

Фазовый метод измерения в радиовысотомере с непрерывным частотно-модулированным сигналом

А. А. Монаков 

Институт радиотехники и телекоммуникационных технологий,
Санкт-Петербургский государственный университет
аэрокосмического приборостроения, Санкт-Петербург, Россия

 a_monakov@mail.ru

Аннотация

Введение. Определена нижняя граница Крамера–Рао для среднеквадратической ошибки оценки высоты при использовании непрерывного частотно-модулированного периодического сигнала. На основании анализа границы установлено, что периодическое переключение частоты излучаемого сигнала между двумя значениями, разница которых равна выбранному значению девиации, является тем типом частотной модуляции, который позволяет реализовать потенциальную точность оценивания высоты в радиовысотомерах малых высот. Однако использование такого сигнала в существующих радиовысотомерах, основанных на измерении частоты сигнала биений, невозможно. Альтернативным решением является организация режима фазового измерения высоты.

Цель работы. Исследование возможности реализации режима фазового измерения высоты в следящем радиовысотомере малых высот, использующем для оценки замкнутый контур фазовой автоматической подстройки частоты (ФАПЧ), и проверка методом математического моделирования его работоспособности.

Материалы и методы. Предложена математическая модель следящего радиовысотомера с измерителем, использующим принципы ФАПЧ для реализации фазового метода измерения высоты.

Результаты. Математическое моделирование доказало работоспособность радиовысотомера с контуром ФАПЧ, в котором реализован фазовый метод измерения. При работе по плоской поверхности высотомер дает несмещенную и эффективную оценку высоты при отношениях сигнал/шум больших 5 дБ. В случае шероховатой поверхности качество оценки высоты в высотомере примерно на порядок выше по сравнению со следящими высотомерами, в которых реализован метод измерения на основе оценки частоты сигнала биений.

Заключение. Полученные в ходе математического моделирования данные свидетельствуют о возможности достижения потенциальной точности оценки высоты в радиовысотомере с контуром ФАПЧ, совмещающем частотный и фазовый режимы измерений. Дальнейшие исследования будут посвящены изучению влияния различных факторов на качество работы радиовысотомера и его схемотехнической реализации.

Ключевые слова: радиовысотомер, частотный метод измерения дальности, фазовый метод измерения дальности, фазовая автоматическая подстройка частоты

Для цитирования: Монаков А. А. Фазовый метод измерения в радиовысотомере с непрерывным частотно-модулированным сигналом // Изв. вузов России. Радиоэлектроника. 2026. Т. 29, № 2. С. 19–29.

doi: 10.32603/1993-8985-2026-29-2-19-29

Конфликт интересов. Автор заявляет об отсутствии конфликта интересов.

Статья поступила в редакцию 13.10.2025; принята к публикации после рецензирования 29.12.2025; опубликована онлайн 30.04.2026



Phase Estimation Method in a Radio Altimeter with a Continuous Frequency Modulated Signal

Andrey A. Monakov✉

Institute of Radio Technique and Telecommunication Technologies,
Saint Petersburg State University of Aerospace Instrumentation, St Petersburg, Russia

✉ a_monakov@mail.ru

Abstract

Introduction. The Cramér–Rao lower bound for the root-mean-square error of height estimation in radio altimeters with continuous frequency-modulated periodic signals is determined. Analysis of the bound showed that a periodic stepwise change in the emitted signal frequency between two levels, the difference between which is equal to the selected deviation value, is a type of frequency modulation that enables the potential altitude estimation accuracy of low-altitude radio altimeters. However, such signals cannot be used in existing radio altimeters that are based on beat frequency estimation. An alternative solution is to implement a phase-locked altitude measurement mode.

Aim. To investigate the feasibility of implementing a phase altitude measurement mode in a low-altitude tracking radio altimeter using a phase-locked loop (PLL) for altitude estimation, and to verify its performance using mathematical simulation.

Materials and methods. The stated problem was solved by constructing a mathematical model of a tracking radio altimeter with the PLL to implement the phase method for altitude estimation.

Results. The conducted computer simulation demonstrated the operability of the PLL-based radio altimeter that utilizes the phase method of altitude estimation. When operating over a perfectly flat surface, the altimeter provides an unbiased and effective altitude estimate with signal-to-noise ratios greater than 5 dB. In the case of a rough surface, the quality of altitude estimation in the altimeter is approximately an order of magnitude higher than in tracking altimeters, which implement estimation of the beat signal frequency.

Conclusion. The data obtained via computer simulation demonstrate the potential for achieving the height estimation accuracy in a PLL-based radio altimeter that combines frequency and phase measurement modes. Future research will examine the influence of various factors on the performance of the radio altimeter and its circuit design.

Keywords: radio altimeter, phase method of altitude estimation, frequency method of altitude estimation, phase-locked loop

For citation: Monakov A. A. Phase Estimation Method in a Radio Altimeter with a Continuous Frequency Modulated Signal. Journal of the Russian Universities. Radioelectronics. 2026, vol. 29, no. 2, pp. 19–29.

doi: 10.32603/1993-8985-2026-29-2-19-29

Conflict of interest. The author declares no conflicts of interest.

Submitted 13.10.2025; accepted 29.12.2025; published online 30.04.2026

Введение. Радиовысотомеры (РВ), излучающие непрерывные частотно-модулированные периодические сигналы, широко используются в авиации [1–5]. Эти системы отличает высокая точность измерения, которая достигается увеличением ширины спектра излучаемого сигнала, а также простота, экономичность и малые габариты приемопередающего модуля.

Принцип работы существующих РВ основан на получении в приемном устройстве сигнала биений (СБ) и оценке средней частоты этого сигнала. СБ получается на выходе смесителя приемника РВ, на входы которого подаются принятый и ослабленный излученный сигналы. В простейших несledящих РВ оценка средней частоты осу-

ществляется подсчетом количества пересечений СБ нулевого уровня за период модуляции [2, 4, 5]. В измерителе следящего РВ организуется петля обратной связи, с помощью которой происходит стабилизация частоты СБ на некотором постоянном уровне. Для этого в зависимости от полученной оценки высоты полета происходит подстройка периода частотной модуляции или девиации частоты излучаемого сигнала РВ [2, 4, 5].

Появление беспилотных летательных аппаратов инициировало поиск новых высокоточных методов измерения высоты полета [6–8]. В [9, 10] предлагается новый принцип измерения высоты в РВ, который основан на использовании измерительного контура фазовой авто-

матической подстройки опорного сигнала (ОС). Контур является модифицированным вариантом известной системы фазовой автоматической подстройки частоты (ФАПЧ), в который включен перестраиваемый генератор ОС. ОС представляет собой модель ожидаемого СБ, фазовый портрет которого меняется от одного периода модуляции к другому в зависимости от измеренной высоты. Математическое и натурное моделирование РВ с измерительным контуром ФАПЧ, которое проводилось при использовании зондирующего сигнала с несимметричным линейным (НЛЧМ), симметричным линейным (СЛЧМ) и гармоническим (ГЧМ) законами частотной модуляции, показало близкую к потенциально достижимой точность измерения высоты [11–14]. Важным результатом этих работ явилось установление факта зависимости точности оценки высоты от типа используемой частотной модуляции (ЧМ) при одинаковых значениях периода модуляции и девиации мгновенной частоты излучаемого сигнала. Это явилось стимулом к поиску такого закона ЧМ, который позволяет получить максимальную точность РВ.

Цель настоящей статьи – определить закон ЧМ излучаемого сигнала, который позволяет получить максимальную точность оценивания высоты до поверхности, и анализ возможности реализации РВ при таком законе.

Данная статья организована следующим образом. Вначале решается задача по вычислению потенциальной точности оценивания высоты при произвольном периодическом законе ЧМ. Здесь же определен тип ЧМ, который соответствует максимальной точности оценки. Далее рассмотрена математическая модель РВ с контуром ФАПЧ, который использует определенный ранее сигнал. Затем приводятся результаты компьютерного моделирования, когда поверхность земли идеально ровная и цилиндрическая шероховатая. В заключении делаются выводы по работе.

Потенциальная точность оценки высоты. Определим потенциальную точность оценки высоты в РВ с непрерывным излучаемым сигналом $s_{\text{изл}}(t) = \exp[i\varphi_{\text{изл}}(t)]$, закон ЧМ которого является периодическим. В силу периодичности ЧМ мгновенную частоту излучаемого сигнала

можно представить рядом Фурье

$$\omega(t) = \omega_0 + \frac{\Delta\omega}{2} \sum_{k=1}^{\infty} a_k \cos\left(\frac{2\pi k}{T_M} t\right) + b_k \sin\left(\frac{2\pi k}{T_M} t\right),$$

$$|\omega(t)| \leq \frac{\Delta\omega}{2},$$

где ω_0 – несущая частота; $\Delta\omega$ – девиация мгновенной частоты; T_M – период ЧМ; a_k, b_k ($k=1, 2, \dots$) – коэффициенты ряда Фурье. При этом фаза излучаемого сигнала

$$\varphi_{\text{изл}}(t) = \int_0^t \omega(t) dt =$$

$$= \omega_0 t + \frac{\Delta\omega T_M}{4\pi} \sum_{k=1}^{\infty} \frac{a_k}{k} \sin\left(\frac{2\pi k}{T_M} t\right) -$$

$$- \frac{b_k}{k} \left[\cos\left(\frac{2\pi k}{T_M} t\right) - 1 \right].$$

Если высота РВ над плоской подстилающей поверхностью равна H , то принятый сигнал $s_{\text{пр}}(t) = \rho \exp[i(\varphi_{\text{пр}}(t) + \varphi)]$, где ρ, φ – амплитуда и фаза сигнала, приобретаемые при отражении. Компонента фазы принятого сигнала $\varphi_{\text{пр}}(t)$, обусловленная распространением сигнала от РВ до поверхности и обратно:

$$\varphi_{\text{пр}}(t) = \int_0^t \omega(t - \tau) dt = \omega_0(t - \tau) +$$

$$+ \frac{\Delta\omega T_M}{4\pi} \sum_{k=1}^{\infty} \frac{a_k}{k} \left[\sin\left(\frac{2\pi k}{T_M}(t - \tau)\right) + \sin\left(\frac{2\pi k}{T_M} \tau\right) \right] -$$

$$- \frac{b_k}{k} \left[\cos\left(\frac{2\pi k}{T_M}(t - \tau)\right) - \cos\left(\frac{2\pi k}{T_M} \tau\right) \right],$$

где $\tau = 2H/c$ – время задержки (c – скорость света). Тогда СБ равен:

$$e_{\text{СБ}}(t) = s_{\text{пр}}(t) s_{\text{изл}}^*(t) =$$

$$= \rho \exp\left[i(\varphi_{\text{пр}}(t) - \varphi_{\text{изл}}(t))\right] =$$

$$= \rho \exp\left[i(\Phi(t, \tau) + \varphi)\right],$$

где

$$\Phi(t, \tau) = \frac{\Delta\omega T_M}{4\pi} \sum_{k=1}^{\infty} \frac{a_k}{k} \left[\sin\left(\frac{2\pi k}{T_M}(t - \tau)\right) -$$

$$\begin{aligned} & -\sin\left(\frac{2\pi k}{T_M}t\right) + \sin\left(\frac{2\pi k}{T_M}\tau\right) \Big] - \\ & -\frac{b_k}{k} \left[\cos\left(\frac{2\pi k}{T_M}(t-\tau)\right) - \right. \\ & \left. -\cos\left(\frac{2\pi k}{T_M}t\right) + 1 - \cos\left(\frac{2\pi k}{T_M}\tau\right) \right]; \quad (1) \end{aligned}$$

$(\cdot)^*$ – комплексное сопряжение. Сумма членов в (1), которые не зависят от времени t , может быть отнесена к неизвестной начальной фазе φ . При этом выражение для $\Phi(t, \tau)$ упростится:

$$\begin{aligned} & \Phi(t, \tau) = \\ & = \frac{\Delta\omega T_M}{4\pi} \sum_{k=1}^{\infty} \frac{a_k}{k} \left[\sin\left(\frac{2\pi k}{T_M}(t-\tau)\right) - \sin\left(\frac{2\pi k}{T_M}t\right) \right] - \\ & - \frac{b_k}{k} \left[\cos\left(\frac{2\pi k}{T_M}(t-\tau)\right) - \cos\left(\frac{2\pi k}{T_M}t\right) \right]. \quad (2) \end{aligned}$$

Допустим, что прием СБ происходит на фоне белого шума:

$$r(t) = e_{\text{СБ}}(t) + w(t), \quad 0 \leq t \leq T_M,$$

где $r(t)$ – принятый сигнал; $w(t)$ – белый шум, спектральная плотность мощности которого равна N_0 . Тогда, считая неизвестными величины ρ , φ , τ , логарифм функционала правдоподобия

$$\begin{aligned} & L(\rho, \varphi, \tau | r(t)) = \\ & = -\frac{1}{N_0} \int_0^{T_M} |r(t) - \rho \exp[i(\Phi(t, \tau) + \varphi)]|^2 dt. \quad (3) \end{aligned}$$

В приложении показано, что при сделанных допущениях информационная матрица Фишера

$$\Phi = 2q^2 \begin{pmatrix} 1/\rho^2 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & \overline{\Phi_\tau} \\ 0 & \overline{\Phi_\tau} & \overline{\Phi_\tau^2} \end{pmatrix},$$

где $q^2 = E/N_0 = \rho^2 T_M/N_0$ – отношение сигнал/шум (ОСШ) на периоде модуляции; $\overline{\Phi_\tau} = \frac{1}{T_M} \int_0^{T_M} \frac{\partial \Phi(t, \tau)}{\partial \tau} dt$; $\overline{\Phi_\tau^2} = \frac{1}{T_M} \int_0^{T_M} \left[\frac{\partial \Phi(t, \tau)}{\partial \tau} \right]^2 dt$ –

средние значения производной фазы $\frac{\partial \Phi(t, \tau)}{\partial \tau}$ и ее квадрата на периоде модуляции. Обратив матрицу F , можно найти границу Крамера–Рао для среднеквадратической ошибки (СКО) оценки высоты

$$\begin{aligned} \sigma_H & = \frac{c}{\sqrt{8q^2 \left[\overline{\Phi_\tau^2} - (\overline{\Phi_\tau})^2 \right]}} = \\ & = \frac{c}{\sqrt{8q^2 \left[\frac{1}{T_M} \int_{-T_M/2}^{T_M/2} \omega^2(t) dt \right]}}, \quad (4) \end{aligned}$$

где учтено, что из (2) следует: $\frac{\partial \Phi(t, \tau)}{\partial \tau} = -\omega(t-\tau)$ и $\overline{\Phi_\tau} = 0$.

Таким образом, для повышения точности оценки при заданных ОСШ q^2 и девиации $\Delta\omega$ следует увеличивать среднее значение квадрата мгновенной частоты $\omega(t)$ излучаемого сигнала на периоде модуляции T_M . Уравнение (4) удобно представить в виде

$$\sigma_H = \frac{\gamma c}{q \Delta\omega},$$

где

$$\begin{aligned} \gamma & = \left[\frac{2}{T_M} \int_{-T_M/2}^{T_M/2} \left(\frac{2\omega(t)}{\Delta\omega} \right)^2 dt \right]^{-1/2} = \\ & = \left[\frac{1}{\pi} \int_{-\pi}^{\pi} \left(\sum_{k=1}^{\infty} a_k \cos kx + b_k \sin kx \right)^2 dx \right]^{-1/2} = \\ & = \left[\sum_{k=1}^{\infty} (a_k^2 + b_k^2) \right]^{-1/2} \quad (5) \end{aligned}$$

– коэффициент, зависящий только от типа ЧМ. Для НЛЧМ, СЛЧМ и ГЧМ этот коэффициент соответственно равен: $\gamma_{\text{НЛЧМ}} = \gamma_{\text{СЛЧМ}} = \sqrt{3/2}$, $\gamma_{\text{ГЧМ}} = 1$. Следовательно, из трех перечисленных законов самая высокая потенциальная точность оценки высоты будет при гармонической ЧМ излучаемого сигнала.

Уравнение (5) дает возможность определить такой закон ЧМ, который при заданной девиации

$\Delta\omega$ позволяет получить максимальную потенциальную точность оценки высоты. Этому закону соответствует минимальное значение коэффициента γ при условии, что мгновенная частота излучаемого сигнала $\omega(t) \in [-\Delta\omega/2, \Delta\omega/2]$, т. е. девиация частоты излучаемого сигнала фиксирована и равна $\Delta\omega$. Очевидно, что минимальному значению γ соответствует максимальное значение функционала

$$Q = \frac{2}{T_M} \int_{-T_M/2}^{T_M/2} \left(\frac{2\omega(t)}{\Delta\omega} \right)^2 dt,$$

которое, учитывая, что всегда $|2\omega(t)/\Delta\omega| \leq 1$, реализуется при следующем типе ЧМ:

$$\omega(t) = \frac{\Delta\omega}{2} \begin{cases} -1, & 0 \leq t < T_M/2; \\ +1, & T_M/2 \leq t < T_M. \end{cases} \quad (6)$$

При этом коэффициент γ принимает минимально возможное значение $\gamma = 1/\sqrt{2}$.

Таким образом, при заданной девиации $\Delta\omega$ излучаемый непрерывный сигнал с периодическим переключением мгновенной частоты с уровня $-\Delta\omega/2$ на уровень $\Delta\omega/2$ и обратно позволяет максимально точно измерить дальность до гладкой подстилающей поверхности. Однако, используя такой сигнал, невозможно реализовать частотный метод измерения дальности, основанный на оценке средней частоты СБ, так как за исключением коротких интервалов времени длительностью, равной времени задержки τ , частота СБ будет равна нулю. Поэтому для измерения дальности в этом случае необходимо реализовать фазовый режим измерения дальности в РВ. Такую возможность предоставляет только РВ с измерительным контуром ФАПЧ [9–11].

РВ с измерительным контуром ФАПЧ.

РВ непрерывного излучения с контуром ФАПЧ в качестве измерителя подробно описан в [5, 6]. Петля фазовой автоподстройки организована таким образом, чтобы происходила настройка ОС $e_{OC}(t)$ по СБ $e_{CB}(t)$, который формируется на выходе смесителя приемника. Фазовый портрет ОС подобен фазовому портрету СБ при времени задержки $\hat{\tau} = 2\hat{H}[n]/c$, где $\hat{H}[n]$ – оценка высоты на n -м периоде модуляции.

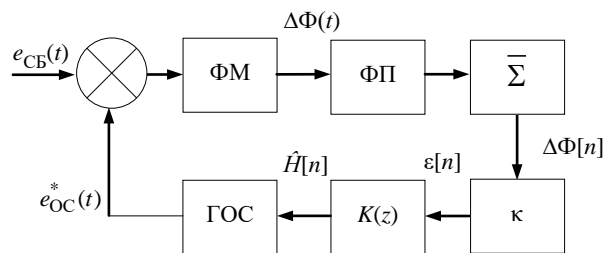


Рис. 1. Математическая модель измерительного контура ФАПЧ

Fig. 1. Mathematical model of the PLL measuring circuit

Структурная схема измерительного контура ФАПЧ представлена на рис. 1. Контур состоит из фазометра ФМ, который вычисляет разность фаз $\Delta\Phi(t)$ СБ и ОС; фазового преобразователя ФП, выполняющего линейризацию $\Delta\Phi(t)$ на периоде модуляции T_M ; усредняющего сумматора $\bar{\Sigma}$, формирующего значение средней разности фаз $\Delta\Phi[n]$ на n -м периоде модуляции; масштабирующего преобразователя с коэффициентом передачи κ , выходным сигналом которого является сигнал ошибки $\varepsilon[n]$; цифрового сглаживающего фильтра (ЦСФ) с коэффициентом передачи $K(z)$, в состав которого входит интегрирующее звено нужного порядка астатизма; перестраиваемого генератора опорного сигнала ГОС. Выходным сигналом ЦСФ является оценка высоты $\hat{H}[n]$. Благодаря контуру подстройки ОС в рассматриваемом РВ удастся создать режим слежения за высотой РВ. В зависимости от типа используемой ЧМ математическая модель контура несколько изменяется: при НЛЧМ необходимость в ФП отпадает, поскольку на всем периоде модуляции частота СБ сохраняет свой знак. Зоны обращения фазы при этом виде модуляции практически не влияют на фазовую структуру СБ, так как их длительность равна времени задержки τ , а частота СБ на этих интервалах приближается к девиации частоты $\Delta\omega$ излучаемого сигнала и не попадает в полосу контура слежения. Кроме того, масштабный множитель κ имеет различные значения для указанных видов ЧМ: $\kappa_{НЛЧМ} = c/\Delta\omega$, $\kappa_{СЛЧМ} = \kappa_{ГЧМ} = c/(2\Delta\omega)$.

Рассмотрим работу приведенной схемы при излучаемом сигнале с ЧМ (6). Несложно показать, что в этом случае фаза СБ равна:

$$\varphi + \Phi(t, \tau) = \begin{cases} \Delta\omega t, & 0 \leq t \leq \tau; \\ \Delta\omega\tau, & \tau \leq t \leq T_M/2; \\ \Delta\omega\tau - \Delta\omega(t - T_M/2), & T_M/2 \leq t \leq T_M/2 + \tau; \\ 0, & T_M/2 + \tau \leq t \leq T_M, \end{cases}$$

где φ – начальная фаза.

Пренебрегая зонами обращения фазы на интервалах $[0, \tau]$ и $[T_M/2, T_M/2 + \tau]$, в силу того, что длительность этих интервалов $\tau \ll T_M$, фазу СБ можно аппроксимировать следующим образом:

$$\varphi + \Phi(t, \tau) = \varphi + \begin{cases} \Delta\omega\tau, & 0 \leq t \leq T_M/2; \\ 0, & T_M/2 < t \leq T_M. \end{cases}$$

Тогда разность фаз СБ и ОС будет равна:

$$\Delta\Phi(t) = \varphi + \Phi(t, \tau) - \Phi(t, \hat{\tau}) = \begin{cases} \varphi + \Delta\omega(\tau - \hat{\tau}), & 0 \leq t \leq T_M/2; \\ \varphi, & T_M/2 < t \leq T_M. \end{cases}$$

Следовательно, для оценки дальности в ФП необходимо обратить разность фаз $\Delta\Phi(t)$ на интервале $[T_M/2, T_M]$ и в усредняющем сумматоре $\bar{\Sigma}$ вычислить:

$$\begin{aligned} \Delta\Phi[n] &= \\ &= \frac{2}{T_M} \left[\int_0^{T_M/2} \Delta\Phi(t) dt + \int_{T_M/2}^{T_M} (-\Delta\Phi(t)) dt \right] = \\ &= \Delta\omega(\tau[n] - \hat{\tau}[n]) = \frac{2\Delta\omega}{c} (H[n] - \hat{H}[n]), \end{aligned}$$

где n – дискретное время, единицей которого является период модуляции T_M .

При этом коэффициент усиления $k = c/(2\Delta\omega)$, и сигнал ошибки будет равен разности истинной дальности и ее оценки на текущем n -м периоде модуляции, т. е. $\varepsilon[n] = (H[n] - \hat{H}[n])$. Этот сигнал через ЦСФ с коэффициентом передачи $K(z)$ поступает на вход ГОС, который генерирует ОС $e_{OC}(t) = \exp[i\Phi(t, \hat{\tau}[n])]$. Таким образом замыкается контур ФАПЧ, и на выходе ЦСФ получается оценка высоты $\hat{H}[n]$.

Поскольку представленная на рис. 1 схема реализует фазовый метод измерения дальности, этой схеме присущ недостаток, характерный для

всех фазовых измерителей, – неоднозначность оценки. Очевидно, что диапазон однозначного измерения дальности для рассматриваемой схемы $[-\kappa\pi, \kappa\pi] = \left[-\frac{\pi c}{2\Delta\omega}, \frac{\pi c}{2\Delta\omega} \right]$. Так, при $\Delta f = \Delta\omega/(2\pi) = 100$ МГц ширина диапазона однозначного измерения дальности составляет 1.5 м. Поэтому РВ с рассмотренным ЧМ-сигналом может быть использован для уточнения измерений, выполненных той же схемой, но с другим типом ЧМ излучаемого сигнала (например, с ГЧМ) при реализации частотного метода оценивания. Схема РВ при этом не изменяется. Меняется лишь алгоритм работы ФП и ГОС.

Чтобы определить точность оценки высоты в РВ с измерительным контуром ФАПЧ и фазовым режимом измерений при работе по сигналам, отраженным от плоской и шероховатой поверхности, использовалось математическое моделирование.

Результаты математического моделирования. Математическое моделирование предусматривало 2 испытания:

- 1) оценку высоты до плоской поверхности при разных ОСШ q^2 ;
- 2) оценку высоты до шероховатой поверхности при разных значениях параметра шероховатости $p = \sqrt{2} \cdot k_w \sigma$ и движении РВ, где $k_w = \omega_0/c$ – волновое число; σ – СКО высот шероховатости поверхности.

Сценарные параметры моделирования были выбраны следующими:

- высота РВ $H = 150$ м;
- скорость РВ $v = 100$ м/с;
- девиация частоты $\Delta f = 100$ МГц;
- период модуляции $T_M = 1$ мс;
- частота свободных колебаний замкнутого контура ФАПЧ $\omega_{ФАПЧ} = 2\pi \times 10$ рад/с;
- перерегулирование следящего контура $\Delta = 0.3$;
- распределение высот шероховатости – нормальное $\mathcal{N}(0, \sigma^2 r(x))$ с нулевым математическим ожиданием, дисперсией σ^2 и коэффициентом корреляции $r(x) = \exp[-(x/L)^2]$, где $L = 3$ м – радиус корреляции случайных высот;
- количество статистических испытаний $K = 1000$.

ЦСФ следящего контура ФАПЧ имеет второй порядок астатизма и синтезирован методом билинейного преобразования [15] при аналоговом прототипе с коэффициентом передачи

$$K(s) = \frac{k_{\text{ФАПЧ}}(sT_{\text{ФАПЧ}} + 1)}{s^2},$$

где $k_{\text{ФАПЧ}}$ – статический коэффициент усиления и $T_{\text{ФАПЧ}}$ – постоянная времени фильтра выбирались таким образом, чтобы замкнутый следящий контур имел заданные сценарные параметры $\omega_{\text{ФАПЧ}}$ и Δ .

Результаты первой серии испытаний – зависимости смещения b_H и СКО σ_H оценки высоты от ОСШ q^2 при работе по плоской поверхности ($\sigma = 0$) приведены на рис. 2 для всех четырех типов ЧМ излучаемого сигнала. Спектральная плотность мощности N_0 аддитивного белого шума, на фоне которого моделировался СБ, рассчитывалась исходя из заданного ОСШ $q^2 = A^2 T_M / N_0$, где $A = 1$ – амплитуда СБ.

Полученные зависимости свидетельствуют о высокой точности РВ с контуром ФАПЧ при реализации фазового метода измерения высоты. Аномальные ошибки оценки высоты исчезают при ОСШ $q^2 > 5$ дБ, и параметры точности измерителя становятся близкими к потенциально до-

стижимым. Оценка высоты имеет практически нулевое смещение, а СКО меньше соответствующих показателей для других типов ЧМ излучаемого сигнала и монотонно уменьшается с увеличением ОСШ. Так, при $q^2 = 20$ дБ ошибка измерения высоты имеет смещение 0.2 мм и СКО 9 мм.

Шероховатая поверхность моделировалась набором точек со случайной высотой. Расстояние между отсчетами было равно 1/16 длины волны РВ, радиус корреляции случайных высот $L = 3$ м. На рис. 3 приведены зависимости смещения b_H и СКО σ_H оценки высоты от параметра шероховатости поверхности p при ОСШ $q^2 = 40$ дБ (большое ОСШ было выбрано для того, чтобы объективно оценить влияние степени шероховатости поверхности на точность оценки высоты). Как видно из рисунка, характеристики всех оценок ухудшаются с увеличением параметра p . Но и в данной серии испытаний РВ с фазовым измерением высоты показывает лучшие результаты: при $p = 2$ смещение $b_H = 1.3$ мм и СКО $\sigma_H = 2.8$ мм, против $b_H = 1.0$ мм и $b_H = 28$ мм для ГЧМ.

Заключение. В статье доказана зависимость точности оценки высоты в РВ, который излучает непрерывный периодический частотно-модулированный сигнал, от типа ЧМ. Показано, что максимальная точность при заданной де-

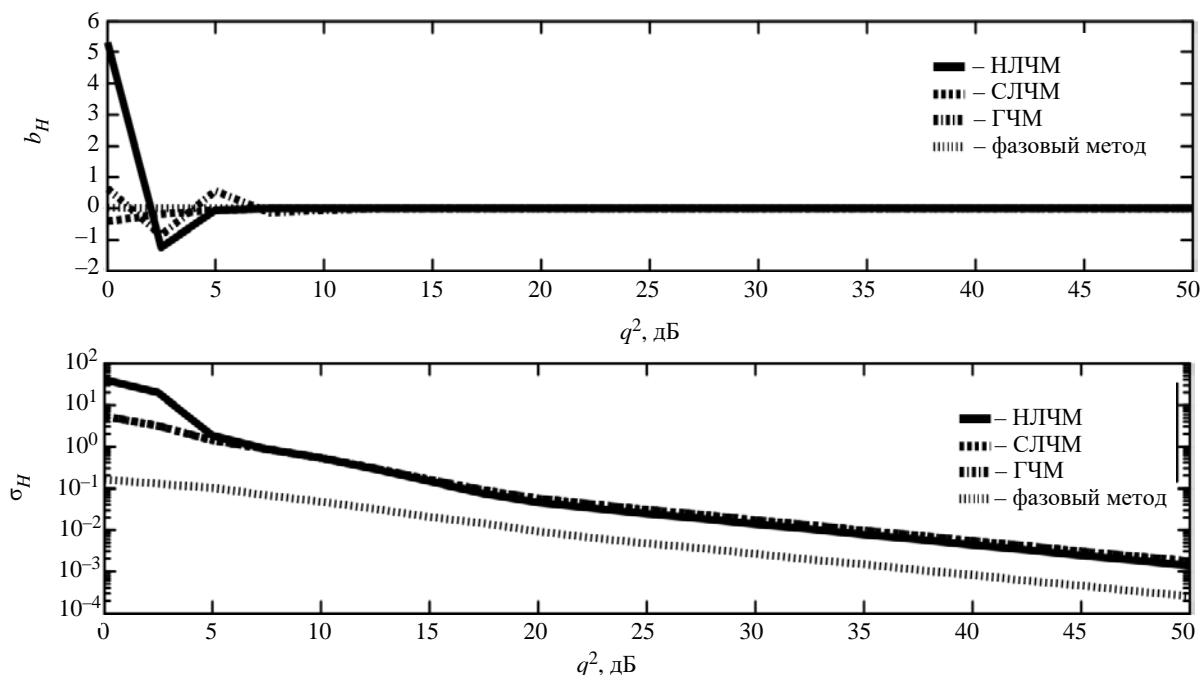


Рис. 2. Зависимости смещения и СКО оценки высоты от ОСШ q^2 при работе РВ по плоской поверхности

Fig. 2. Estimate bias and standard deviation versus the SNR q^2 when the radioaltimeter operates over a flat surface

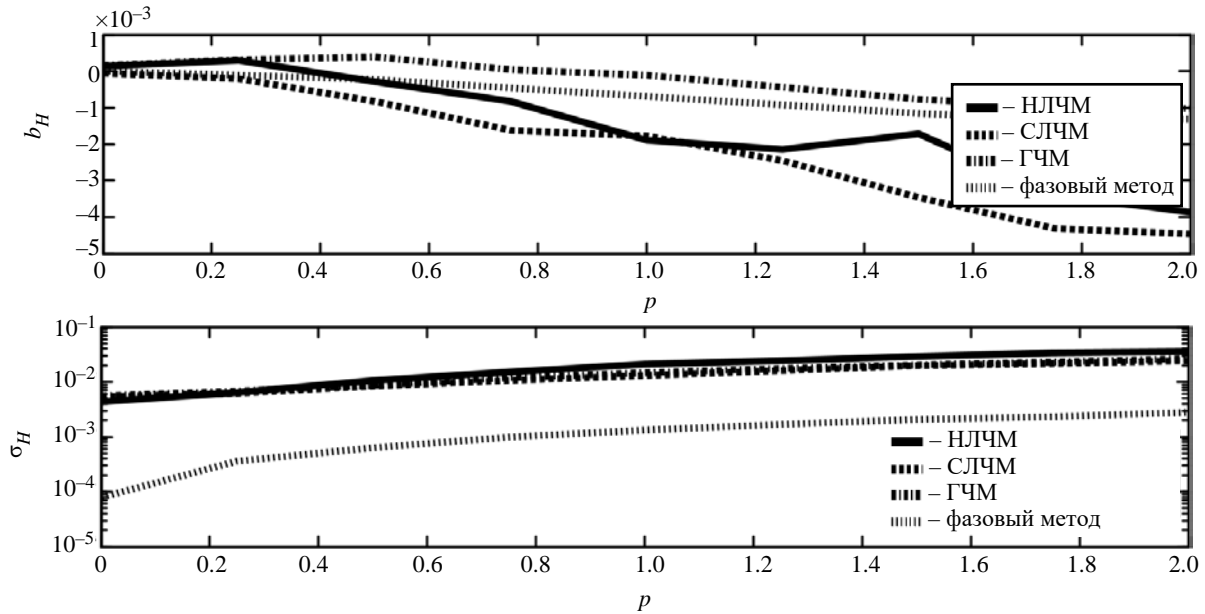


Рис. 3. Зависимости смещения и СКО оценки высоты от параметра шероховатости p при работе РВ по шероховатой поверхности при ОСШ $q^2 = 40$ дБ

Fig. 3. Estimate bias and standard deviation versus the roughness parameter p when the radioaltimeter operates over a rough surface and SNR $q^2 = 40$ dB

виации мгновенной частоты достигается при периодическом скачкообразном переключении мгновенной частоты между двумя уровнями, разница значений которых равна выбранной девиации. При таком сигнале невозможна реализация частотного метода измерения высоты. Однако использование РВ с измерительным контуром ФАПЧ позволяет реализовать режим высокоточной фазовой оценки. При этом необходимо учитывать, что фазовому методу измерения свойственна неоднозначность. В статье показано, что ширина интервала однозначного измерения высоты обратно пропорциональна девиации частоты излучаемого сигнала. Поэтому режим фазового измерения в РВ с контуром ФАПЧ может использоваться для уточнения оценки высоты в дополнение к режиму частотного измерения, когда частота излученного сигнала периодически меняется, например по гармоническому закону. Переход между режимами частотного и фазового измерения не требует изменения структурной схемы дальномера. Математическое моделирование высотомера с контуром ФАПЧ и непрерывным периодическим сигналом со скачкообразным изменением частоты подтвердило высокую точность измерения высоты.

Приложение. Граница Крамера–Рао для дисперсии оценки высоты. Перепишем функционал правдоподобия (3) в виде

$$L(\rho, \varphi, \tau | r(t)) = C - \frac{1}{N_0} \int_0^{T_M} (\rho^2 - r^*(t)\rho \exp[i(\Phi(t, \tau) + \varphi)] - r(t)\rho \exp[-i(\Phi(t, \tau) + \varphi)]) dt,$$

где C – независимая от переменных ρ, φ, τ постоянная. Первые производные функционала по неизвестным переменным равны:

$$\left\{ \begin{aligned} \frac{\partial}{\partial \rho} L(\rho, \varphi, \tau | r(t)) &= -\frac{1}{N_0} \int_0^{T_M} (2\rho - r^*(t) \exp[i(\Phi(t, \tau) + \varphi)] - r(t) \exp[-i(\Phi(t, \tau) + \varphi)]) dt; \\ \frac{\partial}{\partial \varphi} L(\rho, \varphi, \tau | r(t)) &= -\frac{1}{N_0} \int_0^{T_M} (-ir^*(t)\rho \exp[i(\Phi(t, \tau) + \varphi)] + ir(t)\rho \exp[-i(\Phi(t, \tau) + \varphi)]) dt; \\ \frac{\partial}{\partial \tau} L(\rho, \varphi, \tau | r(t)) &= -\frac{1}{N_0} \int_0^{T_M} (-ir^*(t)\rho \Phi'_\tau(t, \tau) \exp[i(\Phi(t, \tau) + \varphi)] + ir(t)\rho \Phi'_\tau(t, \tau) \exp[-i(\Phi(t, \tau) + \varphi)]) dt; \end{aligned} \right.$$

где $\Phi'_\tau(t, \tau) = \frac{\partial}{\partial \tau} \Phi(t, \tau)$.

Вторые производные функционала по неизвестным переменным равны:

$$\left\{ \begin{aligned} \frac{\partial^2}{\partial \rho^2} L(\rho, \varphi, \tau | r(t)) &= -\frac{2\rho T_M}{N_0}; \\ \frac{\partial}{\partial \rho \partial \varphi} L(\rho, \varphi, \tau | r(t)) &= \\ &= -\frac{1}{N_0} \int_0^{T_M} \left(-ir^*(t) \exp[i(\Phi(t, \tau) + \varphi)] + \right. \\ &+ \left. ir(t) \exp[-i(\Phi(t, \tau) + \varphi)] \right) dt; \\ \frac{\partial}{\partial \rho \partial \tau} L(\rho, \varphi, \tau | r(t)) &= \\ &= -\frac{1}{N_0} \int_0^{T_M} \left(-ir^*(t) \exp[i(\Phi(t, \tau) + \varphi)] + \right. \\ &+ \left. ir(t) \exp[-i(\Phi(t, \tau) + \varphi)] \right) \Phi'_\tau(t, \tau) dt; \\ \frac{\partial^2}{\partial \varphi^2} L(\rho, \varphi, \tau | r(t)) &= \\ &= -\frac{1}{N_0} \int_0^{T_M} \left(r^*(t) \rho \exp[i(\Phi(t, \tau) + \varphi)] + \right. \\ &+ \left. r(t) \rho \exp[-i(\Phi(t, \tau) + \varphi)] \right) dt; \\ \frac{\partial^2}{\partial \varphi \partial \tau} L(\rho, \varphi, \tau | r(t)) &= \\ &= -\frac{1}{N_0} \int_0^{T_M} \left(r^*(t) \rho \exp[i(\Phi(t, \tau) + \varphi)] + \right. \\ &+ \left. r(t) \rho \exp[-i(\Phi(t, \tau) + \varphi)] \right) \Phi'_\tau(t, \tau) dt; \\ \frac{\partial^2}{\partial \tau^2} L(\rho, \varphi, \tau | r(t)) &= \\ &= -\frac{1}{N_0} \int_0^{T_M} \left(r^*(t) \rho \exp[i(\Phi(t, \tau) + \varphi)] + \right. \\ &+ \left. r(t) \rho \exp[-i(\Phi(t, \tau) + \varphi)] \right) [\Phi'_\tau(t, \tau)]^2 dt - \\ &- \frac{1}{N_0} \int_0^{T_M} \left(-ir^*(t) \rho \exp[i(\Phi(t, \tau) + \varphi)] + \right. \\ &+ \left. ir(t) \rho \exp[-i(\Phi(t, \tau) + \varphi)] \right) \Phi''_\tau(t, \tau) dt, \end{aligned} \right.$$

где $\Phi''_\tau(t, \tau) = \frac{\partial^2}{\partial \tau^2} \Phi(t, \tau)$. Учитывая, что $r(t) = e_{\text{СБ}}(t) + w(t)$, $0 \leq t \leq T_M$, после усреднения по шумовой компоненте $w(t)$ получим уравнения для элементов матрицы Фишера

$$\left\{ \begin{aligned} F_{11} &= -\frac{2\rho T_M}{N_0}; \\ F_{12} &= -\frac{1}{N_0} \int_0^{T_M} (-i\rho + i\rho) dt = 0; \\ F_{13} &= -\frac{1}{N_0} \int_0^{T_M} (-i\rho + i\rho) \Phi'_\tau(t, \tau) dt = 0; \\ F_{22} &= -\frac{1}{N_0} \int_0^{T_M} (\rho^2 + \rho^2) dt = -\frac{2\rho^2 T_M}{N_0}; \\ F_{23} &= -\frac{1}{N_0} \int_0^{T_M} (\rho^2 + \rho^2) \Phi'_\tau(t, \tau) dt = \\ &= -\frac{2\rho^2 T_M}{N_0} \overline{\Phi'_\tau}; \\ F_{33} &= -\frac{1}{N_0} \int_0^{T_M} (\rho^2 + \rho^2) [\Phi'_\tau(t, \tau)]^2 dt - \\ &- \frac{1}{N_0} \int_0^{T_M} (-i\rho^2 + i\rho^2) \Phi''_\tau(t, \tau) dt = -\frac{2\rho^2 T_M}{N_0} \overline{\Phi_\tau^2}; \end{aligned} \right.$$

где $\overline{\Phi'_\tau} = \frac{1}{T_M} \int_0^{T_M} \Phi'_\tau(t, \tau) dt$ и $\overline{\Phi_\tau^2} =$

$= \frac{1}{T_M} \int_0^{T_M} [\Phi'_\tau(t, \tau)]^2 dt$. Учитывая, что энергия

СБ на периоде модуляции $E = \rho^2 T_M$, матрицу Фишера можно записать в виде

$$F = 2q^2 \begin{pmatrix} 1/\rho^2 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & \overline{\Phi_\tau} \\ 0 & \overline{\Phi_\tau} & \overline{\Phi_\tau^2} \end{pmatrix}.$$

Обратная матрица при этом равна

$$F^{-1} = \frac{1}{2q^2} \begin{pmatrix} \rho^2 & 0 & 0 \\ 0 & \overline{\Phi_\tau^2}/\Delta & -\overline{\Phi_\tau}/\Delta \\ 0 & -\overline{\Phi_\tau}/\Delta & 1/\Delta \end{pmatrix},$$

где $\Delta = \overline{\Phi_\tau^2} - (\overline{\Phi_\tau})^2$. Следовательно, дисперсия оценки времени запаздывания равна $\sigma_\tau^2 = 1/(2q^2\Delta)$, а дисперсия оценки высоты

$$\sigma_H^2 = (c/2)^2 \sigma_\tau^2 = c^2/(8q^2\Delta).$$

Таким образом, дисперсия оценки высоты обратно пропорциональна отношению сигнал/шум q^2 и параметру Δ .

Список литературы

1. Справочник по радиолокации: в 2 кн. Кн. 2 / под ред. М. И. Скольника; пер. с англ. под общ. ред. В. С. Вербы. М.: Техносфера, 2014. 680 с.
2. Жуковский А. П., Оноприенко Е. И., Чижов В. И. Теоретические основы радиовысотометрии / под ред. А. П. Жуковского. М.: Сов. радио, 1979. 320 с.
3. Авиационная радионавигация: справ. / А. А. Сосновский, А. И. Хаймович, Э. А. Лутин, И. Б. Максимов; под ред. А. А. Сосновского. М.: Транспорт, 1990. 264 с.
4. Yanovsky F. J., Nebylov A. V. Radar Altimeters / Aerospace Sensors. 1st ed., ch. 3. New York: Momentum Press, 2013. P. 55–88.
5. Комаров И. В., Смольский С. М. Основы теории радиолокационных систем с непрерывным излучением частотно модулированных колебаний. М.: Горячая линия – Телеком, 2010. 392 с.
6. Improved Frequency Estimation Technique for FMCW Radar Altimeters / S. Reshma, P. R. Midhunkrishna, S. Joy, S. Sreelal, M. Vanidevi // Intern. Conf. on Recent Trends on Electronics, Information, Communication & Technology (RTEICT), Bangalore, India, 27–28 Aug. 2021. IEEE, 2021. P. 185–189. doi: 10.1109/RTEICT52294.2021.9573544
7. Ha J.-S.; Hong S.-Y. Altimetry Method for an Interferometric Radar Altimeter Based on a Phase Quality Evaluation // Sensors. 2023. Vol. 23, iss. 12. Art. № 5508. doi: 10.3390/s23125508
8. Advancing mmWave Altimetry for Unmanned Aerial Systems: A Signal Processing Framework for Optimized Waveform Design / M. A. Awan, Y. Dalveren, A. Kara, M. Derawi // Drones. 2024. Vol. 8, № 9. Art. № 440. doi: 10.3390/drones8090440
9. Монаков А. А., Тарасенков А. А. Следящий радиовысотомер малых высот с системой ФАПЧ // Изв. вузов России. Радиоэлектроника. 2022. Т. 25, № 2. С. 54–63. doi: 10.32603/1993-8985-2022-25-2-54-63
10. Пат. RU 207967 U1 G01S 13/34 (2021.08) H04L 25/03 (2021.08). Радиовысотомер с непрерывным излучением и фазовой автоподстройкой опорного сигнала / А. А. Монаков, А. А. Тарасенков. Оpubл. 29.11.2021. Бюл. № 34.
11. Монаков А. А., Тарасенков А. А. Сравнительный анализ математических моделей следящих радиовысотометров // Изв. вузов России. Радиоэлектроника. 2022. Т. 25, № 4. С. 72–80. doi: 10.32603/1993-8985-2022-25-4-72-80
12. Тарасенков А. А. Экспериментальная оценка точности радиовысотомера малых высот с контуром фазовой автоматической подстройки частоты // Датчики и системы. 2023. № 2 (267). С. 29–35. doi: 10.25728/datsys.2023.2.6
13. Тарасенков А. А. Влияние типа частотной модуляции на точность радиодальномера непрерывного излучения // Вопр. радиоэлектроники. Сер. Техника телевидения. 2024. № 1. С. 52–59.
14. Тарасенков А. А. Сравнительные натурные испытания следящих радиодальномеров непрерывного излучения // Вопр. радиоэлектроники. Сер. Техника телевидения. 2024. № 1. С. 60–68.
15. Опенгейм А., Шафер Р. Цифровая обработка сигналов / пер. с англ. С. А. Кулешова; под ред. А. Б. Сергиенко. 2-е изд., испр. М.: Техносфера, 2007. 856 с.

Информация об авторе

Монаков Андрей Алексеевич – доктор технических наук (2000), профессор (2005) кафедры радиотехнических систем Санкт-Петербургского государственного университета аэрокосмического приборостроения. Почетный машиностроитель РФ (2005), почетный работник высшего профессионального образования РФ (2006). Автор более 230 научных работ. Сфера научных интересов – радиолокация протяженных целей; цифровая обработка сигналов; радиолокаторы с синтезированной апертурой, исследование природных сред радиотехническими методами; управление воздушным движением.
Адрес: Санкт-Петербургский государственный университет аэрокосмического приборостроения, ул. Большая Морская, д. 67 А, Санкт-Петербург, 190000, Россия
E-mail: a_monakov@mail.ru
<https://orcid.org/0000-0003-4469-0501>

References

1. Skolnik M. I. Radar Handbook. 3rd ed. McGraw-Hill Education, 2008, 1328 p.
2. Zhukovskii A. P., Onoprienko E. I., Chizhov V. I. *Teoreticheskie osnovy radiovysotometrii* [Theory of Radio Altimetry]. Moscow, Sov. radio, 1979, 320 p. (In Russ.)
3. Sosnovskii A. A., Khaimovich A. I., Lutin E. A., Maksimov I. B. *Aviatsionnaya radionavigatsiya: Spravochnik*. [Air Navigation Aids. Handbook] Moscow, Transport, 1990, 264 p. (In Russ.)

4. Yanovsky F. J., Nebylov A. V. Radar Altimeters. In: Aerospace Sensors. 1st ed., ch. 3. New York, Momentum Press, 2013, pp. 55–88.

5. Komarov I. V., Smol'skii S. M. *Osnovy teorii radiolokatsionnykh sistem s nepreryvnym izlucheniem chastotno modulirovannykh kolebaniy* [Foundations of Radar Systems with Continuous Wave Frequency Modulated Signals]. Moscow, Goryachaya Liniya Telecom, 2010, 392 p. (In Russ.)

6. Reshma S., Midhunkrishna P. R., Joy S., Sreelal S., Vanidevi M. Improved Frequency Estimation Technique for FMCW Radar Altimeters. Intern. Conf. on Recent Trends on Electronics, Information, Communication & Technology (RTEICT), Bangalore, India, 27–28 Aug. 2021. IEEE, 2021, pp. 185–189.

doi: 10.1109/RTEICT52294.2021.9573544

7. Ha J.-S.; Hong S.-Y. Altimetry Method for an Interferometric Radar Altimeter Based on a Phase Quality Evaluation. Sensors. 2023, vol. 23, iss. 12, art. no. 5508.

doi: 10.3390/s23125508

8. Awan M. A., Dalveren Y., Kara A., Derawi M. Advancing mmWave Altimetry for Unmanned Aerial Systems: A Signal Processing Framework for Optimized Waveform Design. Drones. 2024, vol. 8, no. 9, art. no. 440.

doi: 10.3390/drones8090440

9. Monakov A. A., Tarasnikov A. A. Low-Range Tracking Radio Altimeter with the Phase-Locked Loop.

J. of the Russian Universities. Radioelectronics. 2022, vol. 25, no. 2, pp. 54–63 (In Russ.)

doi: 10.32603/1993-8985-2022-25-2-54-63

10. Monakov A. A., Tarasnikov A. A. FMCW Radio Altimeter with the PLL to Adjust the Reference Signal. Pat. RU 207967 U1 G01S 13/34 (2021.08) H04L 25/03 (2021.08) (In Russ.).

11. Monakov A. A., Tarasnikov A. A. Comparative Analysis of Mathematical Models of Tracking Radio Altimeters. J. of the Russian Universities. Radioelectronics. 2022, vol. 25, no. 4, pp. 72–80 (In Russ.)

doi: 10.32603/1993-8985-2022-25-4-72-80

12. Tarasnikov A. A. Experimental Accuracy Assessment of a Low Range Radio Altimeter with the Measuring Phase Locked Loop. Sensors & Systems. 2023, no. 2, pp. 29–35. (In Russ.)

13. Tarasnikov A. A. Influence of the Frequency Modulation Law's Form on the Potential Accuracy of a Continuous Wave Radar. *Vopr. radioelektroniki. Ser. Tehnika teledeniya*. 2024, no. 1, pp. 52–59. (In Russ.)

14. Tarasnikov A. A. Comparative Field Tests of Continuous Wave Tracking Radar Range Meters. *Vopr. radioelektroniki. Ser. Tehnika teledeniya*. 2024, no. 1, pp. 60–68. (In Russ.)

15. Oppenheim A. V., Schaffer R. W. Digital Signal Processing. New Jersey, Prentice-Hall, 1975, 585 p.

Information about the author

Andrey A. Monakov, Dr Sci. (Eng.) (2000), Professor (2005) of the Department of Radio Engineering Systems of Saint Petersburg State University of Aerospace Instrumentation. Honored Mechanical Engineer of the Russian Federation (2005), Honored Worker of Higher Professional Education of the Russian Federation (2006). The author of more than 230 scientific publications. Area of expertise: radar theory of extended targets; digital signal processing; synthetic aperture radar; remote sensing; air traffic control.

Address: Saint Petersburg State University of Aerospace Instrumentation, 67 A, Bolshaya Morskaya St., St Petersburg 190000, Russia

E-mail: a_monakov@mail.ru

<https://orcid.org/0000-0003-4469-0501>
