

## Алгоритм получения декартовых несмещенных оценок координат цели по измерениям дальности и направления при произвольной угловой ориентации и смещении радара

В. Н. Буров<sup>✉</sup>, А. В. Мякинников, Р. С. Фадеев, С. Е. Кузнецов

Нижегородский государственный технический университет им. П. Е. Алексеева,  
Нижний Новгород, Россия

✉ [burov@nntu.ru](mailto:burov@nntu.ru)

### Аннотация

**Введение.** Использование компенсации систематических ошибок при нелинейном преобразовании координат из сферической системы в декартову позволяет повысить точность получаемых оценок координат цели. В статье рассматривается обобщение известного алгоритма преобразования координат с компенсацией систематических ошибок в случае произвольного размещения и ориентации радиолокационной позиции в глобальной декартовой системе координат. Предложенный алгоритм позволяет получить вектор координат и соответствующую ему корреляционную матрицу ошибок в глобальной декартовой системе координат при наличии измерений дальности и угловых положений в локальной сферической системе координат, связанной с радиолокационной позицией. Рассмотрено применение предложенного алгоритма в задаче траекторной фильтрации. Компенсация систематических ошибок и расчет корреляционной матрицы вектора координат позволяет повысить точность траекторного сопровождения.

**Цель работы.** Повышение точности траекторного сопровождения при использовании калмановского фильтра с конвертированными измерениями за счет применения полученных математических выражений для оценок координат цели и соответствующей им корреляционной матрицы ошибок в глобальной декартовой системе координат.

**Материалы и методы.** При решении поставленной задачи использовались методы математической статистики, статистической теории оценивания, имитационного компьютерного моделирования.

**Результаты.** Получены математические выражения для расчета координат и соответствующей им корреляционной матрицы в глобальной декартовой системе координат. Получены сравнительные графики ошибок траекторного сопровождения при использовании различных способов построения калмановского фильтра для конвертированных измерений.

**Заключение.** Использование явных выражений для преобразования координат с компенсацией систематических ошибок демонстрирует возможность существенного повышения точности с ростом ошибок первичных измерений как при использовании прямого простого пересчета координат, так и с использованием калмановского фильтра для конвертированных измерений в глобальной декартовой системе координат.

**Ключевые слова:** траекторное сопровождение целей, преобразование с компенсацией систематических ошибок, фильтр Калмана с преобразованными измерениями, матрица вращения координат, локальная сферическая система координат, глобальная сферическая система координат

**Для цитирования:** Алгоритм получения декартовых несмещенных оценок координат цели по измерениям дальности и направления при произвольной угловой ориентации и смещении радара / В. Н. Буров, А. В. Мякинников, Р. С. Фадеев, С. Е. Кузнецов // Изв. вузов России. Радиоэлектроника. 2026. Т. 29, № 1. С. 76–91. doi: 10.32603/1993-8985-2026-29-1-76-91

**Конфликт интересов.** Авторы заявляют об отсутствии конфликта интересов.

Статья поступила в редакцию 30.07.2025; принята к публикации после рецензирования 19.12.2025; опубликована онлайн 27.02.2026

## Algorithm for Obtaining Cartesian Debaised Estimates of Target Coordinates from Range and Direction Measurements for an Arbitrary Radar Angular Orientation and Offset

Vladimir N. Burov<sup>✉</sup>, Alexandr V. Myakinkov,  
Roman S. Fadeev, Stanislav E. Kuznetsov

Nizhny Novgorod State Technical University n. a. R. E. Alekseev,  
Nizhny Novgorod, Russia

<sup>✉</sup>burov@nntu.ru

### Abstract

**Introduction.** In order to increase the accuracy of estimating the coordinates of a target, it is necessary to compensate for systematic errors in the nonlinear transformation of coordinates from a spherical system to a Cartesian one. In this paper, we consider the generalization of the well-known coordinate transformation algorithm with compensation for systematic errors when the radar is positioned and oriented arbitrarily in the global Cartesian coordinate system. By applying the proposed algorithm, the coordinate vector and error correlation matrix can be obtained in the global Cartesian coordinate system in the presence of range measurements and angular positions in the local spherical coordinate system associated with the radar position. The proposed algorithm is discussed with respect to trajectory filtering. As a result of the compensation of systematic errors and the calculation of the correlation matrix of the coordinate vector, the accuracy of trajectory tracking is enhanced.

**Aim.** To improve the accuracy of trajectory tracking when using the Kalman filter with converted measurements by means of the mathematical expressions obtained to estimate the coordinates of a target and the error correlation matrix in the global Cartesian coordinate system.

**Materials and methods.** The problem was solved using the methods of mathematical statistics, statistical estimation theory, and computer simulation.

**Results.** Mathematical expressions for calculating coordinates and the corresponding correlation matrix within the global Cartesian coordinate system were derived. Furthermore, comparative graphs illustrating trajectory tracking errors, associated with the use of various methodologies for constructing a Kalman filter based on transformed measurements, were created.

**Conclusion.** The use of explicit expressions for coordinate transformation, accompanied by compensation for systematic errors, illustrates the potential for a substantial enhancement in accuracy when the errors of primary measurements increase. This improvement can be achieved when applying both direct and straightforward coordinate recalculation methods and a Kalman filter for transformed measurements within the global Cartesian coordinate system.

**Keywords:** target trajectory tracking, transformation with systematic error compensation, Kalman filter with transformed measurements, coordinate rotation matrix, local spherical coordinate system, global spherical coordinate system

**For citation:** Burov V. N., Myakinkov A. V., Fadeev R. S., Kuznetsov S. E. Algorithm for Obtaining Cartesian Debaised Estimates of Target Coordinates from Range and Direction Measurements for an Arbitrary Radar Angular Orientation and Offset. Journal of the Russian Universities. Radioelectronics. 2026, vol. 29, no. 1, pp. 76–91.

doi: 10.32603/1993-8985-2026-29-1-76-91

**Conflict of interest.** The authors declare no conflicts of interest.

Submitted 30.07.2025; accepted 19.12.2025; published online 27.02.2026

**Введение.** Оптимальное преобразование измерений из одной системы координат в другую является важной задачей во многих приложениях, связанных с радиолокационными измерениями, поскольку неучет нелинейного характера преобразования при наличии погрешности пер-

вичных измерений приводит к возникновению систематических ошибок при траекторном сопровождении. Часто первичные измерения радара производятся в локальной сферической системе координат (дальность, азимут и угол места), а оценка параметров, получаемая на ос-

нове этих измерений, используется в глобальной декартовой системе координат. Такая ситуация наблюдается, например, в распределенной (многопозиционной) системе, состоящей из нескольких радаров. Каждый радар может быть расположен в пространстве произвольным образом и имеет 6 степеней свободы позиционирования (3 степени свободы по координатам и 3 степени по угловым положениям радара).

Первый пример связан с размещением радара на летательном аппарате (ЛА). Возникает также задача определения координат объектов в глобальной декартовой системе координат при наблюдении их с борта ЛА, осуществляющего мониторинг, причем антенна радара может быть ориентирована произвольным образом относительно носителя [1]. Угловые положения и параметры движения ЛА известны в каждый момент времени с некоторой погрешностью на основании данных навигации и систем курсовой стабилизации ЛА.

Второй пример, также относящийся к транспортным системам, – использование распределенной радиолокационной системы технического зрения автомобиля с функциями автономного интеллектуального управления [2–6]. Отдельные радары, входящие в систему, размещены по периметру, в простейшем случае – на переднем бампере. Использование таких систем, в отличие от традиционных автомобильных радаров, позволяеткратно повысить разрешающую способность и точность определения координат окружающих объектов. Для этого используют измерения, полученные с помощью нескольких разнесенных и развернутых друг относительно друга радаров. Эти измерения объединяют в общей системе координат, что при наличии актуальной статистической информации об измерениях позволяет более корректно решить проблему кластеризации облаков измерений, относящихся к одному и тому же объекту [7, 8].

Еще один пример – задача контроля движения на дорогах и железнодорожных переездах, которая может быть построена на основе одного или нескольких радаров, расположенных под разными углами к проезжей части. Параметры транспортного потока должны оцениваться в глобальной декартовой системе коор-

динат, которая может быть привязана к направлению дороги [9–11].

Стандартные выражения несмещенного преобразования представлены в [12, 13]. Обобщение различных методов несмещенного преобразования приведено в [14]. В [15] приведен вариант реализации алгоритма траекторной фильтрации на базе несмещенного преобразования с возможностью обнаружения и последующей коррекции первичных измерений с аномально высокими ошибками. Существующие алгоритмы несмещенного преобразования координат, не вносящие смещения в оценку при наличии шума измерений, не позволяют решить задачу компенсации ошибок в случае произвольной ориентации радара в глобальной декартовой системе координат. В данной статье предложен способ преобразования с компенсацией систематических ошибок на случай произвольного размещения и ориентации радара в глобальной декартовой системе координат, являющийся обобщением известных алгоритмов, дополненный также анализом точности траекторного сопровождения в глобальной декартовой системе координат при использовании фильтра Калмана с трансформированными измерениями (Converted Measurement Kalman filter – СМКФ) [16]. Благодаря возможности расчета корреляционной матрицы ошибок первичных измерений в глобальной декартовой системе координат обеспечивается значительное повышение точности траекторной фильтрации. Алгоритм СМКФ имеет преимущество в вычислительной сложности и в простоте реализации по сравнению с расширенным фильтром Калмана (Extended Kalman Filter – ЕКФ), в котором требуется рассчитывать матрицу производных [17, 18]. Основная цель данной статьи – демонстрация возможности расчета несмещенных оценок вектора состояния и его корреляционной матрицы в глобальной декартовой системе координат с учетом произвольного расположения радиолокационной позиции в пространстве. Применение именно СМКФ-алгоритма для описываемой цели обусловлено его более простой структурой по сравнению с современными эффективными алгоритмами траекторной фильтрации [19, 20], которые значительно сложнее в реализации и требуют задания дополнительных

параметров. Математические соотношения, полученные в данной статье, можно успешно использовать и в случае ранее указанных эффективных алгоритмов фильтрации.

Во всех описанных ситуациях первичные измерения формируются в локальных сферических системах координат одного или нескольких радаров, имеющих различное расположение и углы ориентации, а вторичная обработка (кластеризация, ассоциация и траекторная фильтрация измерений) реализуется в глобальной декартовой системе координат. В данной статье будет рассмотрено одно из преимуществ использования преобразования с компенсацией систематических ошибок на примере траекторной фильтрации с использованием алгоритма СМКФ.

Вопрос преобразования координат рассматривается при условии неподвижности радиолокационной позиции в момент измерения. Перемещение радиолокационной позиции в течение интервала формирования

первичных измерений относительно наблюдаемого объекта не учитывается в данной статье. С математической точки зрения собственные скорости как у радиолокационной позиции, так и у измеряемого объекта не входят в формулы пересчета координат из одной системы координат в другую.

**Принцип преобразования координат.** Расположение и ориентация радара в глобальной декартовой системе координат определяются его координатами  $(x_0, y_0, z_0)$  и углами поворота  $(\alpha_0, \beta_0, \gamma_0)$ , как показано на рис. 1. Координатами наблюдаемого объекта в глобальной декартовой системе координат являются  $(x, y, z)$ .

В соответствии с теоремой Эйлера о вращении для размещения радара с указанными параметрами необходимо выполнить следующую последовательность действий [21]:

1. Перемещение радара в точку  $(x_0, y_0, z_0)$  из начала координат  $(0, 0, 0)$  в пространстве.

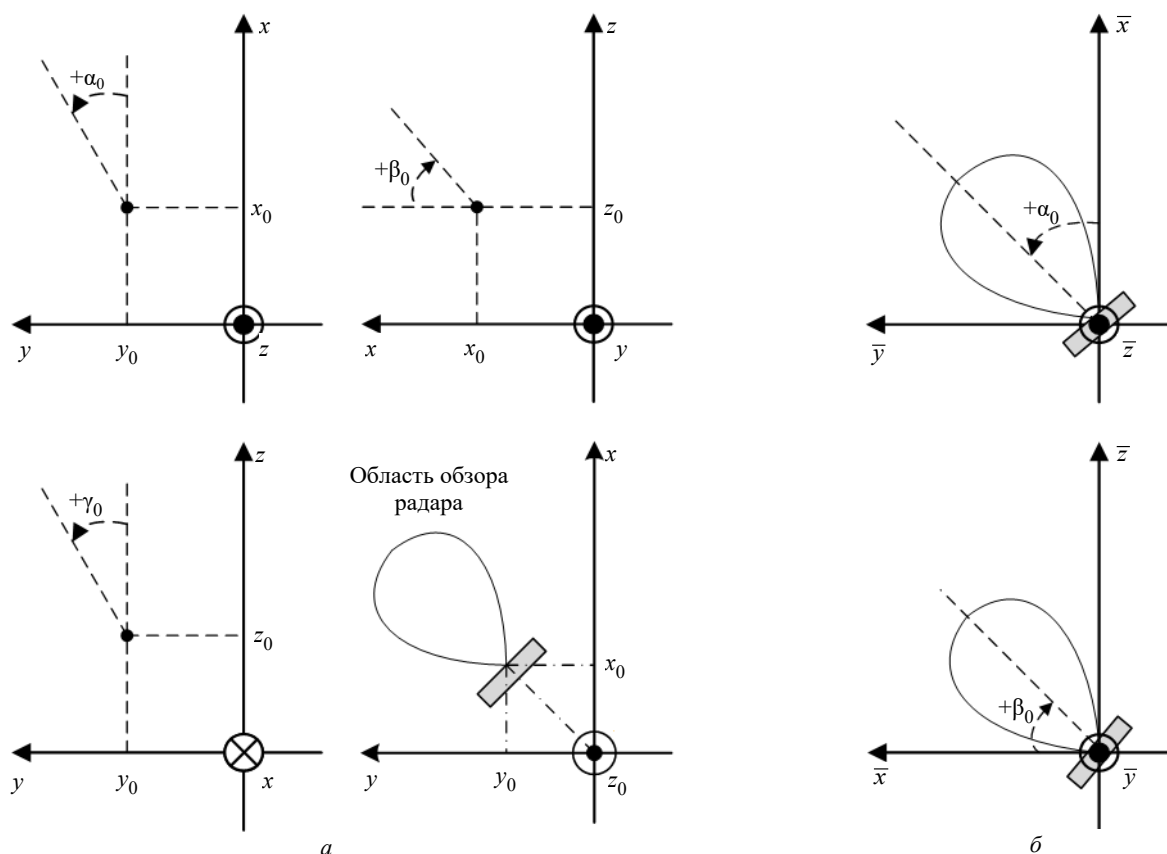


Fig. 1. Размещение радара и его ориентация: *a* – в трехмерной глобальной декартовой системе координат; *b* – в локальной декартовой системе координат

Fig. 1. Radar placement and orientation: *a* – in a 3D global Cartesian coordinate system; *b* – in a local Cartesian coordinate system

2. Азимутальный поворот радара против часовой стрелки вокруг текущей локальной оси  $z$  на угол  $\alpha_0$  (соответствующая матрица вращения  $M_z$ ).

3. Угловой поворот радара по часовой стрелке вокруг текущей локальной оси  $y$  на угол  $\beta_0$  (соответствующая матрица вращения  $M_y$ ).

4. Угловой поворот радара по часовой стрелке вокруг текущей локальной оси  $x$  на угол  $\gamma_0$  (соответствующая матрица вращения  $M_x$ ).

Поворотные матрицы относительно заданных осей координат примут вид

$$M_z = \begin{bmatrix} \cos(\alpha_0) & \sin(\alpha_0) & 0 \\ -\sin(\alpha_0) & \cos(\alpha_0) & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix};$$

$$M_y = \begin{bmatrix} \cos(\beta_0) & 0 & \sin(\beta_0) \\ 0 & 1 & 0 \\ -\sin(\beta_0) & 0 & \cos(\beta_0) \end{bmatrix};$$

$$M_x = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & \cos(\gamma_0) & -\sin(\gamma_0) \\ 0 & \sin(\gamma_0) & \cos(\gamma_0) \end{bmatrix}.$$

Таким образом, координаты наблюдаемого объекта  $(\bar{x}, \bar{y}, \bar{z})$  в локальной декартовой системе координат:

$$\begin{aligned} & [\bar{x} \quad \bar{y} \quad \bar{z}]^T = \\ & = M_x M_y M_z [(x - x_0) \quad (y - y_0) \quad (z - z_0)]^T. \end{aligned}$$

Процесс преобразования координат обратно в глобальную декартову систему координат можно представить как последовательность поворотов в обратном порядке:

$$\begin{aligned} & [x \quad y \quad z]^T = \\ & = M_z^T M_y^T M_x^T [\bar{x} \quad \bar{y} \quad \bar{z}]^T + [x_0 \quad y_0 \quad z_0]^T. \end{aligned}$$

**Алгоритм преобразования координат.** Входные данные алгоритма преобразования координат:

- $(R, \alpha, \beta)$  – исходные координаты наблюдаемого объекта в локальной сферической системе координат, связанной с радаром;
- $(x_0, y_0, z_0)$  – координаты фазового цен-

тра приемной антенны, представленные в глобальной декартовой системе координат;

- $(\alpha_0, \beta_0, \gamma_0)$  – угловые положения фазовой центральной точки вращения антенны, которые соответствуют порядку вращения, показанному на рис. 1;

- $(\sigma_R, \sigma_\alpha, \sigma_\beta)$  – СКО соответствующих первичных измерений в локальной сферической системе координат радара.

Выходные данные алгоритма преобразования координат:

- $(x, y, z)$  – координаты наблюдаемой точки в глобальной декартовой системе координат с компенсацией систематической ошибки;

- $R_{\bar{x}}$  – недиагональная в общем случае корреляционная матрица наблюдаемой точки в глобальной декартовой системе координат.

Первый шаг – получить координаты  $\bar{\mathbf{x}} = [\bar{x} \quad \bar{y} \quad \bar{z}]^T$  объекта и соответствующей ему корреляционной матрицы  $R_{\bar{\mathbf{x}}}$  в локальной декартовой системе координат, связанной с радаром. Для этого используются известные выражения преобразования координат с компенсацией систематических ошибок [12, 13]:

$$\begin{aligned} \bar{x} &= R \cos(\alpha) \cos(\beta) \times \\ & \times \left( 1 - e^{-\sigma_\alpha^2} e^{-\sigma_\beta^2} + e^{-\sigma_\alpha^2/2} e^{-\sigma_\beta^2/2} \right); \\ \bar{y} &= R \sin(\alpha) \cos(\beta) \times \\ & \times \left( 1 - e^{-\sigma_\alpha^2} e^{-\sigma_\beta^2} + e^{-\sigma_\alpha^2/2} e^{-\sigma_\beta^2/2} \right); \\ \bar{z} &= R \sin(\beta) \left( 1 - e^{-\sigma_\beta^2} + e^{-\sigma_\beta^2/2} \right). \end{aligned} \quad (1)$$

Выражения (1) при подстановке в них нулевых значений ошибок измерений первичных координат  $(\sigma_R = 0, \sigma_\alpha = 0, \sigma_\beta = 0)$  совпадут со стандартными выражениями преобразования координат из сферической системы координат в декартову.

Коэффициенты корреляции полученных оценок координат определяются выражениями [12, 13]

$$\begin{aligned} r_{\bar{x}\bar{x}} &= -R^2 \cos^2(\alpha) \cos^2(\beta) e^{-\sigma_\alpha^2} e^{-\sigma_\beta^2} + \\ & + \frac{1}{4} (R^2 + \sigma_R^2) \left( 1 + \cos(2\alpha) e^{-2\sigma_\alpha^2} \right) \times \\ & \times \left( 1 + \cos(2\beta) e^{-2\sigma_\beta^2} \right); \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 r_{\bar{y}\bar{y}} &= -R^2 \sin^2(\alpha) \cos^2(\beta) e^{-\sigma_\alpha^2} e^{-\sigma_\beta^2} + \\
 &+ \frac{1}{4} (R^2 + \sigma_R^2) \left(1 - \cos(2\alpha) e^{-2\sigma_\alpha^2}\right) \times \\
 &\quad \times \left(1 + \cos(2\beta) e^{-2\sigma_\beta^2}\right); \\
 r_{\bar{z}\bar{z}} &= -R^2 \sin^2(\beta) e^{-\sigma_\beta^2} + \\
 &+ \frac{1}{2} (R^2 + \sigma_R^2) \left(1 - \cos(2\beta) e^{-2\sigma_\beta^2}\right); \quad (2) \\
 r_{\bar{x}\bar{y}} = r_{\bar{y}\bar{x}} &= -R^2 \sin(\alpha) \cos(\alpha) \cos^2(\beta) e^{-\sigma_\alpha^2} e^{-\sigma_\beta^2} + \\
 &+ \frac{1}{4} (R^2 + \sigma_R^2) \sin(2\alpha) \left(1 + \cos(2\beta) e^{-2\sigma_\beta^2}\right) e^{-2\sigma_\alpha^2}; \\
 r_{\bar{x}\bar{z}} = r_{\bar{z}\bar{x}} &= -R^2 \cos(\alpha) \sin(\beta) \cos(\beta) e^{-\sigma_\alpha^2/2} e^{-\sigma_\beta^2} + \\
 &+ \frac{1}{2} (R^2 + \sigma_R^2) \cos(\alpha) \sin(2\beta) e^{-\sigma_\alpha^2/2} e^{-2\sigma_\beta^2}; \\
 r_{\bar{y}\bar{z}} = r_{\bar{z}\bar{y}} &= -R^2 \sin(\alpha) \sin(\beta) \cos(\beta) e^{-\sigma_\alpha^2/2} e^{-\sigma_\beta^2} + \\
 &+ \frac{1}{2} (R^2 + \sigma_R^2) \sin(\alpha) \sin(2\beta) e^{-\sigma_\alpha^2/2} e^{-2\sigma_\beta^2}.
 \end{aligned}$$

Для представления преобразований в компактной векторно-матричной форме введем следующие обозначения:

$$\bar{\mathbf{x}} = \begin{bmatrix} \bar{x} \\ \bar{y} \\ \bar{z} \end{bmatrix}; \quad R_{\bar{\mathbf{x}}} = \begin{bmatrix} r_{\bar{x}\bar{x}} & r_{\bar{x}\bar{y}} & r_{\bar{x}\bar{z}} \\ r_{\bar{y}\bar{x}} & r_{\bar{y}\bar{y}} & r_{\bar{y}\bar{z}} \\ r_{\bar{z}\bar{x}} & r_{\bar{z}\bar{y}} & r_{\bar{z}\bar{z}} \end{bmatrix}.$$

Второй шаг – вычислить матрицу обратного поворота  $M_R$  в глобальной декартовой системе координат в соответствии с правилом, показанным на рис. 1:

$$\begin{aligned}
 M_R &= M_z^T M_y^T M_x^T = \\
 &= \begin{bmatrix} \cos(\alpha_0) & -\sin(\alpha_0) & 0 \\ \sin(\alpha_0) & \cos(\alpha_0) & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \times \\
 &\times \begin{bmatrix} \cos(\beta_0) & 0 & -\sin(\beta_0) \\ 0 & 1 & 0 \\ \sin(\beta_0) & 0 & \cos(\beta_0) \end{bmatrix} \times \\
 &\times \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & \cos(\gamma_0) & \sin(\gamma_0) \\ 0 & -\sin(\gamma_0) & \cos(\gamma_0) \end{bmatrix}.
 \end{aligned}$$

Затем вычисляются координаты  $\mathbf{x} = [x \ y \ z]^T$  в глобальной декартовой системе координат:

$$\begin{aligned}
 \begin{bmatrix} x \\ y \\ z \end{bmatrix} &= M_R \begin{bmatrix} \bar{x} \\ \bar{y} \\ \bar{z} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} x_0 \\ y_0 \\ z_0 \end{bmatrix}; \\
 x &= \bar{x} \cos(\alpha_0) \cos(\beta_0) + \\
 &+ \bar{y} (\cos(\alpha_0) \sin(\beta_0) \sin(\gamma_0) - \sin(\alpha_0) \cos(\gamma_0)) + \\
 &+ \bar{z} (-\cos(\alpha_0) \sin(\beta_0) \cos(\gamma_0) - \sin(\alpha_0) \sin(\gamma_0)) + \\
 &+ x_0; \\
 y &= \bar{x} \sin(\alpha_0) \cos(\beta_0) + \\
 &+ \bar{y} (\sin(\alpha_0) \sin(\beta_0) \sin(\gamma_0) + \cos(\alpha_0) \cos(\gamma_0)) + \\
 &+ \bar{z} (-\sin(\alpha_0) \sin(\beta_0) \cos(\gamma_0) + \cos(\alpha_0) \sin(\gamma_0)) + \\
 &+ y_0; \\
 z &= \bar{x} \sin(\beta_0) - \bar{y} \cos(\beta_0) \sin(\gamma_0) + \\
 &+ \bar{z} \cos(\beta_0) \cos(\gamma_0) + z_0.
 \end{aligned}$$

Для вычисления корреляционной матрицы  $R_{\mathbf{x}}$  в глобальной декартовой системе координат используется процедура линейной экстраполяции корреляционной матрицы по аналогии с ЕКФ по следующему алгоритму:  $R_{i+1/i} = F R_{i/i} F^T$ , где матрица  $F$  имеет смысл матрицы линейной экстраполяции параметров траектории [17]. Корреляционная матрица в локальной декартовой системе координат преобразуется в матрицу, относящуюся к глобальной декартовой системе координат, с помощью матрицы линейного преобразования  $M_R$  (матрицы обратного поворота):

$$R_{\mathbf{x}} = M_R R_{\bar{\mathbf{x}}} M_R^T.$$

**Моделирование оценок координат для неподвижной точечной цели.** При наблюдении неподвижной точечной цели, имеющей координаты  $(x, y, z)$  в глобальной декартовой системе, в локальной сферической системе координат радара формируется совокупность гауссовских первичных измерений  $R_i, \alpha_i, \beta_i$  с известными значениями СКО  $\sigma_R, \sigma_\alpha, \sigma_\beta$  и диагональной корреляционной матрицей, где  $i$  – номер измерения ( $i = 1, 2, \dots, N$ ).

В глобальной декартовой системе координат сформированы две реализации с использо-

ванием совокупности первичных измерений. Первая реализация  $\tilde{x}_i, \tilde{y}_i, \tilde{z}_i$  вычисляется по формулам (1) без учета информации об ошибках первичных измерений (в предположении  $\sigma_R=0, \sigma_\alpha=0, \sigma_\beta=0$ ), а вторая реализация  $\hat{x}_i, \hat{y}_i, \hat{z}_i$  вычисляется по тем же формулам (1), но с учетом СКО ошибок первичных измерений ( $\sigma_R > 0, \sigma_\alpha > 0, \sigma_\beta > 0$ ).

Для оценок с компенсацией постоянной составляющей ошибок  $\hat{x}_i, \hat{y}_i, \hat{z}_i$  соответствующие выборочные корреляционные моменты приведены в выражениях

$$\begin{aligned} \hat{r}_{xx} &= \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N (\hat{x}_i - x)^2; \\ \hat{r}_{yy} &= \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N (\hat{y}_i - y)^2; \\ \hat{r}_{zz} &= \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N (\hat{z}_i - z)^2; \\ \hat{r}_{xy} &= \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N (\hat{x}_i - x)(\hat{y}_i - y); \\ \hat{r}_{xz} &= \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N (\hat{x}_i - x)(\hat{z}_i - z); \\ \hat{r}_{yz} &= \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N (\hat{y}_i - y)(\hat{z}_i - z); \\ M(\hat{x}_i) &= \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N \hat{x}_i; M(\hat{y}_i) = \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N \hat{y}_i; \\ M(\hat{z}_i) &= \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N \hat{z}_i. \end{aligned} \quad (3)$$

Оценить выигрыш в точности преобразования с компенсацией систематических ошибок можно по отношению средних значений разницы между соответствующей оценкой, полученной одним из двух указанных выше способов, и известными координатами. Для этого вычисляются средние значения смещенных оценок координат  $M(\tilde{x}_i), M(\tilde{y}_i), M(\tilde{z}_i)$ :

$$\begin{aligned} M(\tilde{x}_i) &= \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N \tilde{x}_i; M(\tilde{y}_i) = \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N \tilde{y}_i; \\ M(\tilde{z}_i) &= \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N \tilde{z}_i. \end{aligned}$$

Выигрыши в точности оценивания координат  $B(x, \%)$ ,  $B(y, \%)$ ,  $B(z, \%)$ , выраженные в процентах, вычисляются по формулам

$$\begin{aligned} B(x, \%) &= 100 \frac{|x - M(\tilde{x}_i)|}{|x - M(\hat{x}_i)|}; \\ B(y, \%) &= 100 \frac{|y - M(\tilde{y}_i)|}{|y - M(\hat{y}_i)|}; \\ B(z, \%) &= 100 \frac{|z - M(\tilde{z}_i)|}{|z - M(\hat{z}_i)|}. \end{aligned}$$

В таблице приведены результаты расчетов и моделирования, иллюстрирующие снижение систематических ошибок определения координат при учете статистических свойств ошибок первичных измерений. Результаты получены по 10 000 независимых реализаций при заданных координатах точечной цели.

Как видно из таблицы, экспериментальные оценки моментов корреляции, полученные с использованием формул (3), соответствуют оценкам, полученным с помощью теоретических выражений (2). С ростом ошибок первичных измерений увеличиваются значения корреляционной матрицы  $R_x$ .

**Моделирование траекторного сопровождения цели.** В практических приложениях происходит взаимное перемещение РЛС и наблюдаемой цели. Поэтому представляет интерес анализ точности оценки координат цели, движущейся по заданной траектории. Рассмотрим 5 вариантов оценивания текущих координат цели. Первые два будут соответствовать случаю, когда за оценки координат цели принимаются непосредственно первичные измерения, пересчитанные в глобальную декартову систему, а в трех случаях будет использоваться алгоритм траекторного сглаживания на основе калмановской фильтрации.

Будем полагать, что цель удаляется от РЛС, совершая равномерное прямолинейное движение в пространстве со следующими постоянными скоростями:  $v_x = +3$  м/с;  $v_y = +3$  м/с и  $v_z = +5$  м/с. Дискретный шаг времени  $T = 1$  с. СКО первичных измерений положим равными:  $\sigma_R = 1$  м;  $\sigma_\alpha = 2^\circ$ ;  $\sigma_\beta = 3^\circ$ . Параметры расположения неподвижного радара в глобальной системе координат:  $x_0 = +7$  м;  $y_0 = -5$  м;

Результаты математического моделирования выигрыша в точности при использовании преобразования с компенсацией систематической ошибки с поворотом системы координат

Results of mathematical modeling of the benefit in accuracy when using the unbiased transformation with coordinate rotation

Параметры моделирования	Малые значения СКО первичных измерений	Средние значения СКО первичных измерений	Высокие значения СКО первичных измерений
$(R, \alpha, \beta),$ $(M, \dots^\circ, \dots^\circ)$	(+25, -30, +5)	(+25, -30, +5)	(+25, -30, +5)
$(x_0, y_0, z_0),$ $(M, M, M)$	(+7, -5, +3)	(+7, -5, +3)	(+7, -5, +3)
$(\alpha_0, \beta_0, \gamma_0),$ $(\dots^\circ, \dots^\circ, \dots^\circ)$	(+17, +7, +8)	(+17, +7, +8)	(+17, +7, +8)
$(\sigma_R, \sigma_\alpha, \sigma_\beta),$ $(M, \dots^\circ, \dots^\circ)$	(0.01, 0.05, 0.05)	(0.1, 0.5, 0.7)	(1.0, 2.0, 3.0)
$(x, y, z) (M, M, M)$	(30.5353, -10.3821, 9.4902)	(30.538, -10.3827, 9.4909)	(30.5819, -10.3929, 9.5018)
$r_{xx} = R_x(1,1)$	0.00014201	0.016891	1.0271
$\hat{r}_{xx}$	0.00014685	0.0174	1.0666
$r_{yy} = R_x(2,2)$	0.00044999	0.046138	0.77744
$\hat{r}_{yy}$	0.00044536	0.045191	0.76568
$r_{zz} = R_x(3,3)$	0.00043062	0.087494	1.6599
$\hat{r}_{zz}$	0.00045219	0.087925	1.6643
$r_{xy} = R_x(1,2) =$ $= R_x(2,1)$	9.1534e-05	0.0062516	-0.076946
$\hat{r}_{xy}$	7.2998e-05	0.0059703	-0.083663
$r_{xz} = R_x(1,3) =$ $= R_x(3,1)$	-8.6523e-05	-0.019705	-0.16017
$\hat{r}_{xz}$	-9.4816e-05	-0.020223	-0.17732
$r_{yz} = R_x(2,3) =$ $= R_x(3,2)$	2.1234e-05	0.0072722	0.0942
$\hat{r}_{yz}$	2.5281e-05	0.007827	0.10554
$B(x, \%)$	125	379.3307	590.8908
$B(y, \%)$	104.1096	144.3916	249.7734
$B(z, \%)$	95.9459	38.018	426.7046

$z_0 = +3M$ ;  $\alpha_0 = +17^\circ$ ;  $\beta_0 = +7^\circ$ ;  $\gamma_0 = +8^\circ$ . Размер скользящего окна для расчета корреляционной матрицы примем  $M = 7$ , число первичных измерений при оценивании начального приближения  $K = 40$ . Будем находить последовательность оценок координат цели для  $N = 100$  последовательных дискретных моментов времени. Для расчета статистических характеристик методом математического моделирования будет использован ансамбль реализаций объемом  $S = 10\,000$ .

В случае использования алгоритма СМКФ для оценки априори неизвестных компонент скорости использовался метод оценки на основе линейной регрессии координатных измерений в скользящем окне.

**Вариант 1.** Алгоритм прямого пересчета координат в глобальную декартову систему координат по формулам (1) без учета компенсации СКО первичных измерений ( $\sigma_R = 0$ ;  $\sigma_\alpha = 0$ ;  $\sigma_\beta = 0$ ).

Формируется последовательность измерений  $\{(\tilde{x}_1, \tilde{y}_1, \tilde{z}_1), (\tilde{x}_2, \tilde{y}_2, \tilde{z}_2), \dots, (\tilde{x}_N, \tilde{y}_N, \tilde{z}_N)\}$ .

**Вариант 2.** Алгоритм пересчета координат в глобальную декартову систему координат с использованием компенсации систематической ошибки, рассчитанной по формулам (1), с учетом компенсаций СКО первичных измерений ( $\sigma_R > 0$ ,  $\sigma_\alpha > 0$ ,  $\sigma_\beta > 0$ ).

Формируется последовательность измерений  $\{(\hat{x}_1, \hat{y}_1, \hat{z}_1), (\hat{x}_2, \hat{y}_2, \hat{z}_2), \dots, (\hat{x}_N, \hat{y}_N, \hat{z}_N)\}$ .

**Вариант 3.** Алгоритм (СМКФ), в котором начальное приближение для координат целей и соответствующая ему корреляционная матрица оцениваются исходя из линейной регрессии координатных измерений. Приведем основные соотношения для алгоритма СМКФ.

При наличии текущих измерений  $\mathbf{x}$ ,  $R_x$  и экстраполированных оценок  $\mathbf{x}_{i/i-1}$  и  $R_{x,i/i-1}$  уравнения калмановской фильтрации в каноническом

виде записываются следующим образом [17, 18]:

$$K = R_{\mathbf{x},i/i-1} H^T \left( H R_{\mathbf{x},i/i-1} H^T + R_{\mathbf{x}} \right)^{-1};$$

$$\mathbf{x}_{i/i} = \mathbf{x}_{i/i-1} + K (\mathbf{x} - H \mathbf{x}_{i/i-1});$$

$$R_{\mathbf{x},i/i} = (I - KH) R_{\mathbf{x},i/i-1}.$$

Экстраполяция уравнений фильтрации на следующий шаг выполняется по правилу:

$$\mathbf{x}_{i+1/i} = F \mathbf{x}_{i/i};$$

$$R_{\mathbf{x},i+1/i} = F R_{\mathbf{x},i/i} F^T + Q_{\mathbf{x}},$$

где  $H$  – матрица преобразования в стандартной записи фильтра Калмана;  $I$  – единичная матрица;  $F$  – матрица экстраполяции на следующий шаг:

$$F = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & T & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & T & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & T \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}.$$

В частном случае для архитектуры алгоритма СМКФ матрица  $H$  является единичной и совпадает с матрицей  $I$ , но в общем случае это не так. Матрица  $Q_{\mathbf{x}}$  необходима для регуляризации корреляционной матрицы и обеспечения устойчивости процедуры фильтрации. Она выбирается в зависимости от используемого стандарта вычислений с плавающей точкой:

$$Q_{\mathbf{x}} =$$

$$= \text{diag} \{ 1 \cdot 10^{-4}, 1 \cdot 10^{-4}, 1 \cdot 10^{-4}, 5 \cdot 10^{-5}, 5 \cdot 10^{-5}, 5 \cdot 10^{-5} \}.$$

Начальное приближение для СМКФ рассчитывается как результат усреднения позиции и корреляционной матрицы исходя из линейной регрессии [22] в скользящем окне размера  $K$ . В последовательности измерений  $\{(\tilde{x}_1, \tilde{y}_1, \tilde{z}_1), (\tilde{x}_2, \tilde{y}_2, \tilde{z}_2), \dots, (\tilde{x}_K, \tilde{y}_K, \tilde{z}_K), \dots, (\tilde{x}_N, \tilde{y}_N, \tilde{z}_N)\}$ , взятых в моменты времени  $\{t_1, t_2, \dots, t_K, \dots, t_N\}$ , первые  $K$  измерений используются для расчета первичного измерения по формулам

$$v_{\tilde{x}} = \frac{K \left( \sum_{i=1}^K t_i \tilde{x}_i \right) - \left( \sum_{i=1}^K t_i \right) \left( \sum_{i=1}^K \tilde{x}_i \right)}{K \left( \sum_{i=1}^K t_i^2 \right) - \left( \sum_{i=1}^K t_i \right)^2};$$

$$b_{\tilde{x}} = \frac{1}{K} \left[ \left( \sum_{i=1}^K \tilde{x}_i \right) - v_{\tilde{x}} \left( \sum_{i=1}^K t_i \right) \right]; \quad (4)$$

$$\sigma_{\tilde{x}}^2 = \frac{1}{K-1} \times$$

$$\times \left[ \left( \sum_{i=1}^K \tilde{y}_i^2 \right) - 2v_{\tilde{x}} \left( \sum_{i=1}^K \tilde{x}_i \tilde{y}_i \right) - 2b_{\tilde{x}} \left( \sum_{i=1}^K \tilde{y}_i \right) + v_{\tilde{x}}^2 \left( \sum_{i=1}^K \tilde{x}_i^2 \right) + 2v_{\tilde{x}} b_{\tilde{x}} \left( \sum_{i=1}^K \tilde{x}_i \right) + K b_{\tilde{x}}^2 \right];$$

$$\sigma_{v_{\tilde{x}}}^2 = \left( K \sigma_{\tilde{x}}^2 \right) / \left[ K \left( \sum_{i=1}^K \tilde{x}_i^2 \right) - \left( \sum_{i=1}^K \tilde{x}_i \right)^2 \right].$$

где  $v_{\tilde{x}}$  и  $b_{\tilde{x}}$  – коэффициенты линейной аппроксимации ( $v_{\tilde{x}}$  – оценка скорости;  $b_{\tilde{x}}$  – смещение).

Соотношения (4) для  $x$ -координаты будут аналогичны и для  $y, z$ -координат. Значения квадратов ошибок  $\sigma_{\tilde{x}}^2, \sigma_{\tilde{y}}^2, \sigma_{\tilde{z}}^2, \sigma_{v_{\tilde{x}}}^2, \sigma_{v_{\tilde{y}}}^2, \sigma_{v_{\tilde{z}}}^2$  будут использованы как диагональные элементы корреляционной матрицы  $R_{\tilde{\mathbf{x}},1/0}$ . Начальное приближение  $\tilde{\mathbf{x}}_{1/0}$  и корреляционная матрица  $R_{\tilde{\mathbf{x}},1/0}$  будут рассчитаны по формулам

$$\tilde{\mathbf{x}}_{1/0} =$$

$$= \left[ (v_{\tilde{x}} t_K + b_{\tilde{x}}) (v_{\tilde{y}} t_K + b_{\tilde{y}}) (v_{\tilde{z}} t_K + b_{\tilde{z}}) v_{\tilde{x}} v_{\tilde{y}} v_{\tilde{z}} \right]^T,$$

$$R_{\tilde{\mathbf{x}},1/0} = \text{diag} \left\{ \sigma_{\tilde{x}}^2, \sigma_{\tilde{y}}^2, \sigma_{\tilde{z}}^2, \sigma_{v_{\tilde{x}}}^2, \sigma_{v_{\tilde{y}}}^2, \sigma_{v_{\tilde{z}}}^2 \right\} + Q_{\tilde{\mathbf{x}}}.$$

В качестве последующих оценок координат, скоростей и корреляционных матриц передаются оценки, получаемые линейной регрессией соответствующих координат, где параметры  $v_{\tilde{x},i}, v_{\tilde{y},i}, v_{\tilde{z},i}, \sigma_{\tilde{x},i}^2, \sigma_{\tilde{y},i}^2, \sigma_{\tilde{z},i}^2, \sigma_{v_{\tilde{x},i}}^2, \sigma_{v_{\tilde{y},i}}^2, \sigma_{v_{\tilde{z},i}}^2$  рассчитываются в скользящем окне размера  $K$ :

$$\tilde{\mathbf{x}}_i = \left[ \tilde{x}_i \quad \tilde{y}_i \quad \tilde{z}_i \quad v_{\tilde{x},i} \quad v_{\tilde{y},i} \quad v_{\tilde{z},i} \right]^T;$$

$$R_{\tilde{\mathbf{x}},i} = \text{diag} \left\{ \sigma_{\tilde{x},i}^2, \sigma_{\tilde{y},i}^2, \sigma_{\tilde{z},i}^2, \sigma_{v_{\tilde{x},i}}^2, \sigma_{v_{\tilde{y},i}}^2, \sigma_{v_{\tilde{z},i}}^2 \right\}.$$

**Вариант 4.** Алгоритм СМКФ, в котором начальное приближение для координат целей и соответствующая ему корреляционная матрица оцениваются исходя из линейной регрессии ко-

ординатных измерений для первых  $K$  измерений  $\{(\hat{x}_1, \hat{y}_1, \hat{z}_1), (\hat{x}_2, \hat{y}_2, \hat{z}_2), \dots, (\hat{x}_K, \hat{y}_K, \hat{z}_K)\}$  с компенсацией систематической ошибки, получаемой по формулам (1). Начальное приближение и корреляционная матрица ошибок измерений вычисляются по формулам

$$\hat{\mathbf{x}}_{1/0} = \left[ (v_{\hat{x}} t_K + b_{\hat{x}}) (v_{\hat{y}} t_K + b_{\hat{y}}) (v_{\hat{z}} t_K + b_{\hat{z}}) v_{\hat{x}} v_{\hat{y}} v_{\hat{z}} \right]^T;$$

$$R_{\hat{\mathbf{x}},1/0} = \text{diag} \left\{ \sigma_{\hat{x}}^2, \sigma_{\hat{y}}^2, \sigma_{\hat{z}}^2, \sigma_{v_{\hat{x}}}^2, \sigma_{v_{\hat{y}}}^2, \sigma_{v_{\hat{z}}}^2 \right\} + Q_{\mathbf{x}}.$$

В качестве последующих оценок координат, скоростей и корреляционных матриц используются параметры  $v_{\hat{x},i}, v_{\hat{y},i}, v_{\hat{z},i}, \sigma_{\hat{x},i}^2, \sigma_{\hat{y},i}^2, \sigma_{\hat{z},i}^2, \sigma_{v_{\hat{x},i}}^2, \sigma_{v_{\hat{y},i}}^2, \sigma_{v_{\hat{z},i}}^2$  в скользящем окне размера  $K$ . При этом получаются оценки координат и корреляционной матрицы:

$$\hat{\mathbf{x}}_i = \left[ \hat{x}_i \quad \hat{y}_i \quad \hat{z}_i \quad v_{\hat{x},i} \quad v_{\hat{y},i} \quad v_{\hat{z},i} \right]^T;$$

$$R_{\hat{\mathbf{x}},i} = \text{diag} \left\{ \sigma_{\hat{x},i}^2, \sigma_{\hat{y},i}^2, \sigma_{\hat{z},i}^2, \sigma_{v_{\hat{x},i}}^2, \sigma_{v_{\hat{y},i}}^2, \sigma_{v_{\hat{z},i}}^2 \right\}.$$

**Вариант 5.** Алгоритм СМКФ, для которого в качестве начального приближения используется линейная регрессия оценок координат  $\{(\hat{x}_1, \hat{y}_1, \hat{z}_1), (\hat{x}_2, \hat{y}_2, \hat{z}_2), \dots, (\hat{x}_K, \hat{y}_K, \hat{z}_K)\}$  с компенсацией систематической ошибки, получаемой по формулам (1), а в качестве начального значения корреляционной матрицы используется усреднение первых  $K$  оценок корреляционных матриц:

$$\hat{\mathbf{x}}_{1/0} = \left[ (v_{\hat{x}} t_K + b_{\hat{x}}) (v_{\hat{y}} t_K + b_{\hat{y}}) (v_{\hat{z}} t_K + b_{\hat{z}}) v_{\hat{x}} v_{\hat{y}} v_{\hat{z}} \right]^T;$$

$$R_{\hat{\mathbf{x}},1/0} = \frac{1}{K} \sum_{i=1}^K R_{\hat{\mathbf{x}},i};$$

$$R_{\hat{\mathbf{x}},i} = \begin{bmatrix} r_{xx,i} & r_{xy,i} & r_{xz,i} & 0 & 0 & 0 \\ r_{xy,i} & r_{yy,i} & r_{yz,i} & 0 & 0 & 0 \\ r_{xz,i} & r_{yz,i} & r_{zz,i} & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & \sigma_{v_{\hat{x},i}}^2 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & \sigma_{v_{\hat{y},i}}^2 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & \sigma_{v_{\hat{z},i}}^2 \end{bmatrix}.$$

В качестве последующих измерений используется последовательность оценок координат с компенсацией систематических оценок и соответствующие им недиагональные корреляционные матрицы

$$\left\{ (\hat{x}_K, \hat{y}_K, \hat{z}_K, R_{\hat{\mathbf{x}},K}), (\hat{x}_{K+1}, \hat{y}_{K+1}, \hat{z}_{K+1}, R_{\hat{\mathbf{x}},K+1}), \dots, (\hat{x}_N, \hat{y}_N, \hat{z}_N, R_{\hat{\mathbf{x}},N}) \right\}.$$

Усреднение корреляционных матриц на последующих шагах алгоритма не производится.

**Вариант 6.** Алгоритм СМКФ, для которого начальное приближение используется как результат процедуры несмещенного преобразования с помощью усреднения нескольких недиагональных корреляционных матриц в окне размера  $K$ , аналогично случаю 5. Однако в качестве последующих значений недиагональной корреляционной матрицы  $R_{\hat{\mathbf{x}}}$  (структура матрицы аналогична случаю 5) используется усредненное значение корреляционной матрицы для последних  $M$  корреляционных матриц в скользящем окне. В процессе фильтрации используется следующая последовательность измерений:

$$\left\{ \left( \hat{x}_K, \hat{y}_K, \hat{z}_K, \left[ \frac{\sum_{i=K-M+1}^K R_{\hat{\mathbf{x}},i}}{M} \right] \right), \right.$$

$$\left( \hat{x}_{K+1}, \hat{y}_{K+1}, \hat{z}_{K+1}, \left[ \frac{\sum_{i=K-M+2}^{K+1} R_{\hat{\mathbf{x}},i}}{M} \right] \right), \dots$$

$$\left. \dots, \left( \hat{x}_N, \hat{y}_N, \hat{z}_N, \left[ \frac{\sum_{i=N-M+1}^N R_{\hat{\mathbf{x}},i}}{M} \right] \right) \right\}.$$

В случае 6 используются методы компенсации ошибок, линейная регрессия служит для получения начального приближения и оценивания скорости, а усреднение корреляционных матриц производится в скользящем окне размера  $M$ .

**Результаты моделирования.** Для сравнения нескольких алгоритмов по показателю точности траекторного сопровождения рассмотрим средний нормализованный квадрат ошибки ANEES (Average Normalized Estimation

Error Squared)[14, 20]. Данный показатель позволяет получить единую оценку качества траекторной фильтрации в случае многомерного вектора оцениваемых параметров. Для реализации ансамбля из  $S$  повторений по Монте-Карло расчет нормализованного квадрата ошибки для вектора  $\mathbf{x}_i$  размерности 3 будет выглядеть следующим образом:

$$\text{ANEES}_i = \frac{1}{3S} \sum_{s=1}^S (\hat{\mathbf{x}}_{i,s} - \mathbf{x}_i)^T P_{\mathbf{x},i}^{-1} (\hat{\mathbf{x}}_{i,s} - \mathbf{x}_i),$$

где  $i$  – индекс дискретного отсчета времени ( $i = 1, 2, \dots, N$ );  $\hat{\mathbf{x}}_{i,s}$  – оценка вектора состояния цели, получаемая для конкретной реализации алгоритма траекторной фильтрации в дискретный момент времени  $i$  для ансамбля с номером  $s$ . В качестве матрицы  $P_{\mathbf{x}}$  предлагается использовать корреляционную матрицу, соответствующую нижней границе Рао–Крамера, которую можно рассчитать, используя соотношение

$$P_{\mathbf{x}} = M_R \left( \bar{H}_N^T R_N^{-1} \bar{H}_N \right)^{-1} M_R^T, \quad (5)$$

где матрица производных  $\bar{H} = dh(\mathbf{x}_n)/dx_n$  должна быть рассчитана для традиционного уравнения первичных измерений в сферической системе координат без учета разворотов и положения радара [23]. Соотношение (5) содержит классический расчет теоретической корреляционной матрицы, которая затем умножается на матрицу вращения  $M_R$ .

На рис. 2 приведены графики ANEES в зависимости от дальности до удаляющейся с течением времени цели, где каждый из случаев отмечен соответствующей цифрой. Рис. 2, а, б, в соответствуют разным масштабам графиков ANEES. Для отображения алгоритмов получения оценок скорости и корреляционной матрицы в легенде графиков введены обозначения: LS – использование линейной регрессии; conv – использование измерений или корреляционных матриц с компенсацией систематических оши-

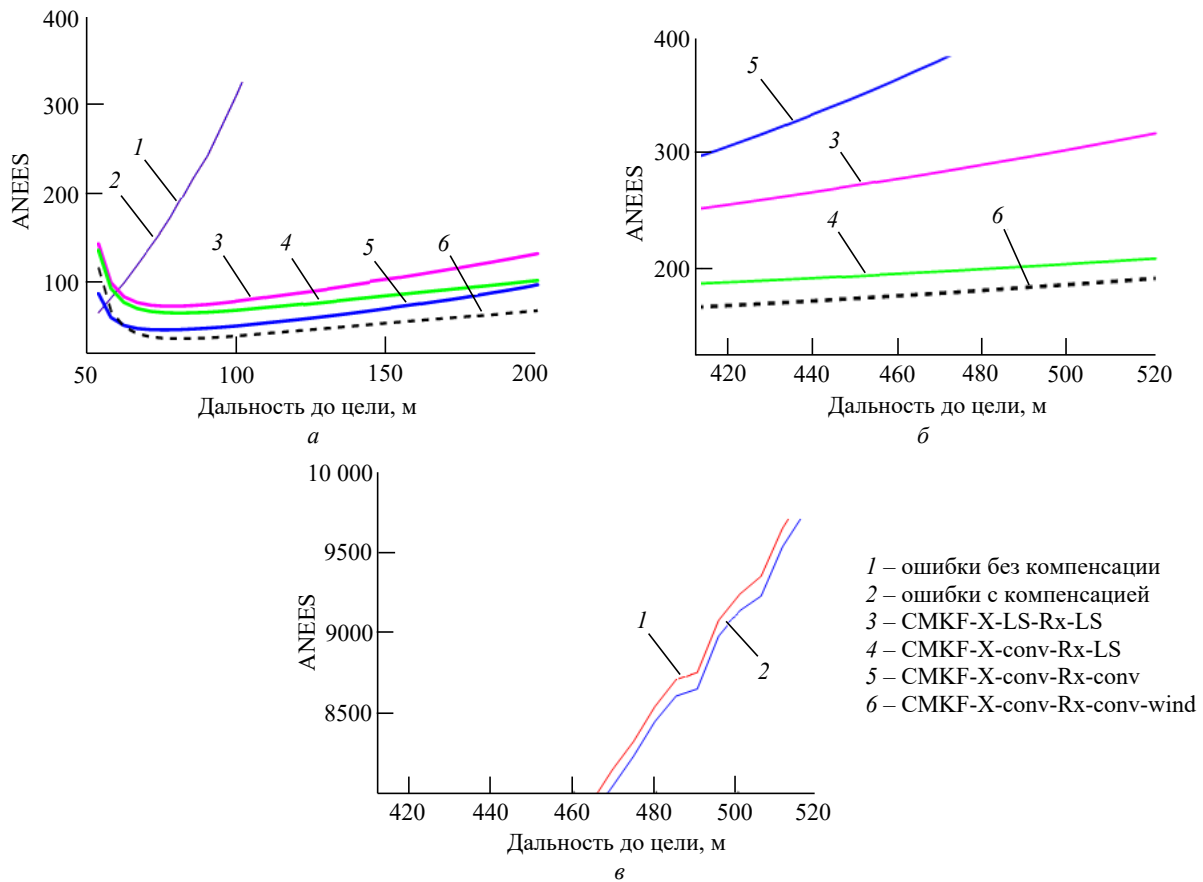


Рис. 2. Графики изменения ANEES при траекторном движении цели: а – начальный участок траектории; б, в – конечный участок траектории

Fig. 2. Graphs of the change in ANEES during the trajectory movement of the target: а – initial section of the trajectory; б, в – final section of the trajectory

бок; wind – использование скользящего окна при вычислении корреляционной матрицы.

Стоит отметить, что систематические ошибки оценивания координат возрастают с увеличением дальности наблюдаемого объекта по причине увеличения СКО ошибок измерения угловых координат на большой дальности.

Варианты 1 и 2 различаются по критерию ANEES незначительно. Случаи 1 и 2 не используют механизмы траекторного сглаживания в отличие от случаев 3–6, предполагающих траекторное сопровождение движущейся цели. На начальном участке траектории или при небольших значениях СКО первичных измерений методы прямого расчета координат могут обеспечивать более высокую точность по сравнению с фильтровыми алгоритмами СМКФ ввиду того, что все фильтровые алгоритмы характеризуются переходным процессом, который сопровождается постепенным повышением точности. Данное обстоятельство открывает дополнительные возможности для построения многомодельных алгоритмов фильтрации [24].

В случаях 3–6 для измерения скорости используется скользящее окно достаточно большого размера (30–40 отсчетов), существенно превышающего окно для формирования начального приближения или усреднения оценок корреляционной матрицы  $R_x$ . Моделирование траектории производится в предположении о равномерном прямолинейном характере движения цели, и при увеличении размера скользящего окна получаются более точные оценки скоростей. Поэтому те элементы корреляционной матрицы  $R_x$ , которые относятся к ошибкам оценивания скорости, уменьшаются со временем и вносят все меньший вклад в результирующую точность оценивания координат. Таким образом, взаимные корреляционные моменты по координатам в большей степени влияют на точность оценивания координат цели. Размер окна усреднения корреляционной матрицы  $R_x$  выбирается небольшим, чтобы учитывать изменяющийся характер этой матрицы в зависимости от дальности до цели.

Из полученных графиков видно, что применение предложенного алгоритма получения несмещенных оценок первичных измерений коор-

динат цели при переходе из локальной сферической системы координат радара в глобальную декартову систему, в которой осуществляется траекторное сопровождение, позволяет значительно снизить влияние ошибок измерений на точность определения координат целей. При этом ключевую роль играют 3 фактора: учет СКО ошибок первичных измерений в (1), использование оценки недиагональной корреляционной матрицы первичных измерений и усреднение оценки этой матрицы в скользящем окне.

**Заключение.** Преобразование координат с компенсацией систематических ошибок нелинейного преобразования из локальной сферической системы координат в глобальную декартову систему координат может повысить точность расчета координат в 2...7 раз по сравнению со случаем простого нелинейного преобразования. Основным результатом работы является обобщение известных ранее выражений компенсации ошибок для случая произвольного размещения радара с возможностью оценки корреляционной матрицы, которая представлена в глобальной декартовой системе координат. Полученные выражения можно использовать для расчета несмещенных оценок координат при произвольном расположении радара и известных координатах и углах разворота радара.

По сравнению с традиционными методами оптимальной траекторной фильтрации первичных измерений (ЕКФ), которые требуют накопления нескольких обзоров первичных измерений, интересным преимуществом предлагаемого метода преобразования координат является возможность получения более точных оценок вектора координат цели и его корреляционной матрицы только из одного обзора.

Математическое моделирование показало, что использование преобразования с компенсацией систематических ошибок позволяет обеспечивать более точные оценки в глобальной декартовой системе координат только в том случае, если ошибки первичных измерений являются существенными. Это наблюдается при увеличении дальности до цели, когда точность измерений снижается из-за уменьшения отношения сигнал-шум. Когда отношение сигнал-шум велико и ошибки первичных измерений малы, несмещенное преобразование не обеспечивает су-

ществленного повышения точности по сравнению с простым способом пересчета координат.

С практической точки зрения наилучшие результаты по критерию точности траекторной фильтрации показал вариант реализации алгоритма СМКФ, в котором в качестве начального приближения оцениваемого вектора используется результат процедуры несмещенного преобразова-

ния, в качестве начального приближения корреляционной матрицы используется усреднение нескольких недиагональных корреляционных матриц в скользящем окне, а в качестве последующих передаваемых значений корреляционной матрицы применяется усредненное значение корреляционной матрицы для нескольких последних корреляционных матриц в скользящем окне.

### Авторский вклад

**Буров Владимир Николаевич** – компьютерное моделирование; обработка результатов моделирования; редактирование статьи.

**Мякинков Александр Валерьевич** – редактирование статьи; формулирование выводов; анализ литературы.

**Фадеев Роман Сергеевич** – компьютерное моделирование; обработка результатов моделирования.

**Кузнецов Станислав Евгеньевич** – анализ литературы; редактирование статьи.

### Author's contribution

**Vladimir N. Burov**, computer modeling; processing of modelling results; paper editing.

**Alexandr V. Myakinkov**, paper editing; formulating conclusions; literature analysis.

**Roman S. Fadeev**, computer modeling; processing of modelling results.

**Stanislav E. Kuznetsov**, literature analysis; paper editing.

### Список литературы

1. Peculiarities of state control to water objects with using of radar systems / D. A. Ryzhova, A. A. Zavalin, S. D. Karakotov, S. V. Rud // IOP Conf. Ser.: Earth and Environmental Science. 2021. Vol. 1096. Art. № 012030. doi: 10.1088/1755-1315/1096/1/012030

2. Automotive radars: A review of signal processing techniques / M. Patole, M. Torlak, D. Wang, M. Ali // IEEE Signal Processing Magazine. 2017. Vol. 34, № 2. P. 22–35. doi: 10.1109/MSP.2016.2628914

3. Research on Automotive Safety Based on Multi-Sensor Information Fusion Technology / C. Can, W. Peng, T. Bi, H. Zhu // Asia-Pacific Conf. on Software Engineering, Social Network Analysis and Intelligent Computing, New Delhi, India, 10–12 Jan. 2024. IEEE, 2024. P. 750–754. doi: 10.1109/SSAIC61213.2024.00152

4. Performance Analysis and Design of a Distributed Radar Network for Automotive Application / A. Correas-Serrano, M. Gonzalez-Huici, R. Simoni, T. Bredderman, E. Warsitz, T. Müller // 23<sup>rd</sup> Intern. Radar Symp. (IRS), Gdansk, Poland, 12–14 Sept. 2022. IEEE, 2022. P. 30–35. doi: 10.23919/IRS54158.2022.9904987

5. Distributed Automotive Radar Multi-Modal Sensing / A. Pirkani, D. Kumar, M. Cherniakov, M. Gashinova // 20<sup>th</sup> European Radar Conf. (EuRAD), Berlin, Germany, 20–22 Sept. 2023. IEEE, 2023. P. 319–322. doi: 10.23919/EuRAD58043.2023.10289419

6. Fusion detection for networked radar aided by Doppler information / G. Chang, G. Fengdeng, Y. Junkun, J. Tianyi, L. Hongwei // J. of Radars. 2023. Vol. 12, № 3. P. 500–515. doi: 10.12000/JR22220

7. Экспериментальное исследование метода когерентной совместной обработки в распределенном автомобильном радаре / А. А. Кузин, С. Е. Кузнецов, А. В. Мякинков, Р. С. Фадеев, С. А. Шабалин // Изв. вузов России. Радиоэлектроника. 2025. Т. 28, № 1. С. 35–50. doi: 10.32603/1993-8985-2025-28-1-35-50

8. Артюхин И. В. Двумерный алгоритм с последовательной оценкой углов прихода сигналов в системе когерентных распределенных автомобильных радаров с несколькими приемными и передающими антеннами // Российский технологический журн. 2024. Т. 12, № 3. С. 65–77. doi: 10.32362/2500-316X-2024-12-3-65-77

9. Greitans K. M. A study on Automated railway level crossing control system using FMCW radar for accident prevention // Intern. Conf. on Appl. Electronics, Pilsen, Czech Republic, 06–07 Sept. 2023. IEEE, 2023. P. 1–6. doi: 10.1109/AE58099.2023.10274197

10. Railway safety radar system with use of FSR / A. G. Ryndyk, A. V. Myakinkov, D. M. Balashova, V. N. Burov, S. A. Shabalin, A. D. Mikhaylov // 21<sup>st</sup> Intern. Radar Symp., Berlin, Germany, 21–22 June 2021. IEEE, 2021, pp. 1–13. doi: 10.23919/IRS51887.2021.9466229

11. An improved method for traffic control relying on close-loop control theory / B. Liu, X. Yan, Q. Li, Sh. Huang // 2<sup>nd</sup> Intern. Asia Conf. on Informatics in Control, Automation and Robotics, Wuhan, China, 06–07 March 2010. IEEE, 2010. P. 48–50. doi: 10.1109/CAR.2010.5456724

12. Suchomski P. Explicit expressions for debiased statistics of 3D converted measurements // IEEE Trans.

on Aerospace and Electronic Systems. 1999. Vol. 35, № 1. P. 368–370.

doi: 10.1109/7.745708

13. Spitzmiller J. N., Adhami R. R. Tracking with spherical-estimate-conditioned debiased converted measurements // IEEE Radar Conf., Arlington, USA, 10–14 May 2010. IEEE, 2010. P. 134–139.

doi: 10.1109/RADAR.2010.5494637

14. Bordonaro S. V., Luginbuhl T. E., Walsh M. J. A Generalized Converted Measurement Kalman Filter // NUWC-NPT Techn. Rep. 2023. Vol. 12. P. 472.

doi: 10.48550/arXiv.2502.08375

15. Wang K., Li X., Wu P. Modified Unbiased Converted Measurement Kalman Filter with Outlier Detection // 42<sup>nd</sup> Chinese Control Conf., Tianjin, China, 24–26 July 2023. IEEE, 2023. P. 3660–3665.

doi: 10.23919/CCC58697.2023.10240538

16. Bordonaro S. V., Willett P., Bar-Shalom Y. Unbiased tracking with converted measurements // IEEE Radar Conf., Atlanta, USA, 07–11 May 2012. IEEE, 2012. P. 0741–0745.

doi: 10.1109/RADAR.2012.6212236

17. Wang H., Huo L., Zhang J. Target tracking algorithm based on dynamic template and Kalman filter // IEEE 3<sup>rd</sup> Intern. Conf. on Communication Software and Networks, Xi'an, China, 27–29 May 2011. IEEE, 2011. P. 330–333.

doi: 10.1109/ICCSN.2011.6013726

18. Коновалов А. А. Основы траекторной обработки радиолокационной информации. СПб.: Изд-во СПбГЭТУ "ЛЭТИ", 2013. 164 с.

19. Passive tracking with sensors of opportunity using passive coherent location / M. Subramaniam, R. Tharmarasa, M. McDonald, T. Kirubarajan // Proc. SPIE 6969, Signal and Data Processing of Small Targets, Orlando, Florida, 16 Apr. 2008. Vol. 6969. P. 69691F.

doi: 10.1117/12.779598

20. Mallick M., Xiaoqing T., Liu J. Evaluation of Measurement Converted KF, EKF, UKF, CKF, and PF in GMTI Filtering // 10<sup>th</sup> Intern. Conf. on Control, Automation and Information Sciences, Xi'an, China, 14–17 Oct. 2021. IEEE, 2021. P. 21–27.

doi: 10.1109/ICCAIS52680.2021.9624559

21. Palais B., Palais R., Rodi S. A Disorienting Look at Euler's Theorem on the Axis of a Rotation // The American Mathematical Monthly. 2009. Vol. 116, № 10. P. 892–909.

doi: 10.4169/000298909X477014

22. Draper N. R., Smith H. Applied Regression Analysis. John Wiley & Sons, Inc, 1998. 736 p.

doi: 10.1002/9781118625590

23. Буров В. Н., Мякинников А. В. Алгоритм траекторного сопровождения целей, движущихся по криволинейным траекториям, в бистатической просветной радиолокационной системе // Изв. вузов России. Радиоэлектроника. 2011. Вып. 6. С. 88–94.

24. Буров В. Н. Многомодельное траекторное сопровождение целей в бистатической просветной радиолокационной системе // Проектирование и технология электронных средств. 2012. № 2. С. 2–4.

### Информация об авторах

**Буров Владимир Николаевич** – кандидат технических наук (2015), старший научный сотрудник Центра цифровых технологий Нижегородского государственного технического университета им. Р. Е. Алексеева. Автор 20 научных работ. Сфера научных интересов – траекторное сопровождение целей; калмановская фильтрация; теория оценивания.

Адрес: Нижегородский государственный технический университет им. Р. Е. Алексеева, ул. Минина, д. 24, Нижний Новгород, 603155, Россия

E-mail: burov@nntu.ru

<https://orcid.org/0000-0003-4029-7745>

**Мякинников Александр Валерьевич** – доктор технических наук (2013), доцент (2010), профессор (2025), директор Учебно-научного института радиоэлектроники и информационных технологий Нижегородского государственного технического университета им. Р. Е. Алексеева. Автор 125 научных работ. Сфера научных интересов – радиолокация; цифровая обработка сигналов; антенные решетки.

Адрес: Нижегородский государственный технический университет им. Р. Е. Алексеева, ул. Минина, д. 24, Нижний Новгород, 603155, Россия

E-mail: redvillage@mail.ru

<https://orcid.org/0000-0001-6952-4134>

**Фадеев Роман Сергеевич** – кандидат технических наук (2017), доцент (2024), доцент кафедры информационных радиосистем Учебно-научного института радиоэлектроники и информационных технологий Нижегородского государственного технического университета им. Р. Е. Алексеева. Автор 20 научных работ. Сфера научных интересов – передача информации; ММО-антенны; цифровая обработка сигналов.

Адрес: Нижегородский государственный технический университет им. Р. Е. Алексеева, ул. Минина, д. 24, Нижний Новгород, 603155, Россия

E-mail: fr\_201190@mail.ru

<https://orcid.org/0000-0001-8877-6724>

**Кузнецов Станислав Евгеньевич** – магистр техники и технологии по направлению "Радиотехника" (2003, Нижегородский государственный технический университет им. Р. Е. Алексеева), старший преподаватель кафедры информационных радиосистем Учебно-научного института радиоэлектроники и информации

онных технологий Нижегородского государственного технического университета им. П. Е. Алексеева. Автор 20 научных работ. Сфера научных интересов – цифровая обработка сигналов; синхронизация данных в системах передачи данных; распределенные радиолокационные системы.

Адрес: Нижегородский государственный технический университет им. П. Е. Алексеева, ул. Минина, д. 24, Нижний Новгород, 603155, Россия

E-mail: s\_kuznetsov@nntu.ru

<https://orcid.org/0000-0003-2862-036X>

## References

1. Ryzhova D. A., Zavalin A. A., Karakotov S. D., Rud S. V. Peculiarities of State Control to Water Objects with Using Of Radar Systems. IOP Conf. Ser.: Earth and Environmental Science. 2021, vol. 1096, art. no. 012030. doi: 10.1088/1755-1315/1096/1/012030
2. Patole M., Torlak M., Wang D., Ali M. Automotive Radars: A Review of Signal Processing Techniques. IEEE Signal Processing Magazine. 2017, vol. 34, no. 2, pp. 22–35. doi: 10.1109/MSP.2016.2628914
3. Can C., Peng W., Bi T., Zhu H. Research on Automotive Safety Based on Multi-Sensor Information Fusion Technology. Asia-Pacific Conf. on Software Engineering, Social Network Analysis and Intelligent Computing, New Delhi, India, 10–12 Jan. 2024. IEEE, 2024, pp. 750–754. doi: 10.1109/SSAIC61213.2024.00152
4. Correas-Serrano A., Gonzalez-Huici M., Simoni R., Bredderman T., Warsitz E., Müller T. Performance Analysis and Design of a Distributed Radar Network for Automotive Application. 23<sup>rd</sup> Intern. Radar Symp. (IRS), Gdansk, Poland, 12–14 Sept. 2022. IEEE, 2022, pp. 30–35. doi: 10.23919/IRS54158.2022.9904987
5. Pirkani A., Kumar D., Cherniakov M., Gashinova M. Distributed Automotive Radar Multi-Modal Sensing. 20<sup>th</sup> European Radar Conf. (EuRAD), Berlin, Germany, 20–22 Sept. 2023. IEEE, 2023, pp. 319–322. doi: 10.23919/EuRAD58043.2023.10289419
6. Chang G., Fengdeng G., Junkun Y., Tianyi J., Hongwei L. Fusion detection for networked radar aided by Doppler information. J. of Radars. 2023, vol. 12, no. 3, pp. 500–515. doi: 10.12000/JR22220
7. Kuzin A. A., Kuznetsov S. E., Miakinkov A. V., Fadeev R. S., Shabalin S. A. Experimental Study of Coherent Collaborative Processing Method in Distributed Automotive Radar. J. of the Russian Universities. Radioelectronics. 2025, vol. 28, no. 1, pp. 35–50. (In Russ.) doi: 10.32603/1993-8985-2025-28-1-35-50
8. Artyukhin I. V. High-resolution 2D-DoA Sequential Algorithm of Azimuth and Elevation Estimation in Automotive Distributed System of Coherent MIMO Radars. Russian Technological J. 2024, vol. 12, no. 3, pp. 65–77. (In Russ.) doi: 10.32362/2500-316X-2024-12-3-65-77
9. Greitans K. M. A study on Automated Railway Level Crossing Control System Using FMCW Radar for Accident Prevention. Intern. Conf. on Appl. Electronics, Pilsen, Czech Republic, 06–07 Sept. 2023. IEEE, 2023, pp. 1–6. doi: 10.1109/AE58099.2023.10274197
10. Ryndyk A. G., Myakinkov A. V., Balashova D. M., Burov V. N., Shabalin S. A., Mikhaylov A. D. Railway Safety Radar System with Use of FSR. 21<sup>st</sup> Intern. Radar Symp., Berlin, Germany, 21–22 June 2021. IEEE, 2021, pp. 1–13. doi: 10.23919/IRS51887.2021.9466229
11. Liu B., Yan X., Li Q., Huang Sh. An Improved Method for Traffic Control Relying on Close-Loop Control Theory. 2<sup>nd</sup> Intern. Asia Conf. on Informatics in Control, Automation and Robotics, Wuhan, China, 06–07 March 2010. IEEE, 2010, pp. 48–50. doi: 10.1109/CAR.2010.5456724
12. Suchomski P. Explicit Expressions for Debiased Statistics of 3D Converted Measurements. IEEE Trans. on Aerospace and Electronic Systems. 1999, vol. 35, no. 1, pp. 368–370. doi: 10.1109/7.745708
13. Spitzmiller J. N., Adhami R. R. Tracking with Spherical-Estimate-Conditioned Debiased Converted Measurements. IEEE Radar Conf., Arlington, USA, 10–14 May 2010. IEEE, 2010, pp. 134–139. doi: 10.1109/RADAR.2010.5494637
14. Bordonaro S. V., Luginbuhl T. E., Walsh M. J. A Generalized Converted Measurement Kalman Filter. NUWC-NPT Techn. Rep. 2023, vol. 12, p. 472. doi: 10.48550/arXiv.2502.08375
15. Wang K., Li X., Wu P. Modified Unbiased Converted Measurement Kalman Filter with Outlier Detection. 42<sup>nd</sup> Chinese Control Conf., Tianjin, China, 24–26 July 2023. IEEE, 2023, pp. 3660–3665. doi: 10.23919/CCC58697.2023.10240538
16. Bordonaro S. V., Willett P., Bar-Shalom Y. Unbiased Tracking with Converted Measurements. IEEE Radar Conf., Atlanta, USA, 07–11 May 2012. IEEE, 2012, pp. 0741–0745. doi: 10.1109/RADAR.2012.6212236
17. Wang H., Huo L., Zhang J. Target Tracking Algorithm Based on Dynamic Template and Kalman Filter. IEEE 3<sup>rd</sup> Intern. Conf. on Communication Software and Networks, Xi'an, China, 27–29 May 2011. IEEE, 2011, pp. 330–333. doi: 10.1109/ICCSN.2011.6013726
18. Konovalov A. A. *Osnovy traektornoj obrabotki radiolokatsionnoi informatsii* [Fundamentals of Trajectory Processing of Radar Information]. SPb., *Izd-vo SPbGETU "LETI"*, 2013, 164 p. (In Russ.)
19. Subramaniam M., Tharmarasa R., McDonald M., Kirubarajan T. Passive Tracking with Sensors of Opportunity Using Passive Coherent Location. Proc. SPIE

6969, Signal and Data Processing of Small Targets. Orlando, Florida, 16 April 2008, vol. 6969, p. 69691F.  
doi: 10.1117/12.779598

20. Mallick M., Xiaoqing T., Liu J. Evaluation of Measurement Converted KF, EKF, UKF, CKF, and PF in GMTI Filtering. 10<sup>th</sup> Intern. Conf. on Control, Automation and Information Sciences, Xi'an, China, 14–17 Oct. 2021. IEEE, 2021, pp. 21–27.  
doi: 10.1109/ICCAIS52680.2021.9624559

21. Palais B., Palais R., Rodi S. A Disorienting Look at Euler's Theorem on the Axis of a Rotation. The American Mathematical Monthly. 2009, vol. 116, no. 10, pp. 892–909.

doi: 10.4169/000298909X477014

22. Draper N. R., Smith H. Applied Regression Analysis. John Wiley & Sons, Inc, 1998, 736 p.  
doi: 10.1002/9781118625590

23. Burov V. N., Myakinkov A. V. Targets Tracking Algorithm Which Are Maneuvering Along Curvilinear Trajectories in Forward-Scattering Radar. J. of the Russian Universities. Radioelectronics. 2011, no. 6, pp. 88–94.

24. Burov V. N. Multi-Model Trajectory Tracking of Targets in a Bistatic Lumen Radar System. Design and Technology of Electronic Devices. 2012, no. 2, pp. 2–4. (In Russ.)

### Information about the authors

**Vladimir N. Burov**, Cand. Sci. (Eng.) (2015), Senior Researcher of the Digital Technology Center of Nizhny Novgorod State Technical University n. a. R. E. Alekseev. The author of 20 scientific publications. Area of expertise: target tracking; Kalman filtering, estimation theory.

Address: Nizhny Novgorod State Technical University n. a. R. E. Alekseev, 24, Minin St., Nizhny Novgorod 603155, Russia  
E-mail: burov@nntu.ru

<https://orcid.org/0000-0003-4029-7745>

**Alexandr V. Myakinkov**, Dr Sci. (Eng.) (2013), Associate Professor (2010), Professor (2025), Director of the Institute of Radio Electronics and Information Technology of Nizhny Novgorod State Technical University n. a. R. E. Alekseev. The author of 125 scientific publications. Area of expertise: radiolocation; digital signal processing; array antennas.

Address: Nizhny Novgorod State Technical University n. a. R. E. Alekseev, 24, Minin St., Nizhny Novgorod 603155, Russia  
E-mail: redvillage@mail.ru

<https://orcid.org/0000-0001-6952-4134>

**Roman S. Fadeev**, Cand. Sci. (Eng.) (2017), Associate Professor (2024), Associate Professor of the Department of Information Radio Systems of Nizhny Novgorod State Technical University n. a. R. E. Alekseev. The author of 20 scientific publications. Area of expertise: data transmission; MIMO antennas; signal processing.

Address: Nizhny Novgorod State Technical University n. a. R. E. Alekseev, 24, Minin St., Nizhny Novgorod 603155, Russia  
E-mail: fr\_201190@mail.ru

<https://orcid.org/0000-0001-8877-6724>

**Stanislav E. Kuznetsov**, Master in Radio Engineering (2003, Nizhny Novgorod State Technical University n. a. R. E. Alekseev), Senior Lecturer of the Department of Information Radio Systems of Nizhny Novgorod State Technical University n. a. R. E. Alekseev. The author of 20 scientific publications. Area of expertise: digital signal processing; synchronization of data transmission systems; distributed radar systems.

Address: Nizhny Novgorod State Technical University n. a. R. E. Alekseev, 24, Minin St., Nizhny Novgorod 603155, Russia  
E-mail: s\_kuznetsov@nntu.ru

<https://orcid.org/0000-0003-2862-036X>