

## Оптимизация формы сигналов с квадратурной амплитудной модуляцией с использованием критерия заданной скорости спада уровня внеполосных излучений

С. Б. Макаров, С. В. Завьялов, А. С. Овсянникова ✉

Санкт-Петербургский политехнический университет Петра Великого, Санкт-Петербург, Россия

✉ [ovsyannikova\\_as@spbstu.ru](mailto:ovsyannikova_as@spbstu.ru)

### Аннотация

**Введение.** Рост объемов передаваемой информации по каналам связи приводит к их существенной перегруженности. Практически все используемые традиционные методы повышения скорости передачи данных в заданных полосах частот исчерпаны. В этой связи представляет интерес использование новых подходов, направленных на повышение спектральной эффективности радиотехнических и телекоммуникационных систем путем применения оптимальных сигналов, позволяющих задействовать резервы пропускной способности каналов передачи, которые дает теория Шеннона.

**Цель работы.** Повышение спектральной эффективности систем передачи цифровых сообщений путем применения сигналов с компактным спектром и увеличения объема канального алфавита при минимизации энергетических потерь.

**Материалы и методы.** При поиске оптимальных сигналов используется математический аппарат теории связи и функционального анализа, а также методы вариационного исчисления. Оценка помехоустойчивости приема полученных оптимальных сигналов при передаче в канале с аддитивным белым гауссовским шумом выполнена в среде MatLab.

**Результаты.** Установлено, что в канале с аддитивным белым гауссовским шумом оптимальные сигналы при размере сигнального созвездия 64 в случае квадратурной амплитудно-фазовой модуляции обеспечивают энергетический выигрыш более 1 дБ относительно сигналов, которые получаются путем узкополосной фильтрации в условиях неконтролируемой межсимвольной интерференции. Показано, что оптимальные сигналы позволяют получить энергетический выигрыш 4.9 дБ по отношению к сигналам, построенным на основе узкополосной фильтрации, при фиксированной спектральной эффективности 7 (бит/с)/Гц.

**Заключение.** Предложен метод повышения спектральной эффективности квадратурных сигналов с амплитудно-фазовой модуляцией, основанный на применении оптимальных форм импульсов, полученных в ходе решения оптимизационной задачи. Приведена процедура решения оптимизационной задачи по критерию минимизации внеполосных излучений при наличии ограничения на помехоустойчивость приема в случае амплитудно-фазовой модуляции. Выполнено сравнение энергетической и спектральной эффективности, обеспечиваемой сигналами с оптимальными формами импульсов и сигналами, построенными на основе узкополосной фильтрации.

**Ключевые слова:** оптимизационная задача, внеполосные излучения, спектральная эффективность, энергетическая эффективность, граница Шеннона, RRC

**Для цитирования:** Макаров С. Б., Завьялов С. В., Овсянникова А. С. Оптимизация формы сигналов с квадратурной амплитудной модуляцией с использованием критерия заданной скорости спада уровня внеполосных излучений // Изв. вузов России. Радиоэлектроника. 2022. Т. 25, № 4. С. 6–22. doi: 10.32603/1993-8985-2022-25-4-6-22

**Конфликт интересов.** Авторы заявляют об отсутствии конфликта интересов.

**Источник финансирования.** Исследования выполнены при финансовой поддержке Минобрнауки России в рамках соглашения о предоставлении гранта в форме субсидий из федерального бюджета на осуществление государственной поддержки создания и развития научных центров мирового уровня, выполняющих исследования и разработки по приоритетам научно-технологического развития от 20 апреля 2022 года № 075-15-2022-311.

Статья поступила в редакцию 12.05.2022; принята к публикации после рецензирования 15.06.2022; опубликована онлайн 28.09.2022

## Optimizing the Shape of Signals with Quadrature Amplitude Modulation According to the Criterion of Given Reduction Rate of Out-of-Band Emissions

Sergey B. Makarov, Sergey V. Zavjalov, Anna S. Ovsyannikova

Peter the Great St. Petersburg Polytechnic University, St Petersburg, Russia

✉ ovsyannikova\_as@spbstu.ru

### Abstract

**Introduction.** The growth in the volume of information transmitted through communication channels leads to their significant congestion. Almost all methods conventionally used to increase the data transfer rate in given frequency bands have been exhausted. In this regard, it is of interest to use new approaches aimed at improving the spectral efficiency of radio engineering and telecommunication systems by applying optimal signals that make it possible to use the bandwidth reserves of transmission channels given by Shannon's theory.

**Aim.** Improvement of the spectral efficiency of digital messaging systems by using signals with a compact spectrum and increased volume of the channel alphabet at the same time as minimizing energy losses.

**Materials and methods.** When searching for optimal signals, the mathematical apparatus of communication theory and functional analysis, as well as the methods of calculus of variations, were used. The evaluation of bit error rate performance of the obtained optimal signals transmitted in a channel with additive white Gaussian noise was performed in the MatLab environment.

**Results.** It was established that, in a channel with additive white Gaussian noise, optimal signals with a signal constellation size of 64 in the case of quadrature amplitude-phase modulation provide an energy gain of more than 1 dB relative to signals obtained by narrowband filtering under the conditions of uncontrolled intersymbol interference. Optimal signals were shown to provide for an energy gain of 4.9 dB with respect to signals based on narrow-band filtering at a fixed spectral efficiency of 7 (bit/s)/Hz.

**Conclusion.** The paper proposes a method for improving the spectral efficiency of quadrature signals with amplitude-phase modulation, based on the use of optimal pulse shapes obtained as a result of solving an optimization problem. The optimization problem was solved according to the criterion of minimizing out-of-band emissions with the constraint on bit error rate performance in case of amplitude-phase modulation. The energy and spectral efficiency of signals with optimal pulse shapes and signals based on narrow-band filtering were compared.

**Keywords:** optimization problem, out-of-band emissions, spectral efficiency, energy efficiency, Shannon limit, RRC

**For citation:** Makarov S. B., Zavjalov S. V., Ovsyannikova A. S. Optimizing the Shape of Signals with Quadrature Amplitude Modulation According to the Criterion of Given Reduction Rate of Out-of-Band Emissions. Journal of the Russian Universities. Radioelectronics. 2022, vol. 25, no. 4, pp. 6–22. doi: 10.32603/1993-8985-2022-25-4-6-22

**Conflict of interest.** The authors declare no conflicts of interest.

**Acknowledgements.** The research was carried out with the financial support of the Russian Ministry of Education and Science within the framework of the grant agreement in the form of subsidies from the federal budget for state support for the creation and development of world-class research centers that carry out research and development on the priorities of scientific and technological development dated April 20, 2022 No. 075-15 -2022-311.

Submitted 12.05.2022; accepted 15.06.2022; published online 28.09.2022

**Введение.** Повышение спектральной эффективности систем передачи цифровых сообщений достигается путем применения сигналов с компактным спектром (минимальным значением занимаемой полосы частот) и увеличения объема канального алфавита. К таким сигналам

относятся спектрально-эффективные сигналы с амплитудно-фазовой модуляцией (АФМ) с увеличенным размером сигнального созвездия. При использовании квадратурного метода построения в каждом квадратурном канале используются сигналы АФМ при наличии управ-

ляемой межсимвольной интерференции, вызванной наложением соседних сигналов друг на друга. Отметим, что такие сигналы широко применяются в системах DVB-S2 (Digital Video Broadcasting Satellite Second Generation) и DVB-T2 (Digital Video Broadcasting Terrestrial Second Generation) [1–3]. Одним из вариантов АФМ сигналов является квадратурная амплитудная модуляция (КАМ) [4].

Традиционно сигналы с АФМ используются с прямоугольной формой импульса и имеют длительность  $T$ , равную длительности передачи бита сообщения, что не обеспечивает высокую спектральную эффективность информационной системы. Рост такой эффективности интересен не только с теоретической точки зрения, но и применительно к практическому построению многоканальных систем (например, находящихся в общем стволе спутника-ретранслятора), когда требуется минимизировать величину защитного частотного интервала между потоками сигналов или обеспечить электромагнитную совместимость с параллельно работающими телеметрическими системами и системами навигации.

Условие увеличения спектральной эффективности достигается путем использования увеличенных размеров сигнального созвездия и спектрально-эффективных сигналов с компактным спектром [3–6]. Известные сигналы, удовлетворяющие этому условию, строятся на основе импульсов вида "приподнятого косинуса" (root-raised-cosine – RRC) [1]. Случайные последовательности, построенные на основе таких сигналов, обеспечивают скорости передачи сообщений выше "барьера Найквиста" [5]. При этом обеспечивается достаточно высокая степень компактности энергетического спектра.

В системе DVB-S2 применяются RRC-импульсы с коэффициентами скругления  $\alpha = 0.35; 0.25; 0.2$  [1, 7]. При дальнейшем увеличении скорости передачи и увеличении размеров сигнального созвездия появляется существенная межсимвольная интерференция, которая возрастает по мере увеличения скорости передачи указанных значений. Эта интерференция приводит к ухудшению помехоустойчивости приема и снижению

энергетической эффективности информационной системы [3].

Следующим шагом на пути увеличения спектральной эффективности может быть переход к сигналам с квадратурной амплитудной модуляцией с оптимальной формой импульса при увеличенных размерах сигнального созвездия. Предлагаемый путь заключается в поиске форм оптимальных функций спектрально-эффективных сигналов большой, но конечной длительности, которые имеют высокую скорость спада уровня внеполосных излучений и обеспечивают хорошие корреляционные свойства отрезков или всей случайной последовательности сигналов. Такие сигналы априори имеют управляемую межсимвольную интерференцию, которая является не мешающей, как принято при традиционном решении задачи повышения пропускной способности, а, наоборот, позволяющей получить высокие спектральные и энергетические показатели. При решении оптимизационной задачи, например по критерию минимизации полосы занимаемых частот, ставится условие на ограничение уровня управляемой межсимвольной интерференции путем выбора формы импульса с учетом коэффициента взаимной корреляции между данным и соседними сигналами [3–6, 8–11].

В статье будет рассмотрен метод повышения спектральной эффективности системы передачи сообщений путем применения оптимальных спектрально-эффективных сигналов с увеличенными размерами сигнального созвездия и проанализированы энергетические затраты при когерентном поэлементном приеме.

**Критерий оптимизации сигналов, определяющий скорость спада уровня энергетического спектра вне занимаемой полосы частот.** Оптимизационная задача сводится к вычислению формы импульса  $a(t)$  сигнала  $s(t)$  при наличии ограничений на корреляционные свойства, энергию сигналов и скорость спада энергетического спектра. Скорость спада спектра определяется формой  $a(t)$  при выполнении условий неразрывности функции  $a(t)$  на интервале ее существования и условий того, что производные  $a(t)$  равны нулю на концах данного интервала [12]. Величина занимаемой

полосы частот зависит от выбранной (полученной путем оптимизации) длительности  $T_c = LT$  ( $L \in \mathbb{N}$ ) импульса  $a(t)$ .

Оптимизационная задача минимизации функционала  $J$  выглядит следующим образом:

$$\arg \left\{ \min_{a(t)} J \right\}, J = \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{+\infty} g(\omega) \left| \int_{-T_c/2}^{T_c/2} a(t) \exp(-j\omega t) dt \right|^2 d\omega, \quad (1)$$

где  $g(\omega)$  – функция, определяющая форму энергетического спектра случайной последовательности сигналов как в области занимаемой полосы частот, так и вне ее;  $\omega$  – круговая частота. В общем случае форма  $g(\omega)$  может быть любой. В настоящей статье примем  $g(\omega) = \omega^{2n}$ , где  $n = 1, 2, 3, \dots$  – параметр, определяющий степень подавления внеполосных излучений. Такой выбор функции  $g(\omega)$  позволяет получить достаточно большой класс оптимальных функций, удовлетворяющих требуемой (заданной) форме энергетического спектра вне занимаемой полосы частот.

Раскроем квадрат модуля в (1), введя дополнительную переменную  $\tau$ :

$$J = \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{+\infty} \int_{-T_c/2}^{T_c/2} \int_{-T_c/2}^{T_c/2} g(\omega) a(t) a(\tau) \times \exp[j\omega(t - \tau)] dt d\tau d\omega. \quad (2)$$

Изменим аналитическую запись (2) с целью перехода к  $\delta$ -функции:

$$J = \int_{-T_c/2}^{T_c/2} \int_{-T_c/2}^{T_c/2} a(t) a(\tau) G(t, \tau) dt d\tau, \quad (3)$$

где  $G(t, \tau)$  – интеграл следующего вида:

$$G(t, \tau) = \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{+\infty} g(\omega) \exp[j\omega(t - \tau)] d\omega. \quad (4)$$

Учтем, что  $\delta$ -функция

$$\delta(t) = \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{+\infty} \exp(j\omega t) d\omega.$$

Тогда можно записать выражение для  $2n$ -й производной  $\delta$ -функции в виде

$$\delta^{(2n)}(t) = \frac{1}{2\pi} (-1)^n \int_{-\infty}^{+\infty} \omega^{2n} \exp(j\omega t) d\omega. \quad (5)$$

Подставив  $g(\omega) = \omega^{2n}$  в (4), с учетом (5) получим:

$$G(t, \tau) = (-1)^n \delta^{(2n)}(t - \tau).$$

Далее приведено известное фильтрующее свойство  $\delta$ -функции:

$$\int_{-\infty}^{+\infty} f(x) \delta^{(n)}(x - y) dx = (-1)^n f^{(n)}(y). \quad (6)$$

Воспользовавшись (6), преобразуем (3) к следующему виду:

$$J = (-1)^n \int_{-T_c/2}^{T_c/2} a(\tau) \left[ \int_{-T_c/2}^{T_c/2} a(t) \delta^{(2n)}(t - \tau) dt \right] d\tau = (-1)^n \int_{-T_c/2}^{T_c/2} a(t) a^{(2n)}(t) dt. \quad (7)$$

Процедуру минимизации  $J$  в (7) можно выполнить либо аналитическим путем, либо используя численные методы решения функциональных уравнений.

Рассмотрим ограничения оптимизационной задачи. Выполним нормировку энергии сигнала:

$$\int_{-T_c/2}^{T_c/2} a^2(t) dt = 1.$$

Следующим ограничением необходимо считать то, что производные  $a(t)$  равны нулю на краях интервала существования функции  $a(t)$ . Имеем:

$$a^{(k)}(t) \Big|_{t=\pm T_c/2} = 0, \quad k = 1 \dots (n-1). \quad (8)$$

Учитывая (8), можно задать скорость спада энергетического спектра последовательности оптимальных сигналов вне занимаемой полосы частот.

Ограничение минимального уровня управляемой межсимвольной интерференции задается через коэффициент корреляции  $K_0$  [9, 13]. Тогда, например, для сигналов с фазовой манипуляцией имеем:

$$\max_{n=1 \dots (L-1)} \left\{ \int_{nT}^{LT} a(t) a(t-nT) dt \right\} < K_0. \quad (9)$$

Ограничения (8) и (9) существенно усложняют аналитическое решение оптимизационной задачи. Дополнительные трудности возникают при попытках выбора длительности сигналов  $T_c = LT$  ( $L \in \mathbb{N}$ ) при больших значениях  $L = 8 \dots 16$ .

Тогда воспользуемся численным методом решения (7), предполагая, что функция  $a(t)$  – четная на интервале  $[-T_c/2; T_c/2]$ . Представим эту функцию в виде ограниченного (числом  $m$ ) ряда Фурье:

$$a(t) = \frac{a_0}{2} + \sum_{k=1}^{m-1} a_k \cos\left(\frac{2\pi}{T} kt\right), \quad (10)$$

где  $a_k$ ,  $k=0 \dots (m-1)$  – коэффициенты разложения в ряд Фурье.

Очевидно, что, подставив (10) в (7), получим:

$$\begin{aligned} J &= (-1)^n \int_{-T_c/2}^{T_c/2} \left[ \frac{a_0}{2} + \sum_{k=1}^{m-1} a_k \cos\left(\frac{2\pi}{T} kt\right) \right] \frac{d^{(2n)}}{dt^{(2n)}} \times \\ &\times \left[ \frac{a_0}{2} + \sum_{l=1}^{m-1} a_l \cos\left(\frac{2\pi}{T} lt\right) \right] dt = \\ &= (-1)^n (-1)^n \int_{-T_c/2}^{T_c/2} \left[ \frac{a_0}{2} + \sum_{k=1}^{m-1} a_k \cos\left(\frac{2\pi}{T} kt\right) \right] \times \\ &\times \sum_{l=1}^{m-1} a_l \left( \frac{2\pi}{T} l \right)^{2n} \cos\left(\frac{2\pi}{T} lt\right) dt, \end{aligned}$$

где  $a_l = a_k$  при  $l = k$ .

Оптимизационный функционал  $J$  можно записать как сумму двух слагаемых  $A$  и  $B$ :

$$J = A + B, \quad (11)$$

где  $A$ ,  $B$  – значения интегралов следующего вида:

$$\begin{aligned} A &= \frac{a_0}{2} \int_{-T_c/2}^{T_c/2} \sum_{k=1}^{m-1} a_k \left( \frac{2\pi}{T} k \right)^{2n} \cos\left(\frac{2\pi}{T} kt\right) dt; \\ B &= \int_{-T_c/2}^{T_c/2} \sum_{k=1}^{m-1} \sum_{l=1}^{m-1} a_k a_l \left( \frac{2\pi}{T} k \right)^{2n} \cos\left(\frac{2\pi}{T} kt\right) \cos\left(\frac{2\pi}{T} lt\right) dt. \end{aligned}$$

Очевидно, что  $A = 0$ , а функцию  $B$  можно записать в следующей форме:

$$B = \sum_{k=1}^{m-1} \sum_{l=1}^{m-1} a_k a_l \left( \frac{2\pi}{T} k \right)^{2n} \{C + D\}, \quad (12)$$

где  $C$ ,  $D$  – значения интегралов следующего вида:

$$\begin{aligned} C &= \frac{1}{2} \int_{-T_c/2}^{T_c/2} \cos\left[\frac{2\pi t}{T} (k-l)\right] dt; \\ D &= \frac{1}{2} \int_{-T_c/2}^{T_c/2} \cos\left[\frac{2\pi t}{T} (k+l)\right] dt. \end{aligned}$$

Как следует из (12), при любых  $k, l > 0$   $D = 0$ . При  $k \neq l$  значение  $C = 0$ . Для  $k = l$  подынтегральное выражение  $\cos\left[\frac{2\pi t}{T} (k-l)\right]$  обращается в единицу, и  $C = T_c/2$ . Тогда

$$C + D = \begin{cases} 0, & k \neq l; \\ \frac{T_c}{2}, & k = l. \end{cases} \quad (13)$$

В итоге с учетом (11)–(13) функционал будет иметь вид

$$J = \frac{T_c}{2} \sum_{k=1}^{m-1} a_k^2 \left( \frac{2\pi}{T} k \right)^{2n}. \quad (14)$$

Поиск экстремума функционала (14) выполняется численными методами. В этом случае происходит переход к задаче поиска  $\{a_k\}_{k=0}^{m-1}$ , которые обеспечивают минимальное значение (14).

**Особенности решения оптимизационной задачи для квадратурных сигналов с амплитудной модуляцией.** Особенность решения оптимизационной задачи для квадратурных сигналов с амплитудной модуляцией при  $M > 2$  связана с ограничением (9) на коэффициент корреляции. Прежде всего уточним, что

в качестве алгоритма приема обычно используется алгоритм когерентного поэлементного приема сигналов раздельно в каждом квадратурном канале демодулятора. При формировании передаваемой последовательности символов канального алфавита удобно использовать следующую форму записи:

$$\begin{aligned} u_1(t) &= \sum_{k=0}^{(N-1)/2} \psi_T(t-kT) d_r^{(2k)}; \\ u_2(t) &= \sum_{k=0}^{(N-1)/2} \psi_T(t-kT) d_r^{(2k+1)}, \end{aligned} \quad (15)$$

где  $u_1(t)$  и  $u_2(t)$  – последовательность символов в синфазном и квадратурном канале соответственно;  $N$  – количество символов;  $\psi_T(t)$  – функция прямоугольного вида, определенная на длительности символа;  $d_r^{(2k)}$  и  $d_r^{(2k+1)}$  – символы канального алфавита, имеющие четный и нечетный порядковые номера в общей последовательности из  $N$  символов и поступающие в синфазный и квадратурный каналы соответственно;  $r$  – индекс, определяющий значение канального символа. Функция  $\psi_T(t)$  в (15) определяется следующим образом:

$$\psi_T(t) = \begin{cases} 1, & t \in [0, T]; \\ 0, & t \notin [0, T]. \end{cases}$$

При этом последовательность передаваемых сигналов с амплитудой  $A_0$ , несущей частотой  $\omega_0$  и формой импульса  $a(t)$  представляется в виде суммы двух квадратурных составляющих  $I(t)$  и  $Q(t)$ :

$$s(t) = I(t) \cos(\omega_0 t) - Q(t) \sin(\omega_0 t), \quad (16)$$

где

$$\begin{aligned} I(t) &= \frac{A_0}{\sqrt{2}} \sum_{k=0}^{(N-1)/2} a(t-kT) d_r^{(2k)}; \\ Q(t) &= \frac{A_0}{\sqrt{2}} \sum_{k=0}^{(N-1)/2} a(t-kT) d_r^{(2k+1)}. \end{aligned}$$

Отметим, что в случае модуляции ФМ-2 символы канального алфавита  $d_r^{(k)} = \pm 1, \forall k$ . В общем случае АФМ при произвольном значе-

нии  $M$  без нормировки к максимальному значению символа для  $r = 1 \dots M$  имеем:

$$d_r^{(k)} = 2r - 1 - M; \quad r = 1 \dots M. \quad (17)$$

Для двоичного канального алфавита ( $M = 2$ ) значения символов, очевидно, будут равны  $d_1^{(k)} = -1$ ;  $d_2^{(k)} = 1$ . При увеличении объема алфавита до  $M = 4$  получим  $d_1^{(k)} = -3$ ;  $d_2^{(k)} = -1$ ;  $d_3^{(k)} = 1$ ;  $d_4^{(k)} = 3$ . Будем полагать, что появление любых символов канального алфавита является равновероятным и независимым.

При использовании ограничения (9) для  $M > 2$  и при длительности сигналов  $T_c > T$  требуется учесть амплитуду сигналов, которая зависит от значения канальных символов на нулевой  $d_r^{(0)}$  и  $k$ -й  $d_r^{(k)}$  позициях в последовательности:

$$\max_{k=1 \dots (L-1)} \left| \int_{kT}^{LT} d_r^{(0)} a(t) d_r^{(k)} a(t-kT) dt \right| \leq K_0. \quad (18)$$

В (18)  $d_r^{(0)}$  и  $d_r^{(k)}$  могут принимать произвольные значения согласно (17). Необходимо ограничить максимальный уровень корреляции, который будет достигаться при максимальном абсолютном значении символа  $c_{\max} = M - 1$ . Тогда ограничение (9) будет записано в следующей форме:

$$\max_{k=1 \dots (L-1)} \left| \int_{kT}^{LT} c_{\max} a(t) c_{\max} a(t-kT) dt \right| \leq K_0. \quad (19)$$

Это же выражение можно переписать иначе:

$$\max_{k=1 \dots (L-1)} \left| \int_{kT}^{LT} a(t) a(t-kT) dt \right| \leq K'_0 = \frac{K_0}{(M-1)^2}, \quad (20)$$

где  $K'_0$  – нормированный коэффициент корреляции.

Как видно из (20), имеется зависимость коэффициента взаимной корреляции от объема канального алфавита  $M$ . Действительно, при росте  $M$  от значений  $M = 2$  до значений  $M = 32$  величина требуемого ограничения на

коэффициент взаимной корреляции  $K'_0$  в (20) будет уменьшаться почти в 1000 раз. Из-за межсимвольной интерференции при длительности оптимальных сигналов  $T_c = LT$  ( $L \in \mathbb{N}$ ) возможны комбинации символов канального алфавита, когда для требуемого значения  $K_0$  при больших значениях  $M$  будет обеспечиваться минимальный уровень межсимвольной интерференции (максимальная помехоустойчивость приема), в то время как при малых  $M$  уровень интерференции будет достаточно высоким. При попытке обеспечить минимальный уровень интерференции для малых  $M$  (соответственно, высокую помехоустойчивость приема) оказывается невозможным синтез оптимального сигнала для больших значений  $M$  из-за неустойчивости численных решений задачи минимизации функционала (14). Обойти эти трудности можно путем ослабления зависимости (20) от  $M$ . Имеем:

$$\max_{k=1 \dots (L-1)} \left| \int_{kT}^{LT} a(t) a(t - kT) dt \right| \leq K'_0 = \frac{K_0}{(M-1)}. \quad (21)$$

Нетрудно заметить, что ограничение (21) можно представить в следующем виде:

$$\max_{k=1 \dots (L-1)} \left| \int_{kT}^{LT} c_{\min} a(t) c_{\max} a(t - kT) dt \right| \leq K_0, \quad (22)$$

где  $c_{\min} = 1$  – значение символа канального алфавита с минимальной амплитудой.

В (22) присутствуют составляющие, определяющие максимальное  $c_{\max} = M - 1$  и минимальное  $c_{\min} = 1$  значения символов канального алфавита, вычисленные в соответствии с (17). Именно это выражение будет использоваться в качестве ограничения при решении оптимизационной задачи. Заметим, что при поиске оптимальных сигналов с квадратурной фазовой модуляцией при учете независимости построения квадратурных каналов формирования сигналов объем канального алфавита  $M_{\text{КАМ}} = M^2$ .

**Процедура оптимизации для квадратурных сигналов с амплитудной модуляцией.** Рассмотрим процедуру решения оптимизационной задачи. При вычислении функционала

(14) и ограничениях на энергию сигнала, скорость спада уровня внеполосных излучений, длительность сигнала, объем канального алфавита, коэффициент взаимной корреляции получается допустимое множество функции  $a(t)$ .

Отметим, что в общем случае известны решения оптимизационной задачи в соответствии с критерием максимизации концентрации энергии в полосе частот при наличии ограничений на энергию и длительность сигнала [16–19]. При принятых ограничениях в [16–19] оптимизационная задача является одноэкстремальной. При решении оптимизационной задачи (14) в соответствии с критерием требуемой скорости спада уровня энергетического спектра вне занимаемой полосы частот и введении дополнительного ограничения (9) возможно появление условных экстремумов. Чтобы избежать этого, в статье рассматриваются области допустимых значений ограничений, в которых оптимизационный функционал имеет лишь глобальный оптимум и характер оптимизационного функционала перестает быть овражным. Благодаря этому удастся получить единственное оптимальное решение.

Для реализации численного метода решения оптимизационной задачи используется функция `fmincon`, имеющаяся в среде MatLab.

Структура задачи оптимизации имеет пошаговый вид, и задача решается последовательно для каждого из параметров ограничения (рис. 1, а). Решение начинается из точки, обозначенной жирным черным цветом на плоскости  $(T_c; 1/\omega^{2(n+1)})$ . Эта точка соответствует сигналам длительностью  $T_c = T$ , которые имеют скорость спада уровня энергетического спектра не хуже, чем  $1/\omega^{2(n+1)}$  и значение  $K_0 = 0$ . Заметим, что в этой точке межсимвольная интерференция отсутствует, но введено ограничение на скорость спада уровня внеполосных излучений.

*Первый шаг.* Определяется вид функции  $a(t)$  длительностью, например,  $T_c = 8T$ , с введением межсимвольной интерференции при значении коэффициента взаимной корреляции  $K_0 = 0.5$ . Основная задача этого шага – опре-

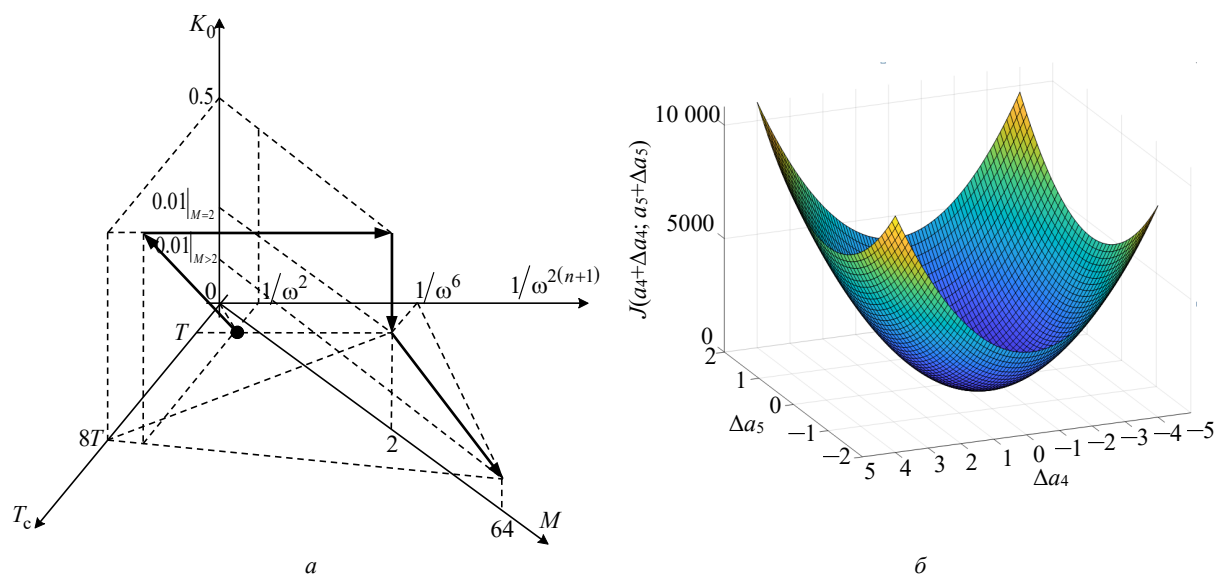


Рис. 1. Структура решения оптимизационной задачи (а) и пример трехмерной поверхности функционала  $J$  (б)

Fig. 1. Solution of the optimization problem (a) and an example of three-dimensional surface of the functional  $J$  (б)

деление направления уменьшения значения функционала (14) при заданном числе  $m$  коэффициентов ряда Фурье. Движение к результирующему виду функции  $a(t)$  (переход к новой точке на рис. 1) идет в полученном на первом шаге направлении. Для движения используется метод градиентного спуска. В процессе использования этого численного метода оценивается достижение требуемой точности и выполнение условия получения экстремума функции (14). Параметры функции  $a(t)$  требуемой длительности используются как начальное приближение для выполнения следующего шага. На рис. 1, б приведен пример трехмерной поверхности оптимизационного функционала  $J$  (14) в зависимости от вариации коэффициентов разложения  $a_4, a_5$ . По осям отложены единицы приращений  $\Delta a_4$  и  $\Delta a_5$  коэффициентов  $a_4$  и  $a_5$  ряда Фурье (10). Видно, что имеется лишь глобальный экстремум. Аналогично можно построить трехмерные поверхности функционала и для других значений коэффициентов разложения в ряд Фурье. Подобные формы трехмерных поверхностей (рис. 1, б) получаются и при других ограничениях оптимизационной задачи, решения которой, например, рассмотрены в [20].

*Второй шаг.* На этом шаге выполняется реализация ограничения на скорость спада уровня внеполосных излучений (например, доведя это ограничение до величины, пропорциональной значению  $1/\omega^6$ ). После выполнения этого ограничения осуществляется уменьшение коэффициента взаимной корреляции для случая двоичного канального алфавита ( $M = 2$ ). При условии использования алгоритма поэлементного когерентного приема и требуемых энергетических потерь не более, например, 0.2 дБ при вероятности ошибок не хуже 0.001 значение коэффициента корреляции  $K_0$  должно быть равно 0.01 (рис. 1).

*Третий шаг.* При выполнении этого шага в качестве начального приближения учитывается решение, полученное на втором шаге. Задачей этого шага является выполнение ограничения на заданный коэффициент корреляции при увеличенном объеме канального алфавита ( $M = 4, \dots, M = 64$ ) в соответствии с (19) либо (22).

Процедура оптимизации может быть представлена в виде блок-схемы на рис. 2. Минимизация функционала (14) осуществляется путем выбора  $m$  коэффициентов разложения в конечный ряд Фурье  $\{a_k\}_{k=0}^{m-1}$ , по которым может быть построена четная функция  $a(t)$ .



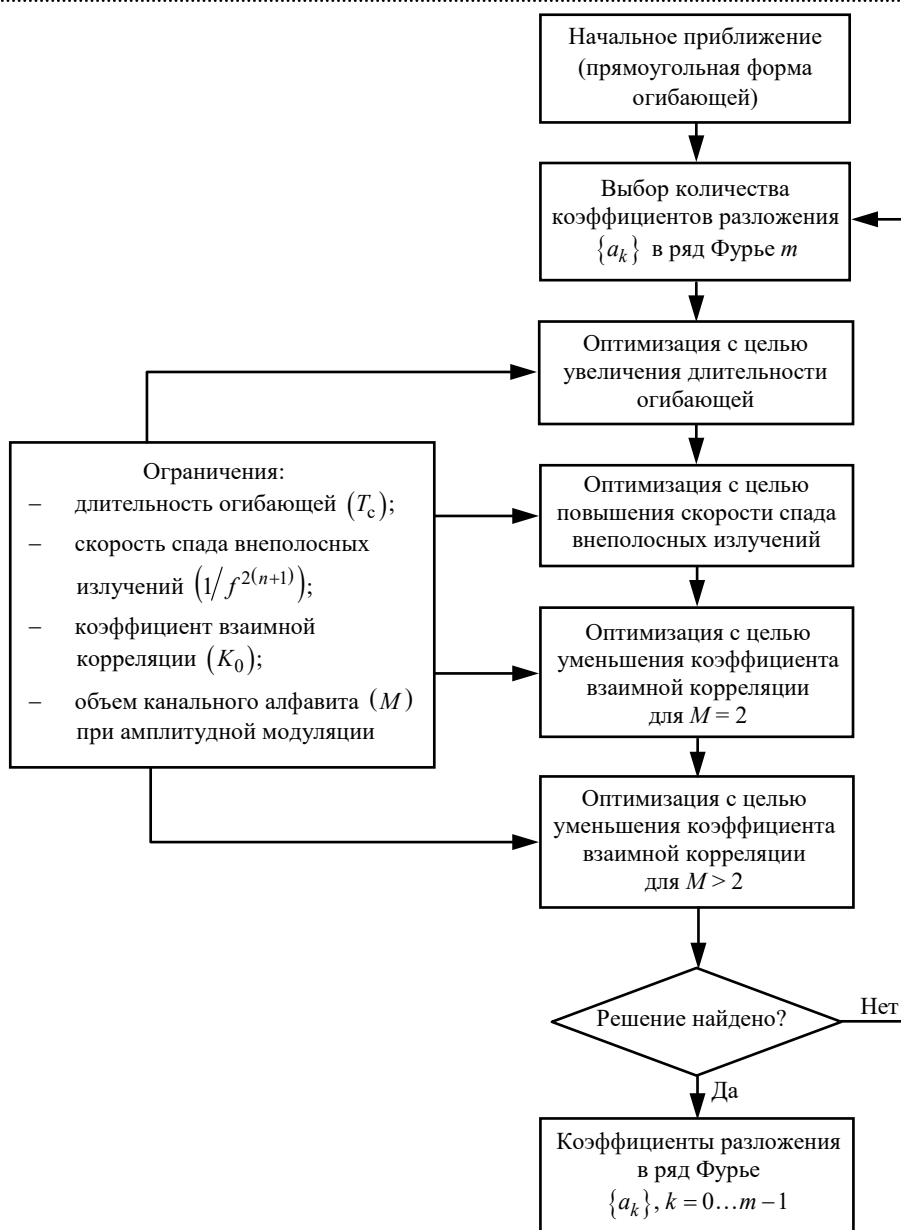


Рис. 2. Блок-схема процедуры оптимизации

Fig. 2. Flowchart of optimization procedure

В табл. 1 в качестве примера приведены коэффициенты разложения для  $a(t)$  длительностью  $T_c = 8T$ , вычисленные с учетом ограничения (19) для различных значений объема канального алфавита  $M$ . В табл. 2 представлены значения коэффициентов разложения для  $a(t)$  длительностью  $T_c = 8T$ , вычисленные с учетом ограничения (22). Как видно из этих таблиц, количество коэффициентов разложения не превосходит 7, причем последние значения коэффициентов разложения (с номером  $k = 7$ ) оказываются достаточно малыми величинами.

При квадратурной АФМ происходит независимое формирование двух ортогональных компонент: синфазной  $I(t)$  и квадратурной  $Q(t)$ . Тогда передаваемый полезный сигнал на несущей частоте  $\omega_0$  имеет вид (16).

На рис. 3 представлены примеры квадратурных сигналов с модуляцией КАМ-16. На рис. 3, а приведен пример квадратного расположения точек сигнального созвездия для сигналов с прямоугольной формой импульса. Рядом с каждой точкой обозначена комбинация символов канального алфавита, которой она соответствует.

Табл. 1. Коэффициенты разложения  $a_k$  ( $k = 0 \dots m-1$ ) при  $T_c = 8T$ ,  $n = 2$ ,  $K_0 = 0.1$

Tab. 1. Expansion coefficients  $a_k$  ( $k = 0 \dots m-1$ ) for  $T_c = 8T$ ,  $n = 2$ ,  $K_0 = 0.1$

$k$	$a_k$			
	$M = 4$	$M = 8$	$M = 16$	$M = 32$
0	0.2503	0.2498	0.2497	0.2500
1	0.2525	0.2507	0.2501	0.2498
2	0.2498	0.2493	0.2500	0.2498
3	0.2519	0.2480	0.2432	0.2426
4	0.1685	0.1756	0.1767	0.1768
5	0.0230	0.0338	0.0587	0.0606
6	-0.0107	-0.0173	0.0004	-0.0097
7	0.0053	—	—	-0.0111

Табл. 2. Коэффициенты разложения  $a_k$  ( $k = 0 \dots m-1$ ) при  $T_c = 8T$ ,  $n = 2$ ,  $K_0 = 0.01$

Tab. 2. Expansion coefficients  $a_k$  ( $k = 0 \dots m-1$ ) for  $T_c = 8T$ ,  $n = 2$ ,  $K_0 = 0.01$

$k$	$a_k$						
	$M = 4$	$M = 8$	$M = 16$	$M = 32$	$M = 64$	$M = 128$	$M = 256$
0	0.2499	0.2498	0.2496	0.2500	0.2499	0.2499	0.2500
1	0.2510	0.2506	0.2501	0.2500	0.2499	0.2499	0.2497
2	0.2494	0.2493	0.2499	0.2498	0.2499	0.2500	0.2498
3	0.2486	0.2478	0.2451	0.2418	0.2423	0.2415	0.2424
4	0.1746	0.1761	0.1767	0.1768	0.1767	0.1768	0.1768
5	0.0327	0.0342	0.0508	0.0641	0.0612	0.0646	0.0613
6	-0.0166	-0.0176	-0.0055	0.0043	-0.0074	-0.0050	-0.0105
7	—	—	—	—	-0.0093	-0.0094	-0.0123

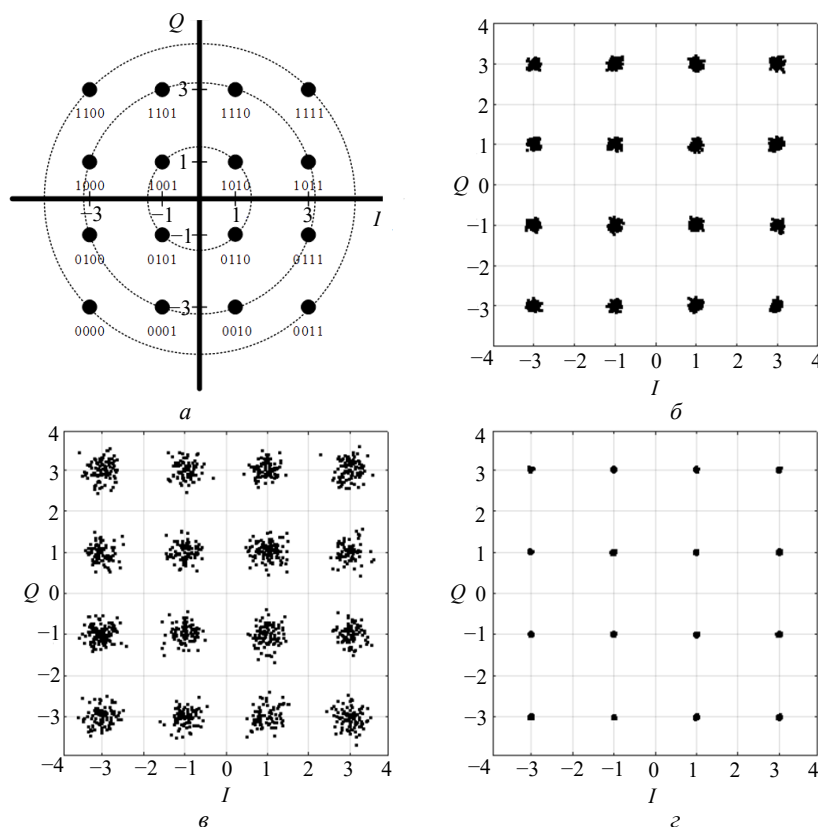


Рис. 3. Сигнальные созвездия КАМ-16 для разных типов импульсов:  $a$  – прямоугольный импульс,  $T_c = T$ ;  $b$  – RRC,  $T_c = 8T$ ,  $\alpha = 0.2$ ;  $c$  – оптимальный импульс,  $T_c = 8T$ ,  $K_0 = 0.1$ ,  $M = 4$ ;  $d$  – оптимальный импульс,  $T_c = 8T$ ,  $K_0 = 0.01$ ,  $M = 4$

Fig. 3. Constellation plots QAM-16 for different pulse shapes:  $a$  – rectangular,  $T_c = T$ ;  $b$  – RRC,  $T_c = 8T$ ,  $\alpha = 0.2$ ;

$c$  – optimal,  $T_c = 8T$ ,  $K_0 = 0.1$ ,  $M = 4$ ;  $d$  – optimal,  $T_c = 8T$ ,  $K_0 = 0.01$ ,  $M = 4$

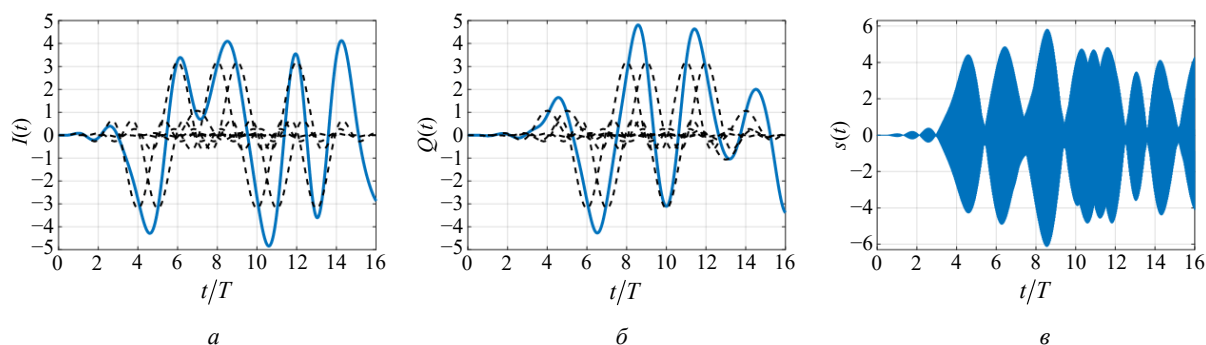


Рис. 4. Формы вещественной (а) и мнимой (б) частей комплексной огибающей случайной последовательности оптимальных сигналов; вид сигнала на несущей частоте (в)

Fig. 4. Real (a) and imaginary part (b) of complex envelope of random sequence of optimal signals; bandpass signal (c)

На рис. 3, б приведен пример расположения сигнальных точек для сигналов, сформированных на основе RRC-импульсов с коэффициентом скругления, равным 0.2. На рис. 3, в приведены сигнальные созвездия для оптимальной формы импульса при выборе ограничения на коэффициент корреляции  $K_0 = 0.1$ , на рис. 3, г – для  $K_0 = 0.01$  при размере созвездия  $M = 4$ . Видно, что при выборе  $K_0 = 0.01$  помехоустойчивость приема сообщений должна обеспечиваться на уровне потенциальной помехоустойчивости приема сигналов с прямоугольной формой импульса.

На рис. 4 в качестве примера приведены формы вещественной  $I(t)$  (а) и мнимой  $Q(t)$  (б) частей комплексной огибающей последовательности оптимальных сигналов, представленных в табл. 2 для  $T_c = 8T$ ,  $M = 4$  и  $K_0 = 0.01$  при использовании модуляции КАМ-16. Для большей наглядности показаны формы функции  $a(t)$ , соответствующие вещественной и мнимой частям передаваемых модуляционных символов. На рис. 4, в приведен сигнал  $s(t)$  на несущей частоте (16).

Видно, что случайная последовательность оптимальных сигналов с квадратурной амплитудной модуляцией и существенной управляемой межсимвольной интерференцией (напомним, что длительность полезного сигнала превосходит символьный интервал передачи  $T$  в 8 раз) имеют высокое значение пик-фактора излучаемых колебаний.

**Результаты моделирования.** Прежде всего с помощью имитационного моделирования в

среде MatLab оценим помехоустойчивость приема оптимальных сигналов (рис. 5). На рис. 5 блок-схема имитационного моделирования условно разделена на две части. С левой стороны блок-схемы показана передающая часть модели, а с правой – приемная часть. В передающей части модели осуществляется формирование случайной последовательности информационных битов в количестве  $10^6$  символов, которые преобразуются в модуляционные символы с учетом кода Грея при объеме канального алфавита  $M_{\text{КАМ}}$ . В этой же части модели при выполнении процедуры модуляции сигналов (блок "Модуляция" на рис. 5) происходит формирование оптимальной формы импульса с учетом коэффициентов разложения  $\{a_k\}_{k=0}^{m-1}$ . При этом задаются объем канального алфавита  $M$  и длительность  $T_c$ . В этом блоке предусмотрен анализ характеристик (скорость спада уровня внеполосных излучений; полоса занимаемых частот) энергетического спектра оптимальных сигналов  $|S(f)|^2$ .

В качестве канала передачи используется канал с аддитивным белым гауссовским шумом (канал АБГШ) и с прямоугольной формой амплитудно-частотной характеристики и спектральной плотностью мощности канального шума  $N_0/2$ . На вход этого блока (рис. 5) вводятся значения отношений  $E_b/N_0$  энергии бита  $E_b$  к спектральной плотности  $N_0/2$ .

В правой части блок-схемы (приемная часть) реализуется алгоритм оптимального когерентного приема, где в качестве опорных

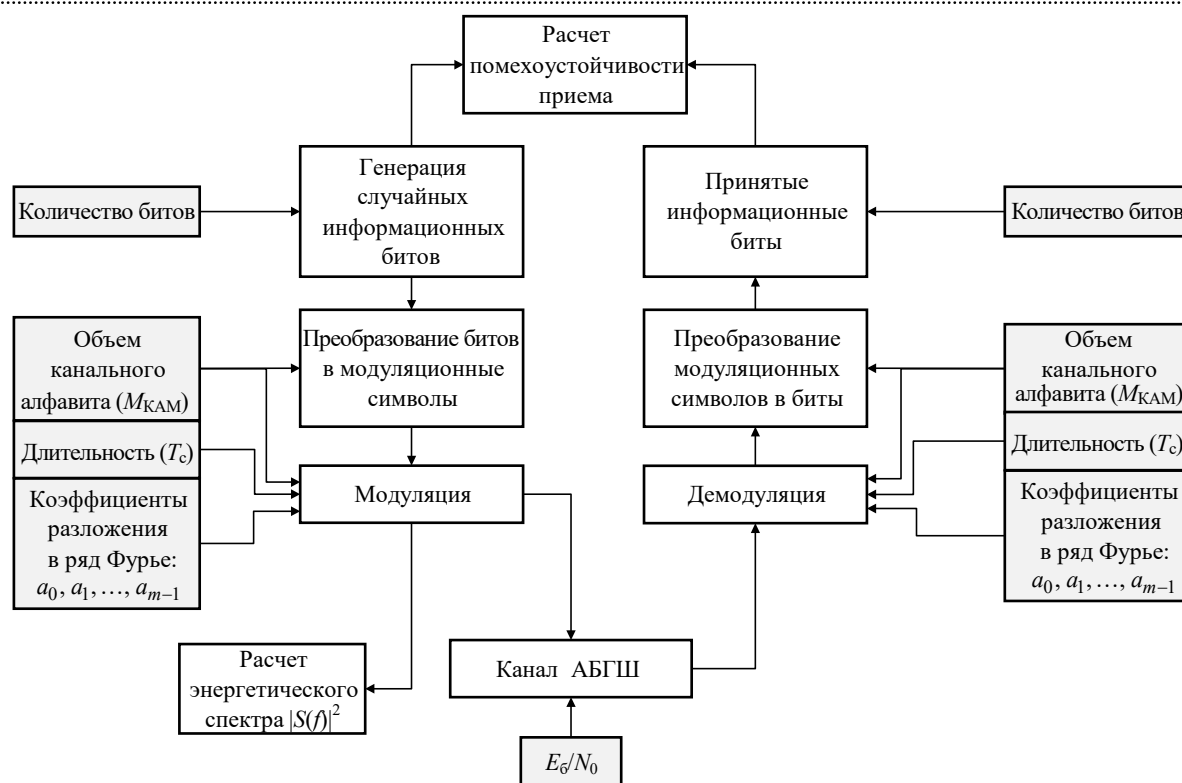


Рис. 5. Блок-схема имитационного моделирования для анализа помехоустойчивости приема

Fig. 5. Flowchart of simulation modeling for BER performance estimation

сигналов используются оптимальные сигналы. На входе такого демодулятора присутствует случайный процесс  $y_l(t) = s_l(t) + awgn(t)$ , состоящий из полезного сигнала, соответствующего передаваемому символу канального алфавита  $d_l^{(k)}$ , и реализации аддитивного канального шума  $awgn(t)$ . Погрешности, связанные с проблемами фазовой и тактовой синхронизации, при имитационном моделировании не учитываются.

При реализованных в модели длительностях  $T_c = 8T$  возникает межсимвольная интерференция. Чтобы повысить помехоустойчивость приема, используется корреляционный алгоритм следующего вида. Принимается символ  $\hat{d}^{(k)}$ , если минимизируется значение интеграла:

$$\hat{d}^{(k)} = \arg \min_r \left\{ \int_{kT}^{kT+LT} [d_r^{(k)} a(t - kT) - y_l(t)]^2 dt \right\}.$$

При реализации этого правила приема в процессе демодуляции происходит перебор возможных опорных сигналов для всех значений  $\hat{d}^{(k)}$ ,  $r = 1 \dots M$ . В результате расчета ев-

клидова расстояния между  $y_l(t)$  и  $s_l(t)$  на интервале длительности полезного сигнала выносится решение в пользу того символа, который обеспечивает минимальное значение евклидова расстояния.

На рис. 6 приведены зависимости вероятности ошибок от отношения сигнал/шум. В качестве оптимальных форм импульсов применялись те, которые были получены при использовании ограничения  $K_0 = 0.01$  (22) при  $M = \sqrt{M_{\text{КАМ}}}$ .

Из анализа этих зависимостей следует, что, во-первых, помехоустойчивость приема оптимальных сигналов с увеличенным объемом сигнального созвездия практически совпадает с потенциальной (теоретической) помехоустойчивостью приема сигналов с прямоугольной формой импульса без межсимвольной интерференции (на рис. 6 кривые, обозначенные сплошной линией); во-вторых, при использовании RRC-импульсов (на рис. 6 обозначены точками), которые традиционно обеспечивают высокую спектральную эффективность системы передачи сообщений, оказывается, что при

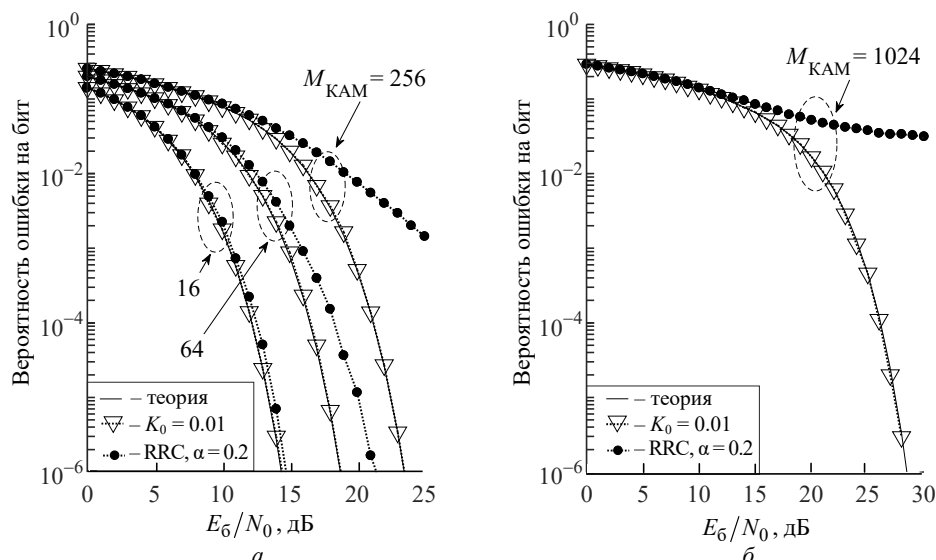


Рис. 6. Помехоустойчивость приема при использовании сигналов с оптимальными формами импульсов, полученными с учетом ограничения (22) при  $K_0 = 0.01$ : а –  $M_{\text{КАМ}} = 16, 64, 256$ ; б –  $M_{\text{КАМ}} = 1024$

Fig. 6. BER performance of signals with optimal pulse shapes obtained with constraint (21) for  $K_0 = 0.01$ :

а –  $M_{\text{КАМ}} = 16, 64, 256$ ; б –  $M_{\text{КАМ}} = 1024$

объеме алфавита 1024 прием таких сигналов приводит к большим энергетическим потерям (рис. 6, б); в-третьих, энергетические выигрыши при использовании оптимальных сигналов по сравнению со случаем применения RRC-импульсов при уменьшении вероятности ошибки от  $10^{-3}$  до  $10^{-5}$  увеличиваются вдвое.

**Спектральная и энергетическая эффективность.** Оценим спектральную и энергетическую эффективность применения оптимальных квадратурных сигналов с амплитудной модуляцией с увеличенным размером сигнального созвездия. Граница Шеннона, характеризующая предельные значения спектральной эффективности  $R/\Delta F$  ( $R$  – символьная скорость;  $\Delta F$  – полоса занимаемых частот) и энергетической эффективности  $E_b/N_0$ , рассчитывается по формуле [15]

$$\frac{E_b}{N_0} = \frac{1}{R/\Delta F} (2^{R/\Delta F} - 1).$$

При скорости передачи символов канального алфавита  $R$ , равной пропускной способности канала передачи, зависимость определяет границу Шеннона. Полоса частот  $\Delta F$  может быть определена либо по 99 % концентрации энергии, либо

по уровню энергетического спектра, например  $-30$  дБ ( $\Delta F_{-30\text{ дБ}}$ ) или  $-60$  дБ ( $\Delta F_{-60\text{ дБ}}$ ).

Интересно обратить внимание на то, что от определений полосы  $\Delta F$  занимаемых частот существенно зависят и количественные результаты оценки спектральной эффективности. Это иллюстрируется графиками (рис. 7). На рис. 7 приведены зависимости спектральной эффективности для определения полосы частот по уровню  $-30$  дБ энергетического спектра (а),  $-60$  дБ (б) и по критерию концентрации 99 % энергии сигнала (в). Анализируя представленные зависимости, можно видеть, что при  $\Delta F_{-30\text{ дБ}}$  оптимальные сигналы проигрывают сигналам с RRC-импульсами при  $M_{\text{КАМ}} \leq 64$  до 20 %. С увеличением объема канального алфавита при  $M_{\text{КАМ}} = 256$  появляется выигрыш более 35 %. При использовании полосы  $\Delta F_{-60\text{ дБ}}$  оптимальные сигналы существенно выигрывают у сигналов на основе RRC-импульсов, особенно при  $M_{\text{КАМ}} = 256$ . При использовании определения полосы частот по критерию 99 % концентрации энергии можно видеть максимальное приближение к границе Шеннона. При спектральной эффективности  $R/\Delta F_{99\%} = 7$  (бит/с)/Гц энергетическая эффективность оптимальных сигналов оказывается примерно на 5 дБ выше, чем у сиг-

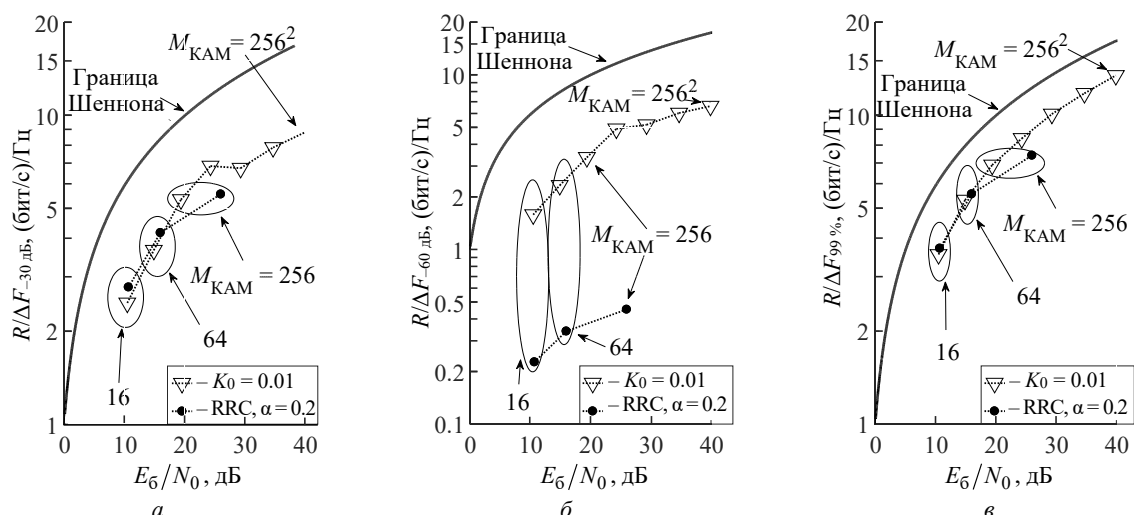


Рис. 7. Сравнение спектральной и энергетической эффективности оптимальных сигналов при  $K_0 = 0.01$  и сигналов с RRC при  $\alpha = 0.2$  на уровне вероятности ошибки  $10^{-3}$  при определении полосы занимаемых частот по уровню  $-30$  дБ (а);  $-60$  дБ (б); 99 % мощности сигнала (в)

Fig. 7. Comparison of spectral vs. energy efficiency of optimal signals with  $K_0 = 0.01$  and signals with RRC ( $\alpha = 0.2$ ) at  $\text{BER} = 10^{-3}$  for occupied frequency bandwidth determined by  $-30$  dB (a);  $-60$  dB (b); 99 % of signal power (c)

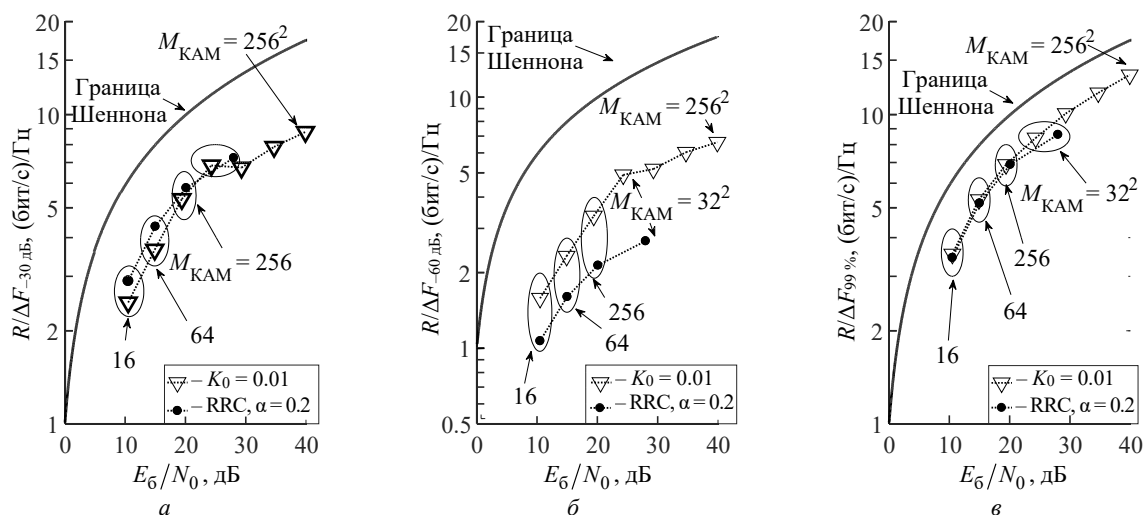


Рис. 8. Сравнение спектральной и энергетической эффективности оптимальных сигналов при  $K_0 = 0.01$  и сигналов с RRC при  $\alpha = 0.35$  на уровне вероятности ошибки  $10^{-3}$  при определении полосы занимаемых частот по уровню  $-30$  дБ (а);  $-60$  дБ (б); 99 % мощности сигнала (в)

Fig. 8. Comparison of spectral vs. energy efficiency of optimal signals with  $K_0 = 0.01$  and signals with RRC ( $\alpha = 0.35$ ) at  $\text{BER} = 10^{-3}$  for occupied frequency bandwidth determined by  $-30$  dB (a);  $-60$  dB (b); 99 % of signal power (c)

налов на основе RRC-импульсов с коэффициентом скругления  $\alpha = 0.2$ .

Рассмотрим ситуацию с увеличением коэффициента скругления RRC-импульсов до значения  $\alpha = 0.35$ , обеспечивающего более высокую энергетическую эффективность сигналов на основе этих импульсов. Однако и в этом случае применение оптимальных сигналов позволяет получить определенные выигрыши при увеличенных размерах сигнального созвездия. На рис. 8 приведены

сравнительные кривые спектральной и энергетической эффективности для  $\alpha = 0.35$ .

Представленные на рис. 8 зависимости аналогичны зависимостям на рис. 7. Как видно из сравнения значений спектральной эффективности оптимальных сигналов и сигналов на основе RRC-импульсов, тенденция роста выигрыша оптимальных сигналов увеличивается с ростом объема канального алфавита.

**Заключение.** Увеличение спектральной

эффективности квадратурных сигналов с амплитудной модуляцией с увеличенными размерами сигнального созвездия возможно путем применения оптимальных сигналов. При этом обеспечиваются минимальные энергетические потери и заданная скорость уровня энергетического спектра вне занимаемой полосы частот. Показано, что при анализе спектральной эффективности системы передачи сообщений наиболее адекватное сравнение с границей Шеннона обеспечивается при использовании

определения полосы занимаемых частот по критерию содержания 99 % мощности сигнала. Показано, что оптимальные сигналы, синтезированные в соответствии с критерием обеспечения заданной скорости спада уровня внеполосных излучений, позволяют получить энергетический выигрыш как минимум 4.9 дБ по сравнению с сигналами на основе RRC-импульсов с коэффициентом скругления  $\alpha = 0.2$  при спектральной эффективности больше либо равной 7 (бит/с)/Гц.

### Список литературы

1. ETSI EN 302 307-1 v1.4.1 (2014-11): Digital Video Broadcasting (DVB); Second generation framing structure, channel coding and modulation systems for Broadcasting, Interactive Services, News Gathering and other broadband satellite applications. Pt. 1: DVB-S2. URL: [https://www.etsi.org/deliver/etsi\\_en/302300\\_302399/30230701/01.04.01\\_60/en\\_30230701v010401p.pdf](https://www.etsi.org/deliver/etsi_en/302300_302399/30230701/01.04.01_60/en_30230701v010401p.pdf) (дата обращения: 28.07.2022).
2. ETSI EN 302 755 V1.4.1 (2015-07): Digital Video Broadcasting (DVB); Frame structure channel coding and modulation for a second generation digital terrestrial television broadcasting system (DVB-T2). URL: [https://www.etsi.org/deliver/etsi\\_en/302700\\_302799/302755/01.04.01\\_60/en\\_302755v010401p.pdf](https://www.etsi.org/deliver/etsi_en/302700_302799/302755/01.04.01_60/en_302755v010401p.pdf) (дата обращения: 28.07.2022).
3. Гельгор А. Л., Горлов А. И. Повышение спектральной и энергетической эффективности сигнально-кодовых конструкций DVB-S2 путем замены найквистовских импульсов на оптимальные финитные импульсы // Радиотехника. 2016. № 12. С. 94–104.
4. Нгуен В. Ф., Горлов А. И., Гельгор А. Л. Достижение максимальной спектральной эффективности путем одновременного увеличения размера сигнального созвездия и введения управляемой межсимвольной интерференции // Радиотехника. 2018. № 1. С. 42–48.
5. Optimizing the shape of faster-than-nyquist (FTN) signals with the constraint on energy concentration in the occupied frequency bandwidth / S. B. Makarov, A. S. Ovsyannikova, S. V. Zavjalov, I. I. Lavrenyuk, M. Liu, W. Xue, J. Qi // IEEE Access. 2020. Vol. 8. P. 130082–130093. doi: 10.1109/ACCESS.2020.3009213
6. Said A., Anderson J. B. Bandwidth-Efficient Coded Modulation With Optimized Linear Partial-Response Signals // IEEE Trans. Inform. Theory. 1998. Vol. 44, № 2. P. 701–713. doi: 10.1109/18.661514
7. Evaluation of Finite Discrete RRC-Pulse Parameters to Simulate DVB-S2 with LDM / D. Puzko, Y. Batov, A. Gelgor, D. Tkachenko, P. Angueira, J. Montalban // 2019 IEEE Intern. Conf. on Electrical Engineering and Photonics (EExPolytech), St Petersburg, Russia, 17–18 Oct. 2019. IEEE, 2019. P. 140–143. doi: 10.1109/EExPolytech.2019.8906847
8. Rashich A., Kislitsyn A., Gorbunov S. Trellis Demodulator for Pulse Shaped OFDM // 2018 IEEE Intern. Black Sea Conf. on Communications and Networking (BlackSeaCom). Batumi, Georgia, 04–07 June 2018. IEEE, 2018. P. 1–5. doi: 10.1109/BlackSeaCom.2018.8433690
9. Zavjalov S. V., Volvenko S. V., Makarov S. B. A Method for Increasing the Spectral and Energy Efficiency SEFDM Signals // IEEE Communications Letters. 2016. Vol. 20, № 12. P. 2382–2385. doi: 10.1109/LCOMM.2016.2607742
10. Rashich A., Urvantsev A. Pulse-Shaped Multi-carrier Signals with Nonorthogonal Frequency Spacing // 2018 IEEE Intern. Black Sea Conf. on Communications and Networking (BlackSeaCom). Batumi, Georgia, 04–07 June 2018. IEEE, 2018. P. 1–5. doi: 10.1109/BlackSeaCom.2018.8433714
11. Гельгор А. Л., Горлов А. И., Попов Е. А. Преодоление "барьера" Найквиста при использовании одночастотных неортогональных многокомпонентных сигналов // Радиотехника. 2015. № 1. С. 32–48.
12. Lathi, B., Green, R. Essentials of Digital Signal Processing. Cambridge: Cambridge University Press, 2014. 760 p. doi:10.1017/CBO9781107444454
13. Gelgor A., Gelgor T. New Pulse Shapes for Partial Response Signaling to Outperform Faster-than-Nyquist Signaling // 2019 IEEE Intern. Conf. on Electrical Engineering and Photonics (EExPolytech). St Petersburg, Russia, 17–18 Oct. 2019. IEEE, 2019. P. 144–148. doi: 10.1109/EExPolytech.2019.8906884
14. Макаров С. Б., Завьялов С. В., Овсянникова А. С. Спектральная и энергетическая эффективность оптимальных АФМ сигналов с увеличенными размерами сигнального созвездия // Вопр. радиоэлектроники. Сер. Техника телевидения. 2022. Вып. 2. С. 30–42.
15. Phuoc Nguyen T. H., Gelgor A. Means to Enhance the Bandwidth Gain from Applying Multicomponent Signals in DVB-S2 // 2019 IEEE Intern. Conf. on Electrical Engineering and Photonics (EExPolytech). St Petersburg, Russia, 17–18 Oct. 2019. IEEE, 2019. P. 173–176. doi: 10.1109/EExPolytech.2019.8906865
16. Френкс, Л. Теория сигналов / пер. с англ. М. Р. Краевской и Р. М. Седлецкого; под ред. Д. Е. Вакмана. М.: Сов. радио, 1974. 343 с.

17. Гуревич М. С. Спектры радиосигналов. М.: Связьиздат, 1963. 312 с.

18. Slepian D. On bandwidth // Proc. of the IEEE. 1976. Vol. 64, № 3. P. 292–300. doi: 10.1109/PROC.1976.10110

19. Slepian D., Pollak H. O. Prolate spheroidal wave functions, fourier analysis and uncertainty – I //

The Bell System Technical J. 1961. Vol. 40, № 1. P. 43–63. doi: 10.1002/j.1538-7305.1961.tb03976.x

20. A Reduction of Peak-to-Average Power Ratio Based Faster-Than-Nyquist Quadrature Signals for Satellite Communication / S. B. Makarov, M. Liu, A. S. Ovsyannikova, S. V. Zavjalov, I. Lavrenyuk, W. Xue, Y. Xu // Symmetry. 2021. Vol. 13, iss. 2. P. 346. doi: 10.3390/sym13020346

### Информация об авторах

**Макаров Сергей Борисович** – доктор технических наук (1991), профессор (1994) Высшей школы прикладной физики и космических технологий Санкт-Петербургского политехнического университета Петра Великого. Автор более 150 научных работ. Сфера научных интересов – цифровая обработка сигналов; спектрально-эффективные сигналы; 5G.

Адрес: Санкт-Петербургский политехнический университет Петра Великого, ул. Политехническая, д. 29, Санкт-Петербург, 195251, Россия

E-mail: makarov@cee.spbstu.ru

<https://orcid.org/0000-0001-7006-9634>

**Завьялов Сергей Викторович** – кандидат технических наук (2015), доцент (2020) Высшей школы прикладной физики и космических технологий Санкт-Петербургского политехнического университета Петра Великого. Автор более 80 научных работ. Сфера научных интересов – цифровая обработка сигналов; спектрально-эффективные сигналы; 5G.

Адрес: Санкт-Петербургский политехнический университет Петра Великого, ул. Политехническая, д. 29, Санкт-Петербург, 195251, Россия

E-mail: zavyalov\_sv@spbstu.ru

<https://orcid.org/0000-0003-3398-3616>

**Овсянникова Анна Сергеевна** – аспирант Высшей школы прикладной физики и космических технологий Санкт-Петербургского политехнического университета Петра Великого. Автор 38 научных работ. Сфера научных интересов – цифровая обработка сигналов; спектрально-эффективные сигналы; 5G.

Адрес: Санкт-Петербургский политехнический университет Петра Великого, ул. Политехническая, д. 29, Санкт-Петербург, 195251, Россия

E-mail: ovsyannikova\_as@spbstu.ru

<https://orcid.org/0000-0002-3401-2718>

### References

1. ETSI EN 302 307-1 v1.4.1 (2014-11): Digital Video Broadcasting (DVB); Second generation framing structure, channel coding and modulation systems for Broadcasting, Interactive Services, News Gathering and other broadband satellite applications; Part 1: DVB-S2. Available at: [https://www.etsi.org/deliver/etsi\\_en/302300\\_302399/30230701/01.04.01\\_60/en\\_30230701v010401p.pdf](https://www.etsi.org/deliver/etsi_en/302300_302399/30230701/01.04.01_60/en_30230701v010401p.pdf) (accessed: 28.07.2022).

2. ETSI EN 302 755 V1.4.1 (2015-07): Digital Video Broadcasting (DVB); Frame structure channel coding and modulation for a second generation digital terrestrial television broadcasting system (DVB-T2). Available at: [https://www.etsi.org/deliver/etsi\\_en/302700\\_302799/302755/01.04.01\\_60/en\\_302755v010401p.pdf](https://www.etsi.org/deliver/etsi_en/302700_302799/302755/01.04.01_60/en_302755v010401p.pdf) (accessed: 28.07.2022).

3. Gelgor A. L., Gorlov A. I. Transition from Nyquist Pulses to Optimal Finite Pulses. Radioengineering. 2016, no. 12, pp. 94–104. (In Russ.)

4. Nguen V. F., Gorlov A. I., Gelgor A. L. Towards to the Maximum Bandwidth Efficiency by Combining Increasing Signal Constellation Size and Introducing ISI. Radioengineering. 2018, no. 1, pp. 42–48. (In Russ.)

5. Makarov S. B., Ovsyannikova A. S., Zavjalov S. V.,

Lavrenyuk I. I., Liu M., Xue W., Qi J. Optimizing the shape of faster-than-nyquist (FTN) signals with the constraint on energy concentration in the occupied frequency bandwidth. IEEE Access. 2020, vol. 8, pp. 130082–130093. doi: 10.1109/ACCESS.2020.3009213

6. Said A., Anderson J. B. Bandwidth-Efficient Coded Modulation With Optimized Linear Partial-Response Signals. IEEE Trans. Inform. Theory. 1998, vol. 44, no. 2, pp. 701–713. doi: 10.1109/18.661514

7. Puzko D., Batov Y., Gelgor A., Tkachenko D., Angueira P., Montalban J. Evaluation of Finite Discrete RRC-Pulse Parameters to Simulate DVB-S2 with LDM. 2019 IEEE Intern. Conf. on Electrical Engineering and Photonics (EExPolytech), St Petersburg, Russia, 17–18 Oct. 2019. IEEE, 2019, pp. 140–143. doi: 10.1109/EExPolytech.2019.8906847

8. Rashich A., Kislitsyn A., S. Gorbunov. Trellis Demodulator for Pulse Shaped OFDM. 2018 IEEE Intern. Black Sea Conf. on Communications and Networking (BlackSeaCom). Batumi, Georgia, 04–07 June 2018. IEEE, 2018, pp. 1–5. doi: 10.1109/BlackSeaCom.2018.8433690

9. Zavjalov S. V., Volvenko S. V., Makarov S. B. A Method for Increasing the Spectral and Energy Effi-



ciency SEFDM Signals. IEEE Communications Letters. 2016, vol. 20, no. 12, pp. 2382–2385. doi: 10.1109/LCOMM.2016.2607742

10. Rashich A., Urvantsev A. Pulse-Shaped Multi-carrier Signals with Nonorthogonal Frequency Spacing. 2018 IEEE Intern. Black Sea Conf. on Communications and Networking (BlackSeaCom). Batumi, Georgia, 04–07 June 2018. IEEE, 2018, pp. 1–5, doi: 10.1109/BlackSeaCom.2018.8433714

11. Gelgor A. L., Gorlov A. I., Popov E. A. Exceeding the "Nyquist Barrier" by Single-Carrier Nonorthogonal Multicomponent Signals. Radioengineering. 2015, no. 1, pp. 32–48. (In Russ.)

12. Lathi, B., Green, R. Essentials of Digital Signal Processing. Cambridge, Cambridge University Press, 2014, 760 p. doi:10.1017/CBO9781107444454

13. Gelgor A., Gelgor T. New Pulse Shapes for Partial Response Signaling to Outperform Faster-than-Nyquist Signaling. 2019 IEEE Intern. Conf. on Electrical Engineering and Photonics (EExPolytech). St Petersburg, Russia, 17–18 October 2019. IEEE, 2019, pp. 144–148. doi: 10.1109/EExPolytech.2019.8906884

14. Makarov S. B., Zavjalov S. V., Ovsyannikova A. S. Spectral and Energy Efficiency of Optimal APM Signals with Extended Signal Constellations. *Voprosy ra-*

*dioelektroniki, seriya Tekhnika televideniya*. 2022, iss. 2, pp. 30–42. (In Russ.)

15. Phuoc Nguyen T. H., Gelgor A. Means to Enhance the Bandwidth Gain from Applying Multicomponent Signals in DVB-S2. 2019 IEEE Intern. Conf. on Electrical Engineering and Photonics (EExPolytech). Petersburg, Russia, 17–18 Oct. 2019. IEEE, 2019, pp. 173–176. doi: 10.1109/EExPolytech.2019.8906865

16. Franks L. E. Signal Theory. NJ Englewood Cliffs, Prentice-Hall, 1969, 317 p.

17. Gurevich M. S. *Spektry radiosignalov* [Spectra of Radio Signals]. Moscow, Svyaz'izdat, 1963, 312 p. (In Russ.)

18. Slepian D. On Bandwidth. Proc. of the IEEE. 1976, vol. 64, no. 3, pp. 292–300. doi: 10.1109/PROC.1976.10110

19. Slepian D., Pollak H. O. Prolate Spheroidal Wave Functions, Fourier Analysis and Uncertainty – I. The Bell System Technical J. 1961, vol. 40, no. 1, pp. 43–63. doi: 10.1002/j.1538-7305.1961.tb03976.x

20. Makarov S. B., Liu M., Ovsyannikova A. S., Zavjalov S. V., Lavrenyuk I., Xue W., Xu Y. A Reduction of Peak-to-Average Power Ratio Based Faster-Than-Nyquist Quadrature Signals for Satellite Communication. Symmetry. 2021, vol. 13, iss. 2, p. 346. doi: 10.3390/sym13020346

#### Information about the authors

**Sergey B. Makarov**, Dr Sci. (Eng.) (1991), Professor (1994) of the Higher school of applied physics and space technologies of Peter the Great St Petersburg Polytechnic University. The author of more than 150 scientific publications. Area of expertise: digital signal processing; spectrally efficient signals; 5G.

Address: Peter the Great St Petersburg Polytechnic University, 29, Polytechnicheskaya St., St Petersburg 195251, Russia

E-mail: makarov@cee.spbstu.ru

<https://orcid.org/0000-0001-7006-9634>

**Sergey V. Zavjalov**, Cand. Sci. (Eng.) (2015), Associate Professor (2020) of the Higher school of applied physics and space technologies of Peter the Great St Petersburg Polytechnic University. The author of more than 80 scientific publications. Area of expertise: digital signal processing; spectrally efficient signals; 5G.

Address: Peter the Great St Petersburg Polytechnic University, 29, Polytechnicheskaya St., St Petersburg 195251, Russia

E-mail: zavjalov\_sv@spbstu.ru

<https://orcid.org/0000-0003-3398-3616>

**Anna S. Ovsyannikova**, Postgraduate student of the Higher school of applied physics and space technologies of Peter the Great St Petersburg Polytechnic University. The author of 38 scientific publications. Area of expertise: digital signal processing; spectrally efficient signals; 5G.

Address: Peter the Great St Petersburg Polytechnic University, 29, Polytechnicheskaya St., St Petersburg 195251, Russia

E-mail: ovsyannikova\_as@spbstu.ru

<https://orcid.org/0000-0002-3401-2718>