

Радиолокация и радионавигация

УДК 621.396.9

Оригинальная статья

<https://doi.org/10.32603/1993-8985-2020-23-6-17-27>

## Точность местоопределения наземных источников, использующих геостационарные ретрансляторы

Р. Д. Галл✉

ООО Научно-производственное предприятие "Новые технологии телекоммуникаций",  
Санкт-Петербург, Россия

✉ [roman942010@mail.ru](mailto:roman942010@mail.ru)

### Аннотация

**Введение.** В настоящее время наблюдается значительное увеличение количества спутников-ретрансляторов на геостационарной орбите, при этом часто фиксируются случаи незаконного использования частотного ресурса таких спутников, а также непреднамеренного и преднамеренного создания помех другим пользователям. В связи с этим возникает необходимость оценки точности и применимости различных методов определения местоположения источников нелегального и помехового радиоизлучения при различных параметрах сигналов и различной степени неопределенности относительно координат и векторов скорости спутников-ретрансляторов.

**Цель работы.** Исследование и оценка точности методов геолокации источников радиоизлучения (ИРИ), работающих через геостационарные спутники-ретрансляторы, при различных параметрах сигналов геолоцируемых ИРИ и различной степени априорной неопределенности относительно координат и векторов скорости спутников-ретрансляторов.

**Материалы и методы.** Используются метод имитационного моделирования и теория цифровой обработки сигналов.

**Результаты.** Рассмотрены факторы, влияющие на точность оценки параметров TDOA (Time Difference of Arrival) и FDOA (Frequency Difference of Arrival) при определении местоположения (ОМП) ИРИ, работающих через спутники-ретрансляторы, расположенные на геостационарной орбите. В результате имитационного моделирования получена оценка точности рассмотренных методов геолокации в зависимости от ширины полосы сигнала ИРИ, длительности записи и степени априорной неопределенности относительно координат и векторов скорости спутников-ретрансляторов. Сформулированы рекомендации по применению рассмотренных методов в различных условиях.

**Заключение.** Выводы и рекомендации, сформулированные в результате исследования, позволят в зависимости от конкретных условий и параметров сигналов выбирать наиболее подходящий метод геолокации для повышения точности ОМП ИРИ.

**Ключевые слова:** геолокация, определение местоположения, координатометрия, геостационарный спутник, метод TDOA-TDOA, метод TDOA-FDOA, метод FDOA-FDOA

**Для цитирования:** Галл Р. Д. Точность местоопределения наземных источников, использующих геостационарные ретрансляторы // Изв. вузов России. Радиоэлектроника. 2020. Т. 23, № 6. С. 17–27. doi: 10.32603/1993-8985-2020-23-6-17-27

**Конфликт интересов.** Автор заявляет об отсутствии конфликта интересов.

Статья поступила в редакцию 15.10.2020; принята к публикации после рецензирования 16.11.2020; опубликована онлайн 29.12.2020



## Accuracy of Positioning of Ground Sources Using Geostationary Repeaters

Roman D. Gall ✉

"New Telecommunication Technologies" RPE Co. Ltd., St Peterburg, Russia

✉ roman942010@mail.ru

### Abstract

**Introduction.** Currently, there is a significant increase in the number of relay satellites in geostationary orbit. However, frequent incidents of illegal use of the satellites frequency resource, as well as unintentional and deliberate interference with other users are fixed. In this regard, it becomes necessary to evaluate accuracy and applicability of various methods for determining the location of sources of illegal and interfering radio emission with different signal parameters and with different levels of uncertainty for relay satellite coordinates and velocities.

**Aim.** To study and to evaluate the accuracy of methods of geolocation of radio emission sources operating through geostationary relay satellites, with different signal parameters and with different levels of uncertainty for relay satellite coordinates and velocities.

**Materials and methods.** Imitation modeling and the theory of digital signal processing were used.

**Results.** Factors influencing the accuracy of the estimation of TDOA and FDOA parameters when determining the position of radio emission sources, which operate via relay satellites located in geostationary orbit, were considered. As a result of simulation, the estimate of the accuracy of the considered geolocation methods was obtained. It depends on the bandwidth of radio emission source signal, on the recording duration and on the level of a priori uncertainty relatively the relay satellites coordinates and velocities. Recommendations for the application of the considered methods in various conditions were formulated.

**Conclusions.** Conclusions and recommendations formulated as a result of the study, will allow one to choose the most appropriate geolocation method to improve the accuracy of radio emission sources locating depending on conditions and signal parameters.

**Keywords:** geolocation, positioning, coordinate measurement, geostationary satellite, TDOA-TDOA method, TDOA-FDOA method, FDOA-FDOA method

**For citation:** Gall R. D. Accuracy of Positioning of Ground Sources Using Geostationary Repeaters. Journal of the Russian Universities. Radioelectronics. 2020, vol. 23, no. 6, pp. 17–27. doi: 10.32603/1993-8985-2020-23-6-17-27

---

**Conflict of interest.** The author declares no conflicts of interest.

Submitted 15.10.2020; accepted 16.11.2020; published online 29.12.2020

---

**Введение.** Сегодня на геостационарной орбите (ГСО) находится значительное количество искусственных спутников Земли, осуществляющих ретрансляцию сигналов наземных источников радиоизлучения (ИРИ). Для выявления фактов и источников непреднамеренного и преднамеренного создания помех легальным спутниковым системам связи и незаконного использования спутникового ресурса актуальной представляется задача определения местоположения (ОМП) ИРИ, сигналы которых ретранслируются геостационарными спутниками-ретрансляторами (СР). В настоящее время разработан ряд методов ОМП ИРИ, каждый из которых имеет свои характеристики и особенности применения. В связи с этим

возникает необходимость оценки точности и применимости существующих методов ОМП ИРИ при различных параметрах сигналов и разной степени неопределенности относительно координат и векторов скорости СР.

Целью работы, описываемой в данной статье, является исследование и оценка точности методов геолокации ИРИ, работающих через геостационарные спутники-ретрансляторы, при различных параметрах сигналов геолоцируемых ИРИ и разной степени априорной неопределенности относительно координат и векторов скорости СР.

Существует ряд методов, позволяющих определить местоположение ИРИ, работающих через СР, расположенные на геостационарной орбите.

Это методы временной разности прибытия Time Difference of Arrival (TDOA-TDOA), частотной разности прибытия Frequency Difference of Arrival (TDOA-FDOA, FDOA-FDOA), а также методы, основанные на перехвате определенной информации, передаваемой в интересующей системе связи [1–10]. Первые 3 метода не требуют демодуляции/декодирования сигнала и разбора его семантики. Методы TDOA-TDOA, TDOA-FDOA и FDOA-FDOA подразумевают определение местоположения геолоцируемого ИРИ в точке пересечения как минимум двух линий положения, которые, в соответствии с названием метода, строятся по методу TDOA либо FDOA. Рассмотрим метод TDOA построения линии положения.

Метод TDOA иначе называется разностно-дальномерным, так как основан на построении линии положения, соответствующей разности времен распространения сигнала, принятого с двух геостационарных спутников-ретрансляторов (рис. 1).

На рис. 1 изображен геолоцируемый ИРИ (например, центральная земная станция спутниковой системы связи – хаб), который главным лепестком диаграммы направленности (ДН) излучает сигнал в сторону  $CP_2$ . При этом боковым лепестком диаграммы направленности ИРИ излучает сигнал в сторону  $CP_1$ . Обозначим  $d_{ИРИ-CP_1}$

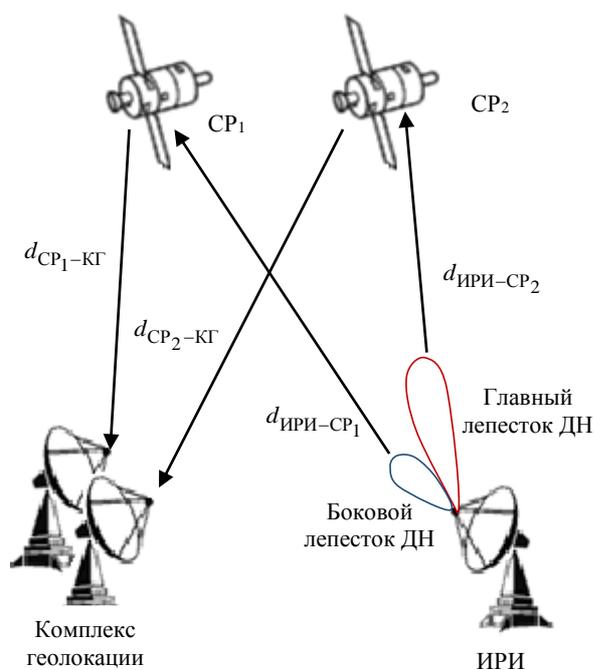


Рис. 1. Схема построения линии положения по методу TDOA

Fig. 1. TDOA method for calculating the position line

– расстояние от ИРИ до  $CP_1$ , расположенного на геостационарной орбите,  $d_{ИРИ-CP_2}$  – расстояние от ИРИ до  $CP_2$ , расположенного на геостационарной орбите;  $d_{CP_1-KG}$  – расстояние от  $CP_1$  до комплекса геолокации (КГ), где осуществляется прием ретранслированных сигналов,  $d_{CP_2-KG}$  – расстояние от  $CP_2$  до комплекса геолокации. Тогда разность времен прихода  $\Delta\tau_{2-1}$  сигналов ИРИ в комплекс геолокации равна:

$$\Delta\tau_{2-1} = \frac{\left[ \begin{aligned} &(d_{ИРИ-CP_2} + d_{CP_2-KG}) - \\ &-(d_{ИРИ-CP_1} + d_{CP_1-KG}) \end{aligned} \right]}{c},$$

где  $c$  – скорость света. На поверхности Земли можно построить изолинию постоянной разности  $\Delta\tau$ . Эта изолиния является гиперболой на поверхности Земли.

Линия положения TDOA находится в результате решения последовательности оптимизационных задач, заключающихся в поиске минимума целевой функции невязки от двух аргументов  $(x, y)$  при фиксированном значении параметра  $z$  из заданного диапазона  $z \in [z_{\min}, z_{\max}]$ , где  $(x, y, z)$  – координаты ИРИ в декартовой системе:

$$f_{TDOA}(x, y) = \left\{ \begin{aligned} &\left[ (d_{ИРИ-CP_2}(x, y, z) + d_{CP_2-KG}) - \right]^2 \\ &-\left[ (d_{ИРИ-CP_1}(x, y, z) + d_{CP_1-KG}) - \right]^2 \\ &-c \cdot \Delta\tau_{2-1} \end{aligned} \right\},$$

$$f_{TDOA}(x, y) \rightarrow \min_{x, y \in \mathbb{R}}.$$

Условие нахождения ИРИ на поверхности Земли, аппроксимируемой референц-эллипсоидом, приводит к нелинейному ограничению в виде равенства

$$\left(\frac{x}{R_e}\right)^2 + \left(\frac{y}{R_e}\right)^2 + \left(\frac{z\sqrt{1-e_z^2}}{R_e}\right)^2 - 1 = 0, \quad (1)$$

где  $R_e$  – экваториальный радиус Земли;  $e_z$  – эксцентриситет земного эллипсоида. Расстояния  $d_{ИРИ-CP_2}(x, y, z)$  и  $d_{ИРИ-CP_1}(x, y, z)$  рассчитываются по формулам:

$$d_{\text{ИРИ-СР}_1}(x, y, z) = \sqrt{(x - x_{\text{СР}_1})^2 + (y - y_{\text{СР}_1})^2 + (z - z_{\text{СР}_1})^2};$$

$$d_{\text{ИРИ-СР}_2}(x, y, z) = \sqrt{(x - x_{\text{СР}_2})^2 + (y - y_{\text{СР}_2})^2 + (z - z_{\text{СР}_2})^2}.$$

Метод FDOA иначе называется частотно-разностным, или разностно-доплеровским, так как основан на построении линии положения, соответствующей разности доплеровских частот сигнала, принятого с двух геостационарных СР [11–14]. Спутник, находящийся на геостационарной орбите, осуществляет непреднамеренное движение относительно своей номинальной позиции под воздействием сил, вызванных отличием формы Земли от сферы, влиянием Солнца, Луны и другими факторами. Таким образом, присутствуют радиальные составляющие векторов скорости обоих спутников относительно ИРИ и относительно КГ, что приводит к появлению доплеровского сдвига частоты сигналов ИРИ, передаваемых по главному и боковому лепесткам диаграммы направленности ИРИ и, соответственно, принятых с двух спутников-ретрансляторов комплексом геолокации. На рис. 2 изображена схема построения линии положения по методу FDOA.

На рис. 2  $\vec{v}_{\text{СР}_1}$  и  $\vec{v}_{\text{СР}_2}$  – векторы скорости СР<sub>1</sub> и СР<sub>2</sub> соответственно;  $\vec{d}_{\text{ИРИ-СР}_1}$ ,  $\vec{d}_{\text{ИРИ-СР}_2}$ ,  $\vec{d}_{\text{СР}_1-\text{КГ}}$ ,  $\vec{d}_{\text{СР}_2-\text{КГ}}$  – векторы, соединяющие ИРИ и СР<sub>1</sub>, ИРИ и СР<sub>2</sub>, СР<sub>1</sub> и КГ, СР<sub>2</sub> и КГ соответственно.

Введем обозначения:  $\vec{d}_{\text{СР}_1-\text{ИРИ}} = -\vec{d}_{\text{ИРИ-СР}_1}$ ;  $\vec{d}_{\text{СР}_2-\text{ИРИ}} = -\vec{d}_{\text{ИРИ-СР}_2}$ ;  $f_0$  – частота сигнала ИРИ;  $\Delta f_{\text{СР}_1}$ ,  $\Delta f_{\text{СР}_2}$  – значение переноса частоты в транспондере соответствующего СР с линии "вверх" (Uplink) на линию "вниз" (Downlink);  $f_{\text{д ИРИ-СР}_1}$ ,  $f_{\text{д ИРИ-СР}_2}$ ,  $f_{\text{д СР}_1-\text{КГ}}$ ,  $f_{\text{д СР}_2-\text{КГ}}$  – доплеровские сдвиги частоты сигнала ИРИ на линиях ИРИ–СР<sub>1</sub>, ИРИ–СР<sub>2</sub>, СР<sub>1</sub>–КГ, СР<sub>2</sub>–КГ соответственно; оператор  $\langle \vec{a}, \vec{b} \rangle$  – скалярное произведение векторов. Тогда частота сигнала ИРИ, принимаемая комплексом геолокации со СР<sub>1</sub>:

$$f_1 = f_0 + \Delta f_{\text{СР}_1} + f_{\text{д ИРИ-СР}_1} + f_{\text{д СР}_1-\text{КГ}} = f_0 + \Delta f_{\text{СР}_1} + \frac{\langle \vec{v}_{\text{СР}_1}, \vec{d}_{\text{СР}_1-\text{ИРИ}} \rangle}{d_{\text{СР}_1-\text{ИРИ}}} \frac{f_0}{c} + \frac{\langle \vec{v}_{\text{СР}_1}, \vec{d}_{\text{СР}_1-\text{КГ}} \rangle}{cd_{\text{СР}_1-\text{КГ}}} \left( f_0 + \Delta f_{\text{СР}_1} + \frac{\langle \vec{v}_{\text{СР}_1}, \vec{d}_{\text{СР}_1-\text{ИРИ}} \rangle}{d_{\text{СР}_1-\text{ИРИ}}} \frac{f_0}{c} \right).$$

Выражения  $\frac{\langle \vec{v}_{\text{СР}_1}, \vec{d}_{\text{СР}_1-\text{КГ}} \rangle}{cd_{\text{СР}_1-\text{КГ}}}$  и  $\frac{\langle \vec{v}_{\text{СР}_1}, \vec{d}_{\text{СР}_1-\text{ИРИ}} \rangle}{cd_{\text{СР}_1-\text{ИРИ}}}$  имеют порядок  $10^{-8}$ , следовательно, произведение  $\frac{\langle \vec{v}_{\text{СР}_1}, \vec{d}_{\text{СР}_1-\text{КГ}} \rangle}{cd_{\text{СР}_1-\text{КГ}}} \cdot \frac{\langle \vec{v}_{\text{СР}_1}, \vec{d}_{\text{СР}_1-\text{ИРИ}} \rangle}{cd_{\text{СР}_1-\text{ИРИ}}}$  имеет порядок  $10^{-16}$ , поэтому слагаемым  $\frac{\langle \vec{v}_{\text{СР}_1}, \vec{d}_{\text{СР}_1-\text{КГ}} \rangle}{cd_{\text{СР}_1-\text{КГ}}} \cdot \frac{\langle \vec{v}_{\text{СР}_1}, \vec{d}_{\text{СР}_1-\text{ИРИ}} \rangle}{cd_{\text{СР}_1-\text{ИРИ}}} f_0$  можно пренебречь. Тогда получим

$$f_1 = f_0 + \Delta f_{\text{СР}_1} + \frac{\langle \vec{v}_{\text{СР}_1}, \vec{d}_{\text{СР}_1-\text{ИРИ}} \rangle}{d_{\text{СР}_1-\text{ИРИ}}} \frac{f_0}{c} + \frac{\langle \vec{v}_{\text{СР}_1}, \vec{d}_{\text{СР}_1-\text{КГ}} \rangle}{d_{\text{СР}_1-\text{КГ}}} \frac{f_0}{c} + \frac{\langle \vec{v}_{\text{СР}_1}, \vec{d}_{\text{СР}_1-\text{КГ}} \rangle}{d_{\text{СР}_1-\text{КГ}}} \frac{\Delta f_{\text{СР}_1}}{c}.$$

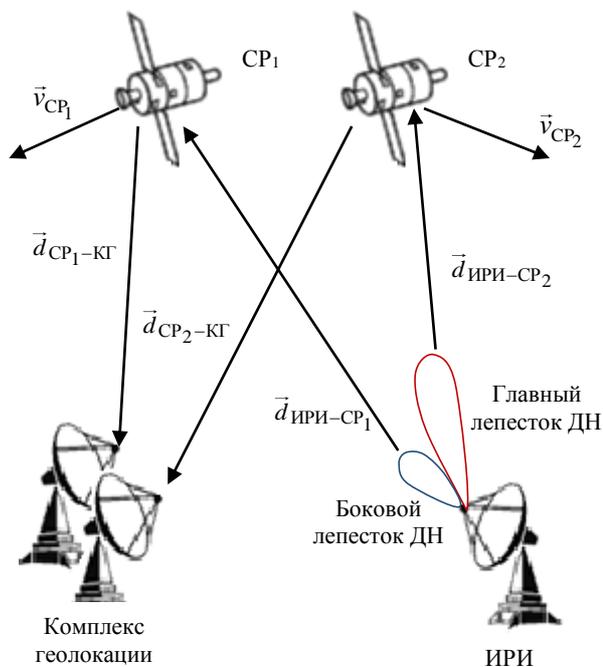


Рис. 2. Схема построения линии положения по методу FDOA

Fig. 2. FDOA method for calculating the position line

Аналогично частота сигнала ИРИ, принимаемая комплексом геолокации со СР<sub>2</sub>:

$$f_2 = f_0 + \Delta f_{\text{СР}_2} + \frac{\langle \vec{v}_{\text{СР}_2}, \vec{d}_{\text{СР}_2-\text{ИРИ}} \rangle}{d_{\text{СР}_2-\text{ИРИ}}} \frac{f_0}{c} + \frac{\langle \vec{v}_{\text{СР}_2}, \vec{d}_{\text{СР}_2-\text{КГ}} \rangle}{d_{\text{СР}_2-\text{КГ}}} \frac{f_0}{c} + \frac{\langle \vec{v}_{\text{СР}_2}, \vec{d}_{\text{СР}_2-\text{КГ}} \rangle}{d_{\text{СР}_2-\text{КГ}}} \frac{\Delta f_{\text{СР}_2}}{c}.$$

Не умаляя общности, будем считать далее, что переносы частоты транспондеров СР<sub>1</sub> и СР<sub>2</sub> одинаковые ( $\Delta f_{\text{СР}_1} = \Delta f_{\text{СР}_2} = \Delta f_{\text{СР}}$ ). Также введем обозначения:

$$\frac{\langle \vec{v}_{\text{СР}_1}, \vec{d}_{\text{СР}_1-\text{ИРИ}} \rangle}{d_{\text{СР}_1-\text{ИРИ}}} = v_{\text{СР}_1-\text{ИРИ}}^R,$$

$$\frac{\langle \vec{v}_{\text{СР}_1}, \vec{d}_{\text{СР}_1-\text{КГ}} \rangle}{d_{\text{СР}_1-\text{КГ}}} = v_{\text{СР}_1-\text{КГ}}^R,$$

$$\frac{\langle \vec{v}_{\text{СР}_2}, \vec{d}_{\text{СР}_2-\text{ИРИ}} \rangle}{d_{\text{СР}_2-\text{ИРИ}}} = v_{\text{СР}_2-\text{ИРИ}}^R,$$

$$\frac{\langle \vec{v}_{\text{СР}_2}, \vec{d}_{\text{СР}_2-\text{КГ}} \rangle}{d_{\text{СР}_2-\text{КГ}}} = v_{\text{СР}_2-\text{КГ}}^R - \text{радиальные составляющие скоростей СР. Тогда разность частот сигналов, принимаемых со СР}_1 \text{ и СР}_2:$$

$$\Delta f_{2-1} = \left( \begin{array}{c} v_{\text{СР}_2-\text{ИРИ}}^R + v_{\text{СР}_2-\text{КГ}}^R \\ -v_{\text{СР}_1-\text{ИРИ}}^R - v_{\text{СР}_1-\text{КГ}}^R \end{array} \right) \frac{f_0}{c} + \left( v_{\text{СР}_2-\text{КГ}}^R - v_{\text{СР}_1-\text{КГ}}^R \right) \frac{\Delta f_{\text{СР}}}{c}.$$

Разность частот  $\Delta f_{2-1}$  по сути является разностью значений изменений частоты, вызванных эффектом Доплера, поэтому далее будем называть  $\Delta f_{2-1}$  разностью доплеровских частот сигнала ИРИ, ретранслированного СР<sub>2</sub> и СР<sub>1</sub>.

Для построения линии положения методом FDOA помимо координат СР и КГ должны быть известны векторы скорости СР, несущая частота ИРИ  $f_0$  и значение переноса частоты  $\Delta f_{\text{СР}}$ . Таким образом, линия положения FDOA находится в результате решения последовательности оптимизационных задач, заключающихся в поиске минимума целевой функции невязки от двух аргументов  $(x, y)$  при фиксированном значении параметра  $z$  из заданного диапазона  $z \in [z_{\min}, z_{\max}]$ , где  $(x, y, z)$  – координаты ИРИ в декартовой системе:

$$f_{\text{FDOA}}(x, y) = \left\{ \left[ \begin{array}{c} v_{\text{СР}_2-\text{ИРИ}}^R(x, y, z) + v_{\text{СР}_2-\text{КГ}}^R \\ -v_{\text{СР}_1-\text{ИРИ}}^R(x, y, z) - v_{\text{СР}_1-\text{КГ}}^R \end{array} \right] \frac{f_0}{c} + \left[ v_{\text{СР}_2-\text{КГ}}^R - v_{\text{СР}_1-\text{КГ}}^R \right] \frac{\Delta f_{\text{СР}}}{c} - \Delta f_{2-1} \right\}^2,$$

$$f_{\text{FDOA}}(x, y) \rightarrow \min_{x, y \in \mathbb{R}}.$$

При этом присутствует нелинейное ограничение (1), определяющее условие нахождения ИРИ на поверхности Земли.

Для вычисления координат ИРИ  $(x, y, z)$  используются как методы, заключающиеся в нахождении пересечения линий положения одного типа (TDOA-TDOA, FDOA-FDOA), так и методы, заключающиеся в нахождении пересечения линий положения разного типа (TDOA-FDOA). Из описанного ранее следует, что для вычисления координат ИРИ методом TDOA-TDOA либо FDOA-FDOA требуется наличие трех СР: двух вспомогательных (СР<sub>1</sub> и СР<sub>3</sub>) и основного (СР<sub>2</sub>); для вычисления координат ИРИ методом TDOA-FDOA достаточно двух СР: одного вспомогательного (СР<sub>1</sub>) и основного (СР<sub>2</sub>).

При использовании метода TDOA-TDOA вычисление координат ИРИ сводится к поиску минимума функции невязки:

$$f_{\text{TDOA-TDOA}}(x, y, z) = \left\{ \left[ \begin{array}{c} (d_{\text{ИРИ}-\text{СР}_2}(x, y, z) + d_{\text{СР}_2-\text{КГ}}) - \\ - (d_{\text{ИРИ}-\text{СР}_1}(x, y, z) + d_{\text{СР}_1-\text{КГ}}) - c \cdot \Delta \tau_{2-1} \end{array} \right]^2 + \left[ \begin{array}{c} (d_{\text{ИРИ}-\text{СР}_2}(x, y, z) + d_{\text{СР}_2-\text{КГ}}) - \\ - (d_{\text{ИРИ}-\text{СР}_3}(x, y, z) + d_{\text{СР}_3-\text{КГ}}) - c \cdot \Delta \tau_{2-3} \end{array} \right]^2 \right\},$$

$$f_{\text{TDOA-TDOA}}(x, y, z) \rightarrow \min_{x, y, z \in \mathbb{R}}, \text{ где } \Delta \tau_{2-3} - \text{разность времен прихода сигналов ИРИ в комплекс геолокации от СР}_2 \text{ и СР}_3.$$

При этом присутствует нелинейное ограничение (1), определяющее условие нахождения ИРИ на поверхности Земли.

При использовании метода FDOA-FDOA вычисление координат ИРИ сводится к поиску минимума функции невязки

$$f_{\text{FDOA-FDOA}}(x, y, z) = \left\{ \begin{aligned} & \left[ \left( v_{\text{CP}_2\text{-ИРИ}}^R(x, y, z) + v_{\text{CP}_2\text{-КГ}}^R \right) \frac{f_0}{c} + \right. \\ & \left. - v_{\text{CP}_1\text{-ИРИ}}^R(x, y, z) - v_{\text{CP}_1\text{-КГ}}^R \right] \frac{\Delta f_{\text{CP}}}{c} - \Delta f_{2-1} \right]^2 + \\ & \left[ \left( v_{\text{CP}_2\text{-ИРИ}}^R(x, y, z) + v_{\text{CP}_2\text{-КГ}}^R \right) \frac{f_0}{c} + \right. \\ & \left. - v_{\text{CP}_3\text{-ИРИ}}^R(x, y, z) - v_{\text{CP}_3\text{-КГ}}^R \right] \frac{\Delta f_{\text{CP}}}{c} - \Delta f_{2-3} \right]^2 \end{aligned} \right\},$$

$f_{\text{FDOA-FDOA}}(x, y, z) \rightarrow \min_{x, y, z \in \mathbb{R}}$ , где  $\Delta f_{2-3}$  – раз-

ность доплеровских частот сигнала ИРИ, ретранслированного CP<sub>2</sub> и CP<sub>3</sub>. При этом присутствует нелинейное ограничение (1), определяющее условие нахождения ИРИ на поверхности Земли.

При использовании метода TDOA-FDOA вычисление координат ИРИ сводится к поиску минимума функции невязки:

$$f_{\text{TDOA-FDOA}}(x, y, z) = \left\{ \begin{aligned} & \left[ \left( d_{\text{ИРИ-CP}_2}(x, y, z) + d_{\text{CP}_2\text{-КГ}} \right) - \right. \\ & \left. - \left( d_{\text{ИРИ-CP}_1}(x, y, z) + d_{\text{CP}_1\text{-КГ}} \right) - c \cdot \Delta \tau_{2-1} \right]^2 + \\ & \left[ \left( v_{\text{CP}_2\text{-ИРИ}}^R(x, y, z) + v_{\text{CP}_2\text{-КГ}}^R \right) \frac{f_0}{c} + \right. \\ & \left. - v_{\text{CP}_1\text{-ИРИ}}^R(x, y, z) - v_{\text{CP}_1\text{-КГ}}^R \right] \frac{\Delta f_{\text{CP}}}{c} - \Delta f_{2-1} \right]^2 \end{aligned} \right\},$$

$f_{\text{TDOA-FDOA}}(x, y, z) \rightarrow \min_{x, y, z \in \mathbb{R}}$ , при этом присут-

ствует нелинейное ограничение (1), определяющее условие нахождения ИРИ на поверхности Земли.

В [15] показано, что для модели сигнала, представляющей собой сумму детерминированного, но неизвестного сигнала и АБГШ, оценкой максимального правдоподобия параметров TDOA и FDOA являются значения аргументов  $\Delta \tau$  и  $\Delta f$ , максимизирующие модуль взаимной функции неопределенности (ВФН) принятых сигналов:

$$\Delta \hat{\tau}, \Delta \hat{f} = \arg \max_{\Delta \tau, \Delta f} |A(\Delta \tau, \Delta f)|,$$

где ВФН определяется выражением

$$A(\tau, f) = \int_0^T s_1(t) s_2^*(t + \tau) \exp(-j2\pi ft) dt.$$

Здесь  $s_1(t) = u(t) \exp(j2\pi f_1 t) + n_1(t)$  и  $s_2(t) = u(t - \Delta \tau) \exp[j2\pi f_2(t - \Delta \tau)] + n_2(t)$  – сигналы, принятые от основного и бокового лучей ДН ИРИ;  $f_1, f_2$  – несущие частоты принятых сигналов;  $\Delta \tau$  – параметр TDOA (задержка распространения второго сигнала относительно первого);  $u(t)$  – комплексный сигнал в основной полосе частот;  $n_1(t), n_2(t)$  – аддитивные шумовые составляющие;  $T$  – время наблюдения. Поиск максимального значения  $|A(\Delta \tau, \Delta f)|$  можно осуществлять перебором всех возможных значений аргументов  $\Delta \tau$  и  $\Delta f$ .

При воздействии на сигналы АБГШ отношение сигнал/шум (ОСШ) на выходе коррелятора (отношение пиковой мощности сигнала на выходе коррелятора к средней мощности шума на выходе коррелятора)  $\gamma_{\text{вых}}$  для комплексных сигналов в основной полосе равно [16]:

$$\gamma_{\text{вых}} = BT\gamma_{\text{эф}},$$

где  $B$  – шумовая полоса принятых сигналов;  $T$  – длительность принятых сигналов;  $\gamma_{\text{эф}}$  – эффективное значение ОСШ (ЭОСШ) сигналов на входе коррелятора, которое определяется выражением:

$$\frac{1}{\gamma_{\text{эф}}} = \frac{1}{2} \left( \frac{1}{\gamma_1} + \frac{1}{\gamma_2} + \frac{1}{\gamma_1 \gamma_2} \right).$$

Здесь  $\gamma_1$  и  $\gamma_2$  – ОСШ сигналов  $s_1(t)$  и  $s_2(t)$  на входе коррелятора (отношение средней мощности сигнала к средней мощности шума на входе коррелятора). Произведение  $BT$  называется энергетическим выигрышем вычисления корреляции (ЭВК) (processing gain, PG).

Для сигнала с прямоугольным спектром СКО оценок TDOA и FDOA  $\Delta \hat{\tau}, \Delta \hat{f}$ , соответствующие границам Крамера–Рао, определяются выражениями [16]:

$$\sigma_{\Delta \hat{\tau}} \approx \frac{0,55}{B_s} \frac{1}{\sqrt{BT\gamma_{\text{эф}}}}, \quad \sigma_{\Delta \hat{f}} \approx \frac{0,55}{T} \frac{1}{\sqrt{BT\gamma_{\text{эф}}}},$$

где  $B_s$  – ширина полосы сигнала. Так как оценки TDOA и FDOA, полученные максимизацией ВФН, являются оценками максимального правдоподобия, причем известно, что оценки макси-

мального правдоподобия асимптотически эффективны, то в дальнейшем для расчета СКО оценок TDOA и FDOA будем использовать приведенные формулы для границ Крамера–Рао.

**Методы.** Исследуем точность геолокации ИРИ методами TDOA-TDOA (при использовании трех СР), TDOA-FDOA (при использовании двух СР) и FDOA-FDOA (при использовании трех СР). Оценку точности получим имитационным моделированием. Для каждого из трех методов будет исследована зависимость точности ОМП от следующих параметров: от полосы сигнала  $B$ , степени неопределенности относительно координат СР и степени неопределенности относительно векторов скорости СР. Имитационное моделирование будет произведено для трех значений ширины полосы сигнала: 50 кГц, 500 кГц и 5 МГц. ОСШ сигнала, принятого с основного СР ( $CP_1$ ), везде будет приниматься равным 10 дБ ( $\gamma_{CP_1} = 10$  дБ). ОСШ сигналов, принятых со вспомогательных СР ( $CP_2$  и  $CP_3$ ), везде будет приниматься равным -50 дБ ( $\gamma_{CP_2} = \gamma_{CP_3} = -50$  дБ). В таком случае ЭОСШ  $\gamma_{эф} \approx -50$  дБ, следовательно, для получения ОСШ на выходе коррелятора не менее 20 дБ ( $\gamma_{вых} \geq 20$  дБ) требуется значение ЭВК не меньше 70 дБ, что соответствует минимум  $10^7$  комплексным отсчетам. Таким образом, для полосы 50 кГц длительность записи сигнала  $T = 10^7 / (50 \cdot 10^3) = 200$  с; для полосы 500 кГц длительность записи сигнала  $T = 120$  с, что соответствует  $6 \cdot 10^7$  комплексным отсчетам; для полосы 5 МГц длительность записи сигнала  $T = 20$  с, что соответствует  $10^8$  комплексным отсчетам. Следовательно, СКО оценок TDOA и FDOA для выбранных параметров будут следующие: для полосы 50 кГц  $\sigma_{\Delta t} = 1.1537e - 06$  с,  $\sigma_{\Delta f} = 2.8842e - 04$  Гц; для полосы 500 кГц  $\sigma_{\Delta t} = 4.7099e - 08$  с,  $\sigma_{\Delta f} = 1.9625e - 04$  Гц; для полосы 5 МГц  $\sigma_{\Delta t} = 3.6483e - 09$  с,  $\sigma_{\Delta f} = 9.1207e - 04$  Гц. Исходные координаты СР, принятые в модели, соответствуют номинальным координатам спутников на геостационарной орбите, долгота:  $10^\circ$  (основной  $CP_1$ ),  $7^\circ$  (вспомогательный  $CP_2$ ) и  $13^\circ$  (вспомогательный  $CP_3$ ). Комплекс геолокации расположен в Санкт-Петербурге ( $60^\circ$  с. ш.,  $30^\circ$  в. д.). Частота излучения ИРИ 14 ГГц.

Моделируемые ИРИ располагаются в узлах сетки с шагом  $10^\circ$  по широте и по долготе в показанном на представленных далее рисунках диапазоне. Для каждой координат ИРИ проведено 1000 экспериментов, ошибка ОМП ИРИ в данных координатах получена усреднением по результатам 1000 экспериментов.

**Результаты.** На рис. 3 и 4 показана зависимость ошибки ОМП ИРИ от координат ИРИ, полученная моделированием. ОМП ИРИ производилось методом TDOA-TDOA, фактические координаты всех трех СР при этом принимались точно известными.

Результаты имитационного моделирования, полученные для трех методов (TDOA-TDOA, TDOA-FDOA и FDOA-FDOA) и всех трех рассмотренных комбинаций  $B$  и  $T$ , приведены в таблице. Моделирование для всех комбинаций осуществлялось дважды: в одном случае координаты и векторы скорости всех СР принимались точно известными, в другом случае в используемые для расчетов координаты и векторы скорости СР вносились ошибка. Для второго случая ошибка в определении координат всех СР моделировалась как случайная величина с равномерным распределением в диапазоне  $[-0.03^\circ, 0.03^\circ]$  для широты и долготы и равномерным распределением в диапазоне  $[-5$  км,  $5$  км] для высоты орбиты, что в ряде случаев соответствует отклонению значений координат геостационарных СР, имеющихся в открытом доступе в формате TLE, от истинных координат СР; ошибка в определении векторов скорости СР моделировалась как нормально распределенная случайная величина с нулевым математическим ожиданием и СКО 0.06 м/с для каждой из трех проекций вектора скорости. Ошибка ОМП ИРИ представлена в таблице в виде диапазона значений, так как она зависит также от взаимного расположения ИРИ и СР (наличие такой зависимости демонстрируют рис. 3 и 4).

**Обсуждение.** Результаты имитационного моделирования показали, что в случае значительной ошибки в используемых координатах геостационарных спутников-ретрансляторов (сопоставимой с ошибкой, обеспечиваемой данными TLE), а также ошибки с СКО примерно 0.06 м/с в векторах скорости спутников-ретрансляторов средняя ошибка определения местоположения ИРИ на Земле составляет тысячи километров, т. е. вклад СКО оценки параметров TDOA и FDOA для

Ошибка ОМП ИРИ при различных параметрах сигналов и различных условиях  
 Geolocation accuracy under different signal parameters and different conditions

Метод		Ошибка ОМП ИРИ при $B = 5$ МГц и $T = 20$ с, км	Ошибка ОМП ИРИ при $B = 500$ кГц и $T = 120$ с, км	Ошибка ОМП ИРИ при $B = 50$ кГц и $T = 200$ с, км
TDOA-TDOA	Точно известные координаты СР	0.7...1.5	9...20	250...500
	Координаты СР известны с ошибкой (TLE)	3000...5000	3000...5000	3000...5000
TDOA-FDOA	Точно известные координаты и векторы скорости СР	1.5...15	1.5...30	20...100
	Координаты и векторы скорости СР известны с ошибкой (TLE)	2000...4500	2000...4500	2000...4500
FDOA-FDOA	Точно известные координаты и векторы скорости СР	10...150	5...150	5...150
	Координаты и векторы скорости СР известны с ошибкой (TLE)	800...2500	800...2500	800...2500

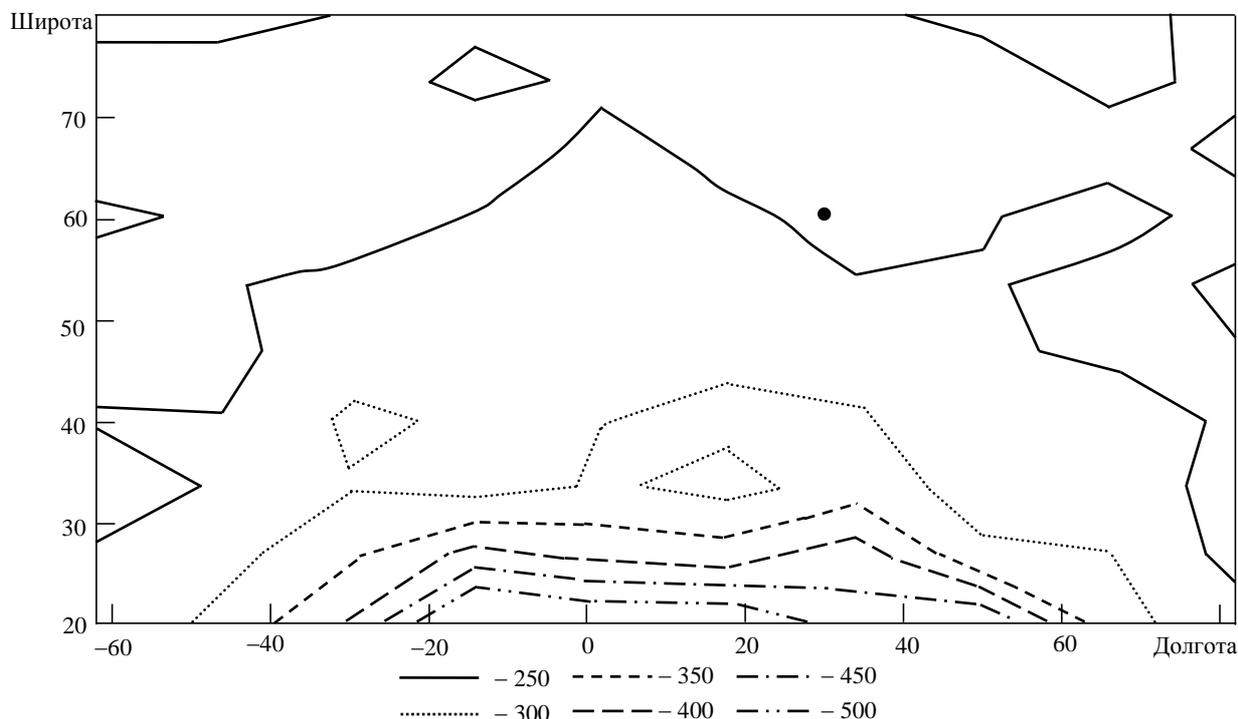


Рис. 3. Ошибка (в километрах) ОМП ИРИ методом TDOA-TDOA при полосе сигнала 50 кГц, длительности записи 200 с и точно известных координатах СР

Fig. 3. Geolocation error (in km) of TDOA-TDOA method with a signal bandwidth of 50 kHz, recording duration of 200 s and precisely known coordinates of relay satellites

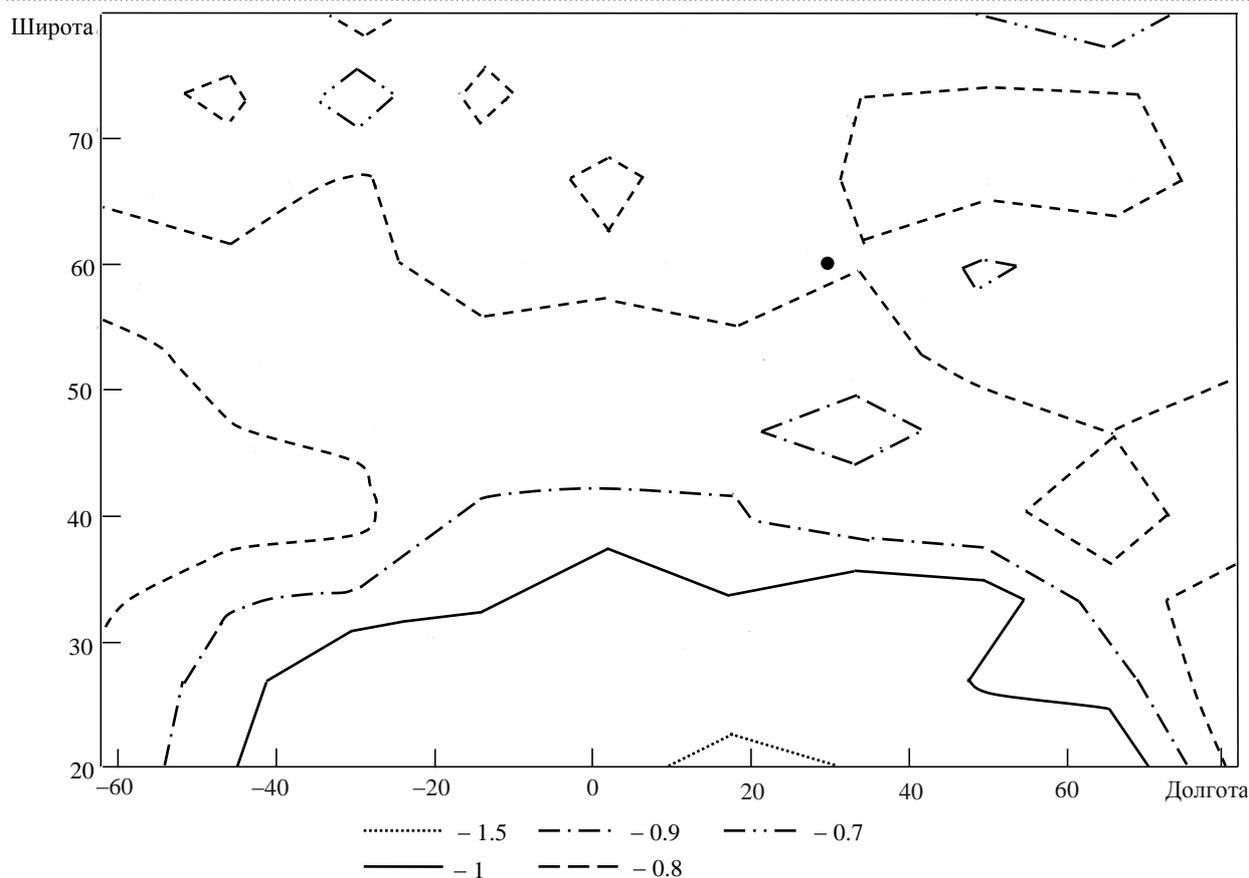


Рис. 4. Ошибка (в километрах) ОМП ИРИ методом TDOA-TDOA при полосе сигнала 5 МГц, длительности записи 20 с и точно известных координатах СР

Fig. 4. Geolocation error (in km) of TDOA-TDOA method with a signal bandwidth of 5 MHz, recording duration of 20 s and precisely known coordinates of relay satellites

всех трех методов геолокации в итоговую ошибку на Земле относительно невелик (от единиц до сотен километров по сравнению с итоговой ошибкой в тысячи километров). Таким образом, для получения удовлетворительной точности ОМП ИРИ (сотни метров – десятки километров) необходимо предварительно уточнять координаты используемых СР.

В случае безошибочного знания координат и векторов скорости СР ошибка ОМП ИРИ определяется в совокупности выбранным методом геолокации и СКО оценки параметров TDOA и FDOA. Так, для сигналов с полосой около 50 кГц и временем записи 200 с наилучшая точность достигается методом FDOA-FDOA (средняя ошибка 5...200 км в глобальной зоне), так как в этом методе отсутствует негативное влияние относительно большого значения СКО оценки параметра TDOA, обусловленного относительно узкой полосой сигнала. Метод TDOA-TDOA для сигналов с полосой примерно 50 кГц демонстрирует наихудшую точность (средняя ошибка 250...500 км в глобальной зоне), так как на

построение обеих линий положения влияет относительно большое значения СКО оценки параметра TDOA, обусловленное относительно узкой полосой сигнала. Напротив, для сигналов с полосой примерно 5 МГц метод TDOA-TDOA обеспечивает наилучшую точность, что вызвано относительно небольшим значением СКО оценки параметра TDOA для обеих линий положения из-за относительно широкой полосы сигнала.

Таким образом, можно сформулировать следующие рекомендации: при ширине полосы сигнала 10...500 кГц следует использовать метод FDOA-FDOA (при наличии двух вспомогательных СР и возможности определения векторов скорости СР) или метод TDOA-FDOA (при наличии только одного вспомогательного СР и возможности определения его вектора скорости). При ширине полосы сигнала более 500 кГц следует использовать метод TDOA-TDOA (при наличии двух вспомогательных СР) или метод TDOA-FDOA (при наличии только одного вспомогательного СР и возможности определения его вектора скорости).

## Список литературы

1. Алгоритм определения координат земных станций по сигналам, спутников-ретрансляторов / Р. В. Волков, В. Н. Саяпин, В. В. Севидов, Л. М. Севидова // Теория и практика современной науки. 2016. № 10 (16). С. 69–72.
2. Оценка координат источника радиоизлучения на основе решения линеаризованной системы уравнений разностно-дальномерного метода / И. В. Гринь, Р. А. Ершов, О. А. Морозов, В. Р. Фидельман // Изв. вузов. Поволжский регион. Техн. науки. 2014. № 4 (32). С. 71–81.
3. Ho K. C., Chan Y. T. Geolocation of a known altitude object from TDOA and FDOA measurements // IEEE Transactions on Aerospace and Electronic Systems. 1997. Vol. 33, № 3. P. 770–783. doi: 10.1109/7.599239
4. Musicki D., Koch W. Geolocation using TDOA and FDOA Measurements // 11<sup>th</sup> Inter. Conf. on Information Fusion, June 30–July 2008, Cologne, Germany.
5. TDOA-FDOA source geolocation using moving horizon estimation with satellite location errors / C. Shan, L. Yang, L. Yang, X. Li, W. Li // IEEE Pacific Rim Conf. on Communications, Computers and Signal Processing (PACRIM), Victoria, BC, 2017. P. 1–6. doi: 10.1109/PACRIM.2017.8121932
6. Passive satellite localization using TDOA/FDOA/AOA measurements / Y. Z. Bin, W. Lei, C. P. Qun, L. A. Nan // Proc. of the 2011 IEEE Intern. Conf. on Intelligent Computing and Integrated Systems (ICISS), Guilin, China, 1–8 Jan. 2013. P. 1–5. doi: 10.1109/ANTHOL-OGY.2013.6784815
7. Space Electronic Reconnaissance: Localization Theories and Methods / F. Guo, Yu. Fan, Yi. Zhou et al. John Wiley & Sons Singapore Pte Ltd, 2014. 384 с.
8. Liu C., Yang L., Mihaylova L. S. Dual-Satellite Source Geolocation with Time and Frequency Offsets and Satellite Location Errors // 20<sup>th</sup> Intern. Conf. on Information Fusion (Fusion), Xi'an, China, 10–13 July 2017. doi: 10.23919/ICIF.2017.8009716
9. New method about TDOA measurement for satellite interference location / Yi. Liu, D. Huang, Yu. Han, Ji. Han // 8<sup>th</sup> Intern. Symp. on Antennas, Propagation and EM Theory, Kunming, 2008. P. 1314–1317. doi: 10.1109/ISAPE.2008.4735467
10. The influence of sampling mode on the accuracy of satellite interference geolocation / P. Zhou, Q. Zhang, H. Lin, P. Yu // IEEE Intern. Conf. on Signal Processing, Communications and Computing (ICSPCC), Xiamen, 2017. P. 1–5. doi: 10.1109/ICSPCC.2017.8242447
11. Pattison T., Chou S. I. Sensitivity analysis of dual-satellite geolocation // IEEE Transactions on Aerospace and Electronic Systems. Vol. 36, iss. 1. P. 56–71. doi: 10.1109/7.826312
12. Deng B., Xiong J., Xia C. The observability analysis of aerial moving target location based on dual-satellite geolocation system // Proc. Intern. Conf. Comput. Sci. Inf. Process. (CSIP), Aug. 24–26, 2012. P. 12–15. doi: 10.1109/CSIP.2012.6308782
13. Zhang W., Zhang G. Geolocation Algorithm of Interference Sources from FDOA Measurements Using Satellites Based on Taylor Series Expansion // IEEE 83<sup>rd</sup> Vehicular Technology Conf. (VTC Spring), Nanjing, 2016. P. 1–5. doi: 10.1109/VTCSpring.2016.7504260
14. Yan H., Cao J. K., Chen L. Study on location accuracy of dual-satellite geolocation system // Proc. of the 10<sup>th</sup> Intern. Conf. on IEEE ICSP, Beijing, China, 24–28 Oct. 2010. P. 107–110. doi: 10.1109/ICOSP.2010.5656806
15. Stein S. Differential delay/Doppler ML estimation with unknown signals // IEEE Transactions on Signal Processing, Aug. 1993. Vol. 41, iss. 8. P. 2717–2719. doi: 10.1109/78.229901
16. Stein S. Algorithms for ambiguity function processing // IEEE Trans. Acoust., Speech, Signal Processing, June. 1981. Vol. 29, iss. 3. P. 588–599. doi: 10.1109/TASSP.1981.1163621

## Информация об авторе

**Галл Роман Данилович** – магистр по направлению "Инфокоммуникационные технологии и системы связи" Санкт-Петербургского политехнического университета Петра Великого (2017), аспирант Санкт-Петербургского государственного электротехнического университета "ЛЭТИ" (направление "Электроника, радиотехника и системы связи"), инженер-программист ООО Научно-производственное предприятие "Новые технологии телекоммуникаций" (ООО НПП "НТТ"), главный алгоритмист отдела геолокации. Сфера научных интересов – радиолокация, радионавигация, радиотехника, обработка сигналов.

Адрес: ООО НПП "НТТ", ул. Софьи Ковалевской, д. 20, корп. 1, лит. А, пом. 22Н, Санкт-Петербург, 195256, Россия

E-mail: roman942010@mail.ru

<https://orcid.org/0000-0001-5196-1213>

---

## References

1. Volkov R. V., Sayapin V. N., Sevidov V. V., Sevidova L. M. Algorithm of determination of coordinates of ground stations for transponders signals. *Teoriya i praktika sovremennoi nauki* [Theory and practice of modern science]. 2016, no. 10 (16), pp. 69–72. (In Russ.)
2. Grin' I. V., Ershov R. A., Morozov O. A., Fidel'man V. R. Evaluation of radio source's coordinates based on solution of linearized system of equations by range-difference method. *Izvestiya vysshikh uchebnykh zavedenii. Povolzhskii region. Tekhnicheskie nauki* [J. of the Universities. Volga region. Technical science]. 2014, no. 4 (32), pp. 71–81. (In Russ.)
3. Ho K. C., Chan Y. T. Geolocation of a known altitude object from TDOA and FDOA measurements. *IEEE Transactions on Aerospace and Electronic Systems*, 1997, vol. 33, iss. 3, pp. 770–783. doi: 10.1109/7.599239
4. Musicki D., Koch W. Geolocation using TDOA and FDOA Measurements. 11<sup>th</sup> Intern. Conf. on Information Fusion, Cologne, Germany, June 30–July, 2008.
5. Shan C., Yang L., Yang L., Li X., Li W. TDOA–FDOA source geolocation using moving horizon estimation with satellite location errors. 2017 IEEE Pacific Rim Conf. on Communications, Computers and Signal Processing (PACRIM), Victoria, BC, 2017, pp. 1–6. doi: 10.1109/PACRIM.2017.8121932
6. Bin Y. Z., Lei W., Qun C. P., Nan L. A. Passive satellite localization using TDOA/FDOA/AOA measurements. Proc. of the 2011 IEEE Intern. Conf. on Intelligent Computing and Integrated Systems (ICISS), Guilin, China, 1–8 Jan. 2013, pp. 1–5. doi: 10.1109/ANTHOLOGY.2013.6784815
7. Guo F., Fan Yu., Zhou Yi., Zhou C., Li Q. Space Electronic Reconnaissance: Localization Theories and Methods. John Wiley & Sons Singapore Pte Ltd, 2014. 384 p.
8. Liu C., Yang L., Mihaylova L. S. Dual-Satellite Source Geolocation with Time and Frequency Offsets and Satellite Location Errors. 20<sup>th</sup> Intern. Conf. on Information Fusion (Fusion), Xi'an, China, 10–13 July 2017. doi: 10.23919/ICIF.2017.8009716
9. Liu Yi., Huang D., Han Yu., Han Ji. New method about TDOA measurement for satellite interference location. 8<sup>th</sup> Intern. Symp. on Antennas, Propagation and EM Theory, Kunming, 2008, pp. 1314–1317. doi: 10.1109/IS-APE.2008.4735467
10. Zhou P., Zhang Q., Lin H., Yu P. The influence of sampling mode on the accuracy of satellite interference geolocation. 2017 IEEE Intern. Conf. on Signal Processing, Communications and Computing (ICSPCC), Xiamen, 2017, pp. 1–5. doi: 10.1109/ICSPCC.2017.8242447
11. Pattison T., Chou S. I. Sensitivity analysis of dual-satellite geolocation. *IEEE Transactions on Aerospace and Electronic Systems*, vol. 36, iss. 1, pp. 56–71. doi: 10.1109/7.826312
12. Deng B., Xiong J., Xia C. The observability analysis of aerial moving target location based on dual-satellite geolocation system. Proc. Int. Conf. Comput. Sci. Inf. Process. (CSIP), 24–26 Aug. 2012, pp. 12–15. doi: 10.1109/CSIP.2012.6308782
13. Zhang W., Zhang G. Geolocation Algorithm of Interference Sources from FDOA Measurements Using Satellites Based on Taylor Series Expansion. 2016 IEEE 83<sup>rd</sup> Vehicular Technology Conf. (VTC Spring), Nanjing, 2016, pp. 1–5. doi: 10.1109/VTCspring.2016.7504260
14. Yan H., Cao, J. K., Chen L. Study on location accuracy of dual-satellite geolocation system. Proceedings of the 10<sup>th</sup> Intern. Conf. on IEEE ICSP. Beijing, China, 24–28 Oct. 2010, pp. 107–110, doi: 10.1109/ICOSP.2010.5656806
15. Stein S. Differential delay/Doppler ML estimation with unknown signals. *IEEE Transactions on Signal Processing*, Aug. 1993, vol. 41, iss. 8, pp. 2717–2719. doi: 10.1109/78.229901
16. Stein S. Algorithms for ambiguity function processing. *IEEE Trans. Acoust., Speech, Signal Processing*, Jun. 1981, vol. 29, iss. 3, pp. 588–599. doi: 10.1109/TASSP.1981.1163621

## Information about the author

**Roman D. Gall**, Master in the direction of "Infocommunication technologies and communication systems" of Peter the Great St. Petersburg Polytechnic University (2017), post-graduate student of the Saint Petersburg Electrotechnical University "LETI" (direction "Electronics, radio engineering and communication systems"), engineer-programmer of "New Telecommunication Technologies" RPE Co.Ltd., chief algorithmist of the Geolocation Department. Area of expertise: radiolocation, radio navigation, radio engineering, signal processing.  
Address: New Telecommunication Technologies RPE Co. Ltd., 20 A, Sofia Kovalevskaya St., Bld. 1, Room 22H, St Petersburg 195256, Russia  
E-mail: roman942010@mail.ru  
<https://orcid.org/0000-0001-5196-1213>