Известия вузов России. Радиоэлектроника. 2019. Т. 22, № 6. С. 6–13
Journal of the Russian Universities. Radioelectronics. 2019, vol. 22, no. 6, pp. 6–13

Радиотехнические средства передачи, приема и обработки сигналов
УДК 519.216.3 Оригинальная статья
https://doi.org/10.32603/1993-8985-2019-22-6-6-13

Адаптивное прогнозирование случайного процесса с использованием алгоритма последовательной регрессии

В. А. Головков✉

АО "Научно-исследовательский институт комплексных испытаний оптико-электронных приборов", Сосновый Бор, Россия

✉ golovkov_ggg@mail.ru

Аннотация

Введение. Адаптивное статистическое прогнозирование случайного процесса актуально для компенсации шума в задачах радио- и оптический локации. Форма отраженного от цели сигнала часто неизвестна ввиду использования коротких зондирующих импульсов, пробегающих в течение своей длительности расстояние, малое по сравнению с размерами цели. Вычитание из значения шума его прогноза, сформированного в предыдущий момент времени, позволяет компенсировать шум.

Цель работы. Исследование задачи адаптивного линейного прогнозирования случайных процессов нерекурсивным линейным фильтром, реализующим алгоритм последовательной регрессии для дифференцируемых бесконечно и дифференцируемых конечное число раз случайных процессов.

Материалы и методы. Рассмотрены модели случайных помех в виде дифференцируемых бесконечно и дифференцируемых конечное число раз случайных процессов. Алгоритм последовательной регрессии требует оценки корреляционной матрицы выборки и вектора выборки корреляции прогноза и элементов выборки. За счет некоррелированности случайного процесса и его производной образуется разреженная корреляционная матрица выборки, что уменьшает число математических операций.

Результаты. Приведены результаты численных расчетов и реализация случайного процесса, его оптимального и адаптивного прогноза, полученные в ходе имитационного моделирования. Адаптивный прогнозирующий фильтр с использованием выборки производных случайного процесса позволяет минимум на треть уменьшить число математических операций в сравнении с использованием трансверсального прогнозирующего фильтра.

Заключение. Алгоритм последовательной регрессии при прогнозировании случайного процесса и априорной неизвестности параметров случайного процесса наиболее близок к идеальному алгоритму непосредственного обращения матрицы, позволяя в ходе работы адаптироваться к изменяющимся параметрам процесса. Число итераций при нерекурсивной фильтрации и уровень затухания оцениваемых коэффициентов линейной регрессии в ходе адаптации можно использовать для адаптации при изменении параметров прогнозируемого процесса.

Ключевые слова: случайный процесс, выборка, производная случайного процесса, нерекурсивное прогнозирование, адаптация, дисперсия оценки прогноза

Для цитирования: Головков В. А. Адаптивное прогнозирование случайного процесса с использованием алгоритма последовательной регрессии // Изв. вузов России. Радиоэлектроника. 2019. Т. 22, № 6. С. 6–13. doi: 10.32603/1993-8985-2019-22-6-6-13

Конфликт интересов. Автор заявляет об отсутствии конфликта интересов.

Статья поступила в редакцию 13.09.2019; принята к публикации после рецензирования 01.10.2019; опубликована онлайн 30.12.2019

Radio-Engineering Means of Transmission, Reception, and Processing of Signals
Original article

Adaptive Prediction of a Random Process Using a Sequential Regression Algorithm

Vladimir A. Golovkov

JSC "Scientific Research Institute for Optoelectronic Instrument Engineering", Sosnovy Bor, Russia

✉ golovkov_ggg@mail.ru

Abstract

Introduction. Adaptive statistical prediction of a random process is relevant to a noise compensation in radar and optical location problems. The shape of the signal reflected from the target is often unknown due to the use of short probing pulses passing during their duration in a distance less than the size of the target. Subtracting the noise forecasted in the previous time point from its current value allows one to compensate for the noise.

Aim. Investigation of the problem of adaptive linear prediction of random processes by a non – recursive linear filter implementing a sequential regression algorithm for infinitely and finitely differentiable random processes.

Materials and methods. Models of random interferences in the form of infinitely and finitely differentiable random processes were considered. The sequential regression algorithm required to estimate the correlation selection matrix, the selection vector of correlation of the forecast and sample units. Due to random process and its derivative incorrelation, the sparse correlation selection matrix was formed. This factor reduced the number of mathematical operations.

Results. The results of numerical calculations and the implementation of random process, its optimal and adaptive prediction obtained during the simulation were presented. The adaptive predictive filter with random process derivative sampling provided at least a one third reduction of the number of mathematical operations in comparison with the transversal predictive filter.

Conclusion. An algorithm of sequential regression in predicting a random process and its a priori unknown parameters is the closest to the ideal algorithm of direct matrix inversion. It allows to adapt to the changing process parameters. The number of iterations in non-recursive filtering and the value of attenuation of the estimated linear regression coefficients during the adaptation can be used to adapt to the changes in the parameters of the predicted process.

Keywords: random process, sample, derivative of random process, non-recursive forecast, adaptation, variance of forecast estimation

For citation: Golovkov V. A. Adaptive Prediction of a Random Process Using a Sequential Regression Algorithm. Journal of the Russian Universities. Radioelectronics. 2019, vol. 22, no. 6, pp. 6–13. doi: 10.32603/1993-8985-2019-22-6-6-13

Conflict of interest. The author declares no conflict of interest.

Submitted 13.09.2019; accepted 01.10.2019; published online 30.12.2019

Введение. В настоящее время в радио- и оптической локации используются зондирующие импульсы длительностью в единицы наносекунд. Электромагнитное поле таких импульсов, радиально распространяющихся в пространстве от источника излучения, имеет протяженность менее нескольких метров, в то время как подсвечиваемая цель может иметь размеры в десятки метров. Классическая согласованная фильтрация, основанная на известности формы отраженного импульса, в этом случае невозможна, поскольку согласно [1] облучение цели нестационарно в системах как радио-, так и оптической локации [1–4]. В этом случае отношение сигнал/шум можно повысить только за счет компенсации шума. В реальном времени компенсация шума и выделение сигнала производятся вычитанием из наблюдаемого значения смеси сигнала с шумом прогноза этого значения из предыдущего момента времени [5].

Статистические характеристики помехи (шума), как правило, априорно неизвестны и должны оцениваться в ходе наблюдения, тем самым реализуя адаптивный метод прогнозирования [6]. В [7, 8] рассмотрены различные модели адаптации при прогнозировании временны́х рядов и соответствующих им случайных процессов. К таким моделям относятся, например, модель Брауна, дающая прогноз при отсутствии тренда и сезонности; модель Хольта при прогнозировании временно́го ряда с линейной тенденцией; модель Дж. Бокса и Г. Дженкинса, или модель скользящего среднего, и др. Эти модели ориентированы, в основном, на решение экономических задач и используются чаще всего для оценки тренда процесса (случайной последовательности). В [9] рассмотрен вопрос нерекурсивного статистического прогнозирования случайного процесса $\xi(t)$ по выборкам различного вида с использованием уравнения Винера–Хопфа в матричной форме и проведено сравнение их эффективности, однако не предложен метод адаптации при прогнозировании. Наиболее близким к адаптивному нерекурсивному фильтру, реализующему идеальный алгоритм адаптации, является фильтр, реализующий алгоритм последовательной регрессии. Он и рассмотрен в настоящей статье.

Цель работы. Целью работы является исследование задачи адаптивного линейного прогнозирования случайного процесса нерекурсивным линейным фильтром, реализующим алгоритм последовательной регрессии для дифференцируемых бесконечно и дифференцируемых конечное число раз случайных процессов, а также подтверждение полученных результатов экспериментально.

Материалы и методы. При адаптивном прогнозировании следует предложить вид выборки, при котором число математических операций минимально. Можно формировать выборку значений случайного процесса $\xi(t)$ в настоящее время t и в прошедшие моменты времени $t-\Delta t,$ ..., $t-n\Delta t,$ где n – целое, а Δt – интервал времени, образуя вектор

$$\mathbf{X}=\left[\xi(t),\ \xi(t-\Delta t),\ \ldots,\ \xi(t-n\Delta t)\right],$$

и использовать так называемый трансверсальный фильтр. Можно использовать выборку значений случайного процесса и некоторого числа его производных, если он дифференцируем бесконечно или конечное число раз, или выборку

$$\mathbf{Y}=\left[\xi(t),\ \xi'(t),\ \ldots,\ \xi^{(n)}(t)\right].$$

Выборка **Y** или **X** используется для прогноза реализации случайного процесса на момент времени $t+\theta,$ где θ – время прогнозирования. Выборки такого рода используются также и для интерполяции случайных процессов между двумя узлами [10, 11].

Прогноз представим в виде фильтра, осуществляющего линейную регрессию:

$$\xi\left[(t+\theta)|t\right]=$$
$$=k_0\xi(t)+k_1\xi(t-\Delta t)+\ldots+k_n\xi(t-n\Delta t)=\mathbf{KX}^{\mathrm{T}},\quad(1)$$

где $\xi\left[(t+\theta)|t\right]$ – прогноз реализации $\xi(t)$ на момент времени $t+\theta,$ отстоящий на θ от момента времени *t*; $\mathbf{K}=\left[k_0,\ k_1,\ \ldots,\ k_n\right]$ – вектор коэффициентов. Оптимальные коэффициенты вектора **K** зависят от времени прогнозирования θ, корреляционных свойств случайного процесса и интервала времени между отсчетами $\Delta t.$ Аналогично при использовании значений производных:

$$\xi\left[(t+\theta)|t\right]=$$
$$=w_{0n}\xi(t)+w_{1n}\xi'(t)+\ldots+w_{nn}\xi^{(n)}(t)=\mathbf{WY}^{\mathrm{T}},\quad(2)$$

с вектором $\mathbf{W}=\left[w_{0n},\ w_{1n},\ \ldots,\ w_{nn}\right].$ Весовые коэффициенты вектора **W** определены как $w_{ij},$ где *i* – порядок производной реализации; *j* – объем выборки, используемый для прогнозирования. Оптимальные коэффициенты w_{ij} вектора **W** зависят от времени прогнозирования θ и корреляционных свойств случайного процесса. Оба типа нерекурсивных фильтров имеют конечную во времени импульсную характеристику и устойчивы. Следует заметить, что бесконечно дифференцируемы только вырожденные (линейно сингулярные) процессы [12], модели которых, тем не менее, удобно использовать для описания реальных процессов. К таким процессам можно отнести процессы с нормированными корреляционными функциями, которые широко используются в различных задачах [9]:

$$\rho(\tau)=\frac{\sin(\omega\tau)}{\omega\tau}$$

либо

$$\rho(\tau)=\exp\left(-\alpha\tau^2\right).$$

Дифференцируемые конечное число раз процессы можно отнести к сложным марковским процессам [13]. В качестве примера нормированной корреляционной функции случайного процесса, дифференцируемого ровно *n* раз, используется достаточно общее выражение [14]

$$\rho(\tau) = \frac{2^{2n+1}}{\Gamma(2n+1)} \int_0^\infty \exp(-2x - |\tau|) x^n (x + |\tau|)^n \, dx.$$

Примеры нормированных корреляционных функций случайных процессов, дифференцируемых конечное число раз, приведены в [14], в частности, при $n = 1,\ 2$ получается:

$$n = 1:\ \rho(\tau) = (1 + |\tau|)\exp(-|\tau|);$$
$$n = 2:\ \rho(\tau) = \left(1 + |\tau| + \tau^2/3\right)\exp(-|\tau|).$$

Используя интегральный критерий из [12], можно показать, что процессы с такими нормированными корреляционными функциями относятся к линейно-регулярным и не являются вырожденными. Простой марковский процесс с нормированной корреляционной функцией $\rho(\tau) = \exp(-\alpha|\tau|)$ не дифференцируем и далее не рассматривается. Использование выборки производных более эффективно. В [9] показано, что алгоритмы (1) и (2) совпадают по эффективности при использовании выборок одинакового размера и $\Delta t \to 0$.

При прогнозировании случайных процессов их производные можно оценить методом конечных разностей либо с помощью аналоговых дифференцирующих схем [15]. Возможно также построение рекурсивных прогнозирующих фильтров [6], имеющих бесконечную во времени импульсную характеристику и использующих выборку значений случайного процесса. Однако рекурсивные фильтры содержат цепь обратной связи и могут быть неустойчивы.

Оптимальный с точки зрения минимального среднеквадратичного отклонения вектор коэффициентов $\mathbf{W}_{\text{opt}}$ либо $\mathbf{K}_{\text{opt}}$ определяется уравнением Винера–Хопфа [14]:

$$\mathbf{W}_{\text{opt}} = R^{-1}\mathbf{P}^{\text{T}},$$

где R – матрица взаимной корреляции элементов выборки $\mathbf{Y}$ либо $\mathbf{X}$; $\mathbf{P}$ – вектор взаимной корреляции прогноза $\xi(t + \theta/t)$ и элементов выборки $\mathbf{Y}$ либо $\mathbf{X}$. Минимальная дисперсия прогноза $\xi[(t+\theta)|t]$ получена в виде [16]

$$\sigma^2\{\xi[(t+\theta)|t]\} = \sigma^2[\xi(t)] - \mathbf{P}R^{-1}\mathbf{P}^{\text{T}}, \qquad (3)$$

где $\sigma^2[\xi(t)]$ – дисперсия случайного процесса $\xi(t)$.

Матрица R и вектор $\mathbf{P}$, используемые при прогнозировании с выборками до четвертой производной включительно, получены в [9] в виде

$$R = \sigma^2 \begin{Vmatrix} 1 & 0 & \rho''(0) & 0 & \rho^{(4)}(0) \\ 0 & -\rho''(0) & 0 & -\rho^{(4)}(0) & 0 \\ \rho''(0) & 0 & \rho^{(4)}(0) & 0 & \rho^{(6)}(0) \\ 0 & -\rho^{(4)}(0) & 0 & -\rho^{(6)}(0) & 0 \\ \rho^{(4)}(0) & 0 & \rho^{(6)}(0) & 0 & \rho^{(8)}(0) \end{Vmatrix}, \qquad (4)$$

$$P = \sigma^2\left[\rho(\theta),\ -\rho'(\theta),\ \rho''(\theta),\ -\rho^{(3)}(\theta),\ \rho^{(4)}(\theta)\right],$$

где $\rho(\theta)$ – нормированная на σ^2 функция корреляции процесса $\xi(t)$; $-\rho''(\theta)$, $\rho^{(4)}(0)$, $-\rho^{(6)}(0)$, $\rho^{(8)}(0)$ – нормированные на σ^2 дисперсии процессов $\xi'(t)$, $\xi''(t)$, $\xi^{(3)}(t)$, $\xi^{(4)}(t)$ соответственно.

Как видно из (4), матрица R является симметричной и разреженной, так как случайный процесс и его первая производная, а также первая и вторая производные случайного процесса, вторая и третья призводные и т. д. не коррелированы между собой при сохранении стационарности процесса, из-за чего треть элементов этой матрицы равны нулю. Это позволяет уменьшить число оцениваемых параметров матрицы. Такая матрица хорошо обусловлена, и для нее легко найти обратную.

Нахождение вектора $\mathbf{K}$ также не вызывает затруднений. Соответствующие ему матрица и вектор взаимной корреляции имеют вид:

$$R = \sigma^2 \begin{Vmatrix} 1 & \rho(\Delta t) & \dots & \rho(n\Delta t) \\ \rho(\Delta t) & 1 & \dots & \rho[(n-1)\Delta t] \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ \rho(n\Delta t) & \rho[(n-1)\Delta t] & \dots & 1 \end{Vmatrix}; \qquad (5)$$

$$\mathbf{P} = \sigma^2[\rho(\theta),\ \rho(\theta+\Delta t),\ \dots,\ \rho(\theta + n\Delta t)].$$

Таким образом, в этом случае корреляционная матрица R не является разреженной и использовать ее при адаптации сложнее. Как видно из сравнения матриц (4) и (5), количество оцениваемых параметров в матрице (4) примерно от половины до трети меньше, чем в матрице (5), за счет равных нулю элементов матрицы.

Зависимости нормированной дисперсии оптимального прогноза случайного процесса от интервала времени прогноза θ получены в [9] в виде

$$l(\theta) = \frac{\sigma^2\left[\xi(t+\theta)|\xi(t),\ \xi'(t),\ \dots,\ \xi^{(n)}(t)\right]}{\sigma^2[\xi(t)]} =$$

$$=\frac{\sigma^2\left\{\xi\left[(t+\theta)|t\right]\right\}}{\sigma^2\left[\xi(t)\right]}.$$

Процесс адаптации сводится к поиску вектора весовых коэффициентов **W** либо **K**. В настоящее время вычислительные средства позволяют разрабатывать сложное программное обеспечение, реализующее математику высокого уровня. Поэтому целесообразно рассмотреть известные алгоритмы адаптации [16]: простой алгоритм градиентного поиска, градиентный поиск методом Ньютона, градиентный поиск методом наискорейшего спуска, идеальный алгоритм, алгоритм последовательной регрессии.

Градиентные методы поиска относительно просты для программирования, однако зависят от собственных значений корреляционной матрицы *R*. Идеальный алгоритм требует точного знания этой матрицы.

Приближением к идеальному алгоритму является алгоритм последовательной регрессии [6], или, как его называют в [17], алгоритм непосредственного обращения матрицы (НОМ). В этом случае находятся оценки матрицы *R* и вектора **P**. В ходе наблюдения реализации случайного процесса $\xi(t)$ в моменты времени t_i $\left(i=\overline{1,\ N}\right)$ будем получать выборки

$$\mathbf{Y}_i=\left\|\xi(t_i),\ \ \xi'(t_i),\ \ \ldots,\ \ \xi^{(n)}(t_i)\right\|$$

размера $n+1$. Исходя из предположения о стационарности случайного процесса $\xi(t)$ на достаточно продолжительном интервале времени наилучшая несмещенная оценка матрицы *R* выражается как

$$\hat{R}=\frac{1}{N+1}\sum_{i=0}^{N}\mathbf{Y}_i\mathbf{Y}_i^{\mathrm{T}},\qquad(6)$$

либо, в зависимости от типа выборки, вместо вектора $\mathbf{Y}_i$ следует использовать вектор **X**.

Вектор взаимной корреляции прогноза и элементов выборки:

$$\hat{\mathbf{P}}^{\mathrm{T}}=\frac{1}{N+1}\sum_{i=0}^{N}\xi\left(t_i+\theta\right)\mathbf{Y}_i^{\mathrm{T}}.\qquad(7)$$

В [6] рассмотрена эффективность алгоритма НОМ при условии, что случайный процесс $\xi(t)$ гауссовский. Дисперсия оценки прогноза на выходе такого адаптивного фильтра составит

$$D=\left(1+\frac{n+1}{N}\right)\sigma^2\left\{\xi\left[(t+\theta)|t\right]\right\},\qquad(8)$$

где N – количество независимых (некоррелированных) оценок векторов **W** либо **K**. Дисперсия прогноза $\sigma^2\left\{\xi\left[(t+\theta)|t\right]\right\}$ определяется из (3). Во время адаптации, когда процесс $\xi(t)$ является нестационарным, выражения (6), (7) не дают хорошей оценки матрицы $\hat{R}$, так как при больших *N* данная оценка становится не чувствительной к изменению этой матрицы. Чтобы исключить этот эффект, целесообразно [16] при оценке матрицы *R* ввести весовой множитель α для управления чувствительностью к ее изменению. Тогда взвешенная оценка матрицы *R* на $(k+1)$-й итерации запишется в виде

$$\hat{R}=\frac{1-\alpha}{1-\alpha^{k+1}}\sum_{i=0}^{k}\alpha^{k-i}\mathbf{Y}_i\mathbf{Y}_i^{\mathrm{T}}\qquad(9)$$

либо

$$\hat{R}=\frac{1-\alpha}{1-\alpha^{k+1}}\sum_{i=0}^{k}\alpha^{k-i}\mathbf{X}_i\mathbf{X}_i^{\mathrm{T}}.\qquad(10)$$

Аналогично можно записать выражение для вектора взаимной корреляции прогноза и элементов выборки:

$$\hat{\mathbf{P}}^{\mathrm{T}}=\frac{1-\alpha}{1-\alpha^{k+1}}\sum_{i=0}^{k}\alpha^{k-i}\xi\left(t_i+\theta\right)Y_i^{\mathrm{T}}.\qquad(11)$$

Значения α и *k* можно регулировать во время адаптации. Значение *k* ограничивает размер "окна", в котором производится оценка коэффициентов регрессии; это же значение и размер выборки *n* ограничивают объем математических расчетов. Величина α при оценке коэффициентов регрессии, в силу выражений (9)–(11), принимает значения $0<\alpha<1$. Полученные в ходе адаптации оценки $\hat{R}$ и $\hat{\mathbf{P}}$ позволяют рассчитать векторы $\hat{\mathbf{W}}_{\mathrm{opt}}=\hat{R}^{-1}\hat{\mathbf{P}}^{\mathrm{T}}$ или $\hat{\mathbf{K}}_{\mathrm{opt}}=\hat{R}^{-1}\hat{\mathbf{P}}^{\mathrm{T}}$ для адаптивного прогнозирования.

Рассмотрим простой случай. Пусть математическое ожидание процесса $\xi(t)$ $\mu=0,$ случайный процесс нормальный и стационарный с неизвестными параметрами. Для иллюстрации метода НОМ в математическом редакторе Mathcad-13 была написана программа моделирования нормального случайного процесса с дисперсией $\sigma^2=1$ и нормированной корреляционной функцией $\rho(\tau)=\sin(\pi\tau)/(\pi\tau)$ при энергетической ширине полосы процесса $\Delta f_э=1$. Для качественного анализа и демонстрации выбирались различные значения α.

При имитационном моделировании формировалась случайная последовательность с интервалом квантования по времени $\Delta t=0.05$, а выборка $\mathbf{Y}_i=\left[\xi(t_i),\ \xi'(t_i),\ \xi''(t_i)\right]$ формировалась по выражениям для конечной разности при оценке производных. Матрица R и вектор $\mathbf{P}$ в этом случае представляются в виде:

$$\|R\|=\sigma^2\begin{Vmatrix}1 & 0 & \rho''(0)\\ 0 & -\rho''(0) & 0\\ \rho''(0) & 0 & \rho^{(4)}(0)\end{Vmatrix}; \qquad (12)$$

$$\mathbf{P}=\sigma^2\left[\rho(\theta)\ \ -\rho'(\theta)\ \ \rho''(\theta)\right]. \qquad (13)$$

Как видно из (12), (13), всего необходимо оценить 6 параметров случайного процесса и двух его производных с учетом адаптивного алгоритма последовательной регрессии. При этом оцениваемые оптимальные коэффициенты $w_{i,j}$ из (12), (13):

$$w_{0,3}=\frac{\rho(\theta)\rho^{(4)}(0)-\rho''(0)\rho''(\theta)}{\rho^{(4)}(0)-\rho''(0)^2}; \qquad (14)$$

$$w_{1,3}=\frac{\rho'(\theta)}{\rho''(0)}; \qquad (15)$$

$$w_{2,3}=\frac{\rho''(\theta)-\rho(\theta)\rho''(0)}{\rho^{(4)}(0)-\rho''(0)^2}. \qquad (16)$$

Оцениваемые коэффициенты по алгоритму последовательной регрессии при моделировании должны сходиться к представленным коэффициентам.

На интервале времени $\tau_k\approx 1/\Delta f_э$ можно считать, что отсчеты случайного процессы не коррелированы. Чтобы качественно показать как происходит адаптация, приведем результаты прогнозирования для одной из реализаций случайного процесса. Время прогнозирования было выбрано $\theta=0.5$, в этом случае согласно [9] нормированная дисперсия прогноза $l(\theta)\approx 0.03$. Параметры, установленные при прогнозировании, следующие: $\alpha=0.9999$; $k=5000$, в этом случае значение, характеризующее максимальное затухание в начале окна при оценке коэффициентов $w_{i,j}$, составляет $\alpha^{(k)}=0.6$. Начальное значение коэффициентов $w_{i,j}$ было выбрано нулевым. Уменьшение весового множителя α, как и уменьшение числа итераций k приводит к ухудшению качества прогноза, хотя и позволяет быстрее адаптироваться к изменению параметров случайного процесса.

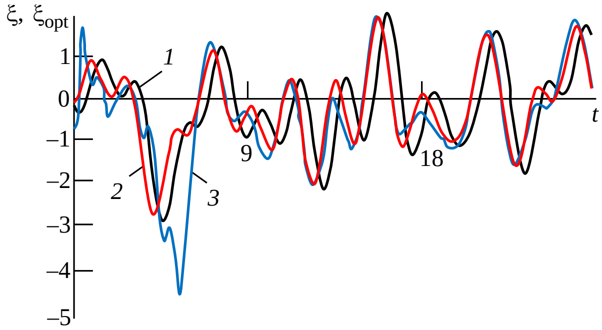

Рис. 1. Имитационное моделирование случайного процесса $\xi(t)$ (кривая *1*), его оптимального прогнозирования $\xi_{\text{opt}}\left[(t+\theta)|t\right]$ (кривая *2*) и адаптивного прогнозирования $\xi\left[(t+\theta)|t\right]$ (кривая *3*)

Fig. 1. Simulation of a random process $\xi(t)$ (line *1*), its optimal forecasting $\xi_{\text{opt}}\left[(t+\theta)|t\right]$ (line *2*) and adaptive forecasting $\xi\left[(t+\theta)|t\right]$ (line *3*)

На рис. 1 приведен результат имитационного моделирования алгоритмов прогнозирования случайного процесса при известных R и векторе $\mathbf{P}$. Видно, что адаптивное прогнозирование практически совпадает с оптимальным начиная с времени $t\approx 7$ (кривые *2* и *3* практически совпадают, т. е. оптимальное и адаптивное прогнозирование соответствуют друг другу). Размер выборки $n+1=3$, на интервале $t=7$ помещается $\tau_k\approx 1/\Delta f_э=7$ интервалов корреляции, что позволяет принять $N=7$. Используя (8), можно оценить дисперсию оценки адаптивного прогноза $D\approx 1.4\sigma^2\left\{\xi\left[(t+\theta)|t\right]\right\}$ при $t\ge 7$, т. е. ее значение даже при времени наблюдения $t=7$ всего в 1.4 раза больше оптимального.

На рис. 2 приведены полученные при имитационном моделировании кривые адаптации коэффициентов $w_{i,j}$. Численные значения коэффициентов рассчитаны по выражениям (14)–(16).

Результаты. Приведены результаты численных расчетов и реализации исходного случайного процесса, его оптимального и адаптивного прогноза, полученные в ходе имитационного моделирования, подтвердившие корректность расче-

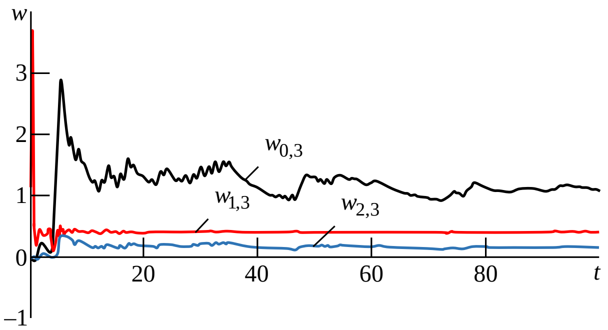

Рис. 2. Сходимость коэффициентов регрессии к их оптимальным значениям

Fig. 2. Conferencing the regression coefficients to their optimal values:
$w_{0,3\ \text{opt}} = 0.98$; $w_{1,3\ \text{opt}} = 0.39$; $w_{2,3\ \text{opt}} = 0.1$

тов. Использование производных случайного процесса в выборке и алгоритма последовательной регрессии позволяет достаточно быстро адаптироваться к исходному случайному процессу и обеспечить его прогнозирование. Число итераций при нерекурсивной фильтрации и значение затухания оцениваемых коэффициентов линейной регрессии в ходе адаптации можно использовать для адаптации при изменении параметров прогнозируемого процесса.

Заключение. Предложенный путь построения адаптивного прогнозирующего фильтра с помощью выборки производных случайного процесса позволяет по крайнем мере на треть уменьшить число математических операций по сравнению с использованием выборки предыдущих значений случайного процесса при построении прогнозирующего фильтра одинакового порядка и применении алгоритма последовательной регрессии. Имитационное моделирование подтвердило правильность предложенного пути построения адаптивного прогнозирующего фильтра. Использованный алгоритм последовательной регрессии при априорной неизвестности параметров случайного процесса наиболее близок к идеальному алгоритму адаптации.

Список литературы

1. Лебедько Е. Г. Системы импульсной оптической локации. СПб.: Лань, 2014. 369 с.

2. Якушенков Ю. Г. Теория и расчет оптико-электронных приборов. М.: Логос, 2012. 568 с.

3. Миллиметровая радиолокация: методы обнаружения и наведения в условиях естественных и организованных помех / А. Б. Борзов, Р. П. Быстров, Э. А. Засовин, К. П. Лиходеенко, И. В. Муратов, Г. Л. Павлов, А. В. Соколов, В. Б. Сучков. М.: Радиотехника, 2010. 376 с.

4. Быстров А. П., Потапов А. А., Соколов А. В. Миллиметровая радиолокация с фрактальной обработкой. М.: Радиотехника, 2005. 250 с.

5. Головков В. А. Максимизация отношения сигнал/шум при нестационарном облучении цели оптическим локатором // Опт. журн. 2018. Т. 85, № 6. С. 48–52. doi: 10.17586/1023-5086-2018-85-06-48-52

6. Adaptive Filters / ed. by C. F. N. Cowan and P. M. Grant. Englewood Cliffs, NJ: Prentice-Hall, Inc., 1985. 308 p.

7. Лукашин Ю. П. Адаптивные методы краткосрочного прогнозирования временных рядов. М.: Финансы и статистика, 2003. 416 с.

8. Box G. E. P., Jenkins G. M., Reinsel G. C. Time Series Analysis. Forecasting and Control. New York: J. Wiley & Sons, 2015. 709 p.

9. Головков В. А. Характеристики прогнозирующих фильтров // Изв. вузов России. Радиоэлектроника. 2010. № 2. С. 3–8.

10. Islam S. M. R., Kwak K. S. On Channel Estimation in MB-OFDM UWb Systems with Time Varing Dispersive Fading Channel // Intern. J. of Digital Content Technology and its Applications. 2010. Vol. 4, № 2. P. 18–24.

11. Golovkov V. A. Interpolation of Random Processes Using Winner-Hopf Filtration // Radio Electronics and Communications Systems. 2009. Vol. 52, № 3. P. 132–136. doi: 10.3103/S0735272709030030

12. Розанов Ю. А. Стационарные случайные процессы. М.: Наука, 1990. 272 с.

13. Перов А. И. Статистическая теория радиотехнических систем. М.: Радиотехника, 2003. 400 с.

14. Хименко В. И. Случайные данные: структура и анализ. М.: Техносфера, 2017. 424 с.

15. Faulkenberry L. M. An Introduction to Operational Amplifiers with Linear IC Applications. New York: J. Wiley & Sons, 1982. 530 p.

16. Widrow B., Stearns S. D. Adaptive Signal Processing. Englewood Cliffs, NJ: Prentice-Hall, Inc., 1985. 492 p.

17. Monzingo R., Miller T. Introduction to Adaptive Arrays. New York: J. Wiley & Sons, 2004. 543 p.

Информация об авторе

Головков Владимир Алексеевич – кандидат технических наук (1982), доцент (2009), старший научный сотрудник ОАО НИИ ОЭП, г. Сосновый Бор. Автор 60 научных работ. Сфера научных интересов – обработка сигналов, в частности в оптико-электронных системах.
Адрес: АО НИИ ОЭП, Ленинградский проспект, г. Сосновый Бор, 188541, Россия
E-mail: golovkov_ggg@mail.ru

References

1. Lebed'ko E. G. *Sistemy impul'snoi opticheskoi lokatsii* [Pulse Optical Location Systems]. SPb., *Lan'*, 2014, 369 p. (In Russ.)

2. Yakushenkov Yu. G. *Teoriya i raschet optiko-elektronnykh priborov* [Theory and Calculation of Optoelectronic Devices]. Moscow, *Logos*, 2012, 568 p. (In Russ.)

3. Borzov A. B., Bystrov R. P., Zasovin E. A., Likhodeenko K. P., Muratov I. V., Pavlov G. L., Sokolov A. V., Suchkov V. B. *Millimetrovaya radiolokatsiya: metody obnaruzheniya i navedeniya v usloviyakh estestvennykh i organizovannykh pomekh* [Millimeter Radar: Detection and Guidance Methods under Natural and Organized Interference]. Moscow, *Radiotekhnika*, 2010, 376 p. (In Russ.)

4. Bystrov A. P., Potapov A. A., Sokolov A. V. *Millimetrovaya radiolokatsiya s fraktal'noi obrabotkoi* [Fractal Millimeter Radar]. Moscow, *Radiotekhnika*, 2005, 250 p. (In Russ.)

5. Golovkov V. A. Maximization of the Signal-To-Noise Ratio for Non-Steady-State Irradiation of a Target Using Optical Radar. J. of Optical Technology. 2018, vol. 85, no. 6, pp. 351–354. doi: 10.1364/JOT.85.000351

6. Adaptive Filters. Ed. by C. F. N. Cowan and P. M. Grant. Englewood Cliffs, NJ, Prentice-Hall, Inc., 1985, 308 p.

7. Lukashin Yu. P. *Adaptivnye metody kratkosrochnogo prognozirovaniya vremennykh ryadov* [Adaptive Methods of Short-Term Forecasting of Time Series]. Moscow, *Finansy i statistika*, 2003, 416 p. (In Russ.)

8. Box G. E. P., Jenkins G. M., Reinsel G. C. Time Series Analysis. Forecasting and Control. New York, J. Wiley & Sons, 2015, 709 p.

9. Golovkov V. A. Predictive Filter Characteristics. J. of the Russian Universities. Radioelectronics. 2010, no. 2, pp. 3–8. (In Russ.)

10. Islam S. M. R., Kwak K. S. On Channel Estimation in MB-OFDM UWb Systems with Time Varing Dispersive Fading Channel. Intern. J. of Digital Content Technology and its Applications. 2010, vol. 4, no. 2, pp. 18–24.

11. Golovkov V. A. Interpolation of Random Processes Using Winner-Hopf Filtration. Radio Electronics and Communications Systems. 2009, vol. 52, no. 3, pp. 132–136. doi: 10.3103/S0735272709030030

12. Rozanov Yu. A. *Statsionarnye sluchainye protsessy* [Stationary Random Processes]. Moscow, *Nauka,* 1990, 272 p. (In Russ.)

13. Perov A. I. *Statisticheskaya teoriya radiotekhnicheskikh sistem* [Statistical Theory of Radio Engineering Systems]. Moscow, *Radiotekhnika*, 2003, 400 p. (In Russ.)

14. Khimenko V. I. *Sluchainye dannye: struktura i analiz* [Random Data: Structure and Analysis]. Moscow, *Tekhnosfera*, 2017, 424 p. (In Russ.)

15. Faulkenberry L. M. An Introduction to Operational Amplifiers with Linear IC Applications. New York, J. Wiley & Sons, 1982, 530 p.

16. Widrow B., Stearns S. D. Adaptive Signal Processing. Englewood Cliffs, NJ, Prentice-Hall, Inc., 1985, 492 p.

17. Monzingo R., Miller T. Introduction to Adaptive Arrays. New York, J. Wiley & Sons, 2004, 543 p.

Information about the author

Vladimir A. Golovkov, Cand. Sci. (Eng.) (1982), Associate Professor (2009), Senior Researcher in JSC "Scientific Research Institute for Optoelectronic Instrument Engineering". The author of 60 scientific publications. Area of expertise: signal processing, in particular in optoelectronic systems.
Адрес: JSC "Scientific Research Institute for Optoelectronic Instrument Engineering", 29 Leningradskaya Str., Sosnovy Bor 188541, Russia
E-mail: golovkov_ggg@mail.ru