

РАДИОТЕХНИЧЕСКИЕ СРЕДСТВА ПЕРЕДАЧИ,  
ПРИЕМА И ОБРАБОТКИ СИГНАЛОВ  
RADIO ELECTRONIC FACILITIES FOR SIGNAL  
TRANSMISSION, RECEPTION AND PROCESSING

<https://doi.org/10.32603/1993-8985-2019-22-3-5-23>

УДК 621.372.54

Е. Н. Червинский✉

ЗАО "СИМЕТА" (Санкт-Петербург)

Малый пр. П. С., д. 4. Санкт-Петербург, Россия, 197110

## СИНТЕЗ ПОЛОСНЫХ ФИЛЬТРОВ С НЕРАВНОВОЛНОВЫМИ АМПЛИТУДНО-ЧАСТОТНЫМИ ХАРАКТЕРИСТИКАМИ

### Аннотация.

**Введение.** При расчете полосных фильтров элементы цепи могут быть определены посредством преобразования параметров фильтра нижних частот (ФНЧ), являющегося прототипом синтезируемого фильтра. Проблема может возникнуть в случае, если в результате преобразования номиналы синтезированных элементов (резисторов и конденсаторов) выпадают из шкал значений, определенных межгосударственным стандартом. Очевидно, что при замене расчетных значений стандартными частотные характеристики полосных фильтров искажаются. Число компонентов, расчетные номиналы которых не соответствуют стандартному ряду, может быть сведено к нулю решением дополнительной системы уравнений, связывающей параметры синтезированной и вновь вводимой неравноволновой амплитудно-частотных характеристик (АЧХ).

**Цель работы.** Разработка методики расчета полосных фильтров лестничной структуры с элементами, соответствующими стандартным значениям.

**Материалы и методы.** Процесс синтеза включает 2 этапа. На первом этапе рассчитываются параметры полиномиального ФНЧ-прототипа. Расчетные параметры определяются в результате решения системы уравнений, образованных приравниванием коэффициентов при одинаковых степенях переменной в выражениях реализуемой передаточной функции (ПФ) и ПФ синтезируемого фильтра. Исходными характеристиками являются порядок фильтра и неравномерность передачи цепи. Переход к номинальным значениям всех элементов выполнен при решении еще одной системы уравнений, связывающих преобразованные параметры ФНЧ с неизвестными (искомыми) параметрами вновь вводимой неравноволновой АЧХ.

**Результаты.** Представлены ПФ ФНЧ-прототипов до пятого порядка и АЧХ полосно-пропускающих фильтров (ППФ) и полосно-заграждающих фильтров до десятого порядка. Аналитические выражения неравноволновой и равноволновой АЧХ применены для оценки искажений последней при изменении центральной частоты настройки полосных фильтров с помощью переменных индуктивностей или конденсаторов. В качестве меры искажений реальной частотной характеристики принята интегральная квадратичная функция переменной величины. Приведен пример расчета ППФ десятого порядка.

**Заключение.** Представленные методики расчета полосных фильтров и приведенный пример наглядно демонстрируют возможности метода синтеза фильтров, основанного на решении систем нелинейных уравнений. В отличие от методов аппроксимации идеальной характеристики фильтра в частотной области с помощью специальных функций и табличного проектирования фильтров рассмотренный метод позволяет рассчитать фильтр высокого порядка для любых исходных требований, не прибегая к справочным данным.

**Ключевые слова:** передаточная функция, фильтр нижних частот, преобразование частоты, полосно-пропускающий фильтр, полосно-заграждающий фильтр, перестраиваемый фильтр

**Для цитирования:** Червинский Е. Н. Синтез полосных фильтров с неравноволновыми амплитудно-частотными характеристиками // Изв. вузов России. Радиоэлектроника. 2019. Т. 22, № 3. С. 5–23. doi: 10.32603/1993-8985-2019-22-3-5-23

© Червинский Е. Н., 2019



Контент доступен по лицензии Creative Commons Attribution 4.0 License  
This work is licensed under a Creative Commons Attribution 4.0 License

**Источник финансирования.** Инициативная работа.

**Конфликт интересов.** Автор заявляет об отсутствии конфликта интересов.

Статья поступила в редакцию 27.03.2019; принята к публикации 20.05.2019; опубликована онлайн 27.06.2019

---

**Evgeniy N. Chervinskiy**✉

Closed JSC "SIMETA" (Saint Petersburg)  
4, Maly pr. P. S., St. Petersburg, 197110, Russia

## DESIGN OF BAND FILTERS WITH NON-EQUIRIPPLE AMPLITUDE-FREQUENCY RESPONSES

### Abstract.

**Introduction.** Band filters circuit elements can be calculated by converting low-pass filter (LPF) parameters, which is the prototype of the designed filter. The conversion causes problems in case calculated values of circuit elements (resistors and capacitors) are out of standard values determined by the GOST standard. Obviously, frequency characteristics of band-filters are distorted when replacing the calculated values of circuit elements by the standard ones. The number of circuit elements with values different from standard can be reduced to zero by solving an additional system of equations that connects parameters of designed and newly introduced non-equiripple amplitude-frequency responses (AFR).

**Objective.** The objective of this work is to develop a calculation method of band ladder filters with values of circuit elements corresponding to standard ones.

**Materials and methods.** The filter design process includes two stages. The first stage is a parameters calculation of a polynomial LPF prototype. The calculated parameters are determined as a system of equations solution. The equations are formed by equating coefficients at the same powers of variable in expressions of realizable transfer function (TF) and designed filter TF. Initial characteristics are the filter order and frequency response unevenness. The transition to the standard values of circuit elements can be done when solving another system of equations that connects LPF converted parameters with unknown parameters of the introduced non-equiripple AFR.

**Results.** TF of LPF prototypes up to the fifth order and AFR of band-pass filters (BPF) and band-rejection filters up to the tenth order are presented. Analytical expressions of non-equiripple and equiripple ARF are used to estimate distortions of the latter when a BPF center frequency is tuned by using variable inductors or capacitors. The integral quadratic function of a variable is taken as a measure of real frequency response distortions. The tenth order BPF calculation example is given.

**Conclusion.** The presented calculation methods of band filters and given example demonstrate possibilities of the filter design method based on the systems of non-linear equations solution. In contrast to approximation methods of ideal filter frequency response by using special functions and tabular filters design, the presented method allows high-order filter calculation for any initial requirements without using reference data.

**Key words:** transfer function, low-pass filter, frequency transformation, band-pass filter, band-rejection filter, tunable filter

**For citation:** Chervinskiy E. N. Design of Band Filters with Non-Equiripple Amplitude-Frequency Responses. Journal of the Russian Universities. Radioelectronics. 2019, vol. 22, no. 3, pp. 5–23. doi: 10.32603/1993-8985-2019-22-3-5-23

---

**Acknowledgements.** Initiative work.

**Conflict of interest.** Author declares no conflict of interest.

Submitted 27.03.2019; accepted 20.05.2019; published online 27.06.2019

---

**Введение.** Как известно [1]–[3], расчет любого полосного фильтра – полосно-пропускающего фильтра (ППФ) (band pass filter – BPF) или полосно-заграждающего фильтра (ПЗФ) (band rejection filter – BRF) – может быть сведен к расчету фильтра нижних частот (ФНЧ) (low pass filter – LPF) с определенными параметрами. Последняя задача решается различными методами (см., на-

пример, [4], [5]). Для расчета ФНЧ порядка больше двух с заданными значениями частоты среза и резистивных элементов на входе и выходе четырехполюсника широко применяется метод проектирования, основанный на использовании табличных параметров так называемых нормированных фильтров [6], [7]. В [8] подробно исследован способ определения параметров цепи в результа-

те решения системы нелинейных уравнений, образованных приравнованием коэффициентов при одинаковых степенях переменной в выражениях реализуемой передаточной функции (ПФ) и ПФ фильтра. Переход от параметров ФНЧ, являющегося низкочастотным аналогом синтезируемого полосного фильтра, осуществляется методом преобразования частоты. Суть метода заключается в копировании в определенном масштабе характеристик электрической цепи на всей оси переменной  $\omega$  в положительную полуось новой переменной  $\omega'$  и соответствующем изменении схемы и параметров ФНЧ. Проблема может возникнуть в случае, если полученные в рамках этого метода номиналы элементов синтезированного фильтра (резисторов и конденсаторов) выпадают из шкал значений, определенных межгосударственным стандартом [9], имеющих обозначения Е6, Е12, Е24 и т. д. Очевидно, что при замене расчетных значений стандартными частотные характеристики полосных фильтров искажаются. Число компонентов, расчетные номиналы которых не соответствуют стандартному ряду, может быть сведено к нулю решением дополнительной системы уравнений, связывающей параметры синтезированной и вновь вводимой неравноволновой амплитудно-частотных характеристик (АЧХ).

Цель настоящей статьи – разработка методики расчета полосных фильтров лестничной структуры с элементами, имеющими стандартные значения (далее – стандартизованные элементы).

На рис. 1, 2 приведены схемы ФНЧ, составленные из Г-, Т- и П-образных звеньев. На схемах обозначены:  $\dot{U}_{\text{ВХ}}$  и  $\dot{U}_{\text{ВЫХ}}$  – комплексные амплитуды входного и выходного напряжений соответственно;  $r$  – активное сопротивление, включающее сопротивление источника сигнала;  $C_i$ ,  $L_k$ ,  $i, k = \overline{1, n}$  – емкости и индуктивности в поперечных и продольных ветвях соответственно ( $n$  – порядок фильтра);  $R$  – сопротивление нагрузки;  $K_y$  – коэффициент усиления усилителя.

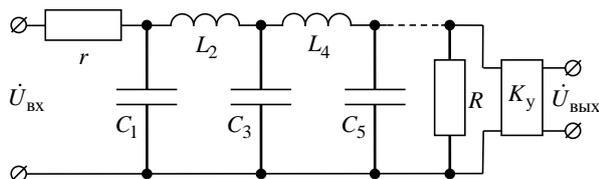


Рис. 1. Функциональная схема ФНЧ с емкостью в поперечной ветви на входе  
Fig. 1. Schematic diagram of LPF with the capacitor in the transverse branch at the input

В общем случае ПФ фильтра

$$H^{(n)}(p) = \dot{U}_{\text{ВЫХ}}(p) / \dot{U}_{\text{ВХ}}(p), \quad p = \sigma + j\omega.$$

ПФ фильтров (рис. 1, 2) являются дробно-рациональными функциями переменной  $s = j\omega$ , имеющими в числителе постоянную величину, а в знаменателе полином степени  $n$  (полиномиальные ФНЧ). Разделив числитель и знаменатель дробно-рациональной функции на  $\omega_c^n$ , где  $\omega_c$  – угловая частота среза, перейдем к выражению  $H^{(n)}(s_H)$  как функции нормированной мнимой частоты  $s_H = j\omega/\omega_c = j\omega_H$ .

**Методы расчета полосно-пропускающих фильтров.** Для перехода от ФНЧ к ППФ с центральной частотой  $\omega_0 = \omega_c$  заменим переменную [2]:

$$s_H \rightarrow \Theta(s'_H + 1/s'_H), \quad (1)$$

где  $\Theta$  – положительное число;  $s'_H = j\omega'_H$  – преобразованная мнимая часть нормированной комплексной частоты, причем  $\omega'_H = \omega/\omega_0$  – угловая частота, нормированная относительно центральной частоты  $\omega_0$ . Значения переменной  $\omega'_H$ , соответствующие значению нормированной частоты  $\omega_H$ , определяются как корни уравнения

$$\omega_H^2 - (\omega_H/\Theta)\omega'_H - 1 = 0:$$

$$\omega'_{H1,2} = \sqrt{1 + \omega_H^2/(4\Theta^2)} \mp \omega_H/(2\Theta), \quad \omega_H \geq 0.$$

Среднее геометрическое частот  $\omega'_{H1,2}$  дает нормированную центральную частоту ППФ:  $\sqrt{\omega'_{H1}\omega'_{H2}} = 1$ . Разность частот  $\omega'_{H2} - \omega'_{H1} = \omega_H/\Theta$ , откуда  $\Theta = \omega_H/(\omega'_{H2} - \omega'_{H1})$ . При  $\omega_H = 1$   $\Theta$  определяется как величина, обратная разности нормированных частот ППФ, полученных преобразованием частоты среза ФНЧ. Таким образом,  $\Theta$  является мерой избирательности ППФ.

Значения АЧХ ППФ  $H_{\text{ВР}}^{(2n)}(\omega_H)$  в точках  $\omega'_{H1,2}$  равны значению АЧХ ФНЧ-прототипа

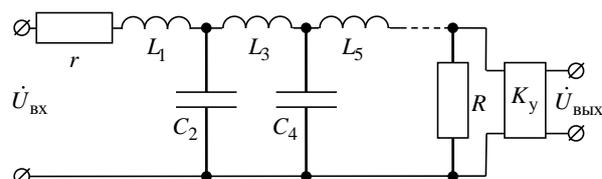


Рис. 2. Функциональная схема ФНЧ с индуктивностью в продольной ветви на входе  
Fig. 2. Schematic diagram of LPF with the inductor in the longitudinal branch at the input

$H^{(n)}(\omega_H)$  в соответствующей точке  $\omega_H$ . Например, при преобразовании ФНЧ Чебышева значение АЧХ ППФ  $H_{\text{ВРЧ}}^{(2n)}(\omega_H)$  в граничных точках  $\omega'_{\text{НГР}} = \sqrt{1 + 1/(4\Theta^2)} \mp 1/(2\Theta)$  равно  $1/\sqrt{1 + \varepsilon^2}$ , где  $\varepsilon$  – постоянное число, и только при  $\varepsilon = 1$ , соответствующем неравномерности передачи 3 дБ,  $H_{\text{ВРЧ}}^{(2n)}(\omega'_{\text{НГР}}) = 1/\sqrt{2}$ .

Если  $H^{(n)}(1) = 1/\sqrt{2}$ , то

$$H_{\text{ВРЧ}}^{(2n)}\left(\sqrt{1 + \frac{1}{4\Theta^2}} - \frac{1}{2\Theta}\right) = H_{\text{ВРЧ}}^{(2n)}\left(\sqrt{1 + \frac{1}{4\Theta^2}} + \frac{1}{2\Theta}\right) = \frac{1}{\sqrt{2}},$$

а  $\Theta = 1/(\omega'_{\text{Н2}} - \omega'_{\text{Н1}})$  в рассматриваемом случае есть добротность ППФ  $Q$ , определяемая как величина, обратная нормированной полосе пропускания ППФ на уровне АЧХ  $1/\sqrt{2}$ .

После перехода к угловым частотам выражение (1) принимает вид

$$j \frac{\omega}{\omega_c} \rightarrow \Theta \left[ j \frac{\omega}{\omega_0} + 1 / \left( j \frac{\omega}{\omega_0} \right) \right]. \quad (2)$$

Умножим левую и правую части (2) на  $\omega_0 C$ :

$$j\omega C \rightarrow j\omega\Theta C + \omega_0^2\Theta C / (j\omega). \quad (3)$$

Поскольку  $\omega C$  и  $1/(\omega L)$  есть емкостная и индуктивная проводимости соответственно, из (3) следует, что при преобразовании (1) емкость  $C$  заменяется параллельным колебательным конту-

ром с параметрами  $C_{\text{пр}} = \Theta C$  и  $L_{\text{пр}} = 1/(\omega_0^2\Theta C)$ . Заменяв в (3)  $C$  на  $L$ , убедимся, что при переходе к ППФ индуктивность  $L$  преобразуется в последовательный колебательный контур с параметрами  $L_{\text{пс}} = \Theta L$ ,  $C_{\text{пс}} = 1/(\omega_0^2\Theta L)$ . Полученные контуры настроены на частоту  $\omega_0$ . Номиналы резисторов  $r$  и  $R$  и коэффициент усиления  $K_y$  при преобразовании частоты не меняются.

На рис. 3, 4 представлены схемы ППФ порядков  $2n$  с элементами  $C_{\text{пр}i}$ ,  $L_{\text{пр}i}$ ,  $C_{\text{пс}k}$ ,  $L_{\text{пс}k}$ ,  $i, k = \overline{1, n}$ , полученные преобразованием звеньев на рис. 1, 2 соответственно.

С учетом выполненных преобразований, выразим емкости и индуктивности ФНЧ-прототипа через емкости контуров ППФ:

$$C_i = C_{\text{пр}i} / \Theta; \quad L_k = 1/(\omega_0^2\Theta C_{\text{пс}k}).$$

В табл. 1 приведены ПФ ФНЧ-прототипов ППФ порядков  $n = \overline{1, 5}$  с емкостью в поперечной ветви на входе (рис. 1)  $H_{\text{бС}}^{(n)}(s_H)$  и с индуктивностью в продольной ветви на входе (рис. 2)  $H_{\text{бL}}^{(n)}(s_H)$  с элементами  $C_{\text{пр}i}$ ,  $C_{\text{пс}k}$  и параметром  $\Theta$  в качестве коэффициентов при переменной  $s_H$ . Для записи ПФ ФНЧ через элементы схем на рис. 1, 2 следует использовать подстановки  $C_{\text{пр}i} = \Theta C_i$ ,  $C_{\text{пс}k} = 1/(\omega_0^2\Theta L_k)$  и заменить  $\omega_0$  на  $\omega_c$ .

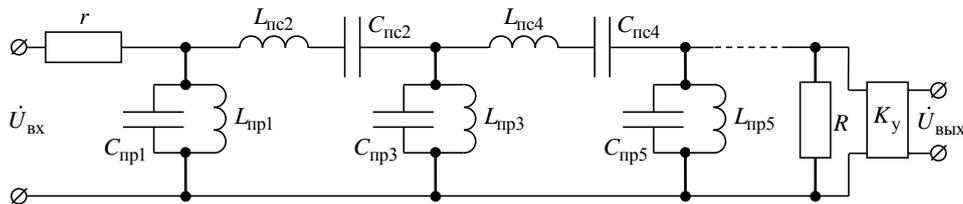


Рис. 3. Функциональная схема ППФ порядка  $2n$  с параллельным контуром в поперечной ветви на входе  
Fig 3. Schematic diagram of the  $2n$ th-order BPF with the parallel resonant circuit in the transverse branch at the input

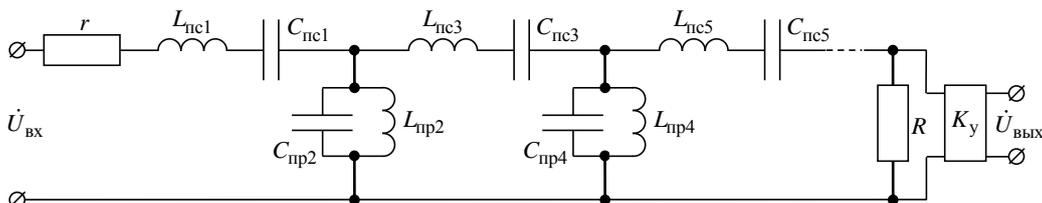


Рис. 4. Функциональная схема ППФ порядка  $2n$  с последовательным контуром в продольной ветви на входе  
Fig. 4. Schematic diagram of the  $2n$ th-order BPF with the series resonant circuit in the longitudinal branch at the input

Таблица 1. Передаточные функции ФНЧ-прототипов ППФ  
Table 1. Transfer functions of LPF prototypes of BPF

$n = 1$
$H_{bC}^{(1)}(s_H) = \frac{K_y \Theta}{\omega_0 r C_{np1}} \sqrt{\left[ s_H + \frac{(r+R)\Theta}{\omega_0 r C_{np1} R} \right]}; \quad H_{bL}^{(1)}(s_H) = K_y \omega_0 R C_{nc1} \Theta / \left[ s_H + \omega_0 (r+R) C_{nc1} \Theta \right]$
$n = 2$
$H_{bC}^{(2)}(s_H) = \frac{K_y R C_{nc2} \Theta^2}{r C_{np1}} \sqrt{\left[ s_H^2 + \frac{1 + \omega_0^2 r C_{np1} R C_{nc2}}{\omega_0 r C_{np1}} \Theta s_H + \frac{(r+R) C_{nc2} \Theta^2}{r C_{np1}} \right]};$ $H_{bL}^{(2)}(s_H) = \frac{K_y C_{nc1} \Theta^2}{C_{np2}} \sqrt{\left[ s_H^2 + \frac{1 + \omega_0^2 r C_{nc1} R C_{np2}}{\omega_0 R C_{np2}} \Theta s_H + \frac{(r+R) C_{nc1} \Theta^2}{R C_{np2}} \right]}$
$n = 3$
$H_{bC}^{(3)}(s_H) = \frac{K_y C_{nc2} \Theta^3 / (\omega_0 r C_{np1} C_{np3})}{s_H^3 + \frac{r C_{np1} + R C_{nc3}}{\omega_0 r C_{np1} R C_{np3}} \Theta s_H^2 + \frac{1 + \omega_0^2 r (C_{np1} + C_{np3}) R C_{nc2}}{\omega_0^2 r C_{np1} R C_{np3}} \Theta^2 s_H + \frac{(r+R) C_{nc2} \Theta^3}{\omega_0 r C_{np1} R C_{np3}}};$ $H_{bL}^{(3)}(s_H) = \frac{K_y \omega_0 R C_{nc1} C_{nc3} \Theta^3 / C_{np2}}{s_H^3 + \omega_0 (r C_{nc1} + R C_{nc3}) \Theta s_H^2 + \frac{C_{nc1} + C_{nc3} (1 + \omega_0^2 r C_{nc1} R C_{np2})}{C_{np2}} \Theta^2 s_H + \frac{\omega_0 (r+R) C_{nc1} C_{nc3} \Theta^3}{C_{np2}}}$
$n = 4$
$H_{bC}^{(4)}(s_H) = \left[ K_y R C_{nc2} C_{nc4} \Theta^4 / (r C_{np1} C_{np3}) \right] / \Lambda_{bC}^{(4)},$
где
$\Lambda_{bC}^{(4)} = s_H^4 + \frac{1 + \omega_0^2 r C_{np1} R C_{nc4}}{\omega_0 r C_{np1}} \Theta s_H^3 + \frac{r (C_{np1} + C_{np3}) C_{nc2} + (r C_{np1} + R C_{nc3}) C_{nc4}}{r C_{np1} C_{np3}} \Theta^2 s_H^2 +$ $+ \frac{C_{nc2} + C_{nc4} + \omega_0^2 r (C_{np1} + C_{np3}) R C_{nc2} C_{nc4}}{\omega_0 r C_{np1} C_{np3}} \Theta^3 s_H + \frac{(r+R) C_{nc2} C_{nc4} \Theta^4}{r C_{np1} C_{np3}};$
$H_{bL}^{(4)}(s_H) = \left[ K_y C_{nc1} C_{nc3} \Theta^4 / (C_{np2} C_{np4}) \right] / \Lambda_{bL}^{(4)},$
где
$\Lambda_{bL}^{(4)} = s_H^4 + \frac{1 + \omega_0^2 r C_{nc1} R C_{np4}}{\omega_0 R C_{np4}} \Theta s_H^3 + \frac{(r C_{nc1} + R C_{nc3}) C_{np2} + R (C_{nc1} + C_{nc3}) C_{np4}}{R C_{np2} C_{np4}} \Theta^2 s_H^2 +$ $+ \frac{C_{nc1} + C_{nc3} + \omega_0^2 r C_{nc1} R (C_{np2} + C_{np4}) C_{nc3}}{\omega_0 R C_{np2} C_{np4}} \Theta^3 s_H + \frac{(r+R) C_{nc1} C_{nc3} \Theta^4}{R C_{np2} C_{np4}}$
$n = 5$
$H_{bC}^{(5)}(s_H) = \left[ K_y C_{nc2} C_{nc4} \Theta^5 / (\omega_0 r C_{np1} C_{np3} C_{np5}) \right] / \Lambda_{bC}^{(5)},$
где
$\Lambda_{bC}^{(5)} = s_H^5 + \frac{r C_{np1} + R C_{np5}}{\omega_0 r C_{np1} R C_{np5}} \Theta s_H^4 + \left( \frac{C_{np1} C_{nc4} + C_{nc2} C_{np5}}{C_{np1} C_{np5}} + \frac{C_{nc2} + C_{nc4}}{C_{np3}} + \frac{1}{\omega_0^2 r C_{np1} R C_{np5}} \right) \Theta^2 s_H^3 +$ $+ \frac{(r C_{np1} + R C_{np5}) (C_{nc2} + C_{nc4}) + (r C_{nc2} + R C_{nc4}) C_{np3}}{\omega_0 r C_{np1} R C_{np3} C_{np5}} \Theta^3 s_H^2 + \frac{C_{nc2} + C_{nc4} + \omega_0^2 r (C_{np1} + C_{np3} + C_{np5}) R C_{nc2} C_{nc4}}{\omega_0^2 r C_{np1} R C_{np3} C_{np5}} \Theta^4 s_H +$ $+ \frac{(r+R) C_{nc2} C_{nc4} \Theta^5}{\omega_0 r C_{np1} R C_{np3} C_{np5}};$
$H_{bL}^{(5)}(s_H) = \left[ K_y \omega_0 R C_{nc1} C_{nc3} C_{nc5} \Theta^5 / (C_{np2} C_{np4}) \right] / \Lambda_{bL}^{(5)},$
где
$\Lambda_{bL}^{(5)} = s_H^5 + \omega_0 (r C_{nc1} + R C_{nc5}) \Theta s_H^4 + \left( \frac{C_{nc1} + C_{nc3}}{C_{np2}} + \frac{C_{nc3} + C_{nc5}}{C_{np4}} + \omega_0^2 r C_{nc1} R C_{nc5} \right) \Theta^2 s_H^3 +$

$$\begin{aligned} & + \omega_0 \left[ C_{\text{пс1}} \left( \frac{r}{C_{\text{пр4}}} + \frac{R}{C_{\text{пр2}}} \right) C_{\text{пс5}} + \frac{(C_{\text{пр2}} + C_{\text{пр4}}) C_{\text{пс3}}}{C_{\text{пр2}} C_{\text{пр4}}} (r C_{\text{пс1}} + R C_{\text{пс5}}) \right] \Theta^3 s_{\text{н}}^2 + \\ & + \frac{C_{\text{пс1}} (C_{\text{пс3}} + C_{\text{пс5}}) + C_{\text{пс3}} C_{\text{пс5}} \left[ 1 + \omega_0^2 r C_{\text{пс1}} R (C_{\text{пр2}} + C_{\text{пр4}}) \right]}{C_{\text{пр2}} C_{\text{пр4}}} \Theta^4 s_{\text{н}} + \frac{\omega_0 (r + R) C_{\text{пс1}} C_{\text{пс3}} C_{\text{пс5}}}{C_{\text{пр2}} C_{\text{пр4}}} \Theta^5 \end{aligned}$$

Реализуемую ПФ ФНЧ  $n$ -го порядка с равноволновой АЧХ в полосе пропускания представим в виде\*:

$$\tilde{H}_{\text{LP}}^{(n)}(s_{\text{н}}) = \tilde{K} / \left( s_{\text{н}}^n + \tilde{b}_{n-1} s_{\text{н}}^{n-1} + \dots + \tilde{b}_1 s_{\text{н}} + \tilde{b}_0 \right), \quad (4)$$

где коэффициенты  $\tilde{K}$ ,  $\tilde{b}_i$  – вещественные положительные числа. АЧХ полиномиального ФНЧ с коэффициентами  $\tilde{K}$ ,  $\tilde{b}_i$  равномерно приближает идеальную АЧХ в полосе пропускания и монотонно убывает в полосе задерживания. Методика и примеры расчета коэффициентов  $\tilde{K}$ ,  $\tilde{b}_{n-1}$ ,  $\tilde{b}_{n-2}$ , ...,  $\tilde{b}_0$ , а также частот экстремумов АЧХ  $\tilde{\omega}_{\text{н}i}$  ( $i = \overline{2, n}$ ) для различных значений  $n$  и  $\tilde{\delta}$  приведены в [10]. Граничное условие, накладываемое на АЧХ,  $\tilde{H}_{\text{LP}}^{(n)}(1) = 1/\sqrt{2}$ . Приравняв числители и коэффициенты при одинаковых степенях  $s_{\text{н}}^{n-1}$ ,  $s_{\text{н}}^{n-2}$ , ...,  $s_{\text{н}}^0$  в знаменателях преобразованной ПФ  $H^{(n)}(s_{\text{н}})$  (табл. 1) и  $\tilde{H}_{\text{LP}}^{(n)}(s_{\text{н}})$  (4), получим систему  $n+1$  уравнений для определения параметров  $K_{\text{y}}$ ,  $r$ ,  $C_{\text{пр}i}$ ,  $C_{\text{пс}k}$ ,  $R$  ППФ с заданной неравномерностью АЧХ  $\tilde{\delta}$  и добротностью  $Q$ . Общее число неизвестных равно  $n+3$ , из них стандартизованных элементов – резисторов и конденсаторов –  $n+2$ , поэтому номинальные значения двух элементов задаются произвольно из выбранного ряда.

Из табл. 1 видно, что значение ПФ ФНЧ-прототипа при  $s_{\text{н}} = 0$ , а следовательно, и значение его АЧХ на нулевой частоте

$$H^{(n)}(0) = K_{\text{y}} R / (r + R). \quad (5)$$

С другой стороны,  $\tilde{H}_{\text{LP}}^{(n)}(0) = \tilde{K} / \tilde{b}_0$  (см. (4)), откуда  $K_{\text{y}} = \tilde{K} (r + R) / (\tilde{b}_0 R)$ . Это соотношение может быть использовано для проверки решения системы уравнений.

Переход к номинальным значениям остальных элементов выполним, решив систему урав-

нений, связывающих преобразованные параметры ФНЧ с неизвестными (искомыми) параметрами вновь вводимой неравноволновой АЧХ  $\hat{H}^{(n)}(\omega_{\text{н}})$ \*\* с  $q$  экстремумами, где  $q$  может принимать одно из возможных целых значений на числовом отрезке  $1 \leq q \leq n$ .

Определим неравномерности  $\hat{H}^{(n)}(\omega_{\text{н}})$  в точках экстремумов  $\hat{\omega}_{\text{н}i}$ ,  $i = \overline{1, q}$ , как

$$\hat{\delta}_i = 20 \lg \hat{H}^{(n)}(\hat{\omega}_{\text{н}i}). \quad (6)$$

Поскольку  $\hat{\omega}_{\text{н}1} = 0$ , с учетом (5),

$$\lg \hat{H}^{(n)}(0) = \lg [K_{\text{y}} R / (r + R)].$$

Введенное определение неравномерности АЧХ отличается от принятого в [10] определения неравномерности равноволновой АЧХ:

$$\tilde{\delta} = 20 \left| \lg \left\{ \tilde{H}^{(n)}(0) / [2 - \tilde{H}^{(n)}(0)] \right\} \right|,$$

характеризующего размах равноволновой АЧХ на отрезке.

Система  $2q+1$  уравнений для нахождения  $n+2$  стандартизованных элементов ППФ, скорректированного коэффициента усиления усилителя  $K_{\text{y}}$  и  $2q$  параметров неравноволновой АЧХ  $\hat{H}^{(n)}(\omega_{\text{н}})$ :  $\hat{\delta}_i$ ,  $\hat{\omega}_{\text{н}2}$ ,  $\hat{\omega}_{\text{н}3}$ , ...,  $\hat{\omega}_{\text{н}q}$ ,  $\hat{Q}$  имеет вид

$$\begin{cases} 20 \lg [K_{\text{y}} R / (r + R)] = \hat{\delta}_1; \\ 20 \lg \hat{H}^{(n)}(\hat{\omega}_{\text{н}i}) = \hat{\delta}_i, \quad i = \overline{2, q}; \\ \hat{H}^{(n)}(1) = 1/\sqrt{2}; \\ d\hat{H}^{(n)}(\hat{\omega}_{\text{н}i})/d\hat{\omega}_{\text{н}i} = 0, \quad i = \overline{2, q}; \\ \int_0^1 \frac{\partial}{\partial K_{\text{y}}} [\tilde{H}_{\text{LP}}^{(n)}(\omega_{\text{н}}) - \hat{H}^{(n)}(\omega_{\text{н}})]^2 d\omega_{\text{н}} = 0, \end{cases} \quad (7)$$

где  $\tilde{H}_{\text{LP}}^{(n)}(\omega_{\text{н}})$  – АЧХ полиномиального ФНЧ  $n$ -го порядка. Для  $n=1$

\* Знак тильды "-" указывает на принадлежность параметра к равноволновой АЧХ.

\*\* Знак "^" указывает на принадлежность параметра к неравноволновой АЧХ.

$$\tilde{H}_{LP}^{(1)}(\omega_H) = \tilde{K} / \sqrt{\omega_H^2 + \tilde{b}_0^2}; \quad (8)$$

для  $n \geq 2$

$$\tilde{H}_{LP}^{(n)}(\omega_H) = \tilde{K} / \sqrt{\tilde{P}}, \quad (9)$$

причем для четных  $n$

$$\tilde{P} = \left[ \omega_H^n - \sum_{j=0}^{(n/2)-1} (-1)^{\frac{n-2}{2}-j} \tilde{b}_{2j} \omega_H^{2j} \right]^2 + \left[ \sum_{j=1}^{n/2} (-1)^{\frac{n}{2}-j} \tilde{b}_{2j-1} \omega_H^{2j-1} \right]^2;$$

для нечетных  $n \geq 3$

$$\tilde{P} = \left[ \omega_H^n - \sum_{j=1}^{(n-1)/2} (-1)^{\frac{n-1}{2}-j} \tilde{b}_{2j-1} \omega_H^{2j-1} \right]^2 + \left[ \sum_{j=0}^{(n-1)/2} (-1)^{\frac{n-1}{2}-j} \tilde{b}_{2j} \omega_H^{2j} \right]^2.$$

АЧХ  $\hat{H}^{(n)}(\omega_H)$  (см. (7)) определяется соотношениями для  $\tilde{H}_{LP}^{(n)}(\omega_H)$  (8), (9) с заменой  $\tilde{K}$  на выражение, стоящее в числителе ПФ ФНЧ-прототипов  $H_{bC}^{(n)}(s_H)$  или  $H_{bL}^{(n)}(s_H)$  (см. табл. 1). Коэффициенты  $\tilde{b}_{2j}$ ,  $\tilde{b}_{2j-1}$  в выражениях для  $\tilde{P}$  заменяются на коэффициенты при переменных  $s_H^{2j}$ ,  $s_H^{2j-1}$  в знаменателях этих же формул.

Необходимо отметить, что принятое определение неравномерностей АЧХ  $\hat{H}^{(n)}(\hat{\omega}_{Hi})$  (6) как значений АЧХ в экстремальных точках, выраженных в децибелах, само по себе не гарантирует колебаний передачи в полосе пропускания вокруг единичного значения. Действительно, перепишем (6) в виде:  $\hat{\delta}_i = 20 \lg \left[ \hat{H}^{(n)}(\hat{\omega}_{Hi}) / 1 \right]$ . При умножении числителя и знаменателя дроби под знаком логарифма на одно и то же число значение логарифма не изменится. Для привязки среднего значения пульсаций к единице в систему (7) введено интегральное уравнение (последнее в системе), обеспечивающее наименьшее квадратическое отклонение неравновоной АЧХ  $\hat{H}^{(n)}(\omega_H)$  от реализуемой АЧХ  $\tilde{H}_{LP}^{(n)}(\omega_H)$  подбором  $K_Y$ .

Общее число неизвестных  $(n + 2q + 3)$ , число уравнений  $(2q + 1)$ . Разность  $(n + 2)$  равна числу стандартизованных элементов ППФ. При записи системы уравнений все рассчитанные для реализации равновоной АЧХ  $(n + 2)$  значений элементов ППФ  $r$ ,  $C_{при}$ ,  $C_{пск}$ ,  $R$  заменяются на ближайšie стандартные значения, а исходные параметры  $\tilde{\delta}$ ,  $\tilde{\omega}_{H2}$ ,  $\tilde{\omega}_{H3}$ , ...,  $\tilde{\omega}_{Hn}$ ,  $Q$  и расчетное значение  $K_Y$  используются в качестве начального приближения к искомому решению системы.

При переходе к стандартным значениям элементов результирующая АЧХ искажается. Помимо изменения величины пульсаций может уменьшиться их число. Количество экстремумов для записи системы уравнений (7) определяется из графиков АЧХ ППФ  $\hat{H}_{BP}^{(2n)}(\omega_H)$  с параметрами  $K_Y$  и стандартными значениями элементов фильтра как  $q = (p - 1) / 2 + 1$ , где  $p$  – число экстремумов функции  $\hat{H}_{BP}^{(2n)}(\omega_H)$ .

Выражения АЧХ ППФ порядков  $2n = 2, 4, 6, 8, 10$  с параллельным  $\hat{H}_{BP_{псC}}^{(2n)}(\omega_H)$  и последовательным  $\hat{H}_{BP_{псC}}^{(2n)}(\omega_H)$  контурами на входах (рис. 3, 4 соответственно) представлены в табл. 2. С учетом соотношений

$$L_{при} C_{при} = L_{пск} C_{пск} = 1 / \omega_0^2,$$

индуктивности выражены через емкости соответствующих контуров, поэтому в формулах табл. 2 фигурируют только обозначения  $C_{при}$  и  $C_{пск}$  (что подчеркивается нижним индексом  $C$ ).

Возможные отрицательные значения  $\hat{\delta}_i$ , полученные в результате решения системы (7), соответствуют значениям АЧХ  $\hat{H}^{(n)}(\hat{\omega}_{Hi}) < 1$ .

Используем аналитические выражения  $H_{BP}^{(2n)}(\omega_H)$  для оценки искажений АЧХ при изменении центральной частоты ППФ. В качестве меры искажений АЧХ ППФ  $\hat{H}_{BP}^{(2n)}(\omega_H)$  при отстройке от центральной частоты  $\omega_0$  на  $\Delta \omega_0$  примем значение определенного интеграла квадрата разности функций  $\tilde{H}_{BP}^{(2n)}(\omega_H)$  и  $\hat{H}_{BP}^{(2n)}[\omega_H, (1 + \Delta)\omega_0]$  на отрезке

Таблица 2. Амплитудно-частотные характеристики ППФ  
Table 2. BPF frequency responses

$2n = 2$
$H_{\text{BP}_{\text{pp}}C}^{(2)}(\omega_{\text{H}}) = \frac{[K_y / (\omega_0 r C_{\text{np}1})] \omega_{\text{H}}}{\sqrt{(\omega_{\text{H}}^2 - 1)^2 + \left(\frac{r+R}{\omega_0 r C_{\text{np}1} R}\right) \omega_{\text{H}}^2}}; \quad H_{\text{BP}_{\text{nc}}C}^{(2)}(\omega_{\text{H}}) = \frac{K_y \omega_0 R C_{\text{nc}1} \omega_{\text{H}}}{\sqrt{(\omega_{\text{H}}^2 - 1)^2 + [\omega_0 (r+R) C_{\text{nc}1} \omega_{\text{H}}]^2}}$
$2n = 4$
$H_{\text{BP}_{\text{pp}}C}^{(4)}(\omega_{\text{H}}) = \frac{K_y R C_{\text{nc}2} \omega_{\text{H}}^2}{r C_{\text{np}1}} \Big/ \sqrt{\left\{ \omega_{\text{H}}^4 - \left[ 2 + \frac{(r+R) C_{\text{nc}2}}{r C_{\text{np}1}} \right] \omega_{\text{H}}^2 + 1 \right\}^2 + \left[ \frac{1 + \omega_0^2 r C_{\text{np}1} R C_{\text{nc}2}}{\omega_0 r C_{\text{np}1}} (\omega_{\text{H}}^3 - \omega_{\text{H}}) \right]^2};$ $H_{\text{BP}_{\text{nc}}C}^{(4)}(\omega_{\text{H}}) = \frac{K_y C_{\text{nc}1} \omega_{\text{H}}^2}{C_{\text{np}2}} \Big/ \sqrt{\left\{ \omega_{\text{H}}^4 - \left[ 2 + \frac{(r+R) C_{\text{nc}1}}{R C_{\text{np}2}} \right] \omega_{\text{H}}^2 + 1 \right\}^2 + \left[ \frac{1 + \omega_0^2 r C_{\text{nc}1} R C_{\text{np}2}}{\omega_0 R C_{\text{np}2}} (\omega_{\text{H}}^3 - \omega_{\text{H}}) \right]^2}$
$2n = 6$
$H_{\text{BP}_{\text{pp}}C}^{(6)} = [K_y C_{\text{nc}2} \omega_{\text{H}}^3 / (\omega_0 r C_{\text{np}1} C_{\text{np}3})] \Big/ \sqrt{\Lambda_{\text{BP}_{\text{pp}}C}^{(6)}},$
где
$\Lambda_{\text{BP}_{\text{pp}}C}^{(6)} = \left\{ \omega_{\text{H}}^6 - \left[ 3 + \frac{1 + \omega_0^2 r (C_{\text{np}1} + C_{\text{np}3}) R C_{\text{nc}2}}{\omega_0^2 r C_{\text{np}1} R C_{\text{np}3}} \right] (\omega_{\text{H}}^4 - \omega_{\text{H}}^2) - 1 \right\}^2 +$ $+ \left[ \frac{r C_{\text{np}1} + R C_{\text{np}3}}{\omega_0 r C_{\text{np}1} R C_{\text{np}3}} (\omega_{\text{H}}^5 + \omega_{\text{H}}) - \frac{2(r C_{\text{np}1} + R C_{\text{np}3}) + (r+R) C_{\text{nc}2}}{\omega_0 r C_{\text{np}1} R C_{\text{np}3}} \omega_{\text{H}}^3 \right]^2;$ $H_{\text{BP}_{\text{nc}}C}^{(6)}(\omega_{\text{H}}) = (K_y \omega_0 R C_{\text{nc}1} C_{\text{nc}3} \omega_{\text{H}}^3 / C_{\text{np}2}) \Big/ \sqrt{\Lambda_{\text{BP}_{\text{nc}}C}^{(6)}},$
где
$\Lambda_{\text{BP}_{\text{nc}}C}^{(6)} = \left\{ \omega_{\text{H}}^6 - \left[ 3 + \frac{C_{\text{nc}1} (1 + \omega_0^2 r C_{\text{np}2} R C_{\text{nc}3}) + C_{\text{nc}3}}{C_{\text{np}2}} \right] (\omega_{\text{H}}^4 - \omega_{\text{H}}^2) - 1 \right\}^2 +$ $+ (\omega_0 r R)^2 \left\{ \left( \frac{C_{\text{nc}1}}{R} + \frac{C_{\text{nc}3}}{r} \right) (\omega_{\text{H}}^5 + \omega_{\text{H}}) - \left[ 2 \left( \frac{C_{\text{nc}1}}{R} + \frac{C_{\text{nc}3}}{r} \right) + \frac{(r+R) C_{\text{nc}1} C_{\text{nc}3}}{r C_{\text{np}2} R} \right] \omega_{\text{H}}^3 \right\}^2$
$2n = 8$
$H_{\text{BP}_{\text{pp}}C}^{(8)}(\omega_{\text{H}}) = [K_y R C_{\text{nc}2} C_{\text{nc}4} \omega_{\text{H}}^4 / (r C_{\text{np}1} C_{\text{np}3})] \Big/ \sqrt{\Lambda_{\text{BP}_{\text{pp}}C}^{(8)}},$
где
$\Lambda_{\text{BP}_{\text{pp}}C}^{(8)} = \left\{ \omega_{\text{H}}^8 - \left( 4 + \frac{C_{\text{nc}2} + C_{\text{nc}4}}{C_{\text{np}3}} + \frac{r C_{\text{nc}2} + R C_{\text{nc}4}}{r C_{\text{np}1}} \right) (\omega_{\text{H}}^6 + \omega_{\text{H}}^2) + \right.$ $+ \left[ 6 + \frac{C_{\text{nc}2} C_{\text{nc}4}}{C_{\text{np}1} C_{\text{np}3}} + 2 \left( \frac{C_{\text{nc}2}}{C_{\text{np}1}} + \frac{C_{\text{nc}2} + C_{\text{nc}4}}{C_{\text{np}3}} \right) + \left( 2 + \frac{C_{\text{nc}2}}{C_{\text{np}3}} \right) \frac{R C_{\text{nc}4}}{r C_{\text{np}1}} \right] \omega_{\text{H}}^4 + 1 \left. \right\}^2 +$ $+ \left\{ \frac{1 + \omega_0^2 r C_{\text{np}1} R C_{\text{nc}4}}{\omega_0 r C_{\text{np}1}} (\omega_{\text{H}}^7 - \omega_{\text{H}}) - \left[ \left( 3 + \frac{C_{\text{nc}2}}{C_{\text{np}1}} + \frac{C_{\text{nc}2}}{C_{\text{np}3}} \right) \omega_0 R C_{\text{nc}4} + \frac{C_{\text{nc}2} + 3C_{\text{np}3} + C_{\text{nc}4}}{\omega_0 r C_{\text{np}1} C_{\text{np}3}} \right] (\omega_{\text{H}}^5 - \omega_{\text{H}}^3) \right\}^2;$ $H_{\text{BP}_{\text{nc}}C}^{(8)}(\omega_{\text{H}}) = [K_y C_{\text{nc}1} C_{\text{nc}3} \omega_{\text{H}}^4 / (C_{\text{np}2} C_{\text{np}4})] \Big/ \sqrt{\Lambda_{\text{BP}_{\text{nc}}C}^{(8)}},$
где
$\Lambda_{\text{BP}_{\text{nc}}C}^{(8)} = \left\{ \omega_{\text{H}}^8 - \left( 4 + \frac{C_{\text{nc}1} + C_{\text{nc}3}}{C_{\text{np}2}} + \frac{r C_{\text{nc}1} + R C_{\text{nc}3}}{R C_{\text{np}4}} \right) (\omega_{\text{H}}^6 + \omega_{\text{H}}^2) + \right.$ $+ \left[ 6 + \frac{C_{\text{nc}1} C_{\text{nc}3}}{C_{\text{np}2} C_{\text{np}4}} + 2 \left( \frac{C_{\text{nc}3}}{C_{\text{np}4}} + \frac{C_{\text{nc}1} + C_{\text{nc}3}}{C_{\text{np}2}} \right) + \left( 2 + \frac{C_{\text{nc}3}}{C_{\text{np}2}} \right) \frac{r C_{\text{nc}1}}{R C_{\text{np}4}} \right] \omega_{\text{H}}^4 + 1 \left. \right\}^2 +$ $+ \left\{ \frac{1 + \omega_0^2 r C_{\text{nc}1} R C_{\text{np}4}}{\omega_0 R C_{\text{np}4}} (\omega_{\text{H}}^7 - \omega_{\text{H}}) - \left[ \left( 3 + \frac{C_{\text{nc}3}}{C_{\text{np}2}} + \frac{C_{\text{nc}3}}{C_{\text{np}4}} \right) \omega_0 r C_{\text{nc}1} + \frac{C_{\text{nc}1} + 3C_{\text{np}2} + C_{\text{nc}3}}{\omega_0 R C_{\text{np}2} C_{\text{np}4}} \right] (\omega_{\text{H}}^5 - \omega_{\text{H}}^3) \right\}^2$

Окончание табл. 2  
Ending of the table 2

$2n = 10$
$H_{BP_{np}C}^{(10)}(\omega_H) = \left[ K_y C_{nc2} C_{nc4} \omega_H^5 / (\omega_0 r C_{np1} C_{np3} C_{np5}) \right] / \sqrt{\Lambda_{BP_{np}C}^{(10)}}$ <p>где</p> $\Lambda_{BP_{np}C}^{(10)} = \left\{ \omega_H^{10} - \left( 5 + \frac{C_{nc2}}{C_{np1}} + \frac{C_{nc2} + C_{nc4}}{C_{np3}} + \frac{C_{nc4}}{C_{np5}} + \frac{1}{\omega_0^2 r C_{np1} R C_{np5}} \right) (\omega_H^8 - \omega_H^2) + \right.$ $+ \left[ 10 + 3 \left( \frac{C_{nc2}}{C_{np1}} + \frac{C_{nc2} + C_{nc4}}{C_{np3}} + \frac{C_{nc4}}{C_{np5}} \right) + \frac{C_{np1} + C_{np3} + C_{np5}}{C_{np1} C_{np3} C_{np5}} C_{nc2} C_{nc4} + \frac{C_{nc2} + 3C_{np3} + C_{nc4}}{\omega_0^2 r C_{np1} R C_{np3} C_{np5}} \right] (\omega_H^6 - \omega_H^4) - 1 \left. \right\}^2 +$ $+ \frac{r C_{np1} + R C_{np5}}{\omega_0 r C_{np1} R C_{np5}} (\omega_H^9 + \omega_H) - \frac{(r C_{np1} + R C_{np5})(C_{nc2} + 4C_{np3} + C_{nc4}) + (r C_{nc2} + R C_{nc4}) C_{np3}}{\omega_0 r C_{np1} R C_{np3} C_{np5}} (\omega_H^7 + \omega_H^3) +$ $+ \frac{2(r C_{np1} + R C_{np5})(C_{nc2} + 3C_{np3} + C_{nc4}) + 2(r C_{nc2} + R C_{nc4}) C_{np3} + (r + R) C_{nc2} C_{nc4}}{\omega_0 r C_{np1} R C_{np3} C_{np5}} \omega_H^5 \left. \right\}^2;$ $H_{BP_{nc}C}^{(10)}(\omega_H) = \left[ K_y \omega_0 R C_{nc1} C_{nc3} C_{nc5} \omega_H^5 / (C_{np2} C_{np4}) \right] / \sqrt{\Lambda_{BP_{nc}C}^{(10)}}$ <p>где</p> $\Lambda_{BP_{nc}C}^{(10)} = \left\{ \omega_H^{10} - \left( 5 + \frac{C_{nc1} + C_{nc3}}{C_{np2}} + \frac{C_{nc3} + C_{nc5}}{C_{np4}} + \omega_0^2 r C_{nc1} R C_{nc5} \right) (\omega_H^8 - \omega_H^2) + \left[ 10 + 3 \left( \frac{C_{nc1} + C_{nc3}}{C_{np2}} + \frac{C_{nc3} + C_{nc5}}{C_{np4}} \right) + \right.$ $+ \frac{C_{nc1}(C_{nc3} + C_{nc5}) + C_{nc3} C_{nc5}}{C_{np2} C_{np4}} + \omega_0^2 \left( 3 + \frac{C_{nc3}}{C_{np2}} + \frac{C_{nc3}}{C_{np4}} \right) r C_{nc1} R C_{nc5} \left. \right] (\omega_H^6 - \omega_H^4) - 1 \left. \right\}^2 +$ $+ (\omega_0 r R)^2 \left\{ \left( \frac{C_{nc1}}{R} + \frac{C_{nc5}}{r} \right) (\omega_H^9 + \omega_H) - \left[ \left( 4 + \frac{C_{nc3}}{C_{np2}} + \frac{C_{nc3} + C_{nc5}}{C_{np4}} \right) \frac{C_{nc1}}{R} + \left( 4 + \frac{C_{nc1} + C_{nc3}}{C_{np2}} + \frac{C_{nc3}}{C_{np4}} \right) \frac{C_{nc5}}{r} \right] (\omega_H^7 + \omega_H^3) + \right.$ $+ 2 \left[ \left( 3 + \frac{C_{nc3}}{C_{np2}} + \frac{C_{nc3} + C_{nc5}}{C_{np4}} + \frac{C_{nc3} C_{nc5}}{2 C_{np2} C_{np4}} \right) \frac{C_{nc1}}{R} + \left( 3 + \frac{C_{nc1} + C_{nc3}}{C_{np2}} + \frac{C_{nc3}}{C_{np4}} + \frac{C_{nc1} C_{nc3}}{2 C_{np2} C_{np4}} \right) \frac{C_{nc5}}{r} \right] \omega_H^5 \left. \right\}^2$

$$\left[ \sqrt{1 - 1/(4Q^2)} - 1/(2Q), \sqrt{1 - 1/(4Q^2)} + 1/(2Q) \right]:$$

$$I^{(2n)}(\Delta) = \int_{\sqrt{1 - 1/(4Q^2)} - 1/(2Q)}^{\sqrt{1 - 1/(4Q^2)} + 1/(2Q)} \left\{ \tilde{H}_{BP}^{(2n)}(\omega_H) - \tilde{H}_{BP}^{(2n)}[\omega_H, (1 + \Delta)\omega_0] \right\}^2 d\omega_H,$$

где  $\tilde{H}_{BP}^{(2n)}(\omega_H)$  – модуль ПФ ППФ порядка  $2n$ , полученной преобразованием (1) ПФ  $\tilde{H}_{LP}^{(n)}(s_H)$  (4);  $\tilde{H}_{BP}^{(2n)}[\omega_H, (1 + \Delta)\omega_0]$  – функция нормированной частоты  $\omega_H$  и центральной частоты ППФ  $(1 + \Delta)\omega_0$ ,  $-1 < \Delta$ . Аналитические выражения  $\tilde{H}_{BP}^{(2n)}(\omega_H)$  для  $2n = 2, 4, 6, 8, 10$  приведены в [10].

Численная оценка искажений АЧХ при перестройке ППФ определяется средним значением функции  $I^{(2n)}(\Delta)$  на отрезке  $[\Delta_H \leq \Delta \leq \Delta_B]$ :

$$s_{cp} = \frac{1}{\Delta_B - \Delta_H} \int_{\Delta_H}^{\Delta_B} I^{(2n)}(\Delta) d\Delta.$$

Вопросам перестройки электрических фильтров посвящен ряд работ (см. [11]–[13]). По аналогии с [13], где введен коэффициент перестройки в виде отношения центральных частот в конечном и начальном состояниях, определим коэффициент перестройки  $\chi$  как отношение верхней  $(1 + \Delta_B)\omega_0$  и нижней  $(1 + \Delta_H)\omega_0$  центральных частот ППФ с допустимыми интегральными искажениями АЧХ  $I^{(2n)}(\Delta_B)$  и  $I^{(2n)}(\Delta_H)$  соответственно:

$$\chi = (1 + \Delta_B)\omega_0 / [(1 + \Delta_H)\omega_0] = (1 + \Delta_B) / (1 + \Delta_H).$$

При условии, что коэффициент усиления усилителя  $K_y$  в процессе перестройки не изменяется, параметры  $\hat{\delta}_2, \hat{\delta}_3, \dots, \hat{\delta}_q, \hat{\omega}_{H2}, \hat{\omega}_{H3}, \dots, \hat{\omega}_{Hq}, \hat{Q}$  характеристик ФНЧ-прототипа  $\tilde{H}^{(n)}[\omega_H, (1 + \Delta_H)\omega_0]$  и  $\tilde{H}^{(n)}[\omega_H, (1 + \Delta_B)\omega_0]$  являются решениями соответствующих систем  $2q - 1$  уравнений, образованных исключением первого и последнего уравнений системы (7) и

заменой в выражениях  $\hat{H}^{(n)}(\omega_H)$  центральной частоты  $\omega_0$  на  $(1 + \Delta)\omega_0$ :

$$\begin{cases} 20 \lg \hat{H}^{(n)}[\hat{\omega}_{Hi}, (1 + \Delta_H)\omega_0] = \hat{\delta}_i, i = \overline{2, q_H}; \\ \hat{H}^{(n)}[1, (1 + \Delta_H)\omega_0] = 1/\sqrt{2}; \\ d\hat{H}^{(n)}[\hat{\omega}_{Hi}, (1 + \Delta_H)\omega_0]/d\hat{\omega}_{Hi} = 0, i = \overline{2, q_H}; \end{cases} \quad (10)$$

$$\begin{cases} 20 \lg \hat{H}^{(n)}[\hat{\omega}_{Hi}, (1 + \Delta_B)\omega_0] = \hat{\delta}_i, i = \overline{2, q_B}; \\ \hat{H}^{(n)}[1, (1 + \Delta_B)\omega_0] = 1/\sqrt{2}; \\ d\hat{H}^{(n)}[\hat{\omega}_{Hi}, (1 + \Delta_B)\omega_0]/d\hat{\omega}_{Hi} = 0, i = \overline{2, q_B}, \end{cases} \quad (11)$$

где  $q_H, q_B$  – количество экстремумов функций  $\hat{H}^{(n)}[\hat{\omega}_{Hi}, (1 + \Delta_H)\omega_0], \hat{H}^{(n)}[\hat{\omega}_{Hi}, (1 + \Delta_B)\omega_0]$  соответственно.

Управление центральной частотой фильтра при фиксированных стандартных значениях емкостей осуществляется изменением индуктивностей контуров, например с помощью вариометров. Коэффициенты перекрытия по индуктивности каждого вариометра составляют

$$k_L = L_{\max}/L_{\min} = (1 + \Delta_B)^2 / (1 + \Delta_H)^2,$$

где  $L_{\max}, L_{\min}$  – максимальная (нижний предел перекрываемого диапазона) и минимальная (верхний предел) индуктивности вариометра.

Для оценки искажений АЧХ при перестройке центральной частоты изменением емкостей контуров выразим  $H_{\text{BP}}^{(2n)}(\omega_H)$  через индуктивности контуров  $L_{\text{пр}i}$  и  $L_{\text{пс}k}$ , выполнив в  $H_{\text{BP}C}^{(2n)}(\omega_H), H_{\text{BP}nC}^{(2n)}(\omega_H)$  табл. 2 подстановки:

$$C_{\text{пр}i} = 1/(\omega_0^2 L_{\text{пр}i}); C_{\text{пс}k} = 1/(\omega_0^2 L_{\text{пс}k}).$$

Начальными значениями индуктивностей, соответствующими центральной частоте  $\omega_0$ , прием значения индуктивностей ППФ с равноволновой АЧХ  $\tilde{H}_{\text{BP}}^{(2n)}(\omega_H)$ . Коэффициенты перекрытия по емкости каждого конденсатора также равны и определяются отношением:

$$k_C = C_{\max}/C_{\min} = (1 + \Delta_B)^2 / (1 + \Delta_H)^2,$$

где  $C_{\max}, C_{\min}$  – максимальная и минимальная емкости контура при центральных частотах фильтра  $(1 + \Delta_H)\omega_0$  и  $(1 + \Delta_B)\omega_0$  соответственно.

Таким образом, процесс синтеза ППФ порядка  $2n$  с центральной частотой  $\omega_0$ , добротностью  $Q$  и коэффициентом усиления усилителя  $K_y$  включает 2 этапа. На первом этапе рассчитываются параметры ФНЧ-прототипа, элементы которого  $C_i$  и  $L_k$  выражены через емкости контуров ППФ  $C_{\text{пр}i}$  и  $C_{\text{пс}k}$  соответственно. Расчетные параметры определяются в результате решения системы  $(n + 2)$  уравнений, образованных приравнением коэффициентов при одинаковых степенях переменной в выражениях ПФ ФНЧ-прототипа  $H_{\text{b}C}^{(n)}(s_H)$  и ПФ ФНЧ с равноволновой АЧХ  $\tilde{H}_{\text{LP}}^{(n)}(s_H)$ . Исходными характеристиками являются порядок фильтра  $n$  и неравномерность передачи цепи  $\delta$ .

Переход к номинальным значениям элементов выполняется при решении еще одной системы уравнений, связывающих (преобразованные) параметры ФНЧ-прототипа с неизвестными параметрами вновь вводимой неравноволновой АЧХ  $\hat{H}^{(n)}(\omega_H)$ . На втором этапе синтеза нестандартные значения элементов ППФ заменяются ближайшими номинальными значениями, а параметры  $\tilde{K}_y, \tilde{Q}, \tilde{\delta}, \tilde{\omega}_{H2}, \tilde{\omega}_{H3}, \dots, \tilde{\omega}_{Hn}$  равноволновой АЧХ  $\tilde{H}_{\text{LP}}^{(n)}(\omega_H)$  служат начальным приближением при расчете неравноволновой АЧХ ФНЧ-прототипа  $\hat{H}^{(n)}(\omega_H)$  с параметрами  $\tilde{K}_y, \tilde{Q}, \tilde{\delta}_1, \tilde{\delta}_2, \dots, \tilde{\delta}_q, \tilde{\omega}_{H2}, \tilde{\omega}_{H3}, \dots, \tilde{\omega}_{Hq}$ . При замене емкостей номиналы индуктивностей определяются соотношениями:

$$L'_{\text{пр}i} = 1/(\omega_0^2 C'_{\text{пр}i}), L'_{\text{пс}k} = 1/(\omega_0^2 C'_{\text{пс}k}),$$

где  $C'_{\text{пр}i}, C'_{\text{пс}k}$  – стандартные значения емкостей.

На заключительной стадии АЧХ синтезированного ППФ может быть откорректирована перестройкой на другую центральную частоту  $\omega_{0\text{кор}}$  с помощью всех индуктивностей фильтра с целью достижения наименьшего квадратического отклонения функции  $\hat{H}_{\text{BP}}^{(2n)}[\omega_H, \omega_{0\text{кор}}]$  от равноволновой АЧХ  $\tilde{H}_{\text{BP}}^{(2n)}(\omega_H) = |\tilde{H}_{\text{BP}}^{(2n)}(s_H)|$ , причем  $\tilde{H}_{\text{BP}}^{(2n)}(s_H)$  получена из выражения  $\tilde{H}_{\text{LP}}^{(n)}(s_H)$  преобразованием нормированной частоты  $s_H$ .

**Пример.** Рассчитаем параметры элементов и характеристику ППФ 10-го порядка с параллельным контуром в поперечной ветви на входе (см. рис. 3), с частотами настройки контуров  $\omega_0 = 10^5$  рад/с и параметрами АЧХ  $\tilde{\delta} = 0.1$ ,  $Q = 10$ . Коэффициенты ПФ  $\tilde{H}_{LP}^{(5)}(s_H)$  полиномиального ФНЧ 5-го порядка с неравномерностью  $\tilde{\delta} = 0.1$  равноволновой на отрезке АЧХ, имеющей на частоте среза  $\omega_H = 1$  значение  $1/\sqrt{2}$ , составляют [10]:  $\tilde{K} = 0.217744$ ,  $\tilde{b}_4 = 1.535234$ ,  $\tilde{b}_3 = 2.147160$ ,  $\tilde{b}_2 = 1.635204$ ,  $\tilde{b}_1 = 0.862123$ ,  $\tilde{b}_0 = 0.216497$ ; нормированные частоты экстремумов:  $\tilde{\omega}_{H2} = 0.272$ ,  $\tilde{\omega}_{H3} = 0.517$ ,  $\tilde{\omega}_{H4} = 0.712$ ,  $\tilde{\omega}_{H5} = 0.837$ . Приравняв коэффициенты  $H_{bC}^{(5)}(s_H)$  и  $\tilde{H}_{LP}^{(5)}(s_H)$ , получим систему 6 уравнений с 8 неизвестными.

Положим  $r = 100$  Ом,  $R = 51$  Ом. Решение системы уравнений:

$$K_Y = 2.978, \quad C_{\text{пр}1} = 2.99 \text{ мкФ}, \quad C_{\text{пс}2} = 10.74 \text{ нФ}, \\ C_{\text{пр}3} = 3.78 \text{ мкФ}, \quad C_{\text{пс}4} = 12.57 \text{ нФ}, \\ C_{\text{пр}5} = 1.63 \text{ мкФ}.$$

Проверка решения системы:

$$K_Y = \tilde{K}(r+R)/(\tilde{b}_0 R) = 2.978.$$

Ближайшие к полученному значению  $C_{\text{пр}1}$  номинальные значения емкостей из ряда E12 равны 2.7 мкФ и 3.3 мкФ. Для остальных емкостей перейдем к номиналам  $C'_{\text{пс}2} = 11$  нФ,  $C'_{\text{пр}3} = 3.9$  мкФ,  $C'_{\text{пс}4} = 13$  нФ,  $C'_{\text{пр}5} = 1.6$  мкФ. Для более точного приближения функции  $\hat{H}_{\text{ВР}C}^{(10)}(\omega_H)$  к  $\tilde{H}_{\text{ВР}}^{(10)}(\omega_H)$  заменим в схеме ППФ конденсатор  $C_{\text{пр}1}$  параллельным соединением двух конденсаторов с номинальными емкостями 1.5 мкФ, получив эквивалентную емкость  $C'_{\text{пр}1} = 3$  мкФ.

На рис. 5, а изображены АЧХ ППФ 10-го порядка с емкостями  $C'_{\text{пр}1} = 2.7, 3.0$  и  $3.3$  мкФ. Центральная часть АЧХ в увеличенном масштабе представлена на рис. 5, б. Как видно из рисунка, при  $C'_{\text{пр}1} = 2.7$  мкФ число локальных экстремумов АЧХ низкочастотного прототипа  $q = 3$ , при других значе-

ниях емкости их число равно 5. Решения системы уравнений (7) для трех значений  $C'_{\text{пр}1}$  и выбранной частоты настройки контуров  $\omega_0$  представлены в табл. 3 (три левых столбца). Для перехода к нормированным частотам экстремумов АЧХ ППФ  $\hat{H}_{\text{ВР}C}^{(10)}(\omega_H)$  следует воспользоваться формулами:

$$\hat{\omega}'_{Hi,2} = \sqrt{1 + \hat{\omega}_{Hi}^2 / (4Q^2)} \mp \hat{\omega}_{Hi} / (2Q).$$

Применим системы уравнений (10), (11) для определения параметров АЧХ  $\hat{H}_{\text{ВР}C}^{(10)}(\omega_H)$  ППФ с набором конденсаторов с номинальными значениями при перестройке центральной частоты фильтра. Схема ППФ 10-го порядка с перестраиваемыми индуктивностями приведена на рис. 6.

Положим  $C'_{\text{пр}1} = 3$  мкФ. Тогда для центральной частоты  $10^5$  рад/с получим следующие значения индуктивностей:

$$L'_{\text{пр}1} = 33.3 \text{ мкГн}, \quad L'_{\text{пс}2} = 9.1 \text{ мГн}, \\ L'_{\text{пр}3} = 25.6 \text{ мкГн}, \quad L'_{\text{пс}4} = 7.7 \text{ мГн}, \\ L'_{\text{пр}5} = 62.5 \text{ мкГн}.$$

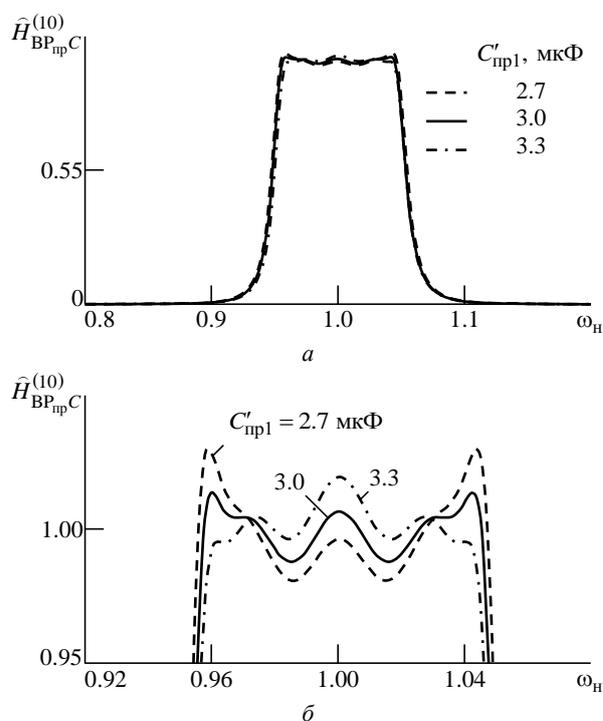


Рис. 5. Амплитудно-частотные характеристики ППФ (а); центральная часть АЧХ ППФ (б)  
Fig. 5. BPF frequency responses (а); central parts of BPF frequency responses (б)

Таблица 3. Параметры АЧХ ФНЧ-прототипа ППФ 10-го порядка  
Table 3. The LPF prototype frequency response parameters of the 10th-order BPF

Параметр Parameter	Настройка на/Tuning to				
	центральную частоту center frequency			крайние частоты extreme frequencies	
$\omega_0$ , рад/с	$10^5$			$0.8 \cdot 10^5$	$1.2 \cdot 10^5$
$\Delta$	0			-0.2	0.2
$C'_{пр1}$ , мкФ	2.7	3.0	3.3	3.0	3.0
$q$	3	5	5	4	3
$K_y$	2.950	2.981	3.019	2.981	2.981
$\hat{\delta}_1$	-0.033	0.059	0.169	0.059	0.059
$\hat{\delta}_2$	-0.169	-0.104	-0.031	0.422	-0.786
$\hat{\delta}_3$	0.258	0.041	0.041	-0.031	0.075
$\hat{\delta}_4$	-	0.039	-0.043	0.387	-
$\hat{\delta}_5$	-	0.121	-0.040	-	-
$\hat{Q}$	9.799	9.989	10.175	10.043	10.006
$\hat{\omega}_{н2}$	0.288	0.305	0.327	0.372	0.350
$\hat{\omega}_{н3}$	0.828	0.611	0.543	0.675	0.701
$\hat{\omega}_{н4}$	-	0.662	0.752	0.852	-
$\hat{\omega}_{н5}$	-	0.821	0.794	-	-

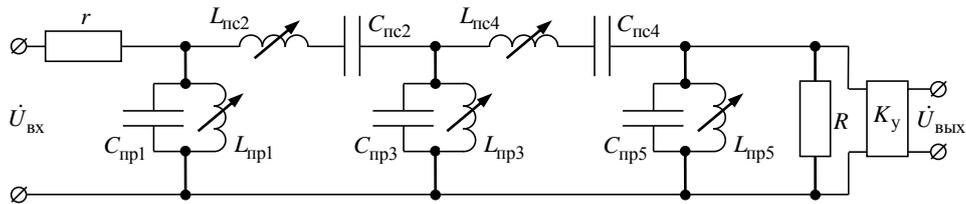


Рис. 6. Функциональная схема ППФ 10-го порядка с перестраиваемыми индуктивностями  
Fig. 6. Schematic diagram of the 10th-order BPF with variable inductors

При перестройке ППФ в диапазоне частот  $\omega_0 = (0.8 \dots 1.2)10^5$  рад/с ( $-0.2 \leq \Delta \leq 0.2$ ) коэффициенты перекрытия по индуктивностям

$$k_L = (1+0.2)^2 / (1-0.2)^2 = 2.25.$$

Коэффициент усиления и неравномерность АЧХ на центральной частоте во всем диапазоне перестройки неизменны и равны первоначальным значениям:  $K_y = 2.981$ ,  $\hat{\delta}_1 = 0.059$ .

Введем в рассмотрение функцию нормированной частоты  $\omega / [(1+\Delta)\omega_0] = \omega_n / (1+\Delta)$ :  $\hat{H}'_{ВР}{}^{(10)}[\omega_n / (1+\Delta), (1+\Delta)\omega_0]$ . Графики АЧХ  $\hat{H}'_{ВР}{}^{(10)}[\omega_n / (1+\Delta), (1+\Delta)\omega_0]$  для нескольких значений  $\Delta$  приведены на рис. 7; решения систем уравнений (10) и (11) для двух крайних значений частот диапазона, соответствующих коэффициен-

ту перестройки  $\chi = (1+0.2)/(1-0.2) = 1.5$ , представлены в правых столбцах табл. 3.

Исследуем искажения АЧХ при изменении центральной частоты ППФ с использованием переменных конденсаторов. Индуктивности параллельных и последовательных контуров определяются из соотношений  $L_{прi} = 1 / (\omega_0^2 C_{прi})$ ,  $L_{псk} = 1 / (\omega_0^2 C_{псk})$ , где  $C_{прi}$  и  $C_{псk}$  – расчетные значения исходной системы 6 уравнений:

$$L_{пр1} = 33.43 \text{ мкГн}, \quad L_{пс2} = 9.31 \text{ мГн},$$

$$L_{пр3} = 26.45 \text{ мкГн}, \quad L_{пс4} = 7.95 \text{ мГн},$$

$$L_{пр5} = 61.25 \text{ мкГн}.$$

Схема ППФ 10-го порядка с перестраиваемыми конденсаторами приведена на рис. 8, графики АЧХ  $\hat{H}'_{ВР}{}^{(10)}[\omega_n / (1+\Delta), (1+\Delta)\omega_0]$  для тех же значений  $\Delta$  приведены на рис. 9. График для  $\Delta = 0$  представляет собой равноволновую АЧХ с

параметрами:  $K_y = 2.978$ ,  $\hat{\delta}_1 = 0.059$ , которые при перестройке не изменяются.

Приведем решения систем уравнений (10), (11) для двух граничных значений  $\Delta$ . При  $\Delta_n = -0.2$ ,  $q = 3$ :  $\hat{\delta}_2 = -0.869$ ,  $\hat{\delta}_3 = 0.007$ ,  $\hat{Q} = 10.006$ ,

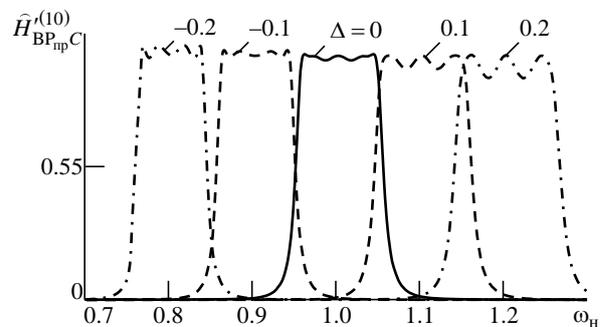


Рис. 7. Амплитудно-частотные характеристики ППФ 10-го порядка, перестраиваемого индуктивностями, для различных значений  $\Delta$

Fig. 7. Frequency responses of the 10th-order BPF with variable inductors for various  $\Delta$

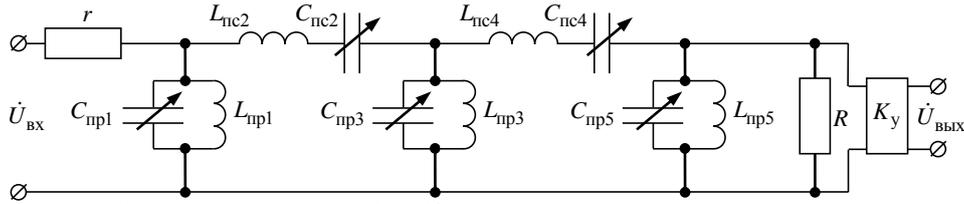


Рис. 8. Функциональная схема ППФ 10-го порядка с перестраиваемыми конденсаторами  
Fig. 8. Schematic diagram of the 10th-order BPF with variable capacitors

$\hat{\omega}_{H2} = 0.345$ ,  $\hat{\omega}_{H3} = 0.674$ . При  $\Delta_B = 0.2$ ,  $q = 4$ :  
 $\hat{\delta}_2 = 0.389$ ,  $\hat{\delta}_3 = -0.106$ ,  $\hat{\delta}_4 = 0.317$ ,  $\hat{Q} = 10.046$ ,  
 $\hat{\omega}_{H2} = 0.374$ ,  $\hat{\omega}_{H3} = 0.684$ ,  $\hat{\omega}_{H4} = 0.857$ . Коэффициент перекрытия по емкостям  $k_C = 2.25$ .

На рис. 10 приведены графики функций искажения АЧХ ППФ с перестраиваемыми индуктивностями (см. рис. 6):

$$I^{(10)}(\Delta) = \int_{\sqrt{1-1/(4Q^2)}-1/(2Q)}^{\sqrt{1-1/(4Q^2)}+1/(2Q)} \left\{ \tilde{H}_{BP}^{(10)}(\omega_H) - \hat{H}_{BP_{прL}}^{(10)}[\omega_H, (1+\Delta)\omega_0] \right\}^2 d\omega_H$$

и с перестраиваемыми емкостями (рис. 8):

$$J^{(10)}(\Delta) = \int_{\sqrt{1-1/(4Q^2)}-1/(2Q)}^{\sqrt{1-1/(4Q^2)}+1/(2Q)} \left\{ \tilde{H}_{BP}^{(10)}(\omega_H) - \hat{H}_{BP_{прC}}^{(10)}[\omega_H, (1+\Delta)\omega_0] \right\}^2 d\omega_H,$$

где

$$\tilde{H}_{BP}^{(10)}(\omega_H) = (\tilde{K}/Q^5)\omega_H^5/\sqrt{\tilde{M}^{(10)}};$$

$\hat{H}_{BP_{прC}}^{(10)}[\omega_H, (1+\Delta)\omega_0]$  – функция нормированной частоты  $\omega_H$ , выраженная через  $C_{прi}$  и  $C_{псk}$

(см. табл. 2), и центральной частоты  $(1+\Delta)\omega_0$ ;

$$\hat{H}_{BP_{прL}}^{(10)}[\omega_H, (1+\Delta)\omega_0] = \frac{K_y (1+\Delta)\omega_0 L_{пр1} L_{пр3} L_{пр5} \omega_H^5}{r L_{пс2} L_{пс4} \sqrt{\tilde{M}_{BP_{прL}}^{(10)}}},$$

причем

$$\tilde{M}^{(10)} = \left[ \omega_H^{10} + \left( 5 + \frac{\tilde{b}_3}{Q^2} \right) (\omega_H^8 - \omega_H^2) + \left( 10 + \frac{3\tilde{b}_3}{Q^2} + \frac{\tilde{b}_1}{Q^4} \right) (\omega_H^6 - \omega_H^4) - 1 \right]^2 + \left[ \frac{\tilde{b}_4}{Q} (\omega_H^9 + \omega_H) - \left( \frac{4\tilde{b}_4}{Q} + \frac{\tilde{b}_2}{Q^3} \right) (\omega_H^7 + \omega_H^3) + \left( \frac{6\tilde{b}_4}{Q} + \frac{2\tilde{b}_2}{Q^3} + \frac{\tilde{b}_0}{Q^5} \right) \omega_H^5 \right]^2;$$

$$\tilde{M}_{BP_{прL}}^{(10)} = \left( \omega_H^{10} - \left\{ 5 + \frac{L_{пр1} + L_{пр3}}{L_{пс2}} + \frac{L_{пр3} + L_{пр5}}{L_{пс4}} + \frac{[(1+\Delta)\omega_0]^2 L_{пр1} L_{пр5}}{rR} \right\} (\omega_H^8 - \omega_H^2) + \left\{ 10 + 3 \left( \frac{L_{пр1} + L_{пр3}}{L_{пс2}} + \frac{L_{пр3} + L_{пр5}}{L_{пс4}} \right) \right\} \right)$$

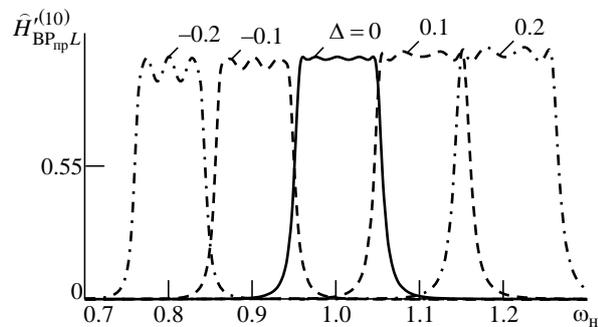


Рис. 9. Амплитудно-частотные характеристики ППФ 10-го порядка, перестраиваемого емкостями, для различных значений  $\Delta$   
Fig. 9. Frequency responses of the 10th-order BPF with variable capacitors for various  $\Delta$

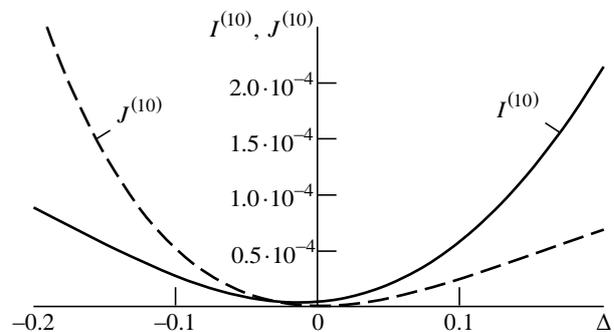


Рис. 10. Графики функций искажения АЧХ перестраиваемых ППФ  
Fig. 10. Frequency response distortion functions of the tunable BPF

$$\begin{aligned}
 & + \frac{L_{\text{пр}1}(L_{\text{пр}3} + L_{\text{пр}5}) + L_{\text{пр}3}L_{\text{пр}5}}{L_{\text{пс}2}L_{\text{пс}4}} + \\
 & + \frac{[(1 + \Delta)\omega_0]^2 L_{\text{пр}1}L_{\text{пр}3}L_{\text{пр}5}}{rR} \times \\
 & \times \left( \frac{1}{L_{\text{пс}2}} + \frac{3}{L_{\text{пр}3}} + \frac{1}{L_{\text{пс}4}} \right) \left( \omega_{\text{н}}^6 - \omega_{\text{н}}^4 - 1 \right)^2 + \\
 & + [(1 + \Delta)\omega_0]^2 \left\{ \frac{rL_{\text{пр}5} + RL_{\text{пр}1}}{rR} (\omega_{\text{н}}^9 + \omega_{\text{н}}) - \right. \\
 & - \left[ \left( \frac{L_{\text{пр}1}}{r} + \frac{L_{\text{пр}5}}{R} \right) \left( 4 + \frac{L_{\text{пр}3}}{L_{\text{пс}2}} + \frac{L_{\text{пр}3}}{L_{\text{пс}4}} \right) + \right. \\
 & + L_{\text{пр}1} \frac{rL_{\text{пс}4} + RL_{\text{пс}2}}{rRL_{\text{пс}2}L_{\text{пс}4}} L_{\text{пр}5} \left. \right] (\omega_{\text{н}}^7 + \omega_{\text{н}}^3) + \\
 & + \left[ 2 \frac{rL_{\text{пр}5} + RL_{\text{пр}1}}{rR} \left( 3 + \frac{L_{\text{пр}3}}{L_{\text{пс}2}} + \frac{L_{\text{пр}3}}{L_{\text{пс}4}} \right) + \right. \\
 & + 2L_{\text{пр}1} \left( \frac{1}{RL_{\text{пс}2}} + \frac{1}{rL_{\text{пс}4}} \right) L_{\text{пр}5} + \\
 & \left. \left. + \frac{(r + R)L_{\text{пр}1}L_{\text{пр}3}L_{\text{пр}5}}{rRL_{\text{пс}2}L_{\text{пс}4}} \right] \omega_{\text{н}}^5 \right\}^2.
 \end{aligned}$$

Средние значения функций  $I^{(10)}(\Delta)$  и  $J^{(10)}(\Delta)$  в области изменения аргумента  $[-0.2 \leq \Delta \leq 0.2]$  равны  $54.92 \cdot 10^{-6}$  и  $53.51 \cdot 10^{-6}$  соответственно. Из графика функции  $I^{(10)}(\Delta)$  видно, что АЧХ неперестраиваемого ППФ может быть скорректирована за счет незначительного изменения частоты  $\omega_0$  с помощью индуктивностей.

Минимум функции  $I^{(10)}(\Delta)$  наблюдается при  $\Delta = -0.0144$ , что соответствует угловой частоте настройки контуров  $\omega_{0\text{кор}} = (1 - 0.0144)\omega_0 = 98560$  рад/с. Из сравнения исходной АЧХ  $\hat{H}_{\text{ВРпр}C}^{(10)}[\omega_{\text{н}}, \omega_0]$  и скорректированной АЧХ  $\hat{H}_{\text{ВРпр}C}^{(10)}[\omega_{\text{н}}/0.9856, \omega_{0\text{кор}}]$  (рис. 11) видно, что скорректированная АЧХ имеет меньшие пульсации в точках минимума при равных с исходной АЧХ значениях неравномерностей в точках максимума.

**Полосно-заграждающие фильтры.** При переходе от ФНЧ к ПЗФ с центральной частотой режекции  $\omega_0$  емкость  $C$  заменяется последовательным колебательным контуром с элементами  $C_{\text{пс}} = C/\Theta$  и  $L_{\text{пс}} = \Theta/(\omega_0^2 C)$ , а индуктивность  $L$  – параллельным колебательным контуром с

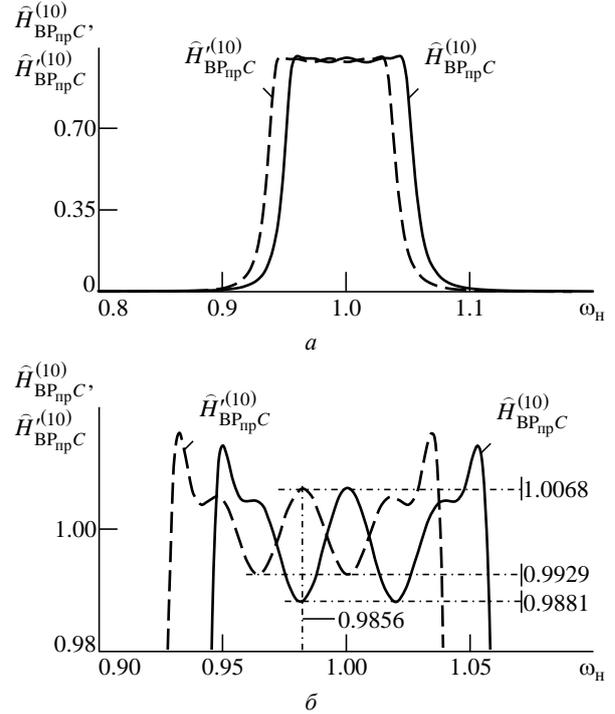


Рис. 11. Исходная и скорректированная АЧХ ППФ (а); центральная часть АЧХ ППФ (б)  
Fig. 11. Initial and corrected frequency responses of BPF (а); central parts of BPF frequency responses (б)

элементами  $L_{\text{пр}} = L/\Theta$  и  $C_{\text{пр}} = \Theta/(\omega_0^2 L)$ . При  $H^{(n)}(1) = 1/\sqrt{2} \Theta$  есть добротность ПЗФ, равная отношению нормированной центральной частоты режекции к нормированной полосе подавления, определяемой на уровне  $1/\sqrt{2}$  модуля ПФ.

На рис. 12, 13 представлены схемы ПЗФ порядков  $2n$  с последовательным контуром на входе в поперечной ветви (рис. 12) и параллельным контуром на входе в продольной ветви (рис. 13) с элементами  $C_{\text{пс}i}, L_{\text{пс}i}, C_{\text{пр}k}, L_{\text{пр}k}, i, k = \overline{1, n}$ .

ПФ ФНЧ-прототипов ПЗФ  $H_{rC}^{(n)}(s_{\text{н}})$  (см. рис. 1) и  $H_{rL}^{(n)}(s_{\text{н}})$  (см. рис. 2),  $n = \overline{1, 5}$ , выраженные через емкости контуров  $C_{\text{пс}i}, C_{\text{пр}k}$  приведены в табл. 4.

АЧХ ПЗФ порядков  $2n$  с последовательным и параллельным контурами на входах  $H_{\text{ВРпс}C}^{(2n)}(\omega_{\text{н}})$  и  $H_{\text{ВРпр}C}^{(2n)}(\omega_{\text{н}})$  для  $2n = 2, 4, 6, 8, 10$  (рис. 12 и 13 соответственно), выраженные через  $C_{\text{пс}i}, C_{\text{пр}k}$ , представлены в табл. 5.

На рис. 14, а показаны равноволновые АЧХ ФНЧ-прототипа 5-го порядка  $\tilde{H}_{rC}^{(5)}(\omega_{\text{н}})$  (см. рис. 1)

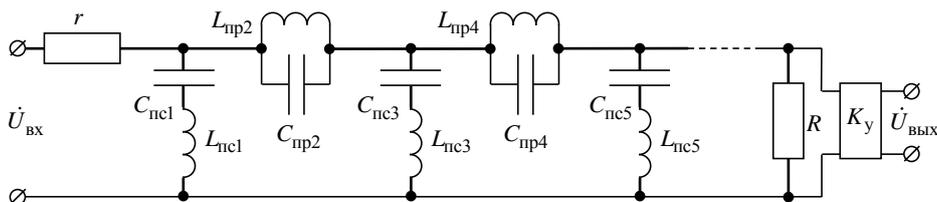


Рис. 12. Функциональная схема ПЗФ порядка  $2n$  с последовательным контуром в поперечной ветви на входе  
Fig. 12. Schematic diagram of the  $2n$ th-order BRF with the series resonant circuit in the transverse branch at the input

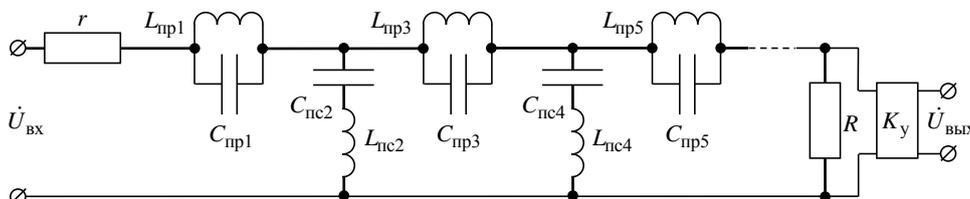


Рис. 13. Функциональная схема ПЗФ порядка  $2n$  с параллельным контуром в продольной ветви на входе  
Fig. 13. Schematic diagram of the  $2n$ th-order BRF with the parallel resonant circuit in the longitudinal branch at the input

и ПЗФ 10-го порядка с последовательным контуром в поперечной ветви на входе  $\tilde{H}_{BR,псC}^{(10)}(\omega_n)$  (рис. 12) с частотами настройки контуров  $\omega_0 = 10^5$  рад/с и параметрами АЧХ:  $\delta = 0.1$ ,  $Q = 10$ . Центральная часть АЧХ в увеличенном масштабе представлена на рис. 14, б. При  $r = 100$  Ом,  $R = 51$  Ом элементы ПЗФ имеют следующие нестандартные значения:

$$\begin{aligned} C_{пс1} &= 29.92 \text{ нФ}, & L_{пс1} &= 3.34 \text{ мГн}, \\ C_{пр2} &= 1.07 \text{ мкФ}, & L_{пр2} &= 93.12 \text{ мкГн}, \\ C_{пс3} &= 37.81 \text{ нФ}, & L_{пс3} &= 2.65 \text{ мГн}, \\ C_{пр4} &= 1.26 \text{ мкФ}, & L_{пр4} &= 79.53 \text{ мкГн}, \\ C_{пс5} &= 16.33 \text{ нФ}, & L_{пс5} &= 6.12 \text{ мГн}. \end{aligned}$$

Коэффициент усиления усилителя  $K_y = 2.978$ .

Таблица 4. Передаточные функции ФНЧ-прототипов ПЗФ  
Table 4. Transfer functions of LPF prototypes of BRF

$n = 1$
$H_{rC}^{(1)}(s_H) = \frac{K_y}{\omega_0 \Theta r C_{пс1}} \left/ \left( s_H + \frac{r+R}{\omega_0 \Theta r C_{пс1} R} \right) \right.; \quad H_{rL}^{(1)}(s_H) = \frac{K_y \omega_0 R C_{пр1}}{\Theta} \left/ \left[ s_H + \frac{\omega_0 (r+R) C_{пр1}}{\Theta} \right] \right.$
$n = 2$
$H_{rC}^{(2)}(s_H) = \frac{K_y R C_{пр2}}{\Theta^2 r C_{пс1}} \left/ \left[ s_H^2 + \frac{1 + \omega_0^2 r C_{пс1} R C_{пр2}}{\Theta \omega_0 r C_{пс1}} s_H + \frac{(r+R) C_{пр2}}{\Theta^2 r C_{пс1}} \right] \right.; \quad H_{rL}^{(2)}(s_H) = \frac{K_y C_{пр1}}{\Theta^2 C_{пс2}} \left/ \left[ s_H^2 + \frac{1 + \omega_0^2 r C_{пр1} R C_{пс2}}{\Theta \omega_0 R C_{пс2}} s_H + \frac{(r+R) C_{пр1}}{\Theta^2 R C_{пс2}} \right] \right.$
$n = 3$
$H_{rC}^{(3)}(s_H) = \frac{K_y C_{пр2}}{\Theta^3 \omega_0 r C_{пс1} C_{пс3}} \left/ \left( s_H^3 + \frac{r C_{пс1} + R C_{пс3}}{\Theta \omega_0 r C_{пс1} R C_{пс3}} s_H^2 + \frac{1 + \omega_0^2 r (C_{пс1} + C_{пс3}) R C_{пр2}}{\Theta^2 \omega_0^2 r C_{пс1} R C_{пс3}} s_H + \frac{(r+R) C_{пр2}}{\Theta^3 \omega_0 r C_{пс1} R C_{пс3}} \right) \right.;$
$H_{rL}^{(3)}(s_H) = \frac{K_y \omega_0 R C_{пр1} C_{пр3}}{\Theta^3 C_{пс2}} \left/ \left( s_H^3 + \frac{\omega_0 (r C_{пр1} + R C_{пр3})}{\Theta} s_H^2 + \frac{C_{пр1} + C_{пр3} (1 + \omega_0^2 r C_{пр1} R C_{пс2})}{\Theta^2 C_{пс2}} s_H + \frac{\omega_0 (r+R) C_{пр1} C_{пр3}}{\Theta^3 C_{пс2}} \right) \right.$
$n = 4$
$H_{rC}^{(4)}(s_H) = \left[ K_y R C_{пр2} C_{пр4} / (\Theta^4 r C_{пс1} C_{пс3}) \right] / \Lambda_{rC}^{(4)},$
где
$\Lambda_{rC}^{(4)} = s_H^4 + \frac{1 + \omega_0^2 r C_{пс1} R C_{пр4}}{\Theta \omega_0 r C_{пс1}} s_H^3 + \frac{r (C_{пс1} + C_{пс3}) C_{пр2} + (r C_{пс1} + R C_{пс3}) C_{пр4}}{\Theta^2 r C_{пс1} C_{пс3}} s_H^2 + \frac{C_{пр2} + C_{пр4} + \omega_0^2 r (C_{пс1} + C_{пс3}) R C_{пр2} C_{пр4}}{\Theta^3 \omega_0 r C_{пс1} C_{пс3}} s_H + \frac{(r+R) C_{пр2} C_{пр4}}{\Theta^4 r C_{пс1} C_{пс3}};$

$H_{rL}^{(4)}(s_H) = \left[ K_y C_{np1} C_{np3} / (\Theta^4 C_{nc2} C_{nc4}) \right] / \Lambda_{rL}^{(4)}$ ,	
где	
$\Lambda_{rL}^{(4)} = s_H^4 + \frac{1 + \omega_0^2 r C_{np1} R C_{nc4}}{\Theta \omega_0 R C_{nc4}} s_H^3 + \frac{(r C_{np1} + R C_{np3}) C_{nc2} + R (C_{np1} + C_{np3}) C_{nc4}}{\Theta^2 R C_{nc2} C_{nc4}} s_H^2 +$ $+ \frac{C_{np1} + C_{np3} + \omega_0^2 r C_{np1} R (C_{nc2} + C_{nc4}) C_{np3}}{\Theta^3 \omega_0 R C_{nc2} C_{nc4}} s_H + \frac{(r + R) C_{np1} C_{np3}}{\Theta^4 R C_{nc2} C_{nc4}};$	
$n = 5$	
$H_{rC}^{(5)}(s_H) = \left[ K_y C_{np2} C_{np4} / (\Theta^5 \omega_0 r C_{nc1} C_{nc3} C_{nc5}) \right] / \Lambda_{rC}^{(5)}$ ,	
где	
$\Lambda_{rC}^{(5)} = s_H^5 + \frac{r C_{nc1} + R C_{nc5}}{\Theta \omega_0 r C_{nc1} R C_{nc5}} s_H^4 + \left( \frac{C_{nc1} C_{np4} + C_{np2} C_{nc5}}{\Theta^2 C_{nc1} C_{nc5}} + \frac{C_{np2} + C_{np4}}{\Theta^2 C_{nc3}} + \frac{1}{\Theta^2 \omega_0^2 r C_{nc1} R C_{nc5}} \right) s_H^3 +$ $+ \frac{(r C_{nc1} + R C_{nc5})(C_{np2} + C_{np4}) + (r C_{np2} + R C_{np4}) C_{nc3}}{\Theta^3 \omega_0 r C_{nc1} R C_{nc3} C_{nc5}} s_H^2 + \frac{C_{np2} + C_{np4} + \omega_0^2 r (C_{nc1} + C_{nc3} + C_{nc5}) R C_{np2} C_{np4}}{\Theta^4 \omega_0^2 r C_{nc1} R C_{nc3} C_{nc5}} s_H +$ $+ \frac{(r + R) C_{np2} C_{np4}}{\Theta^5 \omega_0 r C_{nc1} R C_{nc3} C_{nc5}};$	
$H_{rL}^{(5)}(s_H) = \left[ K_y \omega_0 R C_{np1} C_{np3} C_{np5} / (\Theta^5 C_{nc2} C_{nc4}) \right] / \Lambda_{rL}^{(5)}$ ,	
где	
$\Lambda_{rL}^{(5)} = s_H^5 + \frac{\omega_0 (r C_{np1} + R C_{np5})}{\Theta} s_H^4 + \left( \frac{C_{np1} + C_{np3}}{\Theta^2 C_{nc2}} + \frac{C_{np3} + C_{np5}}{\Theta^2 C_{nc4}} + \frac{\omega_0^2 r C_{np1} R C_{np5}}{\Theta^2} \right) s_H^3 +$ $+ \frac{\omega_0 \left[ C_{np1} \left( \frac{r}{C_{nc4}} + \frac{R}{C_{nc2}} \right) C_{np5} + \frac{(C_{nc2} + C_{nc4}) C_{np3}}{C_{nc2} C_{nc4}} (r C_{np1} + R C_{np5}) \right]}{\Theta^3} s_H^2 +$ $+ \frac{C_{np1} (C_{np3} + C_{np5}) + C_{np3} C_{np5} \left[ 1 + \omega_0^2 r C_{np1} R (C_{nc2} + C_{nc4}) \right]}{\Theta^4 C_{nc2} C_{nc4}} s_H + \frac{\omega_0 (r + R) C_{np1} C_{np3} C_{np5}}{\Theta^5 C_{nc2} C_{nc4}};$	

Таблица 5. Амплитудно-частотные характеристики ПЗФ  
Table 5. BRf frequency responses

$2n = 2$	
$H_{BR_{nc}C}^{(2)}(\omega_H) = \frac{K_y R}{r + R}  \omega_H^2 - 1  / \sqrt{(\omega_H^2 - 1)^2 + \left( \frac{\omega_0 r C_{nc1} R}{r + R} \omega_H \right)^2}; H_{BR_{np}C}^{(2)}(\omega_H) = \frac{K_y R}{r + R}  \omega_H^2 - 1  / \sqrt{(\omega_H^2 - 1)^2 + \left[ \frac{1}{\omega_0 (r + R) C_{np1}} \omega_H \right]^2}$	
$2n = 4$	
$H_{BR_{nc}C}^{(4)}(\omega_H) = \frac{K_y R}{r + R} (\omega_H^2 - 1)^2 / \sqrt{\left\{ \omega_H^4 - \left[ 2 + \frac{r C_{nc1}}{(r + R) C_{np2}} \right] \omega_H^2 + 1 \right\}^2 + \left[ \frac{\omega_0 r R}{r + R} \left( C_{nc1} + \frac{1}{\omega_0^2 r C_{np2} R} \right) (\omega_H^3 - \omega_H) \right]^2};$	
$H_{BR_{np}C}^{(4)}(\omega_H) = \frac{K_y R}{r + R} (\omega_H^2 - 1)^2 / \sqrt{\left\{ \omega_H^4 - \left[ 2 + \frac{R C_{nc2}}{(r + R) C_{np1}} \right] \omega_H^2 + 1 \right\}^2 + \left[ \frac{\omega_0 r R}{r + R} \left( C_{nc2} + \frac{1}{\omega_0^2 r C_{np1} R} \right) (\omega_H^3 - \omega_H) \right]^2}$	
$2n = 6$	
$H_{BR_{nc}C}^{(6)}(\omega_H) = \frac{K_y R}{r + R}  (\omega_H^2 - 1)^3  / \sqrt{M_{BR_{nc}C}^{(6)}}$ ,	
где	
$M_{BR_{nc}C}^{(6)} = \left\{ \omega_H^6 - \left[ 3 + \frac{r C_{nc1} + R C_{nc3}}{(r + R) C_{np2}} \right] (\omega_H^4 - \omega_H^2) - 1 \right\}^2 +$ $+ \left( \frac{\omega_0 r R}{r + R} \right)^2 \left[ \left( C_{nc1} + C_{nc3} + \frac{1}{\omega_0^2 r R C_{np2}} \right) (\omega_H^5 + \omega_H) - 2 \left( C_{nc1} + C_{nc3} + \frac{C_{nc1} C_{nc3}}{2 C_{np2}} + \frac{1}{\omega_0^2 r R C_{np2}} \right) \omega_H^3 \right]^2;$	

Продолжение табл. 5  
Continued of the table 5

$H_{BR_{np}C}^{(6)}(\omega_H) = \frac{K_y R}{r+R} \left  (\omega_H^2 - 1) \right ^3 / \sqrt{M_{BR_{np}C}^{(6)}}$
<p>где</p> $M_{BR_{np}C}^{(6)} = \left\{ \omega_H^6 - \left[ 3 + \frac{rC_{np1} + RC_{np3}}{(r+R)C_{np1}C_{np3}} C_{nc2} \right] (\omega_H^4 - \omega_H^2) - 1 \right\}^2 + \left( \frac{\omega_0 rR}{r+R} \right)^2 \left\{ \left[ C_{nc2} + \frac{C_{np1} + C_{np3}}{\omega_0^2 rC_{np1}RC_{np3}} (\omega_H^5 + \omega_H) \right] - 2 \left[ C_{nc2} + \frac{2(C_{np1} + C_{np3}) + C_{nc2}}{2\omega_0^2 rC_{np1}RC_{np3}} \right] \omega_H^3 \right\}^2$
$2n = 8$
$H_{BR_{nc}C}^{(8)}(\omega_H) = [K_y R / (r+R)] (\omega_H^2 - 1)^4 / \sqrt{M_{BR_{nc}C}^{(8)}}$
<p>где</p> $M_{BR_{nc}C}^{(8)} = \left\{ \omega_H^8 - \left[ 4 + \frac{rC_{nc1} + RC_{nc3}}{(r+R)C_{np2}} + \frac{r(C_{nc1} + C_{nc3})}{(r+R)C_{np4}} \right] (\omega_H^6 + \omega_H^2) + \left[ 6 + \frac{rC_{nc1}(2C_{np2} + C_{nc3} + 2C_{np4}) + 2(rC_{np2} + RC_{np4})C_{nc3}}{(r+R)C_{np2}C_{np4}} \right] \omega_H^4 + 1 \right\}^2 + \left( \frac{\omega_0 rR}{r+R} \right)^2 \times \left\{ \left[ C_{nc1} + C_{nc3} + \frac{C_{np2} + C_{np4}}{\omega_0^2 rC_{np2}RC_{np4}} (\omega_H^7 - \omega_H) \right] - 3 \left[ C_{nc1} + C_{nc3} + \frac{C_{nc1}C_{nc3}}{3C_{np2}} + \frac{3(C_{np2} + C_{np4}) + C_{nc3}}{3\omega_0^2 rC_{np2}RC_{np4}} \right] (\omega_H^5 - \omega_H^3) \right\}^2$
$H_{BR_{np}C}^{(8)}(\omega_H) = [K_y R / (r+R)] (\omega_H^2 - 1)^4 / \sqrt{M_{BR_{np}C}^{(8)}}$
<p>где</p> $M_{BR_{np}C}^{(8)} = \left\{ \omega_H^8 - \left[ 4 + \frac{rC_{nc2} + RC_{nc4}}{(r+R)C_{np3}} + \frac{R(C_{nc2} + C_{nc4})}{(r+R)C_{np1}} \right] (\omega_H^6 + \omega_H^2) + \left[ 6 + \frac{2(rC_{np1} + RC_{np3})C_{nc2} + R(2C_{np1} + C_{nc2} + 2C_{np3})C_{nc4}}{(r+R)C_{np1}C_{np3}} \right] \omega_H^4 + 1 \right\}^2 + \left( \frac{\omega_0 rR}{r+R} \right)^2 \times \left\{ \left[ C_{nc2} + C_{nc4} + \frac{C_{np1} + C_{np3}}{\omega_0^2 rC_{np1}RC_{np3}} (\omega_H^7 - \omega_H) \right] - 3 \left[ C_{nc2} + C_{nc4} + \frac{C_{nc2}C_{nc4}}{3C_{np3}} + \frac{3(C_{np1} + C_{np3}) + C_{nc2}}{3\omega_0^2 rC_{np1}RC_{np3}} \right] (\omega_H^5 - \omega_H^3) \right\}^2$
$2n = 10$
$H_{BR_{nc}C}^{(10)}(\omega_H) = [K_y R / (r+R)] \left  (\omega_H^2 - 1) \right ^5 / \sqrt{M_{BR_{nc}C}^{(10)}}$
<p>где</p> $M_{BR_{nc}C}^{(10)} = \left\{ \omega_H^{10} - \left[ 5 + \frac{rC_{nc1} + R(C_{nc3} + C_{nc5})}{(r+R)C_{np2}} + \frac{r(C_{nc1} + C_{nc3}) + RC_{nc5}}{(r+R)C_{np4}} \right] (\omega_H^8 - \omega_H^2) + \left[ 10 + 3 \frac{rC_{nc1} + R(C_{nc3} + C_{nc5})}{(r+R)C_{np2}} + 3 \frac{r(C_{nc1} + C_{nc3}) + RC_{nc5}}{(r+R)C_{np4}} + \frac{(rC_{nc1} + RC_{nc5})C_{nc3}}{(r+R)C_{np2}C_{np4}} \right] (\omega_H^6 - \omega_H^4) - 1 \right\}^2 + \left( \frac{\omega_0 rR}{r+R} \right)^2 \left\{ \left[ C_{nc1} + C_{nc3} + C_{nc5} + \frac{C_{np2} + C_{np4}}{\omega_0^2 rC_{np2}RC_{np4}} (\omega_H^9 + \omega_H) \right] - 4 \left[ C_{nc1} + C_{nc3} + C_{nc5} + \frac{C_{nc1}(C_{nc3} + C_{nc5})}{4C_{np2}} + \frac{(C_{nc1} + C_{nc3})C_{nc5}}{4C_{np4}} + \frac{4C_{np2} + C_{nc3} + 4C_{np4}}{4\omega_0^2 rC_{np2}RC_{np4}} \right] (\omega_H^7 + \omega_H^3) + \left[ C_{nc1} + C_{nc3} + C_{nc5} + \frac{C_{nc1}(C_{nc3} + C_{nc5})}{3C_{np2}} + \frac{(C_{nc1} + C_{nc3})C_{nc5}}{3C_{np4}} + \frac{C_{nc1}C_{nc3}C_{nc5}}{6C_{np2}C_{np4}} + \frac{3(C_{np2} + C_{np4}) + C_{nc3}}{3\omega_0^2 rC_{np2}RC_{np4}} \right] \omega_H^5 \right\}^2$

$$H_{BR_{np}C}^{(10)}(\omega_H) = [K_y R / (r + R)] \left| (\omega_H^2 - 1) \right|^5 / \sqrt{M_{BR_{np}C}^{(10)}}$$

где

$$M_{BR_{np}C}^{(10)} = \left\{ \omega_H^{10} - \left[ 5 + \frac{rC_{nc2} + RC_{nc4}}{(r + R)C_{np3}} + \frac{(rC_{np1} + RC_{np5})(C_{nc2} + C_{nc4})}{(r + R)C_{np1}C_{np5}} \right] (\omega_H^8 - \omega_H^2) + \right. \\ \left. + \left[ 10 + 3 \frac{rC_{nc2} + RC_{nc4}}{(r + R)C_{np3}} + 3 \frac{(rC_{np1} + RC_{np5})(C_{nc2} + C_{nc4})}{(r + R)C_{np1}C_{np5}} + \frac{(rC_{np1} + RC_{np5})C_{nc2}C_{nc4}}{(r + R)C_{np1}C_{np3}C_{np5}} \right] (\omega_H^6 - \omega_H^4) - 1 \right\}^2 + \\ \left. + \left( \frac{\omega_0 r R}{r + R} \right)^2 \left\{ \left[ C_{nc2} + C_{nc4} + \frac{C_{np1}C_{np3} + (C_{np1} + C_{np3})C_{np5}}{\omega_0^2 r C_{np1} R C_{np3} C_{np5}} \right] (\omega_H^9 + \omega_H) - \right. \\ \left. - 4 \left[ C_{nc2} + C_{nc4} + \frac{C_{nc2}C_{nc4}}{4C_{np3}} + \frac{(4C_{np1} + C_{nc2})C_{np5} + C_{np1}C_{nc4} + (4C_{np1} + C_{nc2} + C_{nc4} + 4C_{np5})C_{np3}}{4\omega_0^2 r C_{np1} R C_{np3} C_{np5}} \right] (\omega_H^7 + \omega_H^3) + \right. \\ \left. + 6 \left[ C_{nc2} + C_{nc4} + \frac{C_{nc2}C_{nc4}}{3C_{np3}} + \frac{3C_{np3} + C_{nc4} + 3C_{np5}}{3\omega_0^2 r C_{np3} R C_{np5}} + \frac{C_{nc2}(2C_{np3} + C_{nc4} + 2C_{np5}) + 2C_{np3}(C_{nc4} + 3C_{np5})}{6\omega_0^2 r C_{np1} R C_{np3} C_{np5}} \right] \omega_H^5 \right\}^2 \right\}$$

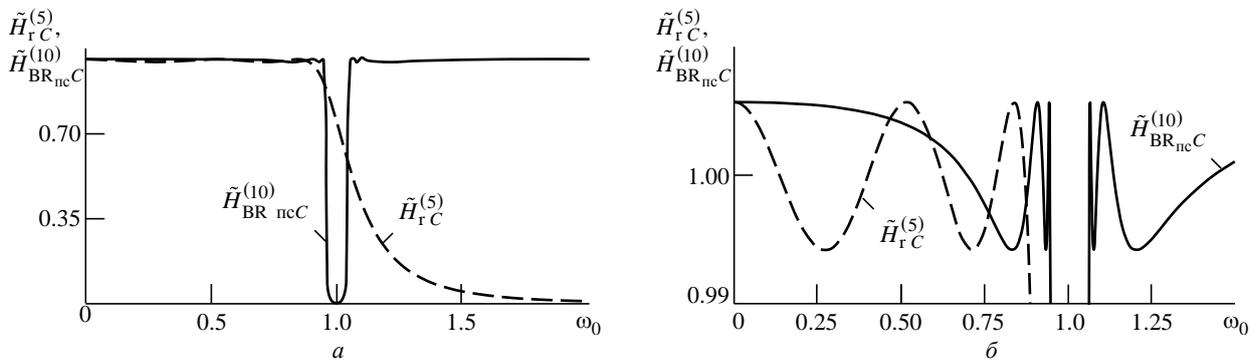


Рис. 14. Равноволновые АЧХ ФНЧ-прототипа и ПЗФ (а);  
центральная часть АЧХ ФНЧ и ППФ (б)  
Fig. 14. Equiripple frequency responses of LPF prototype and BRF (a);  
central parts of LPF and BRF frequency responses (b)

Дальнейший расчет ПЗФ с неравноволновой АЧХ принципиально не отличается от расчета ППФ при соответствующей замене аналитических выражений и также позволяет свести к нулю число нестандартизованных элементов синтезированного фильтра.

**Заключение.** Представленные методики расчета полосных фильтров и приведенный пример наглядно демонстрируют возможности метода

синтеза фильтров, основанного на решении систем нелинейных уравнений. В отличие от методов аппроксимации идеальной характеристики фильтра в частотной области с помощью специальных функций [14], [15] и табличного проектирования фильтров [16] рассмотренный метод позволяет рассчитать фильтр высокого порядка для любых исходных требований, не прибегая к справочным данным.

### СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Попов П. А. Расчет частотных электрических фильтров. М.-Л.: Энергия, 1966. 216 с.
2. Джонсон Д., Джонсон Дж., Мур Г., Справочник по активным фильтрам. М.: Энергоатомиздат, 1983. 128 с.
3. Paarmann L. D. Design and analysis of analog filters: A signal processing perspective. Dordrecht: Springer, 2014. 456 p.
4. Budak A. Passive and active network analysis and synthesis. Atlanta, London: Houghton Mifflin company, 1974. 733 p.
5. Матханов П. Н. Основы синтеза линейных электрических цепей. М.: Высш. шк., 1978. 208 с.
6. Кауфман М., Сидман А. Г. Практическое руководство по расчетам схем в электронике: справ.: в 2 т. Т. 2 / пер. с англ.; под ред. Ф. Н. Покровского. М.: Энергоатомиздат, 1993. 288 с.
7. Winder S. Analog and digital filter design. 2nd ed. New York: Elsevier Science, 2002. 450 p.

8. Червинский Е. Н. Устойчивость частотных характеристик к изменениям параметров электрического фильтра // Изв. вузов России. Радиоэлектроника. 2017. № 3. С. 24–38.

9. ГОСТ 28884–90 (МЭК 63-63). Межгосударственный стандарт. Ряды предпочтительных значений для резисторов и конденсаторов. М.: Стандартиформ, 2006. 13 с.

10. Червинский Е. Н. Расчет передаточных функций фильтров с равноволновыми на отрезке и бесконечном полуинтервале амплитудно-частотными характеристиками // Изв. вузов России. Радиоэлектроника. 2014. № 4. С. 13–28.

11. Знаменский А. Е., Попов Е. С. Перестраиваемые электрические фильтры. М.: Связь, 1979. 128 с.

12. Унру Н. Э., Григорьев Е. В. Перестраиваемые квазиоптимальные режекторные фильтры третьего

порядка на сосредоточенных элементах // Изв. вузов России. Радиоэлектроника. 2007. № 6. С. 37–45.

13. Баскакова А. Э., Тургалиев В. М., Холодняк Д. В. Перестраиваемый полосно-пропускающий фильтр на элементах с сосредоточенными параметрами с независимым непрерывным управлением центральной частотой и шириной полосы пропускания // Изв. вузов России. Радиоэлектроника. 2016. № 3. С. 25–32.

14. Роудз Дж. Д. Теория электрических фильтров / пер. с англ.; под ред. А. М. Трахтмана. М.: Сов. радио, 1980. 240 с.

15. Хьюлсман Л. П., Аллен Ф. Е. Введение в теорию и расчет активных фильтров / пер. с англ.; под ред. А. Е. Знаменского. М.: Радио и связь, 1984. 384 с.

16. Зааль Р. Справочник по расчету фильтров / пер. с нем.; под ред. Н. Н. Слепова. М.: Радио и связь, 1983. 752 с.

**Червинский Евгений Наумович** – доктор технических наук (2008), старший научный сотрудник (1985), начальник НТО ЗАО "СИМЕТА" (Санкт-Петербург). Автор 87 научных работ. Сфера научных интересов – системы точного времени.

E-mail: enchervinsky@simeta.ru

## REFERENCES

1. Popov P. A. *Raschet chastotnykh elektricheskikh fil'trov* [Calculation of Frequency Electric Filters]. Moscow, Leningrad, *Energiya*, 1966, 216 p. (In Russ.)

2. Jonson D., Jonson J., Moore H. A handbook of active filters. New Jersey, Prentice-Hall, Inc., Englewood Cliffs, 1980, 128 p.

3. Paarmann L. D. Design and analysis of analog filters: A signal processing perspective. Dordrecht: Springer, 2014, 456 p.

4. Budak A. Passive and active network analysis and synthesis. Atlanta, London: Houghton Mifflin company, 1974, 733 p.

5. Matkhanov P. N. *Osnovy sinteza lineinykh elektricheskikh tsepei* [Basics of Linear Electrical Circuit Synthesis]. Moscow, *Vysshaya shkola*, 1978, 208 p. (In Russ.)

6. Kaufman M., Seidman A. Handbook of electronics calculation for engineers and technicians, in 2 vols. Vol. 2, McGraw-Hill, New York, 1988, 288 p.

7. Winder S. Analog and digital filter design. 2<sup>nd</sup> ed. New York: Elsevier Science, 2002, 450 p.

8. Chervinskiy E. N. Frequency Responses Resistance to Variations of Electric Filter Parameters. Journal of the Russian Universities. Radioelectronics. 2017, no. 3, pp. 24–38. (in Russ.)

9. GOST Standard 28884-90 (IEC 63-63). Preferred Number Series for Resistors and Capacitors. Moscow, Standardinform, 2006, 13 p. (in Russ.)

10. Chervinskiy E. N. Computation of Transfer Functions of Filters with Equiwave at the Section and Infinite Half-interval Amplitude-Frequency Responses. Journal of the Russian Universities. Radioelectronics. 2014, no. 4, pp. 13–28. (in Russ.)

11. Znamenskii A. E., Popov E. S. *Perestraivaemye elektricheskije fil'try* [Tunable Electrical Filters]. Moscow, *Svyaz'*, 1979, 128 p. (In Russ.)

12. Ounrou N. E., Grigoriev E. V. Tuned quasipolynomial bandstop filters of the third order on the lumped elements. Journal of the Russian Universities. Radioelectronics. 2007, no. 6, pp. 37–45. (in Russ.)

13. Baskakova A. E., Turgaliev V. M., Kholodnyak D. V. A Tunable Lumped-Element Bandpass Filter with Independent Continuous Tuning of Center Frequency and Bandwidth. Journal of the Russian Universities. Radioelectronics. 2016, no. 3, pp. 25–32. (in Russ.)

14. Rhodes J. D. Theory of electrical filters, Wiley, London, 1977, 224 p.

15. Huelsman Lawrence P., Allen Phillip E. Introduction to the theory and design of active filters, McGraw-Hill. 1980, 384 p.

16. Saal R. Handbuch zum Filterenwuef, AEG – Telefunken, Berlin, 1979.

**Evgeniy N. Chervinskiy** – Dr. of Sci. (Engineering) (2008), Senior Researcher (1985 the Head of Department of closed JSC "SIMETA" (Saint Petersburg). The author of 87 scientific publications. Area of expertise: precision time systems.

E-mail: enchervinsky@simeta.ru