УДК 535.8

С. В. Соколов, В. В. Каменский, С. М. Ковалев, В. Д. Меерович
Ростовский государственный университет путей сообщения

Комплексный алгоритм определения параметров навигационных спутников и спутниковой навигации на основе межспутниковых измерений[1]

Рассмотрено определение текущих координат навигационных спутников, совмещенное с определением ошибок взаимной синхронизации их часов непосредственно на борту спутника на основе использования простых методов межспутниковых радио- и лазерных измерений.

Спутниковая навигация, погрешности измерения псевдодальностей, координаты спутников

Ошибки решения навигационной задачи с использованием средств спутниковой навигации в значительной мере зависят как от ошибок определения текущих координат спутников, так и от степени подавления помех, возникающих при приеме/передаче спутниковых сообщений [1], [2]. В общем случае модель спутникового измерения псевдодальности Z_R, используемого при позиционировании объектов, с учетом помех, в наибольшей степени влияющих на точность позиционирования, имеет вид [2]:

$$Z_R = \sqrt{(\xi - \xi_{\text{сп}})^2 + (\eta - \eta_{\text{сп}})^2 + (\zeta - \zeta_{\text{сп}})^2} + c(\Delta\tau - \Delta T) + W_{\text{ИТ}} + W_{\text{П}}, \quad (1)$$

где ξ, η, ζ – текущие координаты объекта в гринвичской системе координат (ГСК); $\xi_{\text{сп}}$, $\eta_{\text{сп}}$, $\zeta_{\text{с}}$ – текущие координаты спутника в ГСК; c – скорость света в вакууме; $\Delta\tau$ – погрешность часов навигационного приемника; ΔT – погрешность часов спутника; $W_{\text{ИТ}}$ – погрешности, обусловленные прохождением радиосигнала через ионосферу и тропосферу; $W_{\text{П}}$ – инструментальные погрешности навигационного приемника.

В настоящей статье рассмотрена компенсация перечисленных выше погрешностей, среди которых наиболее значимыми являются инструментальные погрешности навигационного приемника и ошибки бортовых часов спутника и приемника. Так, например, несмотря на установку на навигационных спутниках прецизионных часов, среднеквадратическая ошибка взаимной синхронизации бортовых шкал времени может достигать 20 нс и более [1].

В настоящее время для компенсации погрешности часов применяются различные алгоритмы, построенные на основе ее аппроксимации временными полиномами. Например, в спутниковой навигационной системе (СНС) ГЛОНАСС ошибка часов спутника ΔT аппроксимируется линейной зависимостью от времени с заданными параметрами [2]:

$$\Delta T = \alpha_0 + \alpha_1 t^* + T_{\text{р}} - T_{\text{з}}, \quad (2)$$

где α_0, α_1 – известные параметры модели ошибки часов спутника; t^* – текущее время расчета погрешности, отсчитываемое относительно момента поступления спутниковой информации; $T_{\text{р}}$ – релятивистская поправка, определяемая в процессе вычисления координат спутника; $T_{\text{з}}$ – время задержки спутникового сигнала.

Как видно из (2), компенсационная модель содержит четыре параметра, требующих определения. Процедуры их определения достаточно сложны, что снижает эффективность применения модели (2). В связи с этим далее рассмотрена компенсация текущих значений ошибок часов спутника ΔT и приемника $\Delta\tau$, а также инструментальных погрешностей навигационного приемника $W_{\text{П}}$ (1), выполняемая непосредственно в

[1] Работа выполнена при поддержке гранта РФФИ №15-07-00112.

навигационном приемнике без использования каких-либо аппроксимирующих моделей.

Алгоритм определения параметров спутника. Существующие СНС ГЛОНАСС и GPS с целью повышения точности решения навигационной задачи проходят в настоящий момент усиленную модернизацию, позволяющую, в частности, определять расстояния между спутниками, находящимися в зоне прямой видимости, с помощью бортовых измерительных средств. Так, например, навигационные спутники ГЛОНАСС-М оснащаются бортовой аппаратурой межспутниковых измерений [2], а навигационные спутники ГЛОНАСС-К – приемоформирующим устройством межспутниковой радиолинии [3].

Устройство межспутниковой радиолинии формирует и излучает информационно-измерительные радиосигналы, структура которых аналогична структуре навигационного сигнала ГЛОНАСС. В приемной части осуществляется усиление радиосигналов и измерение псевдоскорости и псевдодальности между навигационными спутниками системы ГЛОНАСС.

Повышение точности определения положения навигационных спутников возможно также при использовании лазерных дальномеров [4], [5] на основании измерения времени распространения лазерных импульсов. В этом случае сигналы измерения псевдодальностей между i-м и j-м спутниками будут свободны от погрешностей, обусловленных прохождением сигнала через ионосферу и тропосферу $W_{\text{ИТ}}$ (см. (1)):

$$Z_{ij} = R_{ij} + c\left(\Delta T_j - \Delta T_i\right) = R_{ij} + c\Delta T_{ji}, \qquad (3)$$

где Z_{ij} – псевдодальность, измеренная на j-м спутнике; R_{ij} – истинная дальность между i-м и j-м спутниками; ΔT_j, ΔT_i – погрешности часов j-го и i-го спутников соответственно; $\Delta T_{ji} = \Delta T_j - \Delta T_i$ – погрешность, обусловленная ошибкой взаимной синхронизации часов j-го и i-го спутников.

Перед построением алгоритма определения искомых пространственно-временны́х параметров спутников предварительно выясним необходимое и достаточное для этого количество спутников N. Число всех возможных расстояний между N спутниками (равное числу ребер графа с N вершинами) определяется известным выражением: $N(N-1)/2$. При обоюдном измерении расстояний между каждыми двумя спутниками в рассматриваемом созвездии число измеренных межспутниковых дальностей будет равно $N(N-1)$. В уравнениях указанных измерений содержится $N(N-1)/2$ неизвестных истинных расстояний между N спутниками и $(N-1)$ линейно независимых ошибок взаимной синхронизации часов N спутников. Таким образом, общее число неизвестных составляет $N(N-1)/2 + N - 1$. Приравняв общее число измерений к числу неизвестных переменных, получим уравнение

$$N(N-1)/2 = N - 1$$

или

$$N^2 - 3N + 2 = 0,$$

откуда определяется число спутников, необходимое и достаточное для решения поставленной задачи: $N = 2$.

При измерении расстояния между двумя навигационными спутниками (рис. 1, где $i \leftarrow$ A; $j \leftarrow$ B) на основании (3) получим:

$$\begin{cases} Z_{\text{BA}} = R_{\text{AB}} + c\Delta T_{\text{AB}}; \\ Z_{\text{AB}} = R_{\text{AB}} + c\Delta T_{\text{BA}}, \end{cases} \qquad (4)$$

где R_{AB} – истинная дальность между спутниками; ΔT_{AB}, ΔT_{BA} – погрешности взаимной синхронизации часов спутников А и В.

Учтя, что величины ΔT_{AB} и ΔT_{BA} описывают одно и то же рассогласование часов, но измеренное на различных спутниках, и поэтому

$$\Delta T_{\text{AB}} = -\Delta T_{\text{BA}},$$

система (4) из двух уравнений с тремя неизвестными может быть сведена к системе двух уравнений с двумя неизвестными: истинной дальностью R_{AB} и погрешностью взаимной синхронизации часов спутников:

$$\begin{cases} Z_{\text{BA}} = R_{\text{AB}} + c\Delta T_{\text{AB}}; \\ Z_{\text{AB}} = R_{\text{AB}} - c\Delta T_{\text{AB}}, \end{cases} \qquad (5)$$

которая решается непосредственно на борту каждого из спутников А и В.

В результате решения системы (5) определяются расстояние между спутниками и погрешность взаимной синхронизации часов. Первая из указанных величин используется для повышения

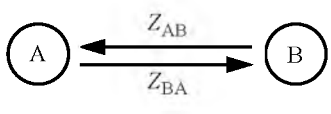

Рис. 1

точности измерения текущего местоположения спутников, вторая – для компенсации помех в сигнале навигационного приемника объекта.

Определение расстояний между спутниками в практически важном случае движения спутников по круговым орбитам позволяет найти еще и их текущие координаты. Рассмотрим методику такого определения подробно.

Определение текущего местоположения навигационных спутников. В ГСК истинное расстояние R_{AB} между спутниками может быть представлено следующим образом [1], [2]:

$$R_{AB} = \sqrt{(\xi_A - \xi_B)^2 + (\eta_A - \eta_B)^2 + (\zeta_A - \zeta_B)^2}, \quad (6)$$

где ξ_A, η_A, ζ_A – ГСК-координаты спутника А; ξ_B, η_B, ζ_B – ГСК-координаты спутника В.

Из одного уравнения (6) определить координаты двух спутников (шесть переменных) невозможно. Однако известно [6], что при движении спутников по ортодромическим траекториям[2] между их координатами имеются функциональные зависимости:

$$\begin{cases} \xi = P\eta\cos P_0 - a_0\sqrt{a_1 - \eta^2}\sin P_0; \\ \zeta = P\eta\sin P_0 + a_0\sqrt{a_1 - \eta^2}\cos P_0, \end{cases} \quad (7)$$

где P, P_0 – приведенные в [6] параметры, зависящие от координат начальной и конечной точек участка ортодромической траектории; $a_0 = \sqrt{1 + P^2}$, $a_1 = (r + h)^2 / (1 + P^2)$, причем h – высота спутника; r – радиус Земли.

Функциональная зависимость (7) позволяет находить ГСК-координаты ξ, ζ спутника, определив в результате навигационного измерения лишь одну его координату – η. Тогда навигационная задача описывается тремя уравнениями вида (6), записанными относительно трех неизвестных координат, т. е. оказывается разрешимой традиционными численными методами в созвездии из трех спутников. Покажем это.

Для упрощения записи преобразуем (7):

$$\begin{cases} \xi = P\eta\cos P_0 - a_0\sqrt{a_1 - \eta^2}\sin P_0 = \\ \quad = a_2\eta - a_3\sqrt{a_1 - \eta^2}; \\ \zeta = P\eta\sin P_0 + a_0\sqrt{a_1 - \eta^2}\cos P_0 = \\ \quad = a_4\eta + a_5\sqrt{a_1 - \eta^2}, \end{cases} \quad (8)$$

где $a_2 = P\cos P_0$; $a_3 = a_0\sin P_0$; $a_4 = P\sin P_0$; $a_5 = a_0\cos P_0$, причем $a_i = \text{const}$, $i = \overline{1,\ 5}$.

Записав уравнения типа (6) для трех спутников созвездия (А, В, С) с учетом (8) и возведя их в квадрат, получим систему:

$$\begin{cases} R_{AB}^2 = \Big(a_{2A}\eta_A - a_{3A}\sqrt{a_{1A} - \eta_A^2} - \\ \quad - a_{2B}\eta_B + a_{3B}\sqrt{a_{1B} - \eta_B^2}\Big)^2 + (\eta_A - \eta_B)^2 + \\ \quad + \Big(a_{4A}\eta_A - a_{5A}\sqrt{a_{1A} - \eta_A^2} - \\ \quad - a_{4B}\eta_B + a_{5B}\sqrt{a_{1B} - \eta_B^2}\Big)^2; \\ R_{BC}^2 = \Big(a_{2B}\eta_B - a_{3B}\sqrt{a_{1B} - \eta_B^2} - \\ \quad - a_{2C}\eta_C + a_{3C}\sqrt{a_{1C} - \eta_C^2}\Big)^2 + (\eta_B - \eta_C)^2 + \\ \quad + \Big(a_{4B}\eta_B - a_{5B}\sqrt{a_{1B} - \eta_B^2} - \\ \quad - a_{4C}\eta_C + a_{5C}\sqrt{a_{1C} - \eta_C^2}\Big)^2; \\ R_{AC}^2 = \Big(a_{2A}\eta_A - a_{3A}\sqrt{a_{1A} - \eta_A^2} - \\ \quad - a_{2C}\eta_C + a_{3C}\sqrt{a_{1C} - \eta_C^2}\Big)^2 + (\eta_A - \eta_C)^2 + \\ \quad + \Big(a_{4A}\eta_A - a_{5A}\sqrt{a_{1A} - \eta_A^2} - \\ \quad - a_{4C}\eta_C + a_{5C}\sqrt{a_{1C} - \eta_C^2}\Big)^2. \end{cases} \quad (9)$$

Правые части системы (9) линейно зависят от функций: η_i^2, $\eta_i\eta_j$, $\eta_i\sqrt{a_{1j} - \eta_j^2}$, $\sqrt{a_{1i} - \eta_i^2} \times \sqrt{a_{1j} - \eta_j^2}$, $i, j \in \{A, B, C\}$, т. е. явно или неявно квадратично зависят от трех измеряемых координат η_A, η_B, η_C, что обеспечивает при использовании известных итеративных методов [7] хорошую (квадратичную) сходимость данных уравнений к решению.

Алгоритм технической реализации предложенного подхода рассмотрим по шагам на примере спутникового созвездия А, В, С (рис. 2):

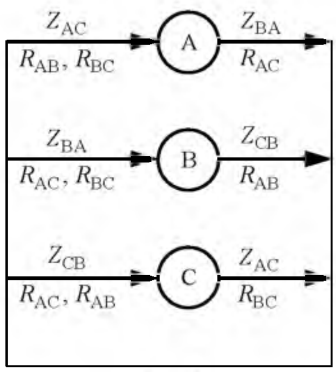

Рис. 2

[2] Ортодромическая траектория – кратчайшая траектория между двумя точками на поверхности сферы.

1. Передача и прием навигационных сообщений спутниками А, В и С.

2. На каждом спутнике осуществляется прием навигационных сообщений и определение псевдодальностей.

3. Спутник А передает псевдодальность Z_{BA}, спутник В передает псевдодальность Z_{CB}, спутник С передает псевдодальность Z_{AC}.

4. Спутники А, В, С принимают псевдодальности и вычисляют истинные дальности решением системы уравнений (5).

5. Спутник А передает истинную дальность R_{AC}, спутник В передает истинную дальность R_{AB}, спутник С передает истинную дальность R_{BC}.

6. Прием истинных дальностей и решение системы уравнений (9) на каждом спутнике.

7. Вычисление текущих координат спутников с использованием соотношений (7).

8. Передача в спутниковом сообщении текущих координат всех спутников и погрешностей взаимной синхронизации часов для последующей корректировки спутниковых измерений (1).

Алгоритм компенсации погрешностей спутникового сообщения в навигационном приемнике. Для решения навигационной задачи спутниковые сообщения принимаются, как правило, не менее чем от четырех спутников [1], [2], что позволяет формировать различные линейные комбинации сигналов, принимаемых от разных спутников. Так, разность сигналов псевдодальностей, принятых от i-го и j-го спутников, с учетом (1) имеет вид

$$Z_{Ri} - Z_{Rj} =$$
$$= \sqrt{(\xi - \xi_{ci})^2 + (\eta - \eta_{ci})^2 + (\zeta - \zeta_{ci})^2} -$$
$$- \sqrt{(\xi - \xi_{cj})^2 + (\eta - \eta_{cj})^2 + (\zeta - \zeta_{cj})^2} + c\Delta T_{ij}, \quad (10)$$

где принято вытекающее из практики спутниковой навигации допущение об идентичности помех, обусловленных прохождением через ионосферу и тропосферу радиосигналов спутников, находящихся в зоне видимости одного и того же объекта.

Как видно из (10), разность сигналов $Z_{Ri} - Z_{Rj}$ любых двух спутников содержит помеховую составляющую ΔT_{ij}, которая уже известна из принятого спутникового сообщения и может быть скомпенсирована (при этом разность сигналов не содержит остальных помех, приведенных в (1): ошибок часов приемника, его инструментальных погрешностей и др.). Таким образом, обработке подлежат сигналы, содержащие только истинную информацию о координатах объекта:

$$\Delta Z_{ij} = Z_{Ri} - Z_{Rj} - c\Delta T_{ij} =$$
$$= \sqrt{(\xi - \xi_{ci})^2 + (\eta - \eta_{ci})^2 + (\zeta - \zeta_{ci})^2} -$$
$$- \sqrt{(\xi - \xi_{cj})^2 + (\eta - \eta_{cj})^2 + (\zeta - \zeta_{cj})^2}, \quad (11)$$

что позволяет при его движении по ортодромической траектории сделать решение навигационной задачи практически точным. Рассмотрим подобную возможность подробно.

Использовав взаимосвязь ГСК-координат на ортодромической траектории (6), с учетом движения объекта по поверхности Земли $\left(\sqrt{\xi^2 + \zeta^2 + \eta^2} = r\right)$ преобразуем уравнение (11) к виду

$$\Delta Z_{ij} = \sqrt{\Theta_{1i} + \Theta_{2i}\eta + \Theta_{3i}\sqrt{a_1 - \eta^2}} -$$
$$- \sqrt{\Theta_{1j} + \Theta_{2j}\eta + \Theta_{3j}\sqrt{a_1 - \eta^2}}, \quad (12)$$

где

$$\Theta_{1q} = \xi_{cq}^2 + \eta_{cq}^2 + \zeta_{cq}^2 + r^2;$$
$$\Theta_{2q} = -2\left(\xi P_{cq}\cos P_0 + \eta_{cq} + \zeta_{cq} P \sin P_0\right);$$
$$\Theta_{3q} = 2a_0\left(\xi_{cq}\sin P_0 - \zeta_{cq}\cos P_0\right); \; q = i, j$$

– вычисляемые в реальном времени временные функции.

В этом случае задача определения координат объекта сводится к решению иррационального уравнения (12) относительно неизвестной переменной η. Трижды возведя обе части уравнения (12) в квадрат с приведением подобных членов после каждого квадратичного преобразования и введя обозначения:

$$A_1 = \Theta_{1i} - \Theta_{1j} - \Delta Z_{ij}^2; \; A_2 = \Theta_{2i} - \Theta_{2j};$$
$$A_3 = \Theta_{3i} - \Theta_{3j};$$
$$B_1 = A_1^2 + A_3^2 A_1 - 4\Delta Z_{ij}^2 \Theta_{1j};$$
$$B_2 = 2A_1 A_2 - 4\Delta Z_{ij}^2 \Theta_{2j}; \; B_3 = A_2^2 - A_3^2;$$
$$B_4 = 2A_1 A_3 - 4\Delta Z_{ij}^2 \Theta_{3j}; \; B_5 = 2A_2 A_3;$$
$$C_0 = B_1^2 - B_4^2 a_1; \; C_1 = 2B_1 B_2 + 2B_4 B_5 a_1;$$
$$C_2 = B_2^2 + B_4^2 + 2B_1 B_3 - B_5^2 a_1;$$
$$C_3 = 2B_2 B_3 - 2B_4 B_5; \; C_4 = B_3^2 + B_5^2,$$

получим уравнение четвертого порядка относительно координаты η в канонической форме:

$$C_4\eta^4 + C_3\eta^3 + C_2\eta^2 + C_1\eta + C_0 = 0, \qquad (13)$$

все коэффициенты которого нестационарны и должны вычисляться в масштабе времени поступления спутниковых измерений (что для существующих вычислителей не представляет проблемы). Принципиально важным преимуществом уравнения (13) является возможность его аналитического решения [7], позволяющая, во-первых, исключить ошибки позиционирования, связанные с погрешностями применяемых в настоящее время итеративных методов, и, во-вторых, повысить быстродействие решения навигационной задачи за счет ухода от итеративных процедур определения координат [1], [2]. Уравнение (13) имеет в общем случае четыре решения [7], поэтому для определения истинного значения координаты η объекта необходим выбор решения, наиболее близкого полученному в предыдущий момент времени. В силу того, что начальные значения координат ортодромической траектории известны, реализация подобной процедуры сравнения не представляет трудностей.

Предложенный подход к определению пространственно-временных параметров навигационных спутников позволяет, используя простые методы радио- и лазерных измерений, во-первых, существенно повысить точность синхронизации хода часов на всех навигационных спутниках группировки, во-вторых, определять текущие координаты непосредственно на борту спутника, снижая тем самым вычислительную нагрузку на приемники потребителей и телеметрических станций слежения, и, в-третьих, повысить общую точность решения навигационной задачи за счет компенсации основных помех в принятом навигационном сообщении. При этом также повышается точность определения рассмотренных пространственно-временных параметров в силу большей точности межспутниковых измерений, осуществляемых в космосе, по сравнению с телеметрическими измерениями, подверженными влиянию атмосферных возмущений.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Навигационный радиосигнал в диапазонах L1, L2 с открытым доступом и частотным разделением: ГЛОНАСС. Интерфейсный контрольный документ. Ред. 5.1 / Российский науч.-исслед. ин-т космического приборостроения. М., 2008. 74 с.

2. ГЛОНАСС. Принципы построения и функционирования. 3-е изд. / под ред. А. И. Перова, В. Н. Харисова. М.: Радиотехника, 2005. 688 с.

3. Выбор структуры орбитальной группировки перспективной системы ГЛОНАСС / Г. Г. Ступак, С. Г. Ревнивых, Е. И. Игнатович и др. // Космонавтика. 2013. № 3–4 (6). С. 4–11.

4. Использование бортовых лазерных измерительно-связных средств для повышения точности и оперативности ЭВО спутников системы ГЛОНАСС / А. А. Чубыкин, Ю. А. Рой, О. М. Корнишев, П. П. Падун // Электромагнитные волны и электронные системы. 2007. Т. 12, № 7. С. 25–30.

5. Шаргородский В. Д., Чубыкин А. А., Сумерин В. В. Межспутниковая лазерная навигационно-связная система // Аэрокосмический курьер. 2007. № 1 (49). С. 88–89.

6. Соколов С. В. Синтез аналитических моделей пространственных траекторий и их применение для решения задач спутниковой навигации // Прикладная физика и математика. 2013. Т. 1, вып. 2. С. 3–12.

7. Корн Г., Корн Т. Справочник по математике для научных работников и инженеров. М.: Наука, 1975. 720 с.

S. V. Sokolov, V. V. Kamenskij, S. M. Kovalev, V. D. Meerovich
Rostov state transport university

Complex algorithm for identify the parameters of the navigation satellites and satellite navigation using the principle of inter-satellite measurements

The solution of a problem of identification of the current coordinates of navigation satellites together with definition of errors of mutual synchronization of their hours directly onboard the satellite on the basis of use of simple methods of inter-satellite radio - and laser measurements is considered.

Satellite navigation, pseudo-ranges measurement errors, satellites coordinates

Статья поступила в редакцию 21 февраля 2015 г.