



УДК 621.396.62

В. А. Сьянов

Нижегородский государственный технический
университет им. Р. Е. Алексеева

Весовая обработка сигналов на основе кодов Баркера с малым числом различающихся весовых коэффициентов

Рассмотрен метод подавления боковых лепестков сигналов на основе кодов Баркера с малым числом различающихся весовых коэффициентов. Приведена регулярная методика отыскания весовых коэффициентов. Рассчитаны коэффициенты весовых фильтров первого, второго и третьего порядков нечетных кодов Баркера. Найдены потери в отношении "сигнал/шум".

Автокорреляционная функция, передаточная функция, инверсный фильтр, ромбовидная таблица

Применение сложных сигналов с большими базами в радиолокации и связи дает ряд преимуществ по сравнению с простыми сигналами. Наряду с этим можно отметить и недостатки их применения. Один из них – наличие боковых лепестков по оси времени в обе стороны от сжатого импульса. При использовании бинарных фазокодомодулированных (ФКМ) сигналов Баркера, состоящих из N элементов, уровень их боковых лепестков в N раз ниже уровня основного пика и одинаков для каждого из них [1].

При наблюдении обстановки радиолокационной станцией, использующей сжатие импульсов большого числа целей с существенным разбросом значений эффективных поверхностей рассеяния, боковые лепестки по дальности представляют собой источник интерференционных помех, которые могут замаскировать более слабые цели. Этот недостаток в случае использования ФКМ-сигналов Баркера усугубляется тем, что уровень их боковых лепестков не уменьшается при удалении от центрального пика, как это, например, наблюдается для ЛЧМ-сигнала.

Таким образом, возникает необходимость применения устройств подавления боковых лепестков – весовых фильтров. Платой за их использование являются дополнительные потери в отношении "сигнал/шум" вследствие неоптимальности обработки сигналов [2], [3].

Один из возможных путей решения задачи – применение инверсных весовых фильтров [4], [5].

Недостатками указанных устройств являются сложность их технической реализации и отсутствие регулярной методики расчета весовых коэффициентов. В настоящей статье сделана попытка устранить эти недостатки.

Рассмотрим устройство обработки сигналов Баркера в виде весового инверсного фильтра, следующего за согласованным. Найдем энергетический спектр сигнала Баркера как преобразование Фурье от его автокорреляционной функции в следующем виде:

$$G(f) = c \left(\frac{\sin \pi f \tau_0}{\pi f \tau_0} \right)^2 H(f), \quad (1)$$

где f – частота; $c = \text{const}$; τ_0 – длительность парциального импульса. В (1) первый множитель является спектром треугольного импульса, а второй обусловлен фазовой манипуляцией и имеет вид

$$H(f) = \begin{cases} N - 1 + \frac{\sin 2\pi f \tau_0 N}{\sin 2\pi f \tau_0}, & N = 5, 13; \\ N + 1 - \frac{\sin 2\pi f \tau_0 N}{\sin 2\pi f \tau_0}, & N = 3, 7, 11. \end{cases} \quad (2)$$

Из (2) следует, что множитель $H(f)$ является периодической функцией Дирихле вида $\sin Nx / \sin x$ с постоянной составляющей и не обращается в ноль на любой частоте f . Последнее обстоятельство позволяет отыскать весовой фильтр как фильтр, инверсный $H(f)$.

Пропускание сигнала после оптимального фильтра через такой инверсный фильтр приводит к подавлению боковых лепестков сжатого импульса. Физически последнее можно обосновать тем, что при $H(f) = \text{const}$ энергетический спектр будет спектром единичного треугольного импульса. Боковые лепестки в этом случае могут быть подавлены до сколь угодно малого уровня.

Для коэффициента передачи весового фильтра $G_B(f)$, осуществляющего "полное" подавление боковых лепестков с точностью до фазового множителя, характеризующего инерционные свойства фильтра, из (1) можно найти:

$$G_B(f) = \begin{cases} [N + \varphi(f)]^{-1}, & N = 5, 13; \\ [N - \varphi(f)]^{-1}, & N = 3, 7, 11, \end{cases} \quad (3)$$

где $\varphi(f) = \frac{\sin 2\pi f \tau_0 N}{\sin 2\pi f \tau_0} - 1$.

Поскольку $|\varphi(f)|/N < 1$, выражение (3) можно представить суммой членов бесконечно убывающей геометрической прогрессии:

$$G_B(f) = \sum_{i=0}^{\infty} \beta_i \varphi^i(f),$$

где $\beta_i = \text{const}$, зависящие от N .

Из соображений физической реализуемости ограничим верхний предел суммирования и получим l -е приближение предыдущего выражения

$$G_B^{(l)}(f) = \sum_{i=0}^l \beta_i \varphi^i(f). \quad (4)$$

Выражение (4) можно представить в следующем виде:

$$G_B^{(l)}(f) = \alpha_l + \varphi(f) \times [\alpha_{l-1} + \dots + \varphi(f) [\alpha_1 + \varphi(f)] \dots], \quad (5)$$

где $\alpha_i = \text{const}$ выражаются через β_i .

Выражение (5) с точностью до постоянного фазового множителя $\exp[-j2\pi f \tau_0 (N-1)l]$, характеризующего задержку в фильтре, определяет коэффициент передачи весового фильтра l -го приближения.

Для отыскания структуры этого фильтра (рис. 1) найдем его импульсную характеристику $g^{(l)}(t)$ как преобразование Фурье от (5):

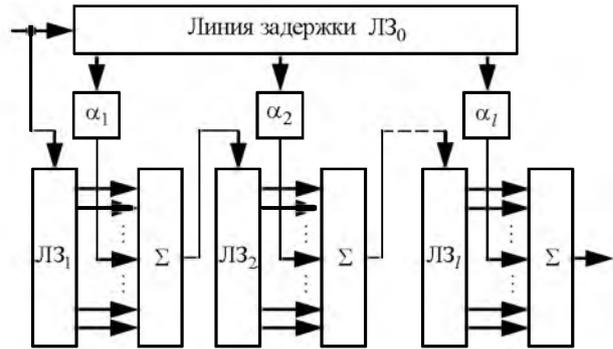


Рис. 1

$$g^{(l)}(t) = \alpha_l \delta(t - t_l) + g(t) \otimes [\alpha_{l-1} \delta(t - t_{l-1}) + \dots + g(t) \otimes [\alpha_1 \delta(t - t_1) + g(t)] \dots], \quad (6)$$

где $\delta(t)$ – дельта-функция Дирака; $t_i = i(N-1)\tau_0$, $i \in [1, l]$ – время задержки между отводами в

ЛЗ0; $g(t) = \sum_{i=0}^{N-1} \delta(t - 2i\tau_0) - \delta(t - t_1)$ – преоб-

разование Фурье от $\varphi(f)$; "⊗" – обозначение операции свертки.

Как видно из выражения (6), весовой фильтр l -го приближения состоит из идентичных структур с импульсной характеристикой $g(t)$, включающих в себя линии задержки ЛЗ1–ЛЗl с $N-1$ отводами и сумматоры. Время задержки между соседними отводами ЛЗ в этих структурах составляет $2\tau_0$, а общая задержка в них равна $2\tau_0(N-1)$. Центральные веса α_i расположены на выводах ЛЗ0 с задержкой $t_1 = (N-1)\tau_0$ между ними, а также между входом и выводом с весом α_1 .

В частном случае для $l=1$ из (6) имеем $g^{(1)}(t) = \alpha_1 \delta(t - t_1) + g(t)$, где $t_1 = (N-1)\tau_0$ – время задержки для центрального весового коэффициента. Структурная схема фильтра первого приближения показана на рис. 2. Он представляет собой устройство весового суммирования с единственным отличным от единицы весовым коэффициентом α_1 .

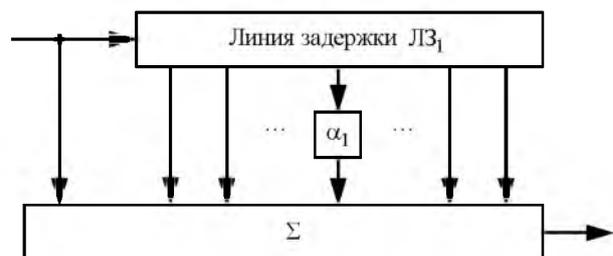


Рис. 2

Рассмотрим методику отыскания весового коэффициента α_1 для весового фильтра первого приближения, который в дальнейшем будем называть однозвенным.

Для отыскания весового коэффициента α_1 необходимо найти сигнал на выходе однозвенного весового фильтра как свертку решетчатых функций входного сигнала и импульсной характеристики весового фильтра. Решетчатая функция сигнала характеризует его значения в дискретные моменты времени $t_i = i\tau_0$, $i = 0, 1, 2, \dots$

Решетчатая функция сигнала Баркера единичной амплитуды при $N = 5$ имеет вид

$$S_5 = (S_{5i}) = (1, 0, 1, 0, 5, 0, 1, 0, 1), \quad i = \overline{1, 9}.$$

Этот сигнал поступает на вход весового фильтра с импульсной характеристикой

$$g_5^{(1)} = (g_{5j}^{(1)}) = (1, 0, 1, 0, \alpha_1, 0, 1, 0, 1), \quad j = \overline{1, 9}.$$

Для определения выходного сигнала весового фильтра применим ромбовидную табл. 1 [1]. В строках таблицы приведены копии входного сигнала с учетом задержек на $t_i = i\tau_0$, соответствующих j -м членам импульсной характеристики (выводов ЛЗ)¹. В последней строке таблицы дана решетчатая функция выходного сигнала фильтра (выхода сумматора). Прочерками в ячейках таблицы указаны начальные значения, присутствующие на выводах ЛЗ до прихода сигнала. В рассмотрен-

Таблица 1

j	$g_5^{(1)}$	i									
		0	1	2	3	4	5	6	7	8	...
0	1	1	0	1	0	5	0	1	0	1	...
2	1	-	-	1	0	1	0	5	0	1	...
4	α_1	-	-	-	-	α_1	0	α_1	0	$5\alpha_1$...
6	1	-	-	-	-	-	-	1	0	1	...
8	1	-	-	-	-	-	-	-	-	1	...
Σ		1	0	2	0	$6 + \alpha_1$	0	$7 + \alpha_1$	0	$5\alpha_1 + 4$...

ном примере эти значения приняты равными 0.

Запишем задачу определения как задачу нелинейного программирования:

$$\begin{cases} (5\alpha_1 + 4)_{\max}; \\ |6 + \alpha_1| \leq 2; \\ |7 + \alpha_1| \leq 2. \end{cases} \quad (7)$$

¹ Для упрощения записи ромбовидной таблицы с учетом симметрии решетчатой функции сигнала Баркера и импульсной характеристики фильтра приведена только ее левая часть, заканчивающаяся столбцом с максимальным откликом.

Здесь первое выражение указывает на задачу определения значения α_1 , максимизирующего выражение $(5\alpha_1 + 4)$, а последующие – описывают ограничения решения задачи, в данном случае – ограничения на уровень боковых лепестков, зависящих от α_1 , которые не должны превышать по абсолютному значению максимальных боковых лепестков, не зависящих от α_1 .

Система (7) удовлетворяется при $\alpha_1 = -8$. Тогда решетчатая функция выходного сигнала имеет вид²

$$S_5^{(1)} = (1, 0, 2, 0, -2, 0, -1, 0, -36, \dots). \quad (8)$$

Аналогичным образом, используя ромбовидную табл. 2 можно найти сигнал на выходе весо-

Таблица 2

j	$g_5^{(1)}$	i								
		0	1	2	3	4	5	6	7	8
0	1	-1	0	3	0	-1	-	-	-	-
2	α_1	-	-	$-\alpha_1$	0	$3\alpha_1$	0	$-\alpha_1$	-	-
4	1	-	-	-	-	-1	0	3	0	-1
Σ		-1	0	$3 - \alpha_1$	0	$3\alpha_1 - 2$	0	$3 - \alpha_1$	0	-1

вого фильтра для $N = 3$.

Запишем условия для отыскания α_1 :

$$\begin{cases} (3\alpha_1 - 2)_{\max}; \\ |3 - \alpha_1| \leq 1. \end{cases} \quad (9)$$

Система (9) удовлетворяется при $\alpha_1 = 4$. Сигнал на выходе весового фильтра имеет следующий вид:

$$S_3^{(1)} = (-1, 0, -1, 0, 10, 0, -1, 0, -1).$$

В этом случае относительный уровень боковых лепестков составляет 1/10 против 1/3 во входном сигнале.

Перейдем к рассмотрению фильтра второго приближения. Для $l = 2$ импульсная характеристика весового фильтра имеет вид

$$g^{(2)}(t) = \alpha_2 \delta(t - t_2) + g(t) \otimes [\alpha_1 \delta(t - t_1) + g(t)],$$

где $t_2 = (N - 1)2\tau_0$, $t_1 = (N - 1)\tau_0$ – времена задержки суммирования весовых коэффициентов α_2 и α_1 соответственно.

На рис. 3 представлена структурная схема весового фильтра второго приближения. Он состоит

² Поскольку получающийся после взвешивания сигнал симметричен, для сокращения записи приведена только его левая половина.

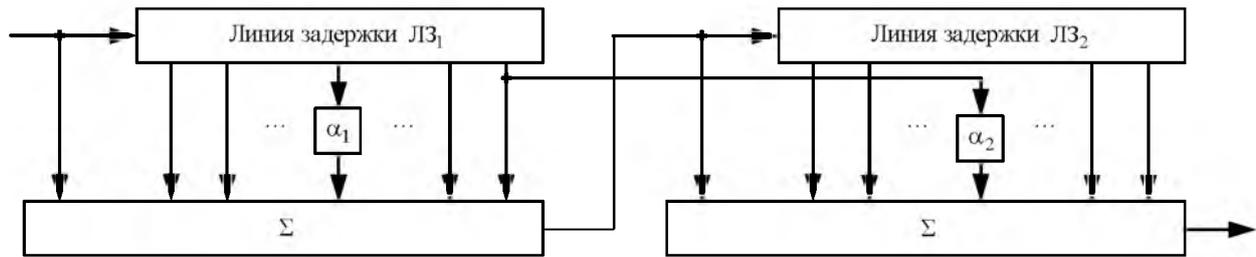


Рис. 3

Таблица 3

j	g ₅ ⁽²⁾	i														
		0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	...	
0	1	1	0	2	0	-2	0	-1	0	-36	0	-1	0	-2	...	
2	1	-	-	1	0	2	0	-2	0	-1	0	-36	0	-1	...	
4	α ₂	-	-	-	-	-	-	-	-	α ₂	0	α ₂	0	5α ₂	...	
6	1	-	-	-	-	-	-	1	0	2	0	-2	0	-1	...	
8	1	-	-	-	-	-	-	-	-	1	0	2	0	-2	...	
Σ		1	0	3	0	0	0	-2	0	α ₂ - 34	0	α ₂ - 37	0	5α ₂ - 6	...	

из двух идентичных структур $g(t)$ весового суммирования, включенных последовательно. Левый по схеме каскад совпадает со схемой фильтра первого приближения. Линия задержки ЛЗ₁ обеспечивает задержки входного сигнала для ветвей с весовыми коэффициентами α_1 и α_2 , поэтому ЛЗ₀ в двухзвенном весовом фильтре отсутствует. На вход правого весового фильтра поступает ранее полученный сигнал, в частности, для решетчатой функции сигнала кода Баркера при $N = 5$ – сигнал (8).

Опираясь на ромбовидную табл. 3, найдем значение коэффициента α_2 правого по схеме на рис. 3 фильтра первого приближения.

Весовой коэффициент α_2 определим из условия максимизации центрального пика при минимальных значениях боковых лепестков, зависящих от искомого коэффициента:

$$\begin{cases} (5\alpha_2 - 6)_{\max}; \\ |\alpha_2 - 34| \leq 3; \\ |\alpha_2 - 37| \leq 3. \end{cases} \quad (10)$$

Условия (10) выполняются для $\alpha_2 = 37$. Решетчатая функция получающегося при этом сигнала имеет вид

$$S_5^{(2)} = (1, 0, 3, 0, 0, 0, -2, 0, 3, 0, 0, 0, 179, \dots). \quad (11)$$

(Аналогично (8) из-за симметрии отклика приведена лишь левая половина сигнала.)

Из (11) следует, что относительный максимальный уровень бокового лепестка после двухзвенного весового фильтра уменьшился до значе-

ния $\mu_2 \approx 1/60$, т. е. в 12 раз по сравнению с боковым лепестком входного сигнала, равным $1/5$.

Результаты расчета весовых коэффициентов α_1 , α_2 и α_3 для известных нечетных кодов Баркера и относительного максимального уровня боковых лепестков после весового фильтра первого μ_1 , второго μ_2 и третьего μ_3 приближений сведены в табл. 4³. Из представленных данных следует, что использование одного звена весового фильтра обеспечивает подавление боковых лепестков примерно на 10 дБ. Наиболее эффективное подавление боковых лепестков наблюдается для кодов Баркера с $N = 3, 5$ и 13.

Таблица 4

Параметр	N				
	3	5	7	11	13
α ₁	4	-8	6	8	-24
α ₂	10	37	33	70	308
α ₃	29	-174	220	727	-4010
μ ₁ , дБ	-20	-25	-21.5	-24	-34
μ ₂ , дБ	-29	-35.5	-27.7	-29.4	-45.5
μ ₃ , дБ	-32.5	-43	-30.6	-31.7	-54.8

Определим потери в отношении "сигнал/шум", возникающие при использовании весовых фильтров. Найдем дисперсию шума на выходе весового фильтра $\sigma_{\text{ВЫХ}}^2$ через дисперсию на его входе $\sigma_{\text{ВХ}}^2$:

$$\sigma_{\text{ВЫХ}}^2 = \frac{\sigma_{\text{ВХ}}^2}{N} \sum_{K=-(N-1)}^{N-1} R_K G_K, \quad (12)$$

³ Значения μ_1 , μ_2 , μ_3 (табл. 4) и ρ_1 , ρ_2 , ρ_3 (табл. 5) получены математическим моделированием в среде MATLAB Simulink.

Таблица 5

Параметр	N				
	3	5	7	11	13
ρ_1 , дБ	-0.56	-0.36	-0.42	-0.31	-0.14
ρ_2 , дБ	-0.98	-0.56	-0.66	-0.46	-0.21
ρ_3 , дБ	-1.06	-0.65	-0.84	-0.6	-0.21

где $R_K = \sum_{j=0}^{N-1} S_j S_{j-K}$ – решетчатая АКФ кода

Баркера; $G_K = \sum_{i=0}^{M-1} g_i^{(l)} g_{i-K}^{(l)}$ – решетчатая АКФ

импульсной характеристики весового фильтра.

Коэффициент потерь весового фильтра запишем в следующем виде:

$$\rho = (A_{\text{ВЫХ}}/A_{\text{ВХ}})(\sigma_{\text{ВХ}}/\sigma_{\text{ВЫХ}}), \quad (13)$$

где $A_{\text{ВЫХ}}$, $A_{\text{ВХ}}$ – значения максимальных пиков на выходе и входе весового фильтра соответственно.

Подставив (12) в (13) и учитывая, что для входного кода Баркера единичной амплитуды $A_{\text{ВХ}} = N$, получим для весового фильтра l -го приближения

$$\rho = A_{\text{ВЫХ}} / \sqrt{N \sum_{k=-(N-1)}^{N-1} R_K G_K^{(l)}}. \quad (14)$$

С использованием (14) рассчитаны потери в отношении "сигнал/шум" для весовых фильтров первого (ρ_1), второго (ρ_2) и третьего (ρ_3) приближений (табл. 5). Из таблицы следует, что по-

тери в отношении "сигнал/шум" при весовой обработке кодов Баркера не превышают 1 дБ и уменьшаются с ростом числа элементов кода.

В настоящей статье проведен синтез и получена структурная схема инверсного весового фильтра подавления боковых лепестков кодов Баркера с нечетным количеством элементов. Показано, что данный фильтр может обеспечить подавление боковых лепестков до сколь угодно малого уровня при минимальном количестве различающихся весов по сравнению с известными фильтрами [2], [4], [5]. В статье предложена простая методика отыскания весовых коэффициентов. Простота структуры и малое количество весов позволяют уменьшить аппаратные и энергетические затраты, повысить быстродействие таких фильтров за счет сокращения числа выполняемых арифметических операций при цифровой обработке входных сигналов.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Лезин Ю. С. Введение в теорию и технику радиотехнических систем. М.: Радио и связь, 1986. 280 с.
2. Тихонов В. И. Статистическая радиотехника. М.: Сов. радио, 1966. 679 с.
3. Амиантов И. Н. Избранные вопросы статистической теории связи. М.: Сов. радио, 1971. 417 с.
4. Калениченко С. П., Сокольников В. А. Обработка радиолокационных сигналов в цифровых филь-

трах с подавлением боковых лепестков функции отклика // Изв. вузов России. Радиоэлектроника. 2009. Вып. 2. С. 69–75.

5. Pat. US 20 080 111 734 A1. Int. Cl. G01S13/00 (2006.01). Multiplicative Mismatched Filters for Optimum Range Side Lobe Suppression in Barker Code Reception / A. T. Fam, Indranil Sarkar. Publ. 2008/05/15.

V. A. Syanov

Nizhny Novgorod State Technical University n. a. R. E. Alekseev

Weight processing of signals based on the Barker codes with few different weights

The method of the inverse filter to suppress side lobe signals based on the Barker codes with few different weights. The regular methodology of finding the weight coefficients is presented. The coefficients of weight filter the first, second and third orders are calculated for odd Barker codes. The losses in signal-to-noise ratio are calculated.

Autocorrelation function, transfer function, inverse filter, diamond-shaped table

Статья поступила в редакцию 27 ноября 2015 г.