA. *Osnovy postroeniya besplatformennykh inertsial'nykh navigatsionnykh sistem*. SPb: *RNTS RF OAO «Kontsern «TSNII «Ehlektroripor»*, 2009, 208 p. (In Russ.)

3. Anuchin O. N., Emelyantsev G. I. *Integrirovannye sistemy orientatsii i navigatsii dlya morskikh podvizhnykh obektov* [Integrated Systems of Orientation and Navigation for Marine Mobile Objects]. Ed by V. G. Peshekhonov. SPb: *RNTS RF OAO «Kontsern «TSNII «Ehlektroripor»*, 1999, 357 p. (In Russ.)

4. Dao Van Ba, Le Van Trang, Shalymov R. V. *Dinamic Calibration of the Triad of Accelerometers on the Two-Axis Bed*. Proc. of Saint Petersburg Electrotechnical University. 2014, no. 8, pp. 72–76. (In Russ.)

5. Hayal A. *Static calibration of the tactical grade inertial measurement*. Thesis Master of Science. Columbus, USA, The Ohio State University, 2010, 118 p.

6. Lakoza S. L., Meleshko V. V. *Scalar Calibration of Low and Medium Precision Accelerometers*. Radio Engineering. 2015, no. 1, pp. 9–28. doi: 10.7463/rdopt.0115.0779996 (In Russ.)

7. Anisimov S. A., Boronachin A. M., Burnashev M. N., Ivanov P. A., Oleynik L. N., Surov I. L., Tkachenko A. N., Filatov Y. V. *A Gyro Triad Testing Algorithm on a Two Axes Rotation Test Table*. Proc. of Saint Petersburg Electrotechnical University. 2009, vol. 8, pp. 26–34. (In Russ.)

8. Klikovich B. V. *SINS Calibration in Inertial Mode Combination of Speed and Scalar Methods*. Gyroscopy and Navigation. 2014, no. 3, p. 29. (In Russ.)

9. Izmailov E. A., Lep S. N., Molchanov A. V., Pol-

ikovskii E. F. *Skalyarnyi sposob kalibrovki i balansirovki besplatformennykh inertsial'nykh navigatsionnykh sistem* [Scalar Method for Calibrating and Balancing Strapdown Inertial Navigation Systems]. XV *MKINS*. SPb, 2008, pp. 145–154. (In Russ.)

10. Avrutov V. V. *About Scalar Calibration of Gyro and Accelerometers Unit*. *Vestnik NTUU "KPI". Seriya Priladobuduvaniya*. 2010, pp. 10–17. (In Russ.)

11. Chelpanov I. B., Evstifeev M. I., Kochetkov A. V. *Test Methods of Micromechanical Sensors and Devices*. Instruments. 2014, no. 4 (166), pp. 16–20. (In Russ.)

12. Dao Van Ba, Boronakhin A. M., Ivanov P. A., Surov I. L., Lebedeva M. A., Malyaeva A. V., Le Van Chang. *Rezultaty ispytaniy mikromekhanicheskogo modulya* [Test Results of the Micromechanical Module]. Collection of reports 64 sci.-tech. conf. faculty of the university, St. Petersburg Electrotechnical University "LETI", 25 Jan. – 5 Feb. 2011, pp. 173–176. (In Russ.)

13. Boronahin A. M., Ivanov P. A., Surov I. L. *Investigation of the Influence of Test Equipment Instrumental Errors on the Micromechanical Accelerometers Triad Calibration Results*. Nano- and Microsystems Technology. 2011, no. 3, pp. 9–11. (In Russ.)

14. Shavrin V. V., Konakov A. S., Tislenko V. I. *Calibration of Strapdown Mems Acceleration and Gyro Sensors in Inertial Navigation Systems*. Proc. of TUSUR University. 2012, no. 1 (25), pp. 265–269. (In Russ.)

15. *Datashity akselerometra ADXL325 kompanii Analog Devices*. Available at: <http://www.analog.com/media/en/technical-documentation/data-sheets/ADXL325.pdf> (accessed 10.09.2021)

### Information about the authors

**Nguyen Trong Yen**, Master in Instrumentation Engineering and Navigation, Stabilization and Orientation Systems (2014), Postgraduate student at Le Quy Don State Technical University (Hanoi, Vietnam). The author of 4 scientific publications. Area of expertise: inertial navigation and orientation systems.

Address: Le Quy Don Technical University, 236 Co Nhue, Bac Tu Liem, Ha Noi, Viet Nam.

E-mail: trongyen@lqdtu.edu.vn

<https://orcid.org/0000-0003-4330-8542>

**Nguyen Quoc Khanh**, Engineer in Instrumentation Engineering (2020), Master's degree at Le Quy Don State Technical University (Hanoi, Vietnam). The author of 2 scientific publications. Area of expertise: inertial navigation and orientation systems.

E-mail: nguyenuockhanh183@gmail.com

**Ha Manh Thang**, PhD (2013). Deputy Head of International Cooperation Department, Head of International Education Department, Lecturer of Control Engineering Department, Le Quy Don State Technical University, Hanoi, Vietnam. The author of 12 scientific publications. Area of expertise: control systems of technical processes and productions.

E-mail: hamatha@lqdtu.edu.vn

<https://orcid.org/0000-0001-9985-6105>

---