Радиотехнические средства передачи, приема и обработки сигналов

УДК 621.372.54 Оригинальная статья

https://doi.org/10.32603/1993-8985-2022-25-4-23-40

# Расчет полосно-пропускающих фильтров с фиксированными частотами бесконечного затухания

Е. Н. Червинский

АО "НПП "Пирамида", Санкт-Петербург, Россия

<sup>™</sup>enchervinsky@simeta.ru

#### Аннотация

**Введение.** При расчете полосно-пропускающих фильтров (ППФ) с частотами бесконечного затухания методом преобразования частоты параметры прототипа — инверсного или квазиэллиптического фильтра нижних частот (ФНЧ) — пересчитываются по известным формулам в параметры ППФ. При выбранных частоте среза ФНЧ и добротности полосового фильтра произвольно можно выбрать только одну частоту бесконечного затухания (полюс затухания). Для подавления пары конкретных частот в полосе задерживания синтез ППФ необходимо начинать с фиксации частот максимального затухания и центральной частоты фильтра. Обратный переход к параметрам частотной характеристики низкочастотного прототипа осуществляется с применением формул преобразования частоты.

*Цель работы*. Разработка методики расчета ППФ с фиксированными полюсами затухания.

**Материалы и методы.** В статье в качестве низкочастотных прототипов ППФ с полюсами затухания используются фильтры нечетного порядка с дополнительным конденсатором в поперечной ветви П-звена и индуктивностью в продольной ветви Т-звена.

Аппроксимация частотной характеристики низкочастотного прототипа (инверсный или квазиэллиптический ФНЧ) выполнена методами, основанными на решении систем нелинейных уравнений.

**Результаты.** Реализуемая передаточная функция ( $\Pi\Phi$ ) ФНЧ n-го порядка с полюсами затухания записана в виде отношения произведения двучленов и многочлена степени n с вещественными коэффициентами. Приведены системы уравнений для расчета коэффициентов амплитудно-частотной характеристики (AЧX) ФНЧ с заданной частотой максимального подавления помехи для обоих типов фильтров.

Аналитические выражения для ПФ ФНЧ-прототипов порядков 3 и 5 записаны через емкости контуров ППФ, настроенных на центральную и подавляемые частоты, что дает возможность непосредственно рассчитать искомые емкости. Индуктивности ППФ определяются по формулам, выражающим зависимости центральной частоты ППФ от параметров контуров, с учетом соотношений, приведенных в статье.

Приведен пример расчета квазиэллиптического ППФ десятого порядка.

Заключение. Представленная методика позволяет непосредственно определить параметры ППФ без промежуточного расчета и последующего преобразования параметров ФНЧ-прототипа. Приведенные аналитические выражения АЧХ П- и Т-образных ППФ шестого и десятого порядков дают возможность проверки выполненных расчетов и коррекции АЧХ с помощью индуктивностей при замене расчетных значений емкостей стандартными.

**Ключевые слова:** передаточная функция, инверсный фильтр, квазиэллиптический фильтр, преобразование частоты, полосно-пропускающий фильтр, полюс затухания

Для цитирования: Червинский Е. Н. Расчет полосно-пропускающих фильтров с фиксированными частотами бесконечного затухания // Изв. вузов России. Радиоэлектроника. 2022. Т. 25, № 4. С. 23–40. doi: 10.32603/1993-8985-2021-25-4-23-40

Конфликт интересов. Автор заявляет об отсутствии конфликта интересов.

Статья поступила в редакцию 15.06.2022; принята к публикации после рецензирования 22.08.2022; опубликована онлайн 28.09.2022



Radio Electronic Facilities for Signal Transmission, Reception and Processing

Original article

## Calculation of Band-Pass Filters with Fixed Frequencies of Infinite Attenuation

Evgeniy N. Chervinskiy

JSC SPE "Piramida", St Petersburg, Russia

<sup>™</sup>enchervinsky@simeta.ru

#### **Abstract**

Introduction. When calculating band-pass filters (BPF) with infinite attenuation frequencies using the frequency conversion method, the parameters of the prototype – an inverse or quasi-elliptic low-pass filter (LPF) – are recalculated into BPF parameters according to conventional formulas. Using the selected low-pass filter cutoff frequency and the Q-factor of the band-pass filter, one can select at their discretion only one infinite attenuation frequency (attenuation pole). In order to suppress a pair of concrete frequencies in the attenuation band, the synthesis of BPF should initially fix the frequencies of maximum attenuation and the central frequency of the filter. The reverse transition toward the frequency response parameters of a low-frequency prototype is carried out using frequency conversion formulas.

Aim. To develop of a method for calculating band-pass filters with fixed attenuation poles.

*Materials and methods.* Odd-order filters with an additional capacitor in the transverse branch of the  $\Pi$ -link and an inductance in the longitudinal branch of the T-link were used as low-frequency prototypes of the BPF with attenuation poles. Approximation of the frequency response of a low-frequency prototype (inverse or quasi-elliptical LPF) was performed by methods based on solving systems of nonlinear equations.

**Results.** A realizable transfer function (TF) of an n-th order LPF with attenuation poles was written as the ratio of the product of binomials and a polynomial of power n with real coefficients. Systems of equations were derived to determine amplitude-frequency response coefficients with a given frequency of maximum attenuation interference for both types of filters. Analytical expressions for the TF of the low frequency prototypes of 3th and 5th orders were recorded through the capacitances of the BPF circuits tuned to the central and suppressed frequencies, thus allowing the desired capacitances to be directly calculated. The BPF inductances were determined by formulas expressing the dependences of the BPF central frequency on the circuits parameters, taking into account the relationships given in the article. An example of calculating a 10th order quasi-elliptic BPF was provided.

Conclusion. The proposed method can be used to determine the BPF parameters directly, without an intermediate calculation and subsequent transformation of the LPF prototype parameters. The given analytical expressions for the frequency response of the  $\Pi$ - and  $\Gamma$ -shaped BPFs of the 6th and 10th orders make it possible to verify the performed calculations and to correct the frequency response using inductances, when replacing the calculated capacitance values with their standard values.

Keywords: transfer function, inverse filter, quasi-elliptic filter, frequency conversion, band-pass filter, attenuation pole

**For citation:** Chervinskiy E. N. Calculation of Band-Pass Filters with Fixed Frequencies of Infinite Attenuation. Journal of the Russian Universities. Radioelectronics. 2022, vol. 25, no. 4, pp. 23–40. doi: 10.32603/1993-8985-2021-25-4-23-40

**Conflict of interest.** The author declares no conflicts of interest.

Submitted 15.06.2022; accepted 22.08.2022; published online 28.09.2022

Введение. В статье рассмотрены вопросы синтеза инверсных и квазиэллиптических полосно-пропускающих фильтров (ППФ). Под инверсным ППФ (ИППФ) понимается фильтр, амплитудно-частотная характеристика (АЧХ) которого монотонно уменьшается в обе стороны от максимума на центральной частоте в полосе пропускания и имеет частоты бесконечного затухания (полюсы затухания) в полосах

задерживания. АЧХ квазиэллиптического ППФ (КППФ) равномерно приближает единичное значение в полосе пропускания и также имеет полюсы затухания в полосах задерживания. АЧХ обоих типов фильтров на границах полосы пропускания имеют значение  $1/\sqrt{2}$  и равны нулю на частотах бесконечного затухания.

Синтез ППФ осуществляется методом преобразования частоты [1-5] с использованием в

качестве прототипов фильтров нижних частот (ФНЧ). При преобразовании количество полюсов затухания удваивается. При необходимости подавления пары конкретных частот в полосах задерживания синтез ППФ необходимо начинать с фиксации частот максимального затухания и центральной частоты фильтра. Обратный переход к параметрам частотной характеристики низкочастотного прототипа осуществляется с применением формул преобразования частоты, а вид аппроксимации частотной характеристики (инверсный или квазиэллиптический ФНЧ) — методом решения систем нелинейных уравнений.

Цель настоящей статьи — разработка методики расчета полосно-пропускающих фильтров с фиксированными полюсами затухания.

**Методы расчета полосно-пропускающих** фильтров. Рассмотрим простейшие ФНЧ 3-го порядка с полюсами затухания, образованные  $\Gamma$ -образными полузвеньями (рис. 1). На рис. 1, a приведена схема ФНЧ с емкостью  $C_{\rm HЧ1}$  на входе в поперечной ветви и параллельным соединением индуктивности  $L_{\rm HЧ2}$  и емкости  $C_{\rm HЧ3}$  в продольной. На рис. 1,  $\delta$  приведена схема с индуктивностью  $L_{\rm HЧ1}$  в продольной ветви на входе и последовательным контуром с элементами  $L_{\rm HЧ2}$ ,  $C_{\rm HЧ3}$  в поперечной ветви.

На рис. 1  $\dot{U}_{\rm BX}$  и  $\dot{U}_{\rm BЫX}$  — комплексные амплитуды входного и выходного напряжений; r и R — активные сопротивления;  $K_{\rm y}$  — коэффициент усиления усилителя. Отношение  $\dot{U}_{\rm BЫX}/\dot{U}_{\rm BX}$ , записанное в виде отношения полиномов от нормированной переменной  $s_{\rm H}=j\omega_{\rm H}=j\,\omega/\omega_{\rm c}$  ( $\omega$  — текущая угловая частота,  $\omega_{\rm c}$  — угловая частота среза), есть передаточная функция (ПФ) фильтра

n-го порядка  $H^{(n)}(s_{\rm H})$ , определяемого степенью полинома знаменателя n. На частотах резонанса контуров обеспечиваются полюсы затухания, при этом значения АЧХ ФНЧ равны нулю.

Можно показать (для схемы рис. 1, a см. доказательство в [6]), что  $\Gamma$ -образные полузвенья реализуют  $\Pi\Phi$  вида

$$H_{LP}^{(3)}(s_{H}) = K \frac{s_{H}^{2} + a_{1}}{s_{H}^{3} + b_{2}s_{H}^{2} + b_{1}s_{H} + b_{0}}$$
(1)

при условии

$$b_1/a_1 > 1,$$
 (2)

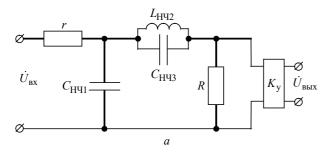
где K,  $a_1$ ,  $b_2$ ,  $b_1$ ,  $b_0$  – вещественные положительные числа.

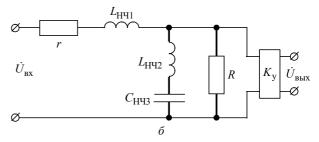
При переходе к П- и Т-образным звеньям третьего порядка добавлением конденсатора в поперечной ветви параллельно нагрузке R в схеме рис. 1, a и дополнительной индуктивности в продольной ветви перед резистором R в схеме рис. 1,  $\delta$  выполнение условия (2) при реализации ПФ (1) не требуется. С учетом снятия ограничения в дальнейшем в качестве ФНЧ-прототипов при реализации полосовых фильтров с полюсами затухания в полосах задерживания используются фильтры нечетного порядка n с дополнительным конденсатором  $C_{\text{НЧ}(n+p)}$  в поперечной ветви (рис. 2) и индуктивностью  $L_{\text{НЧ}(n+p)}$  в продольной ветви (рис. 3), где p = (n-1)/2 – число полюсов затухания.

ПФ фильтров по схеме на рис. 2 для n = 3, 5, 7, 9 приведены в [6].

Для перехода к ППФ с центральной частотой  $\omega_0 = \omega_c$  заменим переменную [2]:

$$s_{\mathrm{H}} \rightarrow Q(s'_{\mathrm{H}} + 1/s'_{\mathrm{H}}),$$





 $Puc.\ 1.$  Схемы ФНЧ 3-го порядка с  $\Gamma$ -образными полузвеньями с емкостью на входе (a) и индуктивностью на входе ( $\delta$ )  $Fig.\ 1.$  The circuits of the 3rd order low-pass filter with  $\Gamma$ -shaped half-links with input capacitance (a) and input inductance ( $\delta$ )

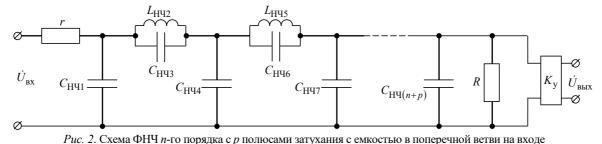
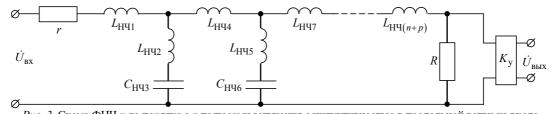


Fig. 2. The circuit of the LPF of the n-th order with p attenuation poles with capacitance at the input transverse branch



 $Puc.\ 3.\$ Схема ФНЧ n-го порядка с p полюсами затухания с индуктивностью в продольной ветви на входе  $Fig.\ 3.\$ The circuit of the LPF of the n-th order with p attenuation poles with inductance at the input longitudinal branch

где Q — добротность ППФ (величина, равная отношению  $\omega_0$  к полосе пропускания ППФ на уровне АЧХ  $1/\sqrt{2}$ );  $s_{\rm H}' = j\omega_{\rm H}'$  — преобразованная мнимая часть нормированной комплексной частоты, причем  $\omega_{\rm H}' = \omega'/\omega_0$  — угловая частота частотной оси ППФ, нормированная относительно центральной частоты  $\omega_0$ . Значения переменной  $\omega_{\rm H}'$ , соответствующие значению нормированной частоты  $\omega_{\rm H}$ , могут быть определены из уравнения  $\omega_{\rm H}'^2 - (\omega_{\rm H}/Q)\omega_{\rm H}' - 1 = 0$ :

$$\omega'_{\text{H1, 2}} = \sqrt{1 + \frac{\omega_{\text{H}}^2}{4Q^2}} \mp \frac{\omega_{\text{H}}}{2Q}, \ \omega_{\text{H}} \ge 0.$$

После умножения левой и правой частей последнего равенства на  $\omega_0$  среднее геометрическое частот  $\omega'_{1,\,2}=\omega'_{H1,\,2}\omega_0$  дает центральную частоту ППФ при любых значениях  $\omega=\omega_{\rm H}\omega_0: \sqrt{\omega'_1\omega'_2}=\omega_0$ . Разность частот  $\omega'_2-\omega'_1=\omega_0/Q$ . Например, при Q=10 частота среза ФНЧ  $\omega_{\rm c}=\omega_0$  преобразуется в частоты среза ППФ  $\omega'_1=0.95125\omega_0$ ,  $\omega'_2=1.05125\omega_0$ , откуда  $Q=\omega_0/(\omega'_2-\omega'_1)=1/0.1$ .

Обозначим подлежащие подавлению фиксированные частоты в полосе задерживания как  $\omega_{\varphi kc1}$  и  $\omega_{\varphi kc2}$ , их среднее геометрическое —

центральная частота ППФ  $\omega_0$ . В соответствии с приведенным уравнением  $\omega'_{H \ \varphi Kc1} = \omega_{\varphi Kc1}/\omega_0$  и  $\omega'_{H \ \varphi Kc2} = \omega_{\varphi Kc2}/\omega_0$  можно рассматривать как нижнюю и верхнюю нормированные частоты максимального затухания ППФ, соответствующие нормированной частоте максимального затухания ФНЧ-прототипа

$$\omega_{\rm H \ \phi KC0} = \frac{1 - \omega_{\rm H}'^2 \phi_{\rm KC1}}{\omega_{\rm H \ \phi KC1}'} Q = \frac{\omega_{\rm H \ \phi KC2}'^2 - 1}{\omega_{\rm H \ \phi KC2}'} Q.$$
 (3)

Зададимся величиной Q и выберем порядок ППФ, в 2 раза превышающий порядок соответствующего ему ФНЧ. При проектировании инверсных ФНЧ Чебышева и эллиптических ФНЧ табличным методом [2, 7–9] разработчик ограничен дискретностью задания неравномерности передачи в полосе пропускания и минимального затухания в полосе задерживания. Полученные характеристики при пересчете на характеристики ППФ, и в частности, частоты бесконечного затухания, в общем случае отличаются от требуемых. При синтезе фильтров методом, основанным на решении системы нелинейных уравнений [10, 11], характеристики инверсного и квазиэлиптического ФНЧ-прототипов (ИФНЧ и КФНЧ) при выбранных значении добротности О и порядке ППФ 2n могут быть определены с требуемой точностью.

Реализуемую ПФ ФНЧ n-го порядка (n = 3, 5, ...) с p полюсами затухания запишем как отношение произведения двучленов и многочлена степени n:

$$H_{\text{LP p}}^{(n)}(s_{\text{H}}) = K \frac{\left(s_{\text{H}}^2 + a_1\right)\left(s_{\text{H}}^2 + a_2\right)...\left(s_{\text{H}}^2 + a_{(n-1)/2}\right)}{s_{\text{H}}^n + b_{n-1}s_{\text{H}}^{n-1} + ... + b_1s_{\text{H}} + b_0},$$

где все коэффициенты суть вещественные положительные числа. АЧХ  $\Phi$ НЧ n-го порядка есть модуль  $\Pi\Phi$ 

$$H_{\text{LP p}}^{(n)}\left(\omega_{\text{H}}\right) = K \frac{\left|\prod_{l=1}^{(n-1)/2} \left(\omega_{\text{H}}^2 - a_l\right)\right|}{D_{\text{LP p}}^{(n)}\left(\omega_{\text{H}}\right)}, \tag{4}$$

гле

$$D_{\text{LP p}}^{(n)}(\omega_{\text{H}}) = \left\{ \left[ \omega_{\text{H}}^{n} + \sum_{j=1}^{(n-1)/2} (-1)^{j} b_{n-2j} \omega_{\text{H}}^{n-2j} \right]^{2} + \left[ \sum_{j=0}^{(n-1)/2} (-1)^{j} b_{n-1-2j} \omega_{\text{H}}^{n-1-2j} \right]^{2} \right\}^{0.5}.$$

Характеристика  $H_{\text{LP p}}^{(n)}\left(\omega_{\text{H}}\right)$  обращается в ноль в точках  $\omega_{\text{H }g_0}=\sqrt{a_l}=\omega_{g_0}/\omega_0$  ( $\omega_{g_0}-g_0$ -я круговая частота бесконечного затухания ФНЧ). Примем  $\omega_{\text{H } \text{dkc}\,0}=\sqrt{a_1}$ .

В зависимости от значений коэффициентов K,  $a_l$  и  $b_j$   $H_{\text{LP p}}^{(n)}(\omega_{\text{H}})$  является равноволновой АЧХ ИФНЧ  $\overline{H}_{\text{LP p}}^{(n)}(\omega_{\text{H}})$  или КФНЧ  $\widetilde{H}_{\text{LP p}}^{(n)}(\omega_{\text{H}})$ . Синтез АЧХ по заданному значению частоты максимального подавления помехи в полосе задерживания  $\omega_{\text{H фкс0}}$  для ИФНЧ и КФНЧ может быть выполнен решением систем уравнений, связывающих между собой параметры АЧХ в особых точках.

Параметром, подлежащим определению, помимо коэффициентов реализуемой ПФ и ко-

ординат характерных точек АЧХ ИФНЧ, является минимальное затухание в полосе задерживания  $\overline{\delta}$ . В соответствии с (4) коэффициент  $\overline{a}_1 = \omega_{\rm H}^2 _{\rm фкс0}$ . Система 2n+2 уравнений ИФНЧ при нечетном n имеет вид

$$\begin{cases}
(\bar{K}/\bar{b}_{0}) \prod_{l=1}^{(n-1)/2} \bar{a}_{l} = 1; \\
\bar{H}_{LP p}^{(n)}(\bar{d}_{H}) = 1 - \bar{H}_{LP p}^{(n)}(\bar{r}_{H}); \\
\bar{H}_{LP p}^{(n)}(\bar{\omega}_{H}^{\max}) = \bar{H}_{LP p}^{(n)}(\bar{r}_{H}); \\
\bar{\partial} \left[\bar{H}_{LP p}^{(n)}(\bar{\omega}_{H h}^{\max})\right] / \bar{\partial} \bar{\omega}_{H h}^{\max} = 0; \\
\sqrt{\bar{a}_{l}} = \bar{k}_{gr_{0}} \bar{r}_{H}; \\
\bar{\omega}_{H h_{\max}} = \bar{k}_{hr}^{\max} \bar{r}_{H}; \\
\bar{\delta} = -20 \lg \bar{H}_{LP p}^{(n)}(\bar{r}_{H}), \\
h, g = 1, 2, ..., (n-1)/2,
\end{cases} (5)$$

где  $\overline{H}_{\mathrm{LP}\,p}^{(n)}\left(\overline{\omega}_{\mathrm{H}\,h}^{\mathrm{max}}\right)$  — локальные максимумы АЧХ в полосе задерживания с абсциссами  $\overline{\omega}_{\mathrm{H}\,h}^{\mathrm{max}}$ ;  $\overline{r}_{\mathrm{H}} > 1$  — граница отрезка  $\left[0,\,\overline{r}_{\mathrm{H}}\right]$  нормированной частотной оси, на которой АЧХ ИФНЧ спадает до уровня  $\overline{H}_{\mathrm{LP}\,p}^{(n)}\left(\overline{\omega}_{\mathrm{H}1}^{\mathrm{max}}\right)$ ;  $\overline{d}_{\mathrm{H}} < 1$  — граница отрезка  $\left[0,\,\overline{d}_{\mathrm{H}}\right]$ , определяемая из условия  $\overline{H}_{\mathrm{LP}\,p}^{(n)}\left(\overline{d}_{\mathrm{H}}\right) = 1 - \overline{H}_{\mathrm{LP}\,p}^{(n)}\left(\overline{r}_{\mathrm{H}}\right)$ ;  $\overline{k}_{gr_0}$ ,  $\overline{k}_{hr}^{\mathrm{max}}$  — нормированные на  $\overline{r}_{\mathrm{H}}$  координаты нулей и максимумов АЧХ ИФНЧ в полосе задерживания, не зависящие от значений минимального затухания  $\overline{\delta}$  (см. [11]). В табл. 1 приведены числовые значения коэффициентов  $\overline{k}_{gr_0}$  и  $\overline{k}_{hr}^{\mathrm{max}}$  для n=3, 5, определяющие соотношения между коорди-

Решением системы уравнений (5) являются 2n+2 параметров АЧХ  $\overline{H}_{\mathrm{LP}\;p}^{(n)}(\omega_{\mathrm{H}})$ :  $\overline{K},\ \overline{a}_{2},$ 

натами особых точек ИФНЧ.

Табл. 1. Соотношения между координатами особых точек ИФНЧ

Tab. 1. Relationships between the coordinates of singular points of an inverse low-pass filter

n	$\overline{k}_{1r_0} = \overline{\omega}_{H1_0} / \overline{r}_{H}$	$\overline{k}_{1r}^{\max} = \overline{\omega}_{H1}^{\max} / \overline{r_{H}}$	$\overline{k}_{2r_0} = \overline{\omega}_{\text{H}2_0} / \overline{r}_{\text{H}}$	$\overline{k}_{2r}^{\max} = \overline{\omega}_{H2}^{\max} / \overline{r_{H}}$		
3	1.1547005384	2.0	-	_		
5	1.0514622242	1.2360679775	1.7013016167	3.2360679775		

...,  $\overline{a}_l$ ,  $\overline{b}_{n-1}$ ,  $\overline{b}_{n-2}$ , ...,  $\overline{b}_0$ ,  $\overline{d}_{\rm H}$ ,  $\overline{r}_{\rm H}$ ,  $\overline{\omega}_{\rm H1}^{\rm max}$ ,  $\overline{\omega}_{\rm H2}^{\rm max}$ , ...,  $\overline{\omega}_{\rm Hh}^{\rm max}$ ,  $\overline{\delta}$ . Поскольку сомножители в числителе (4) симметричны, порядковый номер нуля AЧХ g не обязательно равен номеру коэффициента l. При этом не исключено, что какие-либо из коэффициентов  $\overline{a}_l = \overline{\omega}_{\rm Hg_0}^2 < \overline{a}_{\rm I}$  (см. пример 1). Разность  $\overline{r}_{\rm H} - \overline{d}_{\rm H}$  представляет нормированную ширину переходной области АЧХ ИФНЧ при найденном значении  $\overline{\delta}$ .

АЧХ КФНЧ имеет бо́льшую крутизну при переходе от полосы пропускания к полосе задерживания по сравнению с АЧХ ИФНЧ того же порядка при равных  $\overline{\delta}$ . При выбранном значении неравномерности АЧХ КФНЧ  $\widetilde{\delta}$  может быть определено минимальное затухание  $\overline{\delta}$  (или, наоборот, при выбранном значении другого параметра). В общем случае система 3n+1 уравнений КФНЧ для определения 3n+1 неизвестных параметров  $\overline{K}$ ,  $\overline{a}_2$ ,  $\overline{a}_3$ , ...,  $\overline{a}_{(n-1)/2}$ ,  $\overline{b}_{n-1}$ ,  $\overline{b}_{n-2}$ , ...,  $\overline{b}_0$ ,  $\overline{\omega}_{\rm H2}$ ,  $\overline{\omega}_{\rm H4}$ , ...,  $\overline{\omega}_{\rm H5}$ ,  $\overline{\omega}_{\rm H5}$ , ...,  $\overline{\omega}_{\rm Hq}$ ,  $\overline{d}_{\rm H}$ ,  $\overline{r}_{\rm H}$ ,  $\overline{\omega}_{\rm H1}$ ,  $\overline{\omega}_{\rm H2}$ , ...,  $\overline{\omega}_{\rm H2}$ , ...,  $\overline{\omega}_{\rm H6}$ , ...,  $\overline{\omega}_{\rm H6}$ ,  $\overline{\delta}$  при нечетном n и заданных значениях  $\overline{\omega}_{\rm H1}$  (или  $\overline{a}_1$ ) и  $\overline{\delta}$  имеет вид

$$\begin{split} & \left[ 20 \lg \left[ \tilde{K} \prod_{l=1}^{(n-1)/2} \tilde{a}_l \middle/ \left( 2\tilde{b}_0 - \tilde{K} \prod_{l=1}^{(n-1)/2} \tilde{a}_l \right) \right] = \tilde{\delta}; \\ \tilde{H}_{\text{LP p}}^{(n)} \left( \tilde{\omega}_{\text{HS}} \right) &= 2 - \left( \tilde{K} \prod_{l=1}^{(n-1)/2} \tilde{a}_l \right) \middle/ \tilde{b}_0, \\ s &= 2, 4, \dots, n-1; \\ \tilde{H}_{\text{LP p}}^{(n)} \left( \tilde{\omega}_{\text{Hq}} \right) &= \left( \tilde{K} \prod_{l=1}^{(n-1)/2} \tilde{a}_l \right) \middle/ \tilde{b}_0, \\ q &= 3, 5, \dots, n; \\ \tilde{H}_{\text{LP p}}^{(n)} \left( \tilde{d}_{\text{H}} \right) &= 2 - \left( \tilde{K} \prod_{l=1}^{(n-1)/2} \tilde{a}_l \right) \middle/ \tilde{b}_0; \\ \tilde{H}_{\text{LP p}}^{(n)} \left( \tilde{\omega}_{\text{Hh}}^{\text{max}} \right) &= \tilde{H}_{\text{LP p}}^{(n)} \left( \tilde{r}_{\text{H}} \right), \\ h &= 1, 2, \dots, (n-1)/2; \\ \partial \left[ \tilde{H}_{\text{LP p}}^{(n)} \left( \tilde{\omega}_{\text{Hh}}^{\text{max}} \right) \right] \middle/ \partial \tilde{\omega}_{\text{Hi}} &= 0, i = 2, 3, \dots, n; \\ \partial \left[ \tilde{H}_{\text{LP p}}^{(n)} \left( \tilde{\omega}_{\text{Hh}}^{\text{max}} \right) \right] \middle/ \partial \tilde{\omega}_{\text{Hh}}^{\text{max}} &= 0; \\ \bar{\delta} &= -20 \lg \tilde{H}_{\text{LP p}}^{(n)} \left( \tilde{r}_{\text{H}} \right), \end{split}$$

где  $\tilde{\overline{\omega}}_{\text{H}S}$ ,  $\tilde{\overline{\omega}}_{\text{H}G}$  – координаты минимального  $\tilde{\tilde{H}}_{\mathrm{LP}\,\mathrm{p}}^{(n)}\left(\tilde{\overline{\mathrm{o}}}_{\mathrm{HS}}\right)$  и максимального  $\tilde{\tilde{H}}_{\mathrm{LP}\,\mathrm{p}}^{(n)}\left(\tilde{\overline{\mathrm{o}}}_{\mathrm{H}q}\right)$ значений функции  $\tilde{H}_{\mathrm{LP}\;\mathrm{p}}^{(n)}\left(\omega_{\mathrm{H}}\right)$  соответственно на отрезке  $\left[0,\, \tilde{\overline{d}}_{\mathrm{H}}\, \right];\,\, \tilde{\overline{d}}_{\mathrm{H}}\,$  – нормированная длина отрезка, на котором АЧХ КФНЧ равномерно приближает единичное значение в полосе пропускания. Общее количество частот экстремумов АЧХ в полосе пропускания  $\tilde{\overline{\omega}}_{{
m H}i},\ i=2,\ 3,\ ...,\ n,$ подлежащих определению, равно  $n-1; \; \left[ \tilde{\overline{r}}_{\!\scriptscriptstyle H}, \; \infty \right) - \right.$ бесконечный полуинтервал, где АЧХ КФНЧ имеет равномерные пульсации в полосе задерживания;  $\tilde{\overline{\omega}}_{\mathrm{H}h}^{\mathrm{max}}$  — абсциссы локальных максимумов функции  $\tilde{\tilde{H}}_{\mathrm{LP}\,\mathrm{p}}^{(n)}(\omega_{\mathrm{H}})$  в полосе задерживания, причем h = 1, 2, ..., (n-1)/2;  $\overline{\delta}$  – минимальное затухание в полосе задерживания,  $\tilde{\delta}$  – неравномерность АЧХ в полосе пропускания.

Пример 1. Рассчитаем параметры АЧХ ФНЧ-прототипа ППФ 10-го порядка с частотами максимального подавления в полосах задерживания  $\omega_{\rm фкс1}=0.9\cdot 10^5$  рад/с,  $\omega_{\rm фкс2}=1.1\cdot 10^5$  рад/с и добротностью Q=10. Центральная частота ППФ  $\omega_0=\sqrt{\omega_{\rm φκc1}\omega_{\rm φκc2}}=99$  498.74371 рад/с; тогда  $\omega'_{\rm H}$  фкс1 = 0.904534,  $\omega'_{\rm H}$  фкс2 = 1.105542. Нормированная частота максимального затухания ФНЧ (3)  $\omega_{\rm H}$  фкс0 = 0.201008Q = 2.01008. Коэффициент в первом сомножителе числителя реализуемой АЧХ ФНЧ  $a_1=\omega_{\rm H}^2$  фкс0 = 4.040404.

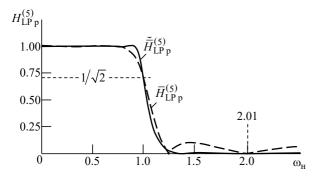
При расчете АЧХ ИФНЧ система уравнений (5) имеет решение при записи третьей снизу строки в виде  $\sqrt{\overline{a}_2} = \overline{k}_{1r_0}\overline{r}_{\rm H}; \ \sqrt{\overline{a}_1} = \overline{k}_{2r_0}\overline{r}_{\rm H},$  где  $\sqrt{\overline{a}_1} = \omega_{\rm H \ \varphi KCO}.$ 

При расчете АЧХ КФНЧ примем значение неравномерности АЧХ в полосе пропускания  $\tilde{\delta} = 0.1$  дБ. Выборочные элементы решений систем уравнений (5), (6) приведены в табл. 2. Из нее следует, что

$$\begin{split} \overline{\omega}_{\text{H}1_0} &= \sqrt{\overline{a}_2} = \sqrt{1.543} = 1.242 < \omega_{\text{H} \ \text{фкc}_0} = 2.010; \\ \widetilde{\overline{\omega}}_{\text{H}1_0} &= \sqrt{\widetilde{\overline{a}}_2} = \sqrt{1.842} = 1.357 < \omega_{\text{H} \ \text{фкc}_0} = 2.010. \end{split}$$

Tuo. 2. Elements of solving equations systems (5), (6)											
АЧХ	K	$a_2$	<i>b</i> <sub>4</sub>	<i>b</i> <sub>3</sub>	$b_2$	$b_1$	$b_0$	$d_{\scriptscriptstyle  m H}$	$r_{ m H}$	$r_{\rm H}-d_{ m H}$	$\overline{\delta}$
$\bar{\mathit{H}}_{LPp}^{(5)}\big(\omega_{_{H}}\big)$	0.605	1.543	3.850	7.227	9.009	6.519	3.775	0.920	1.181	0.261	19.833
$\tilde{\bar{H}}_{\mathrm{LP}\mathrm{p}}^{(5)}\!\left(\omega_{\mathrm{H}}\right)$	0.054	1.842	1.569	2.371	1.958	1.177	0.397	0.918	1.309	0.391	40.317

*Табл.* 2. Элементы решений систем уравнений (5), (6) *Tab.* 2. Elements of solving equations systems (5), (6)



 $Puc.~4.~{\rm A4X}~{\rm ИФН4}~\bar{H}_{\rm LP~p}^{(5)}~{}_{\rm II}~{\rm KФН4}~\tilde{\bar{H}}_{\rm LP~p}^{(5)}$   $Fig.~4.~{\rm Amplitude-frequency}~{\rm responses}~{\rm of}~{\rm the}~{\rm inverse}~{\rm LPF}~\bar{\bar{H}}_{\rm LP~p}^{(5)}~{}_{\rm and}~{\rm the}~{\rm quasi-elliptic}~{\rm LPF}~\tilde{\bar{H}}_{\rm LP~p}^{(5)}$ 

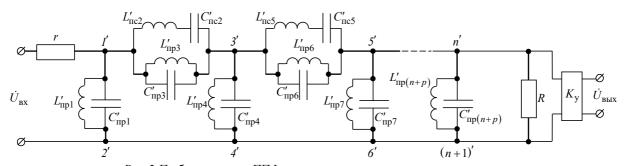
АЧХ ИФНЧ  $ar{H}_{\mathrm{LP}\;\mathrm{p}}^{(5)}\left(\omega_{\mathrm{H}}\right)$  и КФНЧ  $\tilde{\bar{H}}_{\mathrm{LP}\;\mathrm{p}}^{(5)}\left(\omega_{\mathrm{H}}\right)$  представлены на рис. 4.

На рис. 5 (П-образная схема) и рис. 6 (Т-образная схема) представлены схемы ППФ, полученные преобразованием схем ФНЧ n-го порядка, приведенных на рис. 2 и 3 соответственно. При преобразовании емкости  $C_{\text{HЧ}i}$  заменены параллельными колебательными контурами с элементами  $C'_{\text{пр}i} = QC_{\text{HЧ}i}$ ,  $L'_{\text{пр}i} = 1/\left(\omega_0^2 QC_{\text{HЧ}i}\right)$ , а индуктивности  $L_{\text{HЧ}k}$  — последовательными контурами с элементами  $L'_{\text{пс}k} = QL_{\text{HЧ}k}$ ,  $C'_{\text{пс}k} = 1/\left(\omega_0^2 QL_{\text{HЧ}k}\right)$ , i, k = 1, 2, ..., n + p, на-

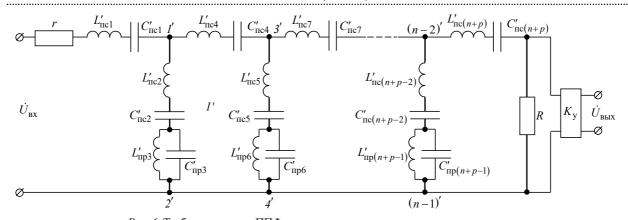
строенными на частоту  $\omega_0$ , равную частоте среза прототипа  $\omega_c$ . Количество элементов ППФ (включая резисторы r и R), полученного преобразованием ФНЧ нечетного порядка n с p полюсами затухания, не имеющего ограничений на условия реализации ПФ, составляет 2(n+p+1).

Параллельное соединение последовательного и параллельного контуров в продольных ветвях П-образной схемы (рис. 5) может быть заменено эквивалентным ему последовательным соединением двух параллельных контуров, настроенных на требуемые частоты подавления в полосах задерживания ППФ [1, 12] (рис. 7). Последовательное соединение последовательного и параллельного контуров в поперечных ветвях Т-образной схемы (рис. 6) заменяется параллельным соединением последовательных контуров, также настроенных на частоты подавления ППФ (рис. 8). Элементы контуров в поперечных ветвях схемы на рис. 5 и в продольных ветвях схемы на рис. 6 перенесены в эквивалентные схемы без изменений.

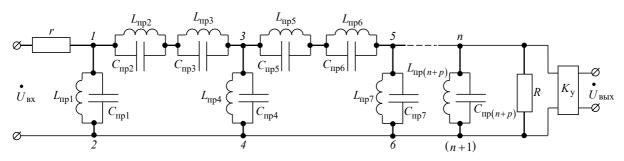
Применение схем с контурами, настроенными на требуемые частоты подавления, удобно для точной настройки контуров с помощью индуктивностей при замене расчетных значений емкостей на стандартные.



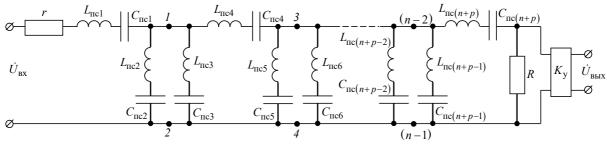
Puc. 5. П-образная схема ППΦ с контурами, настроенными на частоту  $ω_0$  Fig. 5. П-shaped circuit of a band-pass filter with oscillatory circuits, tuned at frequency  $ω_0$ 



Puc.~6. Т-образная схема ППΦ с контурами, настроенными на частоту  $ω_0$  Fig.~6. T-shaped circuit of a band-pass filter with oscillatory circuits, tuned at frequency  $ω_0$ 



Puc.~7. П-образная схема ППФ с параллельными контурами, настроенными на различные частоты Fig.~7. П-shaped circuit of a band-pass filter with parallel oscillatory circuits, tuned at different frequencies



*Puc.* 8. Т-образная схема ППФ с последовательными контурами, настроенными на различные частоты *Fig.* 8. Т-shaped circuit of a band-pass filter with serial oscillatory circuits, tuned at different frequencies

В [1, 12–14] приведены формулы пересчета элементов ФНЧ, изображенных на рис. 2 и 3, в элементы ППФ с последовательно включенными параллельными контурами (рис. 7) и параллельно включенными последовательными контурами (рис. 8) соответственно. Поставим задачу непосредственного расчета параметров Пи Т-образных ППФ, минуя промежуточный расчет элементов ФНЧ-прототипов.

Сравним схемы на рис. 5 и 7. Условием эквивалентной замены является равенство комплексных сопротивлений  $Z_{i'(j+2)'}(j\omega)$  цепей

между узлами j', (j+2)' (рис. 5) и  $Z_{j(j+2)}(j\omega)$  — между узлами j, (j+2) (рис. 7). Комплексные сопротивления записываются в виде отношения полиномов от переменной  $s=j\omega$ . Для узлов j'=j=1 имеем:

$$Z_{1'3'}(s) = \frac{L'_{\text{IIC2}}C'_{\text{IIC2}}L'_{\text{IIp3}}s^3 + L'_{\text{IIp3}}s}{D_{1'3'}};$$

$$Z_{13}(s) = \frac{L_{\text{IIp2}}L_{\text{IIp3}}(C_{\text{IIp2}} + C_{\text{IIp3}})s^3 + (L_{\text{IIp2}} + L_{\text{IIp3}})s}{D_{13}};$$

где

$$\begin{split} D_{1'3'} &= L'_{\text{IIC2}} C'_{\text{IIC2}} L'_{\text{IIp3}} C'_{\text{IIp3}} s^4 + \\ &+ \left( L'_{\text{IIC2}} C'_{\text{IIC2}} + L'_{\text{IIp3}} C'_{\text{IIp3}} + L'_{\text{IIp3}} C'_{\text{IIc2}} \right) s^2 + 1; \\ D_{13} &= L_{\text{IIp2}} C_{\text{IIp2}} L_{\text{IIp3}} C_{\text{IIp3}} s^4 + \\ &+ \left( L_{\text{IIp2}} C_{\text{IIp2}} + L_{\text{IIp3}} C_{\text{IIp3}} \right) s^2 + 1. \end{split}$$

Приравняв  $Z_{1'3'}(s)$  и  $Z_{13}(s)$  и решив систему четырех уравнений относительно элементов схемы, изображенной на рис. 7, получим:

$$\begin{split} L_{\text{mp2(3)}} &= \frac{L'_{\text{mp3}} \left[ \sqrt{\alpha^2 - \beta} \mp \left( \alpha - 2 L'_{\text{mc2}} C'_{\text{mc2}} \right) \right]}{2 \sqrt{\alpha^2 - \beta}}; \\ C_{\text{mp2(3)}} &= \frac{\alpha \sqrt{\alpha^2 - \beta} \mp \left( \alpha^2 - \beta \right)}{L'_{\text{mp3}} \left[ \sqrt{\alpha^2 - \beta} \mp \left( \alpha - 2 L'_{\text{mc2}} C'_{\text{mc2}} \right) \right]}, \end{split}$$

где  $\alpha = L'_{\rm IIC\,2}C'_{\rm IIC\,2} + L'_{\rm IIP\,3}C'_{\rm IIP\,3} + L'_{\rm IIP\,3}C'_{\rm IIC\,2};$   $\beta = 4L'_{\rm IIC\,2}C'_{\rm IIC\,2}L'_{\rm IIP\,3}C'_{\rm IIP\,3};$  в символе " $\mp$ " математический знак "-" относится к элементам  $L_{\rm IIP\,2},\ C_{\rm IIP\,2};$  знак "+" – к элементам  $L_{\rm IIP\,3},\ C_{\rm IIP\,3}.$ 

Резонансные частоты параллельных контуров:

$$\omega_{02 \text{ пp}} = \frac{1}{\sqrt{L_{\text{пp}} {}_{2} C_{\text{пp}} {}_{2}}} = \frac{\sqrt{2}}{\sqrt{\alpha - \sqrt{\alpha^{2} - \beta}}};$$

$$\omega_{03 \text{ пp}} = \frac{1}{\sqrt{L_{\text{пp}} {}_{3} C_{\text{пp}} {}_{3}}} = \frac{\sqrt{2}}{\sqrt{\alpha + \sqrt{\alpha^{2} - \beta}}}.$$

С учетом того, что

$$L'_{\text{IIC}2}C'_{\text{IIC}2} = L'_{\text{IID}3}C'_{\text{IID}3} = \omega_0^{-2},$$

получим:

$$= \frac{\omega_{02(03)\,\text{np}}}{\omega_0\sqrt{2C'_{\text{np}3}}} = \frac{\omega_0\sqrt{2C'_{\text{np}3}}}{\sqrt{C'_{\text{nc}\,2} + 2C'_{\text{np}3} \mp \sqrt{C'_{\text{nc}\,2}\left(C'_{\text{nc}\,2} + 4C'_{\text{np}3}\right)}},$$

откуда следует, что контур с элементами  $L_{\rm np2}$ ,  $C_{\rm np2}$  (см. рис. 7) настроен на верхнюю частоту, а контур с элементами  $L_{\rm np3}$ ,  $C_{\rm np3}$  — на нижнюю частоту бесконечного затухания. По-

скольку нижние индексы элементов 2 и 3 входят в выражение для  $Z_{13}(s)$  симметрично, частоты настройки контуров в продольной ветви можно поменять местами.

Аналогичные расчеты выполняются при замене цепей между узлами 3′, 5′ (см. рис. 5) последовательным соединением параллельных контуров между узлами 3, 5 (рис. 7), и т. д.

Индуктивности и емкости в ближайших поперечных ветвях ППФ записываются как

$$L_{\text{пр}i} = L'_{\text{пр}i}, \ C_{\text{пр}i} = C'_{\text{пр}i}, \ i = 1, 4, 7, \dots$$

При сравнении комплексных сопротивлений цепей  $Z_{1'2'}(s)$  между узлами 1', 2' схемы на рис. 6 и  $Z_{12}(s)$  между узлами 1, 2 схемы на рис. 8 получим соотношения

$$\begin{split} L_{\text{IIc}\,2(3)} &= \frac{\alpha\sqrt{\alpha^2 - \beta} \mp \left(\alpha^2 - \beta\right)}{C'_{\text{IIc}\,2} \left[\sqrt{\alpha^2 - \beta} \mp \left(\alpha - 2L'_{\text{IIp}\,3}C'_{\text{IIp}\,3}\right)\right]};\\ C_{\text{IIc}\,2(3)} &= \frac{C'_{\text{IIc}\,2} \left[\sqrt{\alpha^2 - \beta} \mp \left(\alpha - 2L'_{\text{IIp}\,3}C'_{\text{IIp}\,3}\right)\right]}{2\sqrt{\alpha^2 - \beta}}, \end{split}$$

где  $\alpha = L'_{\Pi c\, 2} C'_{\Pi c\, 2} + L'_{\Pi p\, 3} C'_{\Pi p\, 3} + L'_{\Pi p\, 3} C'_{\Pi c\, 2};$   $\beta = 4 L'_{\Pi c\, 2} C'_{\Pi c\, 2} L'_{\Pi p\, 3} C'_{\Pi p\, 3};$  знак "-" в символе " $\mp$ " относится к элементам  $L_{\Pi c\, 2}, C_{\Pi c\, 2},$  знак "+" – к элементам  $L_{\Pi c\, 3}, C_{\Pi c\, 3}.$ 

Резонансные частоты последовательных контуров:

$$\begin{split} & \omega_{02\,\text{nc}} = \frac{1}{\sqrt{L_{\text{nc}\,2}C_{\text{nc}\,2}}} = \frac{\sqrt{2}}{\sqrt{\alpha - \sqrt{\alpha^2 - \beta}}}; \\ & \omega_{03\,\text{nc}} = \frac{1}{\sqrt{L_{\text{nc}\,3}C_{\text{nc}\,3}}} = \frac{\sqrt{2}}{\sqrt{\alpha + \sqrt{\alpha^2 - \beta}}}. \end{split}$$

Замечание относительно изменения резонансных частот параллельных контуров Побразной схемы ППФ справедливо и для частот настройки последовательных контуров Тобразной схемы.

Перемножив  $L_{\rm пр2}$  и  $C_{\rm пр3}$ ,  $L_{\rm пр3}$  и  $C_{\rm пр2}$ , нетрудно убедиться, что

$$\frac{1}{\sqrt{L_{\rm \pi p} {}_{2}C_{\rm \pi p} {}_{3}}} = \frac{1}{\sqrt{L_{\rm \pi p} {}_{3}C_{\rm \pi p} {}_{2}}} = \omega_{0},$$

что позволяет выразить элементы продольных ветвей схемы на рис. 5 через элементы схемы на рис. 7 с угловой частотой  $\omega_0$  в качестве параметра, и в конечном итоге — элементы ФНЧ-прототипа через искомые элементы ППФ с различной настройкой контуров.

Для Т-образной схемы с последовательными контурами имеем аналогичные соотношения:

$$\frac{1}{\sqrt{L_{\text{TIC}}_{2}C_{\text{TIC}}_{3}}} = \frac{1}{\sqrt{L_{\text{TIC}}_{3}C_{\text{TIC}}_{2}}} = \omega_{0}.$$

Связи между элементами П-образных ППФ с одинаковой и различной настройками контуров (с включением элементов ФНЧ-прототипа) в обозначениях на рис. 5 и 7 имеют вид

$$\begin{split} L'_{\Pi p i} &= L_{\Pi p i}; \quad C'_{\Pi p i} &= Q C_{\Pi q i} = C_{\Pi p i}, \ i = 1, \ 4, \ \ldots; \\ L'_{\Pi c k} &= Q L_{\Pi q k} = \frac{C_{\Pi p k} + C_{\Pi p (k+1)}}{\omega_0^2 \left[ C_{\Pi p k} - C_{\Pi p (k+1)} \right]^2}; \\ C'_{\Pi c k} &= \frac{\left[ C_{\Pi p k} - C_{\Pi p (k+1)} \right]^2}{C_{\Pi p k} + C_{\Pi p (k+1)}}, \quad k = 2, \ 5, \ \ldots; \\ L'_{\Pi p j} &= \frac{C_{\Pi p (j-1)} + C_{\Pi p j}}{\omega_0^2 C_{\Pi p (j-1)} C_{\Pi p j}}; \\ C'_{\Pi p j} &= Q C_{\Pi q j} = \frac{C_{\Pi p (j-1)} C_{\Pi p j}}{C_{\Pi p (j-1)} + C_{\Pi p j}}, \quad j = 3, \ 6, \ \ldots. \end{split}$$

Соотношения для Т-образных схем (см. рис. 6 и 8):

$$L'_{\text{IIC}\,k} = L_{\text{IIC}\,k}; \ C'_{\text{IIC}\,k} = 1/(\omega_0^2 Q L_{\text{HY}\,k}) = C_{\text{IIC}\,k},$$

$$k = 1, 4, ...;$$

$$L'_{\text{IIC}\,l} = Q L_{\text{HY}\,l} = 1/\{\omega_0^2 \left[ C_{\text{IIC}\,l} + C_{\text{IIC}(l+1)} \right] \};$$

$$C'_{\text{IIC}\,l} = C_{\text{IIC}\,l} + C_{\text{IIC}(l+1)}, \ l = 2, 5, ...;$$

$$L'_{\text{III}\,p} = \frac{\left[ C_{\text{IIC}(i-1)} - C_{\text{IIC}\,i} \right]^2}{\omega_0^2 \left[ C_{\text{IIC}(i-1)} + C_{\text{IIC}\,i} \right] C_{\text{IIC}(i-1)} C_{\text{IIC}\,i}};$$

$$C'_{\text{III}\,p} = Q C_{\text{HY}\,l} = \frac{\left[ C_{\text{IIC}(i-1)} + C_{\text{IIC}\,i} \right] C_{\text{IIC}(i-1)} C_{\text{IIC}\,i}}{\left[ C_{\text{IIC}(i-1)} - C_{\text{IIC}\,i} \right]^2},$$

$$i = 3, 6, ....$$

В табл. 3 приведены ПФ ФНЧ-прототипов ППФ с различной настройкой параллельных контуров  $H_{\mathrm{b,p}C_{\mathrm{пp}}}^{(n)}\left(s_{\mathrm{H}}\right)$  (схема на рис. 2, n=3, 5) и последовательных контуров  $H_{\mathrm{b,p}C_{\mathrm{nc}}}^{(n)}\left(s_{\mathrm{H}}\right)$  (схема на рис. 3, n=3, 5), выраженные через емкости  $C_{\mathrm{пр}}$  и  $C_{\mathrm{nc}}$  соответствующих ППФ. Индекс "р" указывает на наличие у ФНЧ полюсов затухания.

В табл. 4 приведены АЧХ синтезируемых  $\Pi\Pi\Phi$  порядков 2n с p полюсами затухания: с  $H_{\mathrm{BP}_{\mathrm{IID}}}^{(2n)}(\omega_{\mathrm{H}}),$ параллельными контурами 2n = 6, 10; 2p = 2, 4 соответственно (схемы на рис. 7) и последовательными контурами  $H_{\mathrm{BP}\,\Pi\mathrm{c}\,\,\mathrm{p}}^{(2n)}\left(\omega_{\mathrm{H}}\right),\ 2n=6,\ 2p=2$  (схемы на рис. 8), выраженные через индуктивности и емкости. Схемы фильтров дуальны (двойственны) в том смысле, что их АЧХ могут быть получены одна из другой с помощью следующих взаимных подстановок:  $L_{\text{пр}i} \leftrightarrow C_{\text{пс}i}, C_{\text{пр}i} \leftrightarrow L_{\text{пс}i}, i = 1,$  $2, \ldots, n+p$ . Замена r и R в знаменателе осуществляется по правилу:  $r \leftrightarrow 1/r$ ,  $R \leftrightarrow 1/R$ ; в числителе:  $1/r \leftrightarrow R$  (ср.  $H^{(6)}_{\mathrm{BPnp}} \left(\omega_{\mathrm{H}}\right)$  и  $H_{
m BP\, nc\, p}^{(6)} ig(\omega_{
m H}ig)$  в табл. 4). Сходство в записи объясняется заменой реактивных сопротивлений их дуальными эквивалентами - проводимостями при расчете ПФ и АЧХ обоих типов фильтров.

Полная запись необходима для обеспечения коррекции AЧX с помощью индуктивностей после замены расчетных значений емкостей стандартными.

**Пример 2.** Рассчитаем элементы КППФ 10-го порядка с параллельными контурами с параметрами АЧХ, рассчитанными в примере 1. Приравняв коэффициенты  $H_{\rm b,p}^{(5)}(s_{\rm H})$  и  $\tilde{H}_{\rm LP\,p}^{(5)}(s_{\rm H})$  при одинаковых степенях переменной  $s_{\rm H}$ , получим систему из 8 уравнений при 10 неизвестных:  $K_{\rm y}$ ,  $C_{\rm пр1}$ ,  $C_{\rm пр2}$ ,  $C_{\rm пр3}$ ,  $C_{\rm пр4}$ ,  $C_{\rm пр5}$ ,  $C_{\rm пр6}$ ,  $C_{\rm пр7}$ , r, R.

*Табл. 3.* Передаточные функции ФНЧ-прототипов ППФ с различными частотами настройки контуров *Tab. 3.* Transfer functions of low-pass filters – prototypes of band-pass filters with different contour tuning frequencies

$$\begin{split} & n = 3, \text{ consists and proce 2} \\ & H_{h,pC_{em}}^{(3)}(s_h) = \frac{K_2 C_{mp2} C_{mp3}}{\omega_0 r_{h,pC_{mp}} C_{mp}} Q \left[ s_a^2 + \frac{(C_{mp2} - C_{mp3})^2}{C_{mp2} C_{mp3}} Q^2 \right] / \Lambda_{h,pC_{mp}}^{(3)}, \\ & H_{h,pC_{mp}}^{(3)}(s_h) = \frac{K_2 C_{mp2} C_{mp3}}{\omega_0 r_{h,pC_{mp}} C_{mp3}} + \frac{(C_{mp1} + C_{mp2}) C_{mp3} C_{mp4}}{C_{mp2} C_{mp3}} + \frac{(C_{mp2} - C_{mp3})^2}{C_{mp2} C_{mp3}} Q^2 \right] / \Lambda_{h,pC_{mp}}^{(3)}, \\ & \Lambda_{h,pC_{mp}}^{(3)} - s_h^3 + \frac{r(C_{mp1} m_{p2} + C_{mp1}) C_{mp3} + C_{mp2} C_{mp3} + R(C_{mp2} C_{mp3} + C_{mp2} C_{mp4} + C_{mp2}) C_{mp4} + C_{mp2} C_{mp4} C_{mp4} + C_{mp2} C_{mp4} C_{mp4} + C_{mp2} C_{mp2} C_{mp4} + C_{mp2} C_{mp4} C_{mp4} + C_{mp2} C_{mp2} C_{mp3} C_{mp4} + C_{mp2} C_{mp2}$$

Окончание табл. 3 Ending of the tab. 3

$$+ \left[ \frac{\omega_{0}^{2} rR \left(C_{\text{np1}} + C_{\text{np4}} + C_{\text{np7}}\right) \left(C_{\text{np2}} - C_{\text{np3}}\right)^{2} \left(C_{\text{np5}} - C_{\text{np6}}\right)^{2} + \left(C_{\text{np2}} + C_{\text{np3}}\right) \left(C_{\text{np5}} - C_{\text{np6}}\right)^{2}}{\omega_{0}^{2} rR \mu_{\text{b,p}C_{\text{np}}}^{(5)}} + \frac{\left(C_{\text{np5}} + C_{\text{np6}}\right) \left(C_{\text{np2}} - C_{\text{np3}}\right)^{2}}{\omega_{0}^{2} rR \mu_{\text{b,p}C_{\text{np}}}^{(5)}} \right] Q^{4} s_{\text{H}} + \frac{\left(r + R\right) \left(C_{\text{np2}} - C_{\text{np3}}\right)^{2} \left(C_{\text{np5}} - C_{\text{np6}}\right)^{2}}{\omega_{0} rR \mu_{\text{b,p}C_{\text{np}}}^{(5)}} Q^{5}$$

$$n = 5, \text{ exema ha puc. } 3$$

$$m = 5, \text{ exema ha puc. } 3$$

$$H_{b,pC_{\text{nc}}}^{(5)}(s_{\text{H}}) = \frac{K_{y}\omega_{0}RC_{\text{nc}1}C_{\text{nc}4}C_{\text{nc}7}}{\mu_{b,pC_{\text{nc}}}^{(5)}}Q\left[s_{\text{H}}^{2} + \frac{\left(C_{\text{nc}2} - C_{\text{nc}3}\right)^{2}}{C_{\text{nc}2}C_{\text{nc}3}}Q^{2}\right]\left[s_{\text{H}}^{2} + \frac{\left(C_{\text{nc}5} - C_{\text{nc}6}\right)^{2}}{C_{\text{nc}5}C_{\text{nc}6}}Q^{2}\right]/\Lambda_{b,pC_{\text{nc}}}^{(5)},$$

$$\mu_{b,pC_{nc}}^{(5)} = (C_{nc1} + C_{nc2} + C_{nc3})(C_{nc4} + C_{nc5} + C_{nc6} + C_{nc7}) + C_{nc4}(C_{nc5} + C_{nc6} + C_{nc7});$$

$$\Lambda_{b,pC_{nc}}^{(5)} = s_H^5 + \omega_0 \left[ rC_{nc1} \frac{(C_{nc2} + C_{nc3})C_{nc4} + (C_{nc2} + C_{nc3} + C_{nc4})(C_{nc5} + C_{nc6} + C_{nc7})}{\mu_{b,pC_{nc}}^{(5)}} + \frac{(C_{nc1} + C_{nc2} + C_{nc3})(C_{nc4} + C_{nc5} + C_{nc6}) + C_{nc4}(C_{nc5} + C_{nc6})}{\mu_{b,pC_{nc}}^{(5)}} C_{nc7} \right] Q s_H^4 +$$

$$+ \left[ \frac{C_{nc1}C_{nc4} + (C_{nc1} + C_{nc4})(C_{nc5} + C_{nc6} + C_{nc7})}{C_{nc2}C_{nc3}\mu_{b,pC_{nc}}^{(5)}} (C_{nc2} - C_{nc3})^2 + \frac{(C_{nc1} + C_{nc2} + C_{nc3})(C_{nc4} + C_{nc7}) + C_{nc4}C_{nc7}}{C_{nc5}C_{nc6}\mu_{b,pC_{nc}}^{(5)}} \times (C_{nc5} - C_{nc6})^2 + \omega_0^2 r R C_{nc1} \frac{(C_{nc2} + C_{nc3})C_{nc4} + (C_{nc2} + C_{nc3} + C_{nc4})(C_{nc5} + C_{nc6})}{\mu_{b,pC_{nc}}^{(5)}} C_{nc7} Q^2 s_H^3 +$$

$$+ \omega_0 \left\{ r C_{nc1} \left[ (C_{nc2} - C_{nc3})^2 C_{nc4} \frac{C_{nc5} + C_{nc6} + C_{nc7}}{C_{nc2}C_{nc3}\mu_{b,pC_{nc}}^{(5)}} + (C_{nc5} - C_{nc6})^2 \frac{(C_{nc2} + C_{nc3})(C_{nc4} + C_{nc7}) + C_{nc4}C_{nc7}}{C_{nc5}C_{nc6}\mu_{b,pC_{nc}}^{(5)}} \right] +$$

$$+ R \left\{ \frac{C_{nc1} + C_{nc2} + C_{nc3}}{C_{nc5}C_{nc6}\mu_{b,pC_{nc}}^{(5)}} C_{nc4} (C_{nc5} - C_{nc6})^2 + \frac{C_{nc1}C_{nc4} + (C_{nc1} + C_{nc4})(C_{nc5} + C_{nc6})}{C_{nc5}C_{nc6}\mu_{b,pC_{nc}}^{(5)}}} \right\} C_{nc7} \left\{ C_{nc2} - C_{nc3} \right\}^2 (C_{nc3} + C_{nc6})^2 + \frac{C_{nc3}C_{nc3}\mu_{b,pC_{nc}}^{(5)}}{C_{nc2}C_{nc3}\mu_{b,pC_{nc}}^{(5)}} \right\} C_{nc2} \left\{ C_{nc3} - C_{nc6} \right\}^2 \left\{ C_{nc2} - C_{nc3} \right\}^2 \left\{ C_{nc5} - C_{nc6} \right\}^2 \left\{ C_{nc2} - C_{nc3} \right\}^2 \left\{ C_{nc2} - C_{nc3} \right\}^2 \left\{ C_{nc5} - C_{nc6} \right\}^2 + \frac{C_{nc2}C_{nc3}\mu_{b,pC_{nc}}^{(5)}}{C_{nc2}C_{nc3}\mu_{b,pC_{nc}}^{(5)}} \right\} C_{nc2} \left\{ C_{nc3} - C_{nc6} \right\}^2 \left\{ C_{nc5} - C_{nc6$$

Табл. 4. АЧХ ППФ с различными частотами настройки контуров, выраженные через индуктивности и емкости *Tab. 4.* Frequency responses of bandpass filters with circuits tuned at different frequencies, denoted through inductances and capacitances

$$\begin{aligned} &2n=6, \text{ cxema ha puc. } 7\\ &H_{\text{BPnp p}}^{(6)}\left(\omega_{\text{H}}\right) = \frac{\frac{K_{\text{y}}C_{\text{np2}}C_{\text{np3}}}{\omega_{0}r\,\mu_{\text{BPnp p}}^{(6)}}\omega_{\text{H}}}{\sqrt{\left(\omega_{\text{H}}^{6} - \Gamma_{\text{np4}}\,\omega_{\text{H}}^{4} + \Gamma_{\text{np2}}\,\omega_{\text{H}}^{2} - \Gamma_{\text{np0}}\right)^{2} + \left(\Gamma_{\text{np5}}\,\omega_{\text{H}}^{5} - \Gamma_{\text{np3}}\,\omega_{\text{H}}^{3} + \Gamma_{\text{np1}}\,\omega_{\text{H}}\right)^{2}}}, \end{aligned}$$
 
$$\Gamma_{\text{TQE}}$$

$$\Gamma_{\text{TQE}}$$

$$\mu_{\text{BP}np p}^{(6)} = C_{\text{np1}}C_{\text{np2}}\left(C_{\text{np3}} + C_{\text{np0}}\right)^{2} + \left(\Gamma_{\text{np5}}\,\omega_{\text{H}}^{5} - \Gamma_{\text{np3}}\,\omega_{\text{H}}^{3} + \Gamma_{\text{np1}}\,\omega_{\text{H}}\right)^{2}}, \\ \Gamma_{\text{TQE}} = \frac{1}{\omega_{0}^{2}\mu_{\text{BPnp p}}^{(6)}}\left(\frac{C_{\text{np2}}C_{\text{np3}} + C_{\text{np2}}C_{\text{np4}} + C_{\text{np3}}C_{\text{np4}}}{L_{\text{np1}}} + \frac{C_{\text{np1}}C_{\text{np3}} + C_{\text{np1}}C_{\text{np4}} + C_{\text{np3}}C_{\text{np4}}}{L_{\text{np2}}} + \frac{C_{\text{np1}}C_{\text{np3}} + C_{\text{np2}}C_{\text{np3}}}{L_{\text{np3}}} + \frac{C_{\text{np2}}C_{\text{np3}} + C_{\text{np2}}C_{\text{np3}}}{L_{\text{np3}}} + \frac{C_{\text{np2}}C_{\text{np3}}}{L_{\text{np3}}} + \frac{C_{\text{np2}}C_{\text{np3}}}{L_{\text{np3}}} + \frac{C_{\text{np2}}C_{\text{np3}}}{R}}{L_{\text{np3}}};$$

где

Продолжение табл. 4

$$\Gamma_{\text{np2}} = \frac{1}{\omega_0^4 \mu_{\text{BPnp p}}^{(6)}} \left( \frac{C_{\text{np3}} + C_{\text{np4}}}{L_{\text{np1}} L_{\text{np2}}} + \frac{C_{\text{np2}} + C_{\text{np3}}}{L_{\text{np1}} L_{\text{np3}}} + \frac{C_{\text{np1}} + C_{\text{np4}}}{L_{\text{np2}} L_{\text{np3}}} \right);$$

$$\Gamma_{\text{np0}} = \frac{L_{\text{np1}} + L_{\text{np2}} + L_{\text{np3}} + L_{\text{np4}}}{\omega_0^6 L_{\text{np1}} L_{\text{np2}} L_{\text{np3}} L_{\text{np4}} \mu_{\text{BPnp p}}};$$

$$\Gamma_{\text{np5}} = \frac{r \left( C_{\text{np1}} C_{\text{np2}} + C_{\text{np1}} C_{\text{np3}} + C_{\text{np2}} C_{\text{np3}} \right) + R \left( C_{\text{np2}} C_{\text{np3}} + C_{\text{np2}} C_{\text{np4}} + C_{\text{np3}} C_{\text{np4}} \right);$$

$$\omega_0 r R \mu_{\text{BPnp p}}^{(6)};$$

$$\Gamma_{\text{np3}} = \frac{1}{\omega_0^3 \mu_{\text{BPnp p}}^{(6)}} \left[ \frac{1}{R} \left( \frac{C_{\text{np2}} + C_{\text{np3}}}{L_{\text{np1}}} + \frac{C_{\text{np1}} + C_{\text{np3}}}{L_{\text{np2}}} + \frac{C_{\text{np1}} + C_{\text{np2}}}{L_{\text{np3}}} \right) + \frac{1}{r} \left( \frac{C_{\text{np3}} + C_{\text{np4}}}{L_{\text{np2}}} + \frac{C_{\text{np2}} + C_{\text{np4}}}{L_{\text{np3}}} + \frac{C_{\text{np2}} + C_{\text{np3}}}{L_{\text{np4}}} \right) \right];$$

$$\Gamma_{\text{np1}} = \frac{1}{\omega_0^5 \mu_{\text{BPnp p}}^{(6)}} \left( \frac{L_{\text{np1}} + L_{\text{np2}} + L_{\text{np3}}}{R L_{\text{np1}} L_{\text{np2}}} + \frac{L_{\text{np3}} + L_{\text{np4}}}{r L_{\text{np2}} L_{\text{np3}}} + \frac{L_{\text{np4}} + L_{\text{np4}}}{r L_{\text{np2}} L_{\text{np3}}} \right) \right)$$

2n = 6, схема на рис. 8

$$H_{\text{BPnc p}}^{(6)}\left(\omega_{\text{H}}\right) = \frac{K_{\text{y}} \frac{RL_{\text{nc2}}L_{\text{nc3}}}{\omega_{0}\mu_{\text{BPnc p}}^{(6)}} \omega_{\text{H}} \left|\omega_{\text{H}}^{2} - \frac{1}{\omega_{0}^{2}L_{\text{nc2}}C_{\text{nc2}}}\right| \left|\omega_{\text{H}}^{2} - \frac{1}{\omega_{0}^{2}L_{\text{nc3}}C_{\text{nc3}}}\right|}{\sqrt{\left(\omega_{\text{H}}^{6} - \Gamma_{\text{nc4}}\omega_{\text{H}}^{4} + \Gamma_{\text{nc2}}\omega_{\text{H}}^{2} - \Gamma_{\text{nc0}}\right)^{2} + \left(\Gamma_{\text{nc5}}\omega_{\text{H}}^{5} - \Gamma_{\text{nc3}}\omega_{\text{H}}^{3} + \Gamma_{\text{nc1}}\omega_{\text{H}}\right)^{2}}},$$

где

$$\begin{split} \mu_{\text{BPnc p}}^{(6)} &= L_{\text{nc1}} L_{\text{nc2}} \left( L_{\text{nc3}} + L_{\text{nc4}} \right) + \left( L_{\text{nc1}} + L_{\text{nc2}} \right) L_{\text{nc3}} L_{\text{nc4}}; \\ \Gamma_{\text{nc4}} &= \frac{1}{\omega_0^2 \mu_{\text{BPnc p}}^{(6)}} \left[ \frac{L_{\text{nc2}} L_{\text{nc3}} + L_{\text{nc2}} L_{\text{nc4}} + L_{\text{nc3}} L_{\text{nc4}}}{C_{\text{nc1}}} + \frac{L_{\text{nc1}} L_{\text{nc3}} + L_{\text{nc1}} L_{\text{nc4}} + L_{\text{nc3}} L_{\text{nc4}}}{C_{\text{nc2}}} + \frac{L_{\text{nc1}} L_{\text{nc2}} + L_{\text{nc1}} L_{\text{nc4}} + L_{\text{nc2}} L_{\text{nc4}}}{C_{\text{nc3}}} + \frac{L_{\text{nc1}} L_{\text{nc2}} + L_{\text{nc1}} L_{\text{nc2}} + L_{\text{nc1}} L_{\text{nc4}}}{C_{\text{nc3}}} + \frac{L_{\text{nc1}} L_{\text{nc2}} + L_{\text{nc1}} L_{\text{nc3}}}{C_{\text{nc4}}} + \frac{L_{\text{nc2}} L_{\text{nc4}} + L_{\text{nc3}} L_{\text{nc4}}}{C_{\text{nc4}}} + \frac{L_{\text{nc4}} L_{\text{nc4}} + L_{\text{nc4}} L_{\text{nc4}}}{C_{\text{nc4}}} + \frac{L_{\text{nc4}} L_{\text{nc4}}}{C_{\text{nc4}}} + \frac{L_{\text{nc4}} L_{\text{nc4}} + L_{\text{nc4}} L_{\text{nc4}}}{C_{\text{nc4}}} + \frac{L_{\text{nc4}} L_{\text{nc4}} + L_{\text{nc4}} L_{\text{nc4}}}{C_{\text{nc4}}} + \frac{L_{\text{nc4}} L_{\text{nc4}}}{C_{\text{nc4}}} + \frac$$

$$\Gamma_{\rm nc2} = \frac{1}{\omega_0^4 \mu_{\rm BP_{\rm nc}\,p}^{(6)}} \left( \frac{L_{\rm nc3} + L_{\rm nc4}}{C_{\rm nc1} C_{\rm nc2}} + \frac{L_{\rm nc2} + L_{\rm nc4}}{C_{\rm nc1} C_{\rm nc3}} + \frac{L_{\rm nc2} + L_{\rm nc3}}{C_{\rm nc1} C_{\rm nc4}} + \frac{L_{\rm nc1} + L_{\rm nc4}}{C_{\rm nc2} C_{\rm nc3}} + \frac{L_{\rm nc1} + L_{\rm nc3}}{C_{\rm nc2} C_{\rm nc3}} + \frac{L_{\rm nc1} + L_{\rm nc2}}{C_{\rm nc2} C_{\rm nc4}} + rR \frac{C_{\rm nc2} + C_{\rm nc3}}{C_{\rm nc2} C_{\rm nc3}} \right);$$

$$\Gamma_{\rm nc0} = \frac{C_{\rm nc1} + C_{\rm nc2} + C_{\rm nc3} + C_{\rm nc4}}{\omega_0^6 C_{\rm nc1} C_{\rm nc2} C_{\rm nc3} C_{\rm nc4} + \mu_{\rm BP_{\rm nc}\,p}^{(6)}};$$

$$\Gamma_{\text{nc5}} = \frac{r(L_{\text{nc2}}L_{\text{nc3}} + L_{\text{nc2}}L_{\text{nc4}} + L_{\text{nc3}}L_{\text{nc4}}) + R(L_{\text{nc1}}L_{\text{nc2}} + L_{\text{nc1}}L_{\text{nc3}} + L_{\text{nc2}}L_{\text{nc3}})}{\omega_{\text{numbers}}};$$

$$\begin{split} \Gamma_{\text{nc3}} = \frac{1}{\omega_0^3 \mu_{\text{BPnc p}}^{(6)}} \Bigg[ R \Bigg( \frac{L_{\text{nc2}} + L_{\text{nc3}}}{C_{\text{nc1}}} + \frac{L_{\text{nc1}} + L_{\text{nc3}}}{C_{\text{nc2}}} + \frac{L_{\text{nc1}} + L_{\text{nc2}}}{C_{\text{nc3}}} \Bigg) + r \Bigg( \frac{L_{\text{nc3}} + L_{\text{nc4}}}{C_{\text{nc2}}} + \frac{L_{\text{nc2}} + L_{\text{nc4}}}{C_{\text{nc3}}} + \frac{L_{\text{nc2}} + L_{\text{nc3}}}{C_{\text{nc4}}} \Bigg) \Bigg]; \\ \Gamma_{\text{nc1}} = \frac{1}{\omega_0^5 \mu_{\text{BPnc p}}^{(6)}} \Bigg( R \frac{C_{\text{nc1}} + C_{\text{nc2}} + C_{\text{nc3}}}{C_{\text{nc1}} C_{\text{nc2}} C_{\text{nc3}}} + r \frac{C_{\text{nc2}} + C_{\text{nc3}} + C_{\text{nc4}}}{C_{\text{nc2}} C_{\text{nc3}} C_{\text{nc4}}} \Bigg) \end{split}$$

2n = 10, схема на рис. 7

$$H_{\text{BPnp p}}^{(10)}\left(\omega_{\text{H}}\right) = \frac{\frac{K_{\text{y}}C_{\text{np3}}C_{\text{np5}}C_{\text{np6}}}{\omega_{0}r\mu_{\text{BPnp p}}^{(10)}}\omega_{\text{H}}\left|\omega_{\text{H}}^{2} - \frac{1}{\omega_{0}^{2}L_{\text{np2}}C_{\text{np2}}}\right|\left|\omega_{\text{H}}^{2} - \frac{1}{\omega_{0}^{2}L_{\text{np3}}C_{\text{np3}}}\right|\left|\omega_{\text{H}}^{2} - \frac{1}{\omega_{0}^{2}L_{\text{np5}}C_{\text{np5}}}\right|\left|\omega_{\text{H}}^{2} - \frac{1}{\omega_{0}^{2}L_{\text{np5}}C_{\text{np5}}}\right|\left|\omega_{\text{H}}^{2} - \frac{1}{\omega_{0}^{2}L_{\text{np5}}C_{\text{np6}}}\right|$$

$$\sqrt{\left(\omega_{\text{H}}^{10} - E_{\text{np8}}\omega_{\text{H}}^{8} + E_{\text{np6}}\omega_{\text{H}}^{6} - E_{\text{np4}}\omega_{\text{H}}^{4} + E_{\text{np2}}\omega_{\text{H}}^{2} - E_{\text{np9}}\right)^{2} + \left(E_{\text{np9}}\omega_{\text{H}}^{9} - E_{\text{np7}}\omega_{\text{H}}^{7} + E_{\text{np5}}\omega_{\text{H}}^{5} - E_{\text{np3}}\omega_{\text{H}}^{3} + E_{\text{np1}}\omega_{\text{H}}\right)^{2}},$$

где

$$\begin{split} \mu_{\text{BPnp p}}^{(10)} &= \left[ C_{\text{np1}} C_{\text{np2}} \left( C_{\text{np3}} + C_{\text{np4}} \right) + \left( C_{\text{np1}} + C_{\text{np2}} \right) C_{\text{np3}} C_{\text{np4}} \right] \left( C_{\text{np5}} C_{\text{np6}} + C_{\text{np5}} C_{\text{np7}} + C_{\text{np6}} C_{\text{np7}} \right) + \\ &+ \left( C_{\text{np1}} C_{\text{np2}} + C_{\text{np1}} C_{\text{np3}} + C_{\text{np2}} C_{\text{np3}} \right) C_{\text{np5}} C_{\text{np6}} C_{\text{np7}}; \\ E_{\text{np8}} &= \frac{1}{2 \cdot C_{\text{np3}}} \left[ \left( \frac{C_{\text{np2}} + C_{\text{np3}}}{2 \cdot C_{\text{np3}}} + \frac{C_{\text{np1}} + C_{\text{np3}}}{2 \cdot C_{\text{np3}}} + \frac{C_{\text{np1}} + C_{\text{np2}}}{2 \cdot C_{\text{np6}} C_{\text{np7}}} \right) C_{\text{np5}} C_{\text{np6}} C_{\text{np7}} + \\ \end{split}$$

$$\begin{split} E_{\text{np8}} &= \frac{1}{\omega_0^2 \mu_{\text{BPnp} p}^{(10)}} \Bigg[ \Bigg( \frac{C_{\text{np2}} + C_{\text{np3}}}{L_{\text{np1}}} + \frac{C_{\text{np1}} + C_{\text{np3}}}{L_{\text{np2}}} + \frac{C_{\text{np1}} + C_{\text{np2}}}{L_{\text{np3}}} \Bigg) C_{\text{np5}} C_{\text{np6}} C_{\text{np7}} + \\ &+ \Bigg( \frac{C_{\text{np6}} + C_{\text{np7}}}{L_{\text{np5}}} + \frac{C_{\text{np5}} + C_{\text{np6}}}{L_{\text{np7}}} + \frac{C_{\text{np5}} + C_{\text{np6}}}{L_{\text{np7}}} \Bigg) C_{\text{np1}} C_{\text{np2}} C_{\text{np3}} + \Bigg( \frac{C_{\text{np2}} C_{\text{np3}} + C_{\text{np2}} C_{\text{np4}} + C_{\text{np3}} C_{\text{np4}}}{L_{\text{np1}}} + C_{\text{np3}} C_{\text{np4}} + C_{\text{np4}} C_$$

Продолжение табл. 4 Continuation of the tab. 4

$$+ \frac{C_{12}C_{12}S^{2} + C_{12}C_{12}C_{12}S^{2} + C_{12}C_{12}C_{12}S^{2} + C_{12}C_{12}C_{12}S^{2}}{4} + \frac{C_{12}S^{2}C_{12}S^{2}}{4} + \frac{C_{12}S^{2}C_{12}S^{2} + C_{12}S^{2}C_{12}S^{2}}{4} + \frac{C_{12}S^{2}C_{12}S^{2} + C_{12}S^{2}C_{12}S^{2} + C_{12}S^{2}C_{12}S^{2} + C_{12}S^{2}C_{12}S^{2}}{4} + \frac{C_{12}S^{2}C_{12}S^{2} + C_{12}S^{2}C_{12}S^{2}}{4} + \frac{C_{12}S^{2}C_{12}S^{2}}{4} + C_{12}S^{2}C_{12}S^{2} + C_{12}S^{2}C_{12}S^{2}}{4} + \frac{C_{12}S^{2}C_{12}S^{2}}{4} + C_{12}S^{2}C_{12}S^{2} + C_{12}S^{2}C_{12}S^{2}} + C_{12}S^{2}C_{12}S^{2} + C_{12}S^{2}C_{12}S^{2}} + C_{12}S^{2}C_{12}S^{2}C_{12}S^{2} + C_{12}S^{2}C_{12}S^{2}} + C_{12}S^{2}C_{12}S^{2}C_{12}S^{2}C_{12}S^{2} + C_{12}S^{2}C_{$$

Окончание табл. 4 Ending of the tab. 4

$$\begin{split} E_{np0} &= \frac{\left(L_{np1} + L_{np2} + L_{np3}\right)\left(L_{np4} + L_{np3} + L_{np6} + L_{np7}\right) + L_{np4}\left(L_{np5} + L_{np6} + L_{np7}\right)}{\omega_{00}^{0} L_{np} L_{np} L_{np2} L_{np3} L_{np4} L_{np5} L_{np6} L_{np7} \ln(n_{10} + L_{np} + L_{np7})};\\ E_{np9} &= \left[\left(C_{np1} C_{np2} + C_{np1} C_{np3} + C_{np2} C_{np3}\right)\left(C_{np4} C_{np5} + C_{np6} C_{np7} + C_{np6} C_{np7}\right)\right] \left(C_{np4} C_{np5} + C_{np6} C_{np7}\right) \left[\left(C_{np2} C_{np3} + C_{np2} C_{np3} + C_{np5} C_{np6}\right)\right] \left(C_{np7} C_{np3} + C_{np6} C_{np7}\right)\right] \left(C_{np7} C_{np3} + C_{np6} C_{np7}\right) \left[\left(C_{np7} C_{np3} + C_{np6} C_{np7}\right)\right] \left(C_{np7} C_{np3} + C_{np6} C_{np7}\right) \left(C_{np7} C_{np3} + C_{np6} C_{np7}\right)\right] \left(C_{np7} C_{np3} + C_{np6} C_{np7}\right) \left(C_{np7} C_{np3} + C_{np6} C_{np7}\right)\right) \left(C_{np7} C_{np3} + C_{np6} C_{np7}\right) \left(C_{np7} C_{np7} + C_{np6} C_{np7}\right) \left(C_{np7} C_{np7}\right) \left(C_{np7}\right) \left(C_{np7}$$

r = R = 200 Om,Приняв получим  $K_{\rm v} = 2.011513$  и значения емкостей (см. табл. 5, емкости, результаты расчета). Для проверки решения рассчитаем

$$K_{\rm y} = \frac{K_{\rm K3} a_{\rm 1K3} a_{\rm 2K3}}{b_{\rm 0K3}} \frac{r + R}{R} = 2.011513.$$

Значения индуктивностей (табл. 5) получим из известных формул Томсона с учетом соотношений

$$\begin{split} & \left(L_{\text{пр}\,2}C_{\text{пр}\,3}\right)^{-0.5} = & \left(L_{\text{пр}\,3}C_{\text{пр}\,2}\right)^{-0.5} = \\ & = & \left(L_{\text{пр}\,5}C_{\text{пр}\,6}\right)^{-0.5} = & \left(L_{\text{пр}\,6}C_{\text{пр}\,5}\right)^{-0.5} = \omega_0 \,. \end{split}$$

Перейдем к стандартным значениям емкостей и скорректируем значения индуктивностей. Результаты представлены в табл. 5.

АЧХ КППФ со стандартными значениями емкостей и скорректированными значениями индуктивностей представлена на рис. 9. Для

Табл. 5. Параметры элементов КППФ, полученные в примере 2 Tab. 5. Parameters of quasi-elliptic bandpass filter elements obtained in the example 2

E	мкость, н	Φ	Индуктивность, мкГн			
Обозна- чение	Резуль- таты расчета	Стан- дартное значе- ние	Обозна- чение	Резуль- таты расчета	Скорректированное значение	
$C_{np1}$	421.5	430	$L_{\pi p1}$	239.6	234.9	
$C_{\text{np2}}$	533.8	510	$L_{\text{np }2}$	162.5	172.4	
$C_{\text{np3}}$	611.3	620	$L_{\rm np3}$	189.2	186.0	
$C_{\rm np4}$	869.4	910	$L_{\rm np4}$	116.2	111.0	
$C_{\text{np5}}$	174.1	180	$L_{\rm np5}$	474.6	459.1	
$C_{\text{np6}}$	212.8	220	$L_{\text{np6}}$	580.2	561.2	
$C_{np7}$	553.1	560	$L_{\text{np7}}$	182.6	180.4	

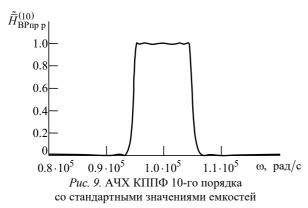


Fig. 9. Amplitude-frequency response of a 10th order quasielliptical band-pass filter with standard capacitance values 

перехода от нормированных частот  $\omega_{_{\rm H}}$  к ненормированным ω необходимо числитель и знаменатель функции  $\tilde{\bar{H}}_{\mathrm{BPinp}\,\mathrm{p}}^{(10)}\left(\omega_{\mathrm{H}}\right)$  умножить на  $\omega_{0}^{10}$  .

В приведенном примере пятый параллельный контур с элементами  $L_{\rm пр5}$ ,  $C_{\rm пр5}$  настроен на частоту  $\omega_{\rm dkc\,2} = 1/\sqrt{L_{\rm пр} 5 C_{\rm пр} 5} = 1.1 \cdot 10^5$  рад/с, шестой контур с элементами  $L_{\text{пр6}}$ ,  $C_{\text{пр6}}$  – на частоту  $\omega_{\phi \text{KC}1} = 1/\sqrt{L_{\pi p \, 6} C_{\pi p \, 6}} = 0.9 \cdot 10^5 \text{ рад/c.}$ В соответствии с замечанием, сделанным ранее, элементы и резонансные частоты контуров могут быть изменены на противоположные. Это не противоречит условию [15], что в обоих случаях частотная зависимость сопротивления двухполюсника между узлами 3, 5 (схема на рис. 7)

$$Z_{35}(\omega) = \frac{\left(L_{\text{пр5}} + L_{\text{пр6}}\right)\omega - L_{\text{пр5}}L_{\text{пр6}}\left(C_{\text{пр5}} + C_{\text{пр6}}\right)\omega^{3}}{D_{35}},$$

где

$$D_{35} = L_{\text{пр}5} C_{\text{пр}5} L_{\text{пр}6} C_{\text{пр}6} \omega^4 - \\ - \left( L_{\text{пр}5} C_{\text{пр}5} + L_{\text{пр}6} C_{\text{пр}6} \right) \omega^2 + 1,$$

имеет вид, представленный на рис. 10, где по оси ординат отложены значения сопротивления двухполюсника при первом ( $Z_{35cr1}$ ) и втором  $(Z_{35c+2})$  вариантах настройки контуров со стандартными значениями емкостей  $C_{\text{пр}5}$ ,  $C_{\rm np6}$  и скорректированными значениями ин-

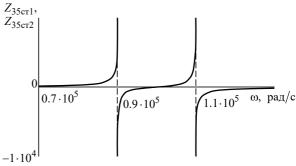


Рис. 10. Частотная зависимость сопротивления двухполюсника  $Z_{35}$  (схема на рис. 7) при двух вариантах настройки контуров

Fig. 10. Frequency dependence of the resistance of a twoterminal network  $Z_{35}$  (diagram Fig. 7) with two options for setting the circuits

дуктивностей  $L_{\rm пр5},\ L_{\rm пр6}$  (табл. 5).

Заключение. Как следует из формулы для определения частот бесконечного затухания ППФ, при выбранных значениях частоты среза ФНЧ-прототипа и добротности полосового фильтра произвольно можно выбрать только одну частоту бесконечного затухания. Представленная методика позволяет за счет применения метода, основанного на решении систем нелинейных уравнений, непосредственно рассчитать параметры ППФ с требуемыми частотами бесконечного затухания. При переходе к  $\Pi$ -образной схеме  $\Pi\Pi\Phi$  емкости  $C_{H\Psi i}$ , i=1,4, 7, ... в поперечных ветвях ФНЧ преобразуются в параллельные контуры с параметрами  $L_{\text{пр}i}$ ,  $C_{\mathrm{пр}i},$  а каждый параллельный контур  $L_{\mathrm{H}\mathrm{U}k},$  $C_{\text{HU}(k+1)}$ ,  $k = 2, 5, 8, \dots$  продольной ветви – в два последовательно включенных параллельных контура с параметрами  $L_{\operatorname{пр} k}$  ,  $C_{\operatorname{пр} k}$  и  $L_{\mathrm{пp}(k+1)},$   $C_{\mathrm{пp}(k+1)},$  настроенных на подавляемые частоты. С помощью подстановок:

$$\begin{split} &C_{\mathrm{H}\mathrm{U}_{i}} \rightarrow C_{\mathrm{np}i}/Q; \\ &L_{\mathrm{H}\mathrm{U}_{k}} \rightarrow \frac{C_{\mathrm{np}\,k} + C_{\mathrm{np}(k+1)}}{\omega_{0}^{2}\,Q \big\lceil \,C_{\mathrm{np}\,k} - C_{\mathrm{np}(k+1)} \,\big\rceil^{2}}; \end{split}$$

$$C_{\mathrm{H}\mathrm{U}(k+1)} \to \frac{C_{\mathrm{np}\,k}C_{\mathrm{np}(k+1)}}{Q\big[C_{\mathrm{np}\,k} + C_{\mathrm{np}(k+1)}\big]}$$

ПФ ФНЧ преобразуется к виду, позволяющему непосредственно рассчитать параметры ППФ без предварительного расчета и последующего преобразования параметров ФНЧ. При переходе к ППФ от Т-образной схемы ФНЧ индуктивности  $L_{\rm HЧ}$ ,  $l=1,\,4,\,7,\,\ldots$  в продольных ветвях заменяются последовательными контурами с элементами  $L_{\rm ncl}$ ,  $C_{\rm ncl}$ , а последовательные контуры  $L_{\rm HЧ}$ ,  $C_{\rm HЧ}(m+1)$ ,  $m=2,\,5,\,8,\,\ldots$  в поперечных ветвях заменяются двумя параллельно включенными последовательными контурами с элементами  $L_{\rm пcm}$ ,  $C_{\rm ncm}$  и  $L_{\rm nc}(m+1)$ ,  $C_{\rm пc}(m+1)$ . Для расчета элементов Т-образного ППФ использованы подстановки:

$$\begin{split} L_{\mathrm{H}\mathrm{I}l} &\to 1 / \left( \omega_0^2 \, Q C_{\mathrm{\Pi}\mathrm{c}\,l} \right); \\ L_{\mathrm{H}\mathrm{I}m} &\to \frac{1}{\omega_0^2 \, Q \Big[ C_{\mathrm{\Pi}\mathrm{c}\,m} + C_{\mathrm{\Pi}\mathrm{c}(m+1)} \Big]}; \\ C_{\mathrm{H}\mathrm{I}(m+1)} &\to \frac{\Big[ C_{\mathrm{\Pi}\mathrm{c}\,m} + C_{\mathrm{\Pi}\mathrm{c}(m+1)} \Big] C_{\mathrm{\Pi}\mathrm{c}\,m} C_{\mathrm{\Pi}\mathrm{c}(m+1)}}{Q \Big[ C_{\mathrm{\Pi}\mathrm{c}\,m} - C_{\mathrm{\Pi}\mathrm{c}(m+1)} \Big]^2}. \end{split}$$

### Список литературы

- 1. Попов П. А. Расчет частотных электрических фильтров. М.–Л.: Энергия, 1966. 216 с.
- 2. Джонсон Д., Джонсон Дж., Мур Г. Справочник по активным фильтрам. М.: Энергоатомиздат, 1983. 128 с.
- 3. Thede L. Practical analog and digital filter design. Norwood: Artech House, Inc., 2004. 267 p.
- 4. Hercules G. Dimopoulos Analog electronic filters. Theory, design and synthesis. Dordrecht: Springer, 2012. 498 p.
- 5. Paarmann L. D. Design and analysis of analog filters: A signal processing perspective. Dordrecht: Springer, 2014. 456 p.
- 6. Червинский Е. Н. Реализация электрических фильтров лестничной структуры // Изв. вузов России. Радиоэлектроника. 2013. № 3. С. 24–37.
- 7. Zverev A. I. Handbook of filter synthesis. New York: John Willey and Sons, Inc., 1967. 576 p.
- 8. Зааль Р. Справочник по расчету фильтров / пер. с нем.; под ред. Н. Н. Слепова. М.: Радио и связь, 1983. 752 с.
- 9. Справочник по расчету и проектированию Гос. изд-во техн. лит., 1957. 516 с. ARC-схем / С. А. Букашкин, В. П. Власов,

- Б. Ф. Змий, А. И. Калякин, С. Г. Крутчинский, Е. И. Куфлевский, А. А. Ланнэ, В. В. Масленников, А. М. Меньшиков, П. Г. Михалев, В. А. Петраков, А. П. Сироткин, Г. Н. Славский, В. П. Стыцько; под ред. А. А. Ланнэ. М.: Радио и связь, 1984. 368 с.
- 10. Матханов П. Н. Основы синтеза линейных электрических цепей. М.: Высш. шк., 1978. 208 с.
- 11. Червинский Е. Н. Расчет передаточных функций фильтров с равноволновыми на отрезке и бесконечном полуинтервале амплитудночастотными характеристиками // Изв. вузов России. Радиоэлектроника. 2014. № 4. С. 13–28.
- 12. Херреро Д., Уиллонер Г. Синтез фильтров / пер. с англ. под ред. И. С. Гоноровского. М.: Сов. радио, 1971.232 с.
- 13. Van Valkenburg M. E. Analog filter design / CBS College Publishing. Fort Worth, 1982. 608 p.
- 14. Winder S. Analog and digital filter design. 2-nd ed. New York: Elsevier Science, 2002. 450 p.
- 15. Босый Н. Д. Электрические фильтры. Киев: Гос. изд-во техн. лит., 1957. 516 с.

## Информация об авторе

**Червинский Евгений Наумович** — доктор технических наук (2008), старший научный сотрудник (1985) АО "НПП "Пирамида" (Санкт-Петербург). Автор 88 научных работ. Сфера научных интересов — системы точного времени.

Адрес: АО "НПП "Пирамида", ул. Орджоникидзе, д. 42, Санкт-Петербург, 196143, Россия

E-mail: enchervinsky@simeta.ru

#### References

- 1. Popov P. A. Raschet chastotnykh elektricheskikh fil'trov [Calculation of Frequency Electric Filters]. Moscow, Energia, 1966, 216 p. (In Russ.)
- 2. Jonson D., Jonson J., Moore H. A Handbook of Active Filters. New Jersy, Prentice-Hall, Inc., Englewood Cliffs, 1980, 128 p.
- 3. Thede L. Practical Analog and Digital Filter Design. Artech House, Inc., 2004, 267 p.
- 4. Hercules G. Dimopoulos Analog Electronic Filters. Theory, Design and Synthesis. Springer, 2012, 498 p.
- 5. Paarmann L. D. Design and Analysis of Analog Filters: A Signal Processing Perspective. Dordrecht, Springer, 2014, 456 p.
- 6. Chervinskiy E. N. Realization of Electrical Ladder-Structure Filters. J. of the Russian Universities. Radioelectronics. 2013, no. 3, pp. 24–37. (In Russ.)
- 7. Zverev A. I. Handbook of filter synthesis. John Willey and Sons, Inc., N. Y., London, Sydney, 1967, 576 p.
- 8. Saal R. Handbuch Zum Filterenwuef. AEG Telefunken, Berlin, 1979, 663 p.
- 9. Bukashkin S. A., Vlasov V. P., Zmii B. F., Kalyakin A. I., Krutchinskii S. G., Kuflevskii E. I.,

- Lanne A. A., Maslennikov V. V., Men'shikov A. M., Mikhalev P. G., Petrakov V. A., Sirotkin A. P., Slavskii G. N., Styts'ko V. P. *Spravochnik po raschetu i proektirovaniyu ARC-skhem* [Handbook of Calculation and Design of ARC-Circuits]. Ed. by A. A. Lanne. Moscow, Radio & communication, 1984, 368 p. (In Russ.)
- 10. Matkhanov P. N. Osnovy sinteza lineinykh elektricheskikh tsepei [Basic of Linear Electrical Circuits Synthesis]. Moscow, Vysshaya shkola, 1978, 208 p. (In Russ.)
- 11. Chervinskiy E. N. Computation of Transfer Functions of Filters with Equiwave at the Section and Infinite Half-Interval Amplitude-Frequency Characteristics. J. of the Russian Universities. Radioelectronics. 2014, no. 4, pp. 13–28. (In Russ.)
- 12. Herrero J., Willoner G. Synthesis of Filters. Frenytice-Hall, inc., Englewood Cliff N. J., 1966, 232 p.
- 13. Valkenburg M. E. Analog Filter Design. CBS College Publishing, 1982, 608 p.
- 14. Winder S. Analog and Digital Filter Design. 2-nd ed. New York, Elsevier Science, 2002, 450 p.
- 15. Bosyi N. D. *Elektricheskie fil'try* [Electrical filters]. Kiev, State publishing house of technical literature, 1957, 516 p. (In Russ.)

### Information about the author

**Evgeniy N. Chervinskiy**, Dr Sci. (Eng.) (2008), Senior Scientist (1985) in JSC "NPP "Piramida" (Saint Petersburg). The author of 88 scientific publications. Area of expertise: precision time systems.

Address: JSC "NPP "Piramida", 42, Ordzhonikidze St., St Petersburg 196143, Russia

E-mail: enchervinsky@simeta.ru