

## Методы подавления помех при приеме сигналов глобальных навигационных спутниковых систем с использованием вейвлет-преобразования и пространственной обработки сигналов

К. Ю. Коломенский

Национальный исследовательский центр телекоммуникаций им. М. И. Кривошеева,  
филиал в Санкт-Петербурге, Санкт-Петербург, Россия

✉ [kkolomenskii@stc-spb.ru](mailto:kkolomenskii@stc-spb.ru)

### Аннотация

**Введение.** В статье на основе анализа многочисленных литературных источников представлены результаты обзора методов подавления помех при приеме сигналов глобальных навигационных спутниковых систем (ГНСС) на базе вейвлет-преобразования и обработки сигналов в пространственной и пространственно-временной областях. В предыдущей статье автора по данной тематике был предложен вариант классификации методов подавления помех при приеме сигналов ГНСС, а также приведен обзор методов подавления помех ГНСС на основе обработки сигналов во временной, частотной и частотно-временной областях.

**Цель работы.** Представить результаты аналитического обзора методов подавления помех ГНСС на основе вейвлет-преобразования и пространственной обработки сигналов.

**Материалы и методы.** Исследования и анализ рассматриваемых методов выполнены на основе материалов литературных источников 2000–2024 гг., которые отбирались в соответствии со следующими критериями: во-первых, применение методов подавления именно к помехам ГНСС, во-вторых, теоретическое обоснование и экспериментальное подтверждение эффективности предлагаемых методов. В статье рассмотрены методы на основе применения вейвлет-преобразования, алгоритмов пеленгации источников радиоизлучения, в том числе методов со сверхразрешением (методы Кейпона, MUSIC, ESPRIT), а также методов с использованием пространственно-временного адаптивного процессора (Space-Time Adaptive Processor – STAP).

**Результаты.** Представлен обзор и основные результаты сравнительного анализа методов и алгоритмов борьбы с помехами при приеме сигналов ГНСС с использованием вейвлет-преобразования, а также на основе пространственной и пространственно-временной обработки сигналов.

**Заключение.** Проведенный обзор и сравнительный анализ наиболее распространенных и эффективных методов борьбы с помехами ГНСС призваны помочь исследователям и разработчикам сократить время на изучение множества подходов к решению данной проблемы, предложенных на сегодняшний день в литературе. Наиболее эффективным методом подавления помех ГНСС является использование многоэлементных адаптивных антенных решеток. Такие антенные системы, особенно в варианте с пространственно-временной обработкой сигналов, являются мощным инструментом для потребителей, заинтересованных в высокой помехоустойчивости приема сигналов ГНСС и готовых к значительным затратам для ее обеспечения.

**Ключевые слова:** глобальные навигационные спутниковые системы (ГНСС), подавление помех ГНСС, вейвлет-преобразование (Wavelet Transform), алгоритмы пеленгации со сверхразрешением (методы Кейпона, MUSIC, ESPRIT), пространственная и пространственно-временная обработка сигналов

**Для цитирования:** Коломенский К. Ю. Методы подавления помех при приеме сигналов глобальных навигационных спутниковых систем с использованием вейвлет-преобразования и пространственной обработки сигналов // Изв. вузов России. Радиоэлектроника. 2025. Т. 28, № 6. С. 6–23.

doi: 10.32603/1993-8985-2025-28-6-6-23

---

**Конфликт интересов.** Автор заявляет об отсутствии конфликта интересов.

Статья поступила в редакцию 06.06.2025; принята к публикации после рецензирования 04.07.2025; опубликована онлайн 29.12.2025

---



## Methods for GNSS Interference Mitigation Using Wavelet Transform and Spatial Signal Processing

Konstantin Yu. Kolomensky

The M. I. Krivosheev National Research Centre for Telecommunication,  
St Petersburg Branch, St Petersburg, Russia

✉ kkolomenskii@stc-spb.ru

### Abstract

**Introduction.** An analytical review of literature sources reporting various methods for GNSS interference mitigation using wavelet transform and signal processing in spatial and space–time domains is conducted. In his previous publication, the author proposed an approach to classifying GNSS interference mitigation methods and carried out a review of methods based on signal processing in the time, frequency, and time–frequency domains.

**Aim.** To carry out an analytical review of the basic principles and approaches for GNSS interference mitigation based on wavelet transform and spatial signal processing.

**Materials and methods.** The analysis involved literature sources published during the period from 2000 to 2024, selected in accordance with the following criteria: application of mitigation methods specifically to GNSS interference and papers containing theoretical justification and experimental confirmation of the effectiveness of the proposed methods. The author discusses methods that employ wavelet transform, super-resolution direction finding algorithms (Capon methods, MUSIC, ESPRIT), as well as methods using a Space-Time Adaptive Processor (STAP).

**Results.** The results of the conducted comparative review of methods and algorithms for mitigating interference in the reception of GNSS signals based on wavelet transform and signal processing in spatial and space–time domains are presented.

**Conclusion.** The conducted review and comparative analysis of the most common and effective methods of GNSS interference mitigation are useful for researchers and developers in terms of optimizing their literature search for the most recent achievements in the field. The use of multi-element adaptive antenna arrays is the most effective method for suppressing GNSS interference. Such antenna systems, particularly coupled with Space-Time Adaptive Processor, are a powerful tool for those consumers interested in high noise immunity of receiving GNSS signals and ready to bear the respective costs.

**Keywords:** global navigation satellite systems (GNSS), GNSS interference mitigation, wavelet transform, super-resolution direction finding algorithms (Capon methods, MUSIC, ESPRIT), signal processing in spatial and space-time domains

**For citation:** Kolomensky K.Yu. Methods for GNSS Interference Mitigation Using Wavelet Transform and Spatial Signal Processing. Journal of the Russian Universities. Radioelectronics. 2025, vol. 28, no. 6, pp. 6–23. doi: 10.32603/1993-8985-2025-28-6-6-23

**Conflict of interest.** The author declares no conflicts of interest.

Submitted 06.06.2025; accepted 04.07.2025; published online 29.12.2025

**Введение.** Методы борьбы с помехами при приеме сигналов глобальных навигационных спутниковых систем (ГНСС) привлекают внимание огромного количества исследователей и разработчиков на протяжении нескольких последних десятилетий. Это объясняется широчайшим распространением технологий определения местоположения и синхронизации объектов самого различного назначения с помощью ГНСС практически во всех странах мира применительно как к массовому гражданскому

сектору, так и к специализированным системам корпоративного и военного назначения.

Для того чтобы проанализировать предложенные за это время подходы к борьбе с помехами ГНСС, разработчикам систем и приложений, использующих данные навигационных спутниковых систем для определения местоположения или синхронизации различных объектов, приходится тратить значительные усилия и время. Представленный обзор и сравнительный анализ наиболее эффективных методов борьбы

с помехами ГНСС призван помочь исследователям и разработчикам на начальном этапе сориентироваться в рассматриваемой области и сократить время на изучение всех вариантов методов подавления помех ГНСС, предложенных на сегодняшний день в литературе.

В статье [1] автором был предложен вариант классификации методов подавления помех при приеме сигналов ГНСС, а также представлены результаты аналитического обзора методов на основе обработки сигналов во временной, частотной и частотно-временной областях. В настоящей статье на основе предложенной классификации проведен обзор и сравнительный анализ наиболее распространенных и эффективных методов борьбы с помехами ГНСС, использующих вейвлет-преобразование, а также обработку сигналов в пространственной и пространственно-временной областях.

**Методы подавления помех ГНСС на основе вейвлет-преобразования.** Вейвлет-преобразование (Wavelet Transform) можно отнести к методам, обеспечивающим представление принимаемого сигнала в частотно-временной области (Time-Frequency Domain – TFD), но с одной оговоркой: ось частот в данном случае заменяется на ось масштаба (scale), который обратно пропорционален частоте, а ось времени – на ось временных сдвигов (translation) [2–7].

Вейвлет-анализ успешно используется во многих областях науки и техники, особенно в обработке сигналов, численном анализе и математическом моделировании. Свойство множественного разрешения, позволяющее вейвлетам извлекать информацию в различных масштабах, делает их мощным инструментом для анализа и обработки данных. Основное преимущество алгоритмов, основанных на вейвлетах, перед обычными преобразованиями сигналов в частотно-временную область заключается в том, что базовые функции не являются фиксированными и их можно адаптировать к частотно-временной структуре мешающего сигнала. Поэтому вейвлет-анализ хорошо подходит для преобразования сигналов на входе приемников ГНСС с целью идентификации и подавления помех различных типов.

Непрерывное вейвлет-преобразование (Continuous Wavelet Transform – CWT) определяется следующим образом [2–7]:

$$\text{CWT}(\tau, s) = \int_{-\infty}^{\infty} x(t) \psi_{\tau, s}^*(t) dt,$$

где  $x(t)$  – входной сигнал;  $\psi_{\tau, s}$  – функция преобразования, называемая вейвлетом, с параметрами масштаба  $s$  и временного сдвига  $\tau$ ; \* – символ комплексного сопряжения.

Величина CWT показывает, насколько близок сигнал к вейвлет-функции данного сдвига и масштаба. Набор вейвлет-функций получают путем масштабирования и сдвига так называемого материнского вейвлета  $\psi(t)$  [2–7]:

$$\psi(t) = \frac{1}{\sqrt{s}} \psi\left(\frac{t-\tau}{s}\right).$$

В литературе предлагается целый ряд материнских вейвлетов. В качестве примеров уместно привести два наиболее употребительных. Материнский вейвлет "мексиканская шляпа" определяется как вторая производная от функции Гаусса и равен [7]

$$\psi(t) = \frac{1}{\sqrt{2\pi} \cdot \sigma^3} \left[ e^{\frac{-t^2}{2\sigma^2}} \left( \frac{t^2}{\sigma^2} - 1 \right) \right],$$

где  $\sigma$  – параметр масштаба. Материнский вейвлет Морле определяется как [7]

$$w(t) = e^{-iat} e^{\frac{-t^2}{2\sigma}},$$

где  $a$  – частота модуляции.

Вейвлет-преобразование имеет лучшие показатели качества по сравнению с кратковременным преобразованием Фурье (Short-Time Fourier Transform – STFT) благодаря тому, что оно позволяет анализировать сигнал одновременно для разных масштабов и автоматически "подстраиваться" под характер изменения сигнала. Такой подход называется кратно-масштабным анализом (КМА). Он обеспечивает хорошее разрешение по времени на высоких частотах и хорошее разрешение по частоте на низких частотах. КМА особенно эффективен, когда сигнал имеет высокочастотные компоненты короткой длительности (например, ВЧ-импульсы) и протяженные низкочастотные компоненты (например, огибающие ВЧ-сигналов). Такие сигналы часто встречаются на практике.

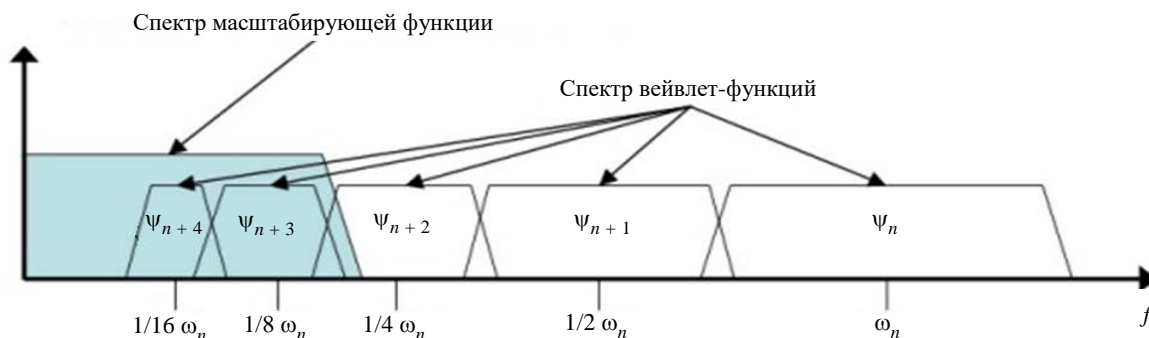


Рис. 1. Спектральное представление вейвлетов и масштабирующей функции [2, 5]

Fig. 1. Spectrum of wavelets and scaling function [2, 5]

Сжатие во времени соответствует растяжению в частотной области вместе со сдвигом в сторону более высоких частот. Это может быть использовано для построения серии вейвлетов, спектры которых охватывают весь частотный диапазон входного сигнала кроме небольшого участка частотной оси вблизи нулевой частоты. Чтобы охватить весь диапазон частот вплоть до нуля, используются масштабирующие функции, которые можно интерпретировать как фильтры нижних частот (рис. 1).

CWT является избыточным преобразованием и поэтому редко применяется на практике. Существует дискретная версия вейвлет-преобразования (Discrete Wavelet Transform – DWT), существенно сокращающая объем необходимых вычислений.

В этом случае дискретная функция преобразования (дискретный вейвлет) принимает вид [2–5]

$$\psi_{j,k}(t) = s_0^{-j/2} \psi(s_0^{-j}t - k\tau_0),$$

где  $k$  и  $j$  – целые числа;  $s_0$  – основание для изменения масштаба (например, 2);  $\tau_0$  – шаг по временному сдвигу (например, 1).

На первом этапе применения DWT осуществляют дискретизацию параметра масштаба  $s$  на логарифмической шкале. На втором этапе дискретизируется временной параметр таким образом, чтобы на каждом уровне масштаба использовалась своя частота дискретизации. Если выбрать  $s = 2$ ,  $\tau = 1$ , то параметры DWT будут лежать на диадической сетке, что минимизирует число необходимых операций, так как на каждом следующем шаге увеличения масштаба  $s = s_0^j$ ,  $j = 1, 2, 3, \dots$  (соответственно, уменьшения частоты) число отсчетов по временному параметру  $\tau$  будет снижаться в два раза. Это становится возможным благодаря уменьшению частоты анализируемого сигнала также в два раза.

Рост популярности применения DWT обеспечил также тот факт, что его реализация возможна с помощью банка фильтров. Такой банк состоит из фильтров, которые разделяют сигнал на полосы частот. Пример двухканального блока фильтров показан на рис. 2.

Дискретный сигнал  $x(k)$  поступает в блок анализа и фильтруется полуполосными фильтрами нижних и верхних частот,  $L(z)$  и  $H(z)$  со-

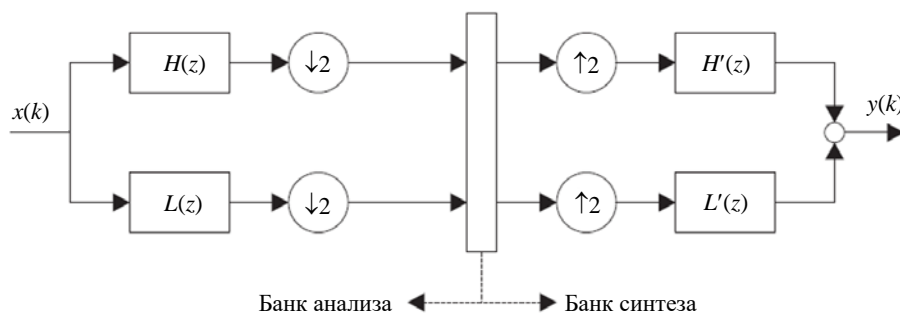


Рис. 2. Двухканальный банк фильтров [6]

Fig. 2. Two channel filter bank [6]

ответственно, которые разделяют спектр входного сигнала на полосы частот одинаковой ширины. Выходные сигналы каждого из фильтров содержат половину частотного спектра, следовательно, число отсчетов может быть сокращено в два раза без потери информации о сигнале. Поэтому к выходным данным фильтров  $L(z)$  и  $H(z)$  применяется процедура децимации, выполняемая путем исключения каждого второго отсчета. Восстановление исходного сигнала во временной области возможно с помощью фильтров синтеза  $L'(z)$  и  $H'(z)$  и увеличения числа отсчетов за счет интерполяции, которая обычно выполняется путем добавления нулевых значений между всеми имеющимися отсчетами. Фильтры синтеза  $L'(z)$  и  $H'(z)$  имеют зеркальные импульсные характеристики относительно фильтров  $L(z)$  и  $H(z)$ , т. е. имеют обратный порядок следования коэффициентов. Такой метод с применением банка фильтров называется субполосным кодированием [6].

На рис. 3 приведен пример трехуровневого субполосного кодирования.

Набор фильтров может быть расширен до произвольного уровня в зависимости от желаемого разрешения. Выходы фильтров верхних частот  $H(z)$  представляют собой коэффициенты DWT, а выходы фильтров нижних частот  $L(z)$

снова подаются на пару полуполосных фильтров и блоки децимации на следующем уровне. Сочетание фильтра  $H(z)$  на предыдущем уровне и фильтра  $L(z)$  на следующем уровне фактически выполняет функцию полосового фильтра, через который проходят только частотные составляющие входного сигнала, попадающие в данную полосу пропускания. Полоса пропускания на каждом уровне становится в два раза уже, а число отсчетов в два раза меньше. Число уровней выбирается в зависимости от требуемого разрешения с учетом имеющихся вычислительных ресурсов и размера выборки.

В качестве примера применения метода подавления помех ГНСС с использованием вейвлет-преобразования приведем результаты моделирования алгоритма, предложенного в [4]. При моделировании был использован сигнал ГНСС с несущей частотой 4.092 МГц. Частота дискретизации была выбрана равной 16.368 МГц. В качестве модели помехового воздействия использовался нестационарный сигнал с линейной частотной модуляцией (ЛЧМ) с начальной несущей частотой 4.072 МГц, частотой модуляции 40 МГц/с и полосой 40 кГц, что составляло примерно 2 % от полосы частот сигнала ГНСС. Для вейвлет-преобразования было применено семейство вейвлетов Добеши [4, 6]. Структур-

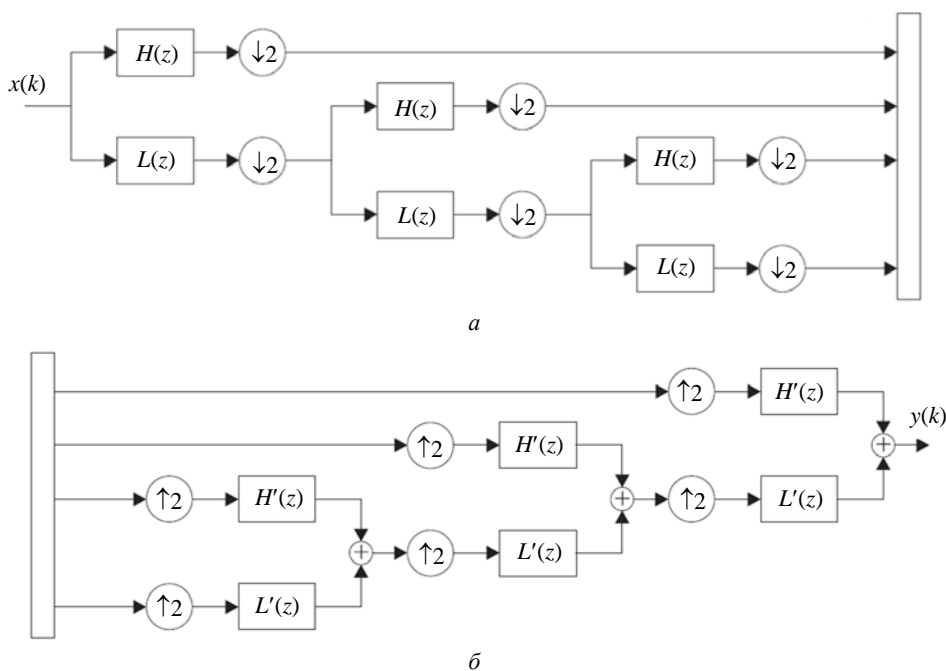


Рис. 3. Пример трехуровневого субполосного кодирования: *a* – блок анализа; *б* – блок синтеза [6]

Fig. 3. Three level filter bank: *a* – analysis bank; *б* – synthesis bank [6]



Рис. 4. Структурная схема предложенного алгоритма подавления помех ГНСС [4]

Fig. 4. Proposed interference mitigation algorithm based on wavelet packet decomposition [4]

ная схема предложенного алгоритма подавления помех ГНСС приведена на рис. 4.

С целью качественной оценки эффективности предложенного алгоритма на рис. 5 представлен спектр сигнала ГНСС до и после применения алгоритма подавления помех. Анализ рисунка показывает, что влияние помехи практически полностью устраняется при использовании предложенного алгоритма.

С целью численной оценки эффективности данного алгоритма на базе вейвлет-преобразования в данной статье предложено использовать метрику [5]

$$\alpha_{\text{mean}} = 10 \log_{10} \left( R_p / M_c \right)^2,$$

где  $R_p$  – максимальный уровень сигнала на

выходе коррелятора;  $M_c$  – средний уровень сигналов на выходе коррелятора во всем пространстве поиска.

В табл. 1 приведены результаты оценки метрики  $\alpha_{\text{mean}}$  для случаев без подавления помех и при использовании предложенного алгоритма на базе вейвлет-преобразования при отношении

Табл. 1. Оценка эффективности предложенного алгоритма на базе вейвлет-преобразования [4]

Tab. 1. Performance estimation of the proposed algorithm using wavelet transform [4]

$\alpha_{\text{mean}}$ , дБ	
Без подавления помех	При использовании предложенного алгоритма
8.7586	24.0930
Захвата сигнала нет	Захват сигнала есть

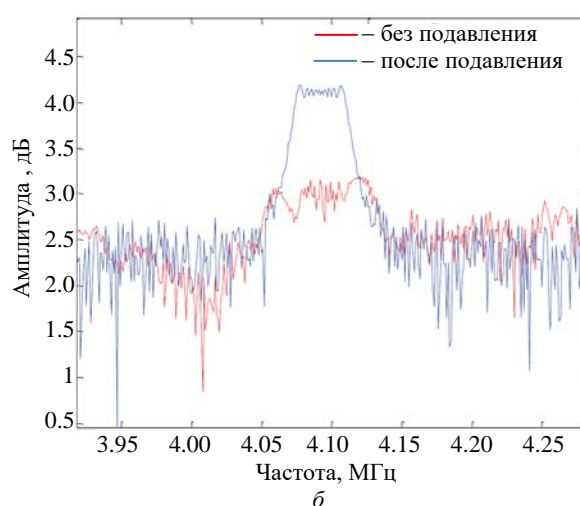
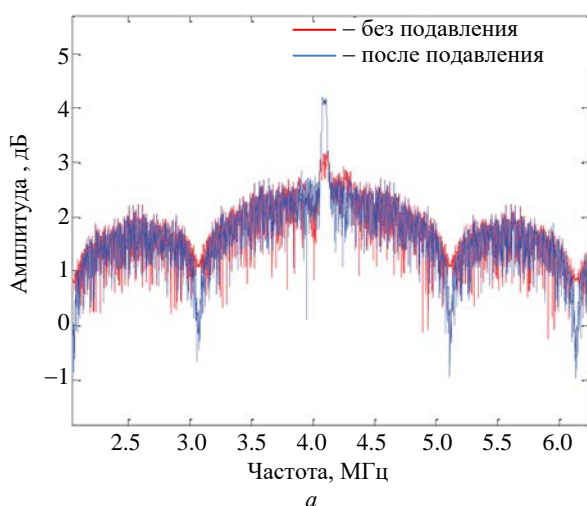


Рис. 5. Спектр сигнала ГНСС до и после применения метода подавления помехи на основе вейвлет-преобразования [4]:  
 а – полный спектр; б – центральный участок спектра в увеличенном масштабе

Fig. 5. Comparison of the GPS signal spectrum before and after interference mitigation:  
 а – complete spectrum; б – partial zooming of the spectrum [4]

уровней помехи и сигнала 46 дБ. Сравнение результатов подтверждает эффективность предложенного алгоритма подавления помех ГНСС.

**Методы подавления помех ГНСС, использующие анализ сигналов в пространственной области.** Методы обнаружения и подавления помех ГНСС, основанные на пространственной обработке сигналов, позволяют бороться с помехами различных типов, в первую очередь с наиболее опасным и трудно обнаруживаемым видом помех – спуфингом. Поскольку имитационные помехи, как правило, излучаются одной антенной и, соответственно, в отличие от сигналов реальных навигационных спутников приходят с одного и того же направления, это обстоятельство используется не только для их обнаружения, но и для последующего подавления. Использование злоумышленниками нескольких разнесенных антенн для передачи сигналов ГНСС, синхронизированных с реальными навигационными сигналами, в целях имитации пеленгационного рельефа аутентичных спутников ГНСС крайне маловероятно [8]. Поэтому методы обнаружения и подавления спуфинга, основанные на пространственной обработке, являются наиболее надежными в классе методов, не использующих криптографию и не требующих смены форматов сигналов ГНСС или дополнительной информации от внешних систем, таких как, например, инерциальные навигационные модули [8–10].

Различные подходы к разработке и реализации методов подавления помех при приеме сигналов ГНСС с использованием пространственной обработки сигналов широко освещены в [8–28]. Огромное разнообразие этих методов, а также использование их в различных комбинациях не позволяет провести сколько-нибудь полный анализ в пределах одной статьи. Поэтому далее приводится краткий обзор таких методов с соответствующими ссылками на литературу.

*Метод двойных разностей* является одним из наиболее простых и легко реализуемых методов обнаружения спуфинга, использующих пространственную обработку сигналов с помощью двух или нескольких приемников ГНСС [11–13]. Обнаружение спуфинга с помощью этого метода осуществляется на основе анализа результатов измерений дальности до

навигационных спутников, которые доступны на выходе некоторых стандартных приемников ГНСС и называются Carrier Phase Measurements (CPM) [11–13]. Этот способ измерения дальности дает оценки на три порядка более точные, чем измерения псевдодальности по кодовым задержкам, и на основе сравнения разностей измерений CPM в двух разных точках позволяет достаточно точно оценить направление прихода сигнала (НПС) [12]. После сравнения НПС для всех принимаемых источников радиоизлучения (ИРИ) можно отбросить те сигналы, которые приходят с одного направления, поскольку они, вероятнее всего, относятся к помехам, излучаемым злоумышленником. Дополнительным признаком спуфинга является малое изменение НПС на протяжении некоторого периода в отличие от НПС аутентичных сигналов, изменяющихся вследствие заметного перемещения реальных навигационных спутников в зоне видимости приемника ГНСС. Применение метода двойных разностей не накладывает никаких ограничений на геометрию системы [11; 12], необходимо только знание расстояния между приемниками.

Традиционные методы, основанные на вычислении двойных разностей CPM, в основном реализуются с помощью двух антенн. С целью исключения некоторой "мертвой" зоны неопределенности вдоль линии, соединяющей антенны, в [13] представлены результаты численного моделирования метода двойных разностей для системы из трех антенн и с использованием дополнительных данных от инерциальной навигационной системы. Одним из результатов этого моделирования является анализ влияния расстояния между антеннами (базы) на вероятность обнаружения помех ГНСС. На рис. 6 показана рабочая характеристика приемника (Receiver Operating Characteristic – ROC) (в данном случае зависимость вероятности обнаружения помехи от значений вероятности ложной тревоги) при разных значениях базы  $b$ , выраженной в единицах длины волны принимаемого излучения  $\gamma$ .

Из рис. 6 видно, что вероятность обнаружения помехи сильно зависит от расстояния между приемными антеннами ГНСС. При разnose антенн  $5\gamma$  (для частот основных диапазонов GPS и

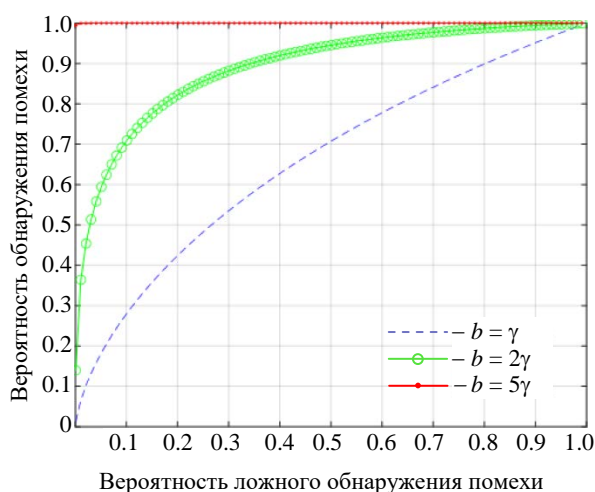


Рис. 6. Рабочая характеристика приемника при различных значениях базы (расстояния между антеннами) [13]

Fig. 6. Carrier phase double difference spoofing detection ROC with different baseline length [13]

ГЛОНАСС это составляет около 1 м) ложные сигналы могут быть эффективно обнаружены с вероятностью 0.993 [13].

Методы с использованием адаптивных антенных решеток. В большинстве типовых приемников ГНСС используется простая одноэлементная антенна с фиксированной диаграммой направленности (ДН). Такая антенна может обладать некоторой способностью подавлять помехи, если ее ДН спроектирована так, чтобы иметь низкий коэффициент усиления в какой-то части зоны покрытия (например, при малых углах места). В то же время использование многоэлементных антенн, способных формировать сложную ДН в зависимости от условий приема сигнала, позволяет значительно эффективнее подавлять помехи с помощью пространственной обработки сигналов на основе адаптивных антенных решеток (ААР) [14–28].

ААР получается из схемы обычной фазированной антенной решетки путем замены фазовращателей в канале каждого антенного элемента на модули, регулирующие весовые коэффициенты, в общем случае комплексные, т. е. изменяющие суммируемые сигналы как по амплитуде, так и по фазе. Сигнал на выходе ААР может быть представлен в виде [14]

$$y = \sum_{i=1}^N w_i^* x_i = \mathbf{W}^H \mathbf{X},$$

где  $\mathbf{W} = (w_1^*, \dots, w_N^*)^H$  – вектор комплексных весовых коэффициентов;  $\mathbf{X} = (x_1, \dots, x_N)^T$  – вектор сигналов (комплексных огибающих), получаемых с выходов  $N$  элементов ААР; символы  $(\cdot)^*$ ,  $(\cdot)^T$  и  $(\cdot)^H$  обозначают, соответственно, операции комплексного сопряжения, транспонирования и эрмитова сопряжения (транспонирования и комплексного сопряжения одновременно).

Поскольку на входе приемника ГНСС мощность широкополосных сигналов реальных спутников ГНСС, как правило, ниже уровня теплового шума, то все излучения, заметно превышающие этот уровень, следует считать помехами, которые можно подавить с помощью методов пространственной обработки сигналов. Для этого, как правило, используется ААР, состоящая из  $N$  антенных элементов, каждый из которых подключен к отдельному каналу приема и обработки принятых сигналов.

Для подавления помех обычно используются два типа алгоритмов [15, 16]. Основная идея алгоритмов первого типа заключается в выборе весовых коэффициентов ААР таким образом, чтобы сформировать ДН с глубокими нулями в направлениях на источники помех (так называемые nulling antennas) [15–18] (рис. 7). При этом помехами считаются все принимаемые радиоизлучения, превышающие порог, устанавливаемый немного выше уровня теплового шума.

В результате на выходе ААР формируется сигнал, в котором отсутствуют (или в значи-

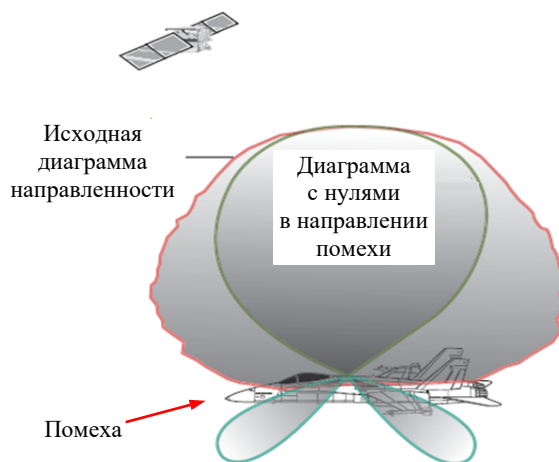


Рис. 7. Использование ААР для борьбы с помехами ГНСС [15]

Fig. 7. Antenna-based approaches to interference control [15]

тельной мере подавляются) помехи, заметно превышающие по мощности уровень собственных шумов приемника. При числе помех, не превышающем количества элементов ААР, чтобы получить на выходе блока подавления помех сигнальный вектор  $\mathbf{Y} = (y_1, \dots, y_N)^T$ , не содержащий мешающих сигналов, вычисляется произведение матрицы, обратной корреляционной матрице  $R_{xx} = E[\mathbf{X}\mathbf{X}^H]$  ( $E[\cdot]$  – оператор статистического усреднения), на вектор  $\mathbf{X}$  [14]:

$$\mathbf{Y} = R_{xx}^{-1}\mathbf{X}.$$

Основная вычислительная нагрузка при использовании этого алгоритма приходится на обращение корреляционной матрицы  $R_{xx}$ .

Алгоритмы второго типа основаны на пеленгации ИРИ и построении пространственного спектра принимаемых сигналов [14, 16, 19–28]. Пространственный спектр формируется с помощью методов определения направлений на ИРИ (Direction of Arrival – DOA), которые можно разделить на три вида:

- амплитудная пеленгация;
- фазовая пеленгация;
- пеленгация на основе методов со сверхразрешением.

Типовые системы *амплитудной пеленгации* включают систему Адкока и систему Уотсона–Уатта [19]. Методы *фазовой пеленгации* основаны на интерферометрах, позволяющих оценить НПС по разности моментов времени достижения разнесенных в пространстве антенн. Фазовый интерферометр оценивает НПС на основе разности фаз сигналов, принимаемых этими антеннами [20], а корреляционный интерферометр основан на вычислении корреляционной функции этих сигналов [21].

*Методы пеленгации со сверхразрешением* позволяют различить пеленги ИРИ при угловом разносе источников, меньшем рэлеевского предела разрешения при обычном методе сканирования пространства лучом с узкой ДН. Среди множества предлагаемых в литературе вариантов алгоритмов пеленгации со сверхразрешением можно выделить пять основных групп:

- 1) алгоритмы линейного предсказания [14];
- 2) методы на базе алгоритма Кейпона [22, 23];

3) проекционные алгоритмы (или алгоритмы на основе подпространств – subspace algorithms) [14, 24–28];

4) алгоритмы типа ESPRIT [27, 28];

5) алгоритмы, основанные на подборе параметрических моделей сигналов [14].

Среди *алгоритмов линейного предсказания* наибольшее распространение получил метод максимума энтропии (ММЭ) [14].

Среди *методов на базе алгоритма Кейпона* прежде всего следует упомянуть собственно метод Кейпона, который был первоначально разработан для разделения спектральных компонент дискретного спектра [22, 23]. Он применим к решеткам любой конфигурации и дает достаточно низкий уровень боковых лепестков пеленгационного рельефа. К этой же группе относятся методы "теплового шума" и метод Боржотти–Лагунаса [14, 22].

*Проекционные алгоритмы* основаны на разложении корреляционной матрицы  $R_{xx}$  по собственным векторам (Eigen Value Decomposition – EVD) [14, 24–26]. При этом подходе матрица  $R_{xx}$  представляется в следующем виде [14]:

$$R_{xx} = U\Lambda U^H,$$

где  $U = (\mathbf{V}_1, \dots, \mathbf{V}_N)$  – матрица, состоящая из собственных векторов  $\mathbf{V}_i$  матрицы  $R_{xx}$ , а  $\Lambda = \text{diag}\{\lambda_1, \dots, \lambda_N\}$  – диагональная матрица, на главной диагонали которой находятся собственные значения  $\lambda_i$  матрицы  $R_{xx}$ .

При отсутствии корреляции сигналов и шумов корреляционная матрица определяется как [14]

$$R_{xx} = Ar_s A^H + \sigma^2 I, \quad (1)$$

где матрица  $A = (a_1, \dots, a_M)$  размера  $N \times M$  состоит из векторов  $\mathbf{a}_m = (e^{-j\Delta\psi_{1m}}, \dots, e^{-j\Delta\psi_{Nm}})^T$  фазовых распределений в раскрыве антенной решетки с  $N$  элементами для каждого из  $M$  мешающих сигналов ( $\Delta\psi_{im}$  – фазовый набег сигнала с номером  $m$  на  $i$ -м антенном элементе);  $r_s$  – корреляционная матрица ИРИ размера  $M \times M$ ;  $\sigma^2$  – дисперсия теплового шума;  $I$  – единичная матрица.

Поскольку из определения собственных векторов следует, что  $(R_{xx} - \lambda_i) \mathbf{V}_i = 0$ , то после подстановки выражения (1) получаем

$$\begin{aligned} & (Ar_s A^H + \sigma^2 I - \lambda_i I) \mathbf{V}_i = \\ & = [R_s - (\lambda_i - \sigma^2) I] \mathbf{V}_i = 0, \end{aligned} \quad (2)$$

где  $R_s$  – корреляционная матрица входных сигналов при отсутствии шума размера  $N \times N$ , а  $(\lambda_i - \sigma^2) = \lambda_s$  – ее собственные значения.

Если число мешающих сигналов  $M$  меньше количества антенных элементов, то матрица  $R_s$  имеет ранг  $M$  и, следовательно,  $N - M$  ее собственных значений равны нулю. Тогда собственные значения  $\lambda_i$  матрицы  $R_{xx}$  при  $i = M + 1, \dots, N$  равны дисперсии теплового шума  $\sigma^2$  и из (2) следует, что

$$Ar_s A^H \mathbf{V}_i = 0 \quad (i = M + 1, \dots, N). \quad (3)$$

Поскольку  $A$  – матрица полного ранга и матрица  $r_s$  – невырожденная, то из (3) следует, что  $A^H \mathbf{V}_i = 0$ . Это означает, что при  $i > M$  "шумовые" собственные векторы  $\mathbf{V}_i$  ортогональны векторам  $\{\mathbf{a}_1, \dots, \mathbf{a}_M\}$ , а их собственные числа равны  $\sigma^2$ . Соответственно, при  $i = 1, \dots, M$  "сигнальные" собственные векторы  $\mathbf{V}_i$  коллинеарны векторам  $\{\mathbf{a}_1, \dots, \mathbf{a}_M\}$ , а их собственные числа равны  $\lambda_{s1} + \sigma^2, \dots, \lambda_{sM} + \sigma^2$ . Следовательно, собственные векторы  $\mathbf{V}_i$  матрицы  $R_{xx}$  лежат в одном из двух ортогональных подпространств: в подпространстве сигналов или в подпространстве шумов.

Направление на ИРИ характеризуется управляющим вектором  $\mathbf{q}(\alpha, \beta)$ , зависящим от угла азимута  $\alpha$  и угла места  $\beta$ . Если частоты сигналов от всех мешающих ИРИ равны (что имеет место в случае спуфинга), то управляющий вектор для  $m$ -го направления  $\mathbf{q}(\alpha_m, \beta_m)$  равен вектору  $\mathbf{a}_m$  фазового распределения в раскрыве антенной решетки.

Таким образом, для определения направления на мешающие ИРИ необходимо найти

управляющие векторы  $\mathbf{q}(\alpha, \beta)$ , ортогональные векторам шумового подпространства, что эквивалентно нахождению максимумов функции пространственного спектра [14]

$$P(\alpha, \beta) = [\mathbf{q}^H(\alpha, \beta) U_P U_P^H \mathbf{q}(\alpha, \beta)]^{-1},$$

где  $U_P = (\mathbf{V}_{M+1}, \dots, \mathbf{V}_N)$  – матрица собственных векторов матрицы  $R_{xx}$  при  $i = M + 1, \dots, N$ ;

$U_P U_P^H$  – матрица-проектор на шумовое подпространство (отсюда название этой группы алгоритмов – проекционные или на основе подпространств). Для того чтобы определить направления прихода сигналов ИРИ (углы  $\alpha$  и  $\beta$ ), необходимо найти положения  $M$  самых больших максимумов функции  $P(\alpha, \beta)$ .

Поиск максимумов функции пространственного спектра составляет суть алгоритма множественной классификации сигналов MUSIC (MUltiple SIgnal Classification), который является наиболее популярным среди проекционных алгоритмов пеленгации со сверхразрешением [24–28].

Алгоритм MUSIC применим к ААР любой конфигурации и в идеальных условиях (без учета амплитудно-фазовых ошибок в каналах антенной системы) превосходит алгоритм Кейпона по разрешающей способности. Этим, в основном, объясняется популярность метода MUSIC и повышенный интерес к нему со стороны многих исследователей. Основным недостатком алгоритма MUSIC является необходимость предварительной оценки размерности сигнального подпространства, т. е. числа принимаемых сигналов ИРИ [33]. Для этого, как правило, используются алгоритмы, основанные на анализе спектра корреляционной матрицы. Они предполагают перебор гипотез о числе ИРИ. Решение принимается по минимуму некоторой статистики, зависящей от собственных значений выборочной оценки корреляционной матрицы. Основные алгоритмы этого типа: AIC (Akaike's Information Criterion) и MDL (Minimum Description Length) [24].

Алгоритмы пеленгации типа ESPRIT (Estimation of Signal Parameters via Rotational Invariance Techniques) используют сигналы двух

идентичных антенных подрешеток, сдвинутых одна относительно другой [27, 28]. Методы пеленгации на базе этих алгоритмов обладают достаточно высокой потенциальной разрешающей способностью и обеспечивают высокую производительность, что обуславливает их частое применение в экспериментальных и теоретических исследованиях.

С практической точки зрения интересно сравнить эффективность применения алгоритмов MUSIC и ESPRIT при различных значениях параметров антенн и значениях отношения сигнал/шум (ОСШ). Результаты такого сравнения на базе моделирования в среде MATLAB представлены в [27].

На рис. 8 представлен пространственный спектр, полученный с помощью алгоритма MUSIC для двух однородных линейных ААР с числом элементов  $M = 5$  и  $M = 11$  при заданных углах прихода сигналов по одной координате (например, по азимуту)  $-5, 10$  и  $25^\circ$ . Расстояние между элементами ААР было выбрано равным половине длины волны принимаемого радиозлучения, ОСШ установлено на уровне 20 дБ, объем выборки  $K$  составлял 100 отсчетов.

Из рис. 8 видно, что при увеличении числа элементов ААР до 11 пространственный спектр, полученный с помощью алгоритма MUSIC, приобретает форму более узких и высоких пиков, что заметно улучшает точность определения НПС мешающих ИРИ и облегчает их дальнейшее подавление.

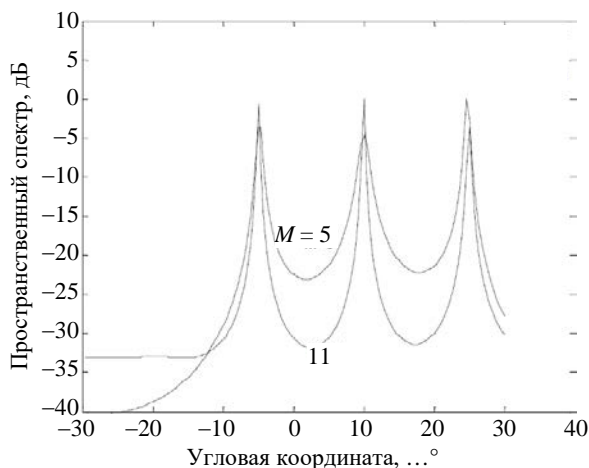


Рис. 8. Пространственный спектр, полученный с помощью алгоритма MUSIC при разных значениях числа антенных элементов [27]

Fig. 8. MUSIC spectrum for varying number of array elements [27]

Еще одним параметром, влияющим на форму пространственного спектра, является объем выборки  $K$ , используемый при вычислениях. На рис. 9 представлен пространственный спектр, полученный с помощью алгоритма MUSIC при объемах выборки  $K = 10$  и  $K = 100$ . Видно, что увеличение объема выборки приводит к более четким пикам пространственного спектра.

В табл. 2 с целью сравнения приведены оценки НПС, равного  $25^\circ$ , полученные с помощью 4-элементной ААР при использовании алгоритмов MUSIC и ESPRIT для различных значений ОСШ при  $K = 100$ . Анализ данных, приведенных в таблице, показывает, что алгоритм MUSIC обеспечивает более точное определение НПС по сравнению с алгоритмом ESPRIT. При значениях ОСШ больше 0 дБ алгоритм MUSIC, в отличие от алгоритма ESPRIT, дает практически точную оценку НПС.

В целом, результаты моделирования показывают, что алгоритм MUSIC более стабилен и

Табл. 2. Оценки НПС, полученные с помощью алгоритмов MUSIC и ESPRIT при различных значениях отношения сигнал/шум [27]

Tab. 2. DOA estimates obtained using the MUSIC and ESPRIT algorithms at different values of the signal-to-noise ratio [27]

ОСШ, дБ	Оценка НПС = $25^\circ, \dots^\circ$	
	MUSIC	ESPRIT
-19	24.00	23.47
0	24.66	26.02
9	25.00	25.67
20	25.00	25.21
21	25.00	24.99

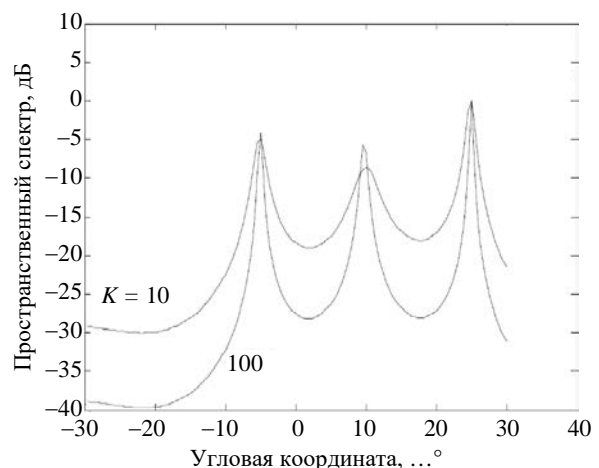


Рис. 9. Пространственный спектр, полученный с помощью алгоритма MUSIC при разных значениях объема выборки [27]

Fig. 9. MUSIC spectrum for varying number of snapshots [27]

обеспечивает более высокое разрешение по сравнению с алгоритмом ESPRIT [27]. Тем не менее разница в эффективности применения этих алгоритмов не столь велика. При наличии дополнительных аргументов в пользу использования алгоритмов типа ESPRIT они вполне могут применяться при проектировании ААР в целях обнаружения и подавления помех ГНСС.

Алгоритмы, основанные на подборе параметрических моделей сигналов, предполагают задание модели сигналов с полным набором параметров (направление, амплитуда, фаза) с последующим подбором таких значений параметров, которые наилучшим образом согласуются с результатами измерений. Алгоритмы этой группы отличаются большим разнообразием вариантов и подходов и в то же время большим объемом и сложностью вычислений в сравнении с уже рассмотренными методами пеленгации со сверхразрешением [14].

В завершение обзора методов пространственной селекции помех следует отметить, что их существенное преимущество по сравнению со многими другими алгоритмами подавления помех ГНСС состоит в том, что они могут подавлять помехи любых типов независимо от их происхождения и параметров (частота, ширина полосы, мощность, скважность и др.).

**Методы подавления помех ГНСС, использующие анализ сигналов в пространственно-временной области.** Обычные адаптивные решетки хорошо работают в условиях воздействия узкополосных помех, но могут быть недостаточно эффективными при необходимости подавления помех с более широкой полосой частот, особенно при наличии многолучевого распространения. Для повышения эффективности ААР требуется дополнительная обработка сигналов во временной области при помощи включения в антенную систему линий задержек [15, 29–31]. К задержанным сигналам применяются дополнительные весовые коэффициенты, а результаты включаются во взвешенную сумму. Такой пространственно-временной адаптивный процессор (Space-Time Adaptive Processor – STAP), способный устранять не только помехи, но и их копии, возникающие в результате многолучевого распространения, представлен на рис. 10 ( $T$  – линии

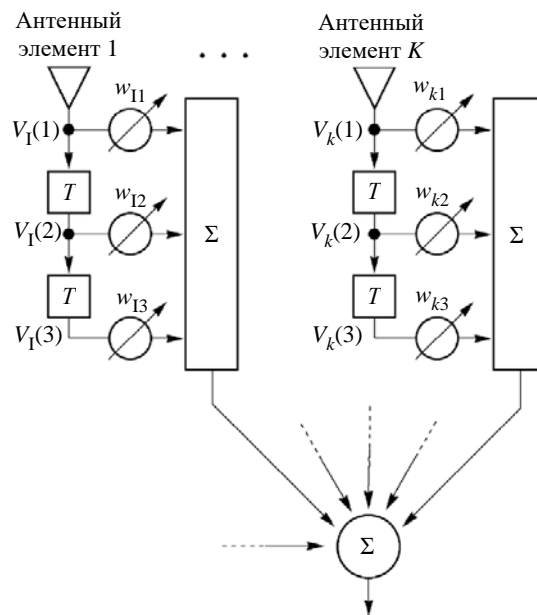


Рис. 10. Трехканальный пространственно-временной адаптивный процессор STAP с двумя линиями задержки в антенном тракте каждого элемента ААР [29]

Fig. 10. Adaptive space-time processor with three taps per antenna [29]

задержки;  $V_{ki}$  – сигнал с выхода  $k$ -го антенного элемента, задержанный на время  $(i - 1)T$ ;  $w_{ki}$  – комплексные весовые коэффициенты на соответствующих отводах).

Фактически на выходе каждого антенного элемента включается адаптивный фильтр с конечной импульсной характеристикой (КИХ-фильтр), который можно настраивать таким образом, чтобы устранять помехи и многолучевое распространение в достаточно широких диапазонах частот.

Для эффективной работы процессора STAP адаптивные весовые коэффициенты выбираются таким образом, чтобы в максимальной степени сохранить сигналы реальных спутников ГНСС и одновременно свести к минимуму все помехи. При этом используется известная информация об угловом положении каждого спутника и формате передаваемого им сигнала, чтобы настроить пространственно-временной фильтр для приема этого сигнала и подавления помех.

С помощью пространственно-временного процессора можно устранить помехи от нескольких сильных источников с учетом их многолучевого распространения без серьезных потерь или искажений сигналов от реальных спутников ГНСС. Приблизительное соотношение для коли-

чества широкополосных ( $K_{Ш}$ ) и узкополосных ( $K_{У}$ ) источников помех, которые можно нейтрализовать с помощью пространственно-временного процессора, определяется как [29]

$$PK_{Ш} + K_{У} \approx P(N - 1) - 1,$$

где  $P$  – количество линий задержек, включенных за каждым антенным элементом;  $N$  – количество антенных элементов. Приведенный результат предполагает, что широкополосные помехи занимают весь рабочий диапазон частот, а узкополосные помехи случайно распределены по этому диапазону. Количество линий задержки в каждом канале должно удовлетворять условию [29]

$$(P - 1)T > \tau_{\max},$$

где  $T$  – время задержки (см. рис. 10);  $\tau_{\max}$  – максимальная временная задержка между помеховым излучением, принятым по прямому каналу и каналу с переотражениями.

В [30] приводятся результаты моделирования в среде MATLAB приема сигналов ГНСС с помощью процессора STAP при воздействии четырех источников радиопомех. Предполагается, что два источника помех являются широкополосными с полосой пропускания 20 МГц, а два других излучают непрерывные тоновые помехи. Все четыре источника помех имеют одинаковый уровень мощности, соответствующий отношению мощности помехи к мощности шума, равному 20 дБ, и отношению мощности помехи к мощности сигнала, равному 51.9 дБ. Частоты трех помех совпадают с частотой несущей сигнала ГНСС, а одна из тоновых помех смещена по частоте на 5 МГц. Радиосигналы от всех четырех источников помех приходят с различных направлений.

На рис. 11 представлены результаты моделирования, демонстрирующие изменение во времени ОСШ при работе процессора STAP в условиях отсутствия помех и при их воздействии на приемник ГНСС. Сначала в отсутствие помехового воздействия через 2 с после начала моделирования был включен в работу процессор STAP, что привело к увеличению ОСШ на 6 дБ (рис. 11). Через 5 с после начала моделирования были подключены источники

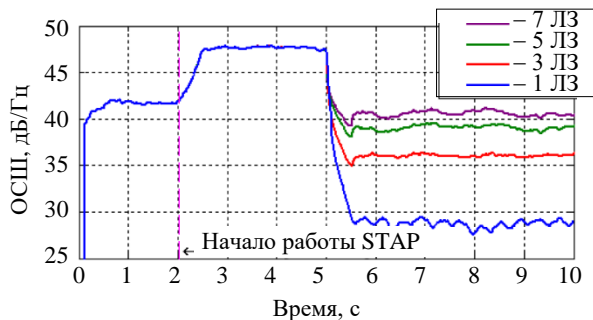


Рис. 11. Изменение во времени ОСШ при работе STAP в условиях воздействия помех [30]

Fig. 11. Estimated  $C/N_0$  with STAP in presence of interference [30]

помех и ОСШ резко снизилось. При этом работа процессора STAP моделировалась при различном числе линий задержки (ЛЗ) в антенном тракте каждого элемента ААР. Как видно из рис. 11, увеличение числа ЛЗ с 1 до 7 в данном сценарии помехового воздействия приводит к росту ОСШ примерно на 11 дБ. При семи ЛЗ тестовые показатели достигают значений, наиболее близких к значениям в сценарии без помех (рис. 11). Моделирование показало, что дальнейшее увеличение числа ЛЗ не приводит к существенному увеличению ОСШ.

**Заключение.** Несмотря на длительные исследования и многообразие предложенных методов обнаружения и подавления помех ГНСС, достаточно эффективное и в то же время легко реализуемое решение, которое могло бы быть использовано в типовых приемниках ГНСС, до сих пор не найдено [32, 33]. Большинство исследователей идут по пути усложнения алгоритмов, что пока не позволяет выйти на приемлемую для массового рынка стоимость реализации. Безусловно, для специализированных корпоративных и военных приложений, для которых не столь сильны ограничения по сложности и стоимости разработки и внедрения, такие подходы более приемлемы.

В последние годы ускоренное развитие новых телекоммуникационных технологий 5G/5GA и 6G, включая взаимодействие со спутниковым сегментом (Non-Terrestrial Networks – NTN) [34, 35], обуславливает все более плотное занятие радиочастотного спектра, что приводит к появлению дополнительных проблем обеспечения электромагнитной совместимости при взаимодействии с другими спутниковыми системами, в том числе с ГНСС [36].

Наиболее эффективным методом обеспечения электромагнитной совместимости, безусловно, является использование многоэлементных адаптивных антенных решеток. Однако при этом надо учитывать, что многоэлементная ААР не только дороже, чем одноэлементная антенна, но и значительно больше по размеру. Поэтому пользовательская платформа требует значительно большего места для размещения антенной системы и связанной с ней электроники. Хотя эти факторы при практической реализации приемной системы ГНСС могут препятствовать использованию сложной ААР, для многих применений это наиболее эффективный способ снизить уровень помех на несколько порядков. Адаптивные антенные решетки, особенно в варианте с пространственно-временной обработкой сигналов, являются мощным инструментом для потребителей, заинтересованных в высокой помехоустой-

чивости приема сигналов ГНСС и готовых к значительным затратам для ее обеспечения.

В заключение необходимо отметить, что в литературных источниках предлагаются и другие подходы к подавлению помех ГНСС, не рассмотренные в данной статье. К ним относятся такие методы, как:

- использование движения приемника ГНСС [9, 37, 38];
- анализ временного джиттера [39];
- алгоритмы на базе машинного обучения (Machine Learning, Deep Learning) [40–42];
- использование данных сетей 5G [43];
- применение технологии сжатия данных (Compressive Sensing) [44].

Анализ этих методов может составить основу материалов для следующей статьи на тему подавления помех при приеме сигналов ГНСС.

### Список литературы

1. Коломенский К. Ю. Методы подавления помех при приеме сигналов глобальных навигационных спутниковых систем с обработкой сигналов во временной, частотной и частотно-временной областях // Изв. вузов России. Радиоэлектроника. 2025. Т. 24, № 4. С. 6–24. doi: 10.32603/1993-8985-2025-28-4-6-24
2. Innovative Interference Mitigation Approaches. Analytical Analysis, Implementation and Validation / M. Paonni, J. G. Jang, B. Eissfeller, S. Wallner, J. A. Avila Rodriguez, J. Samson, F. A. Fernandez // 5<sup>th</sup> ESA Workshop on Satellite Navigation Technologies and European Workshop on GNSS Signals and Signal Processing (NAVITEC), Noordwijk, Netherlands, 08–10 Dec. 2010. IEEE, 2010. doi: 10.1109/NAVITEC.2010.5708055
3. Jamming mitigation in global positioning system receivers using wavelet packet coefficients thresholding / M. R. Mosavi, M. Pashaian, M. J. Rezaei, K. Mohammadi // IET Signal Processing. 2015. Vol. 9, № 5. P. 457–464. doi: 10.1049/iet-spr.2014.0280
4. Wang W., Guo M., Chen J. A New Narrowband Interference Mitigation Algorithm Based on Adaptive Wavelet Packet Decomposition // 4<sup>th</sup> Intern. Conf. on Instrumentation and Measurement, Computer, Communication and Control, Harbin, China, 18–20 Sept. 2014. IEEE, 2014. P. 6–11. doi: 10.1109/IMCCC.2014.10
5. Dovis F., Musumeci L. Use of Wavelet Transforms for Interference Mitigation // Intern. Conf. on Localization and GNSS (ICL-GNSS), Tampere, Finland, 29–30 June 2011. IEEE, 2011. P. 116–121. doi: 10.1109/ICL-GNSS.2011.5955275
6. Merry R. J. E. Wavelet Theory and Applications: a literature study // Eindhoven University of Technology, Eindhoven, 2005. 41 p.
7. Policar R. The Engineer's Ultimate Guide to Wavelet Analysis. URL: <https://web.iitd.ac.in/~sumeet/WaveletTutorial.pdf> (дата обращения 02.06.25).
8. Magiera J., Katulski R. Detection and Mitigation of GPS Spoofing Based on Antenna Array Processing // J. of Applied Research and Technology. 2015. Vol. 13, № 1. P. 45–57. doi: 10.1016/S1665-6423(15)30004-3
9. A GNSS Structural Interference Mitigation Technique Using Antenna Array Processing / S. Daneshmand, A. Jafarnia-Jahromi, A. Broumandan, G. Lachapelle // 8<sup>th</sup> Sensor Array and Multichannel Signal Processing Workshop (SAM), A Coruna, Spain, 22–25 June 2014. IEEE, 2014. P. 109–112. doi: 10.1109/SAM.2014.6882352
10. Overview of Spatial Processing Approaches for GNSS Structural Interference Detection and Mitigation / A. Broumandan, A. Jafarnia-Jahromi, S. Daneshmand, G. Lachapelle // Proc. of the IEEE. 2016. Vol. 104, № 6. P. 1246–1257. doi: 10.1109/JPROC.2016.2529600
11. Performance Analysis of the Dispersion of Double Differences Algorithm to Detect Single-Source GNSS Spoofing / E. Falletti, G. Falco, V. H. Nguyen, M. Nicola // IEEE Transactions on Aerospace and Electronic Systems. 2021. Vol. 57, № 5. P. 2674–2688. doi: 10.1109/TAES.2021.3061822
12. Results on GNSS spoofing mitigation using multiple receivers / N. Stenberg, E. Axell, J. Rantakokko, G. Hendeby // Navigation. J. of Institute of Navigation. 2022. Vol. 69, № 1. P. 1–29. doi: 10.33012/navi.510
13. INS-Aided Multi-Antenna GNSS Carrier Phase Double Difference Spoofing Detection / X. Zhang,

- C. Ding, H. Xia, H. Liu, Y. Yao // IEEE Access. 2023. Vol. 11. P. 19523–19533.  
doi: 10.1109/ACCESS.2023.3247968
14. Ратынский М. В. Адаптация и сверхразрешение в антенных решетках. 3-е изд., доп. М.: Ленанд, 2024. 240 с.
15. Sklar J. R. Interference Mitigation Approaches for the Global Positioning System. URL: [https://archive.ll.mit.edu/publications/journal/pdf/vol14\\_no2/14\\_2interferencemitigation.pdf](https://archive.ll.mit.edu/publications/journal/pdf/vol14_no2/14_2interferencemitigation.pdf) (дата обращения 29.03.25).
16. Kappen G., Haettich C., Meurer M. Towards a Robust Multi-Antenna Mass Market GNSS Receiver // IEEE/ION Position, Location and Navigation Symp., Myrtle Beach, USA, 23–26 Apr. 2012. IEEE, 2012. P. 291–300.  
doi: 10.1109/PLANS.2012.6236894
17. Magiera J. A Multi-Antenna Scheme for Early Detection // Sensors. 2019. Vol. 19, № 10. Art. № 2411.  
doi: 10.3390/s19102411
18. Carvalho A. P. S. D., Antreich F. Pre-Correlation GNSS Spoofing Mitigation // XXV Simp. de aplicações operacionais em áreas de defesa (SIGE 2023), São José dos Campos, Brazil, 26–28 Sept. 2023. IEEE, 2023. P. 1–6.
19. Sadler D. J. Accuracy of Adcock Watson-Watt DF in the Presence of Channel Errors // Sensor Signal Processing for Defence Conf. (SSPD), Brighton, UK, 09–10 May 2019. IEEE, 2019. P. 1–5.  
doi: 10.1109/SSPD.2019.8751643
20. Liu L., Yu T. An Analysis Method for Solving Ambiguity in Direction Finding with Phase Interferometers // Circuits, Systems and Signal Processing. 2021. Vol. 40. P. 1420–1437.  
doi: 10.1007/s00034-020-01536-1
21. Sengul H., Gürel A. E., Orduyilmaz A. Passive direction finding using correlative interferometer // 29<sup>th</sup> Signal Processing and Communications Applications Conf. (SIU), Istanbul, Turkey, 09–11 June 2021. IEEE, 2021.  
doi: 10.1109/SIU53274.2021.9477965
22. Alsaleem N. A. Moskalets M., Teplitskaya S. The analysis of methods for determining direction of arrival of signals in problems of space-time access // Eastern-European J. of Enterprise Technologies. 2016. Vol. 4, № 9(82). P. 36–44.  
doi: 10.15587/1729-4061.2016.75716
23. Костромицкий С. М., Давыденко И. Н., Дятко А. А. Методы сверхразрешения по угловым координатам с использованием адаптивных антенных решеток // Базис. 2021. № 1 (9). С. 39–46.  
doi: 10.51962/2587-8042\_2021\_9\_39
24. A Spatial-Temporal Approach Based on Antenna Array for GNSS Anti-Spoofing / Y. Zhao, F. Shen, G. Xu, G. Wang // Sensors. 2021. Vol. 21, № 3. P. 929.  
doi: 10.3390/s21030929
25. Al-Azzo M. F., Al-Sabaawi K. I. Comparison between Classical and Modern Methods of Direction of Arrival (DOA) Estimation // Int. J. of Advances in Engineering & Technology. 2014. Vol. 7, № 3. P. 1082–1090.
26. Gunjan T., Chaitanya G. Study of Various Algorithms for Direction of Arrival Estimation in Smart Antenna // Int. J. of Scientific & Engineering Research. 2014. Vol. 5, № 3. P. 440–443.
27. Lavate T. B., Kokate V. K., Sapkal A. M. Performance analysis of MUSIC and ESPRIT DOA estimation algorithms for adaptive array smart antenna in mobile communication // 2<sup>nd</sup> Int. Conf. on Computer and Network Technology, Bangkok, Thailand, 23–25 Apr. 2010. IEEE, 2010. P. 308–311.  
doi: 10.1109/ICCNT.2010.45
28. Liu J. Research on Time of Arrival Estimation Algorithm Based on ESPRIT // Int. J. of Computer Science and Information Technology. 2024. Vol. 3, № 3. P. 192–198.  
doi: 10.62051/ijcsit.v3n3.19
29. Fante R. L., Vaccaro J. J. Wideband Cancellation of Interference in a GPS Receive Array // IEEE Transactions on Aerospace and Electronic Systems. 2000. Vol. 36, № 2. P. 549–564.  
doi: 10.1109/7.845241
30. Mitigation of Continuous and Pulsed Radio Interference with GNSS Antenna Arrays / A. Konovaltsev, D. S. De Lorenzo, A. Hornbostel, P. Enge // ION GNSS 21<sup>st</sup> Int. Technical Meeting of the Satellite Division, Savannah, GA, 16–19 Sept. 2008. Savannah International Convention Center, 2008. P. 2786–2795.
31. Optimal STAP Algorithms to GNSS Receivers / G. Carrie, F. Vincent, T. Deloues, D. Pietin, A. Renard, F. Letestu // Proc. of the European Navigation Conf., Manchester UK, 2006. Manchester Intern. Convention Centre, 2006. P. 1–14.
32. Коломенский К. Ю. Методы обнаружения помех при приеме сигналов глобальных навигационных систем. Ч. I // Электросвязь. 2024. № 10. С. 44–51.  
doi: 10.34832/ELSV.2024.59.10.007
33. Коломенский К. Ю. Методы обнаружения помех при приеме сигналов глобальных навигационных систем. Ч. II // Электросвязь. 2024. № 11. С. 39–48.  
doi: 10.34832/ELSV.2024.60.11.006
34. Коломенский К. Ю., Демидова А. Ю. Интеграция спутникового сегмента в спецификации 3GPP для сетей 5G. Ч. I // Электросвязь. 2023. № 6. С. 14–19.  
doi: 10.34832/ELSV.2023.43.6.002
35. Коломенский К. Ю., Демидова А. Ю. Интеграция спутникового сегмента в спецификации 3GPP для сетей 5G. Ч. II // Электросвязь. 2023. № 7. С. 13–19.  
doi: 10.34832/ELSV.2023.44.7.002
36. Проблематика использования L- и S-диапазонов гибридными спутниковыми сетями 5GA/6G / А. С. Пастух, Д. И. Калугина, Е. Е. Девяткин, М. В. Иванкович // Электросвязь. 2023. № 7. С. 2–12.  
doi: 10.34832/ELSV.2023.44.7.001
37. Localization of GNSS Spoofing Interference Source Based on a Moving Antenna / R. Liu, Z. Yan, Q. Chen, G. Liao, Q. Zhu // Remote Sensing. 2023. Vol. 15, № 23. Art. № 5497.  
doi: 10.3390/rs15235497
38. Nielsen J., Broumandan A., Lachapelle G. Spoofing Detection and Mitigation with a Moving

Handheld Receiver. URL: <http://gpsworld.com/gnss-systemreceiver-designspoofing-detection-and-mitigation-10456/> (дата обращения 31.03.25).

39. GPS spoofing-based time synchronization attack in advanced metering infrastructure and its protection / Q. Bin, C. Ziwen, X. Yong, H. Liang, S. Sheng // The J. of Engineering. 2020. Vol. 2020, № 9. P. 809–815. doi: 10.1049/joe.2020.0022

40. Mohanty A., Gao G. A Survey of Machine Learning Techniques for Improving Global Navigation Satellite Systems // EURASIP J. on Advances in Signal Processing. 2024. Art. № 73. P. 1–40. doi: 10.1186/s13634-024-01167-7

41. Mehr I. E., Dovic F. A Deep Neural Network Approach for Classification of GNSS Interference and Jamming // IEEE Trans. on Aerospace and Electronic Systems. 2024. Vol. 61, № 2. P. 1660–1676. doi: 10.1109/taes.2024.3462662

42. Machine Learning Assessment of Anti-Spoofing Techniques for GNSS Receivers / G. Marchand, A. Toumi, G. Seco-Granados, J. A. Lopez-Salcedo // Work-in-Progress in Hardware and Software for Location Computation, Castellon, Spain, 6–8 Jun 2023. HAL Open Science, 2023. P. 1–14.

43. GNSS Spoofing Detection and Mitigation with a Single 5G Base Station Aiding / L. Bai, C. Sun, A. G. Dempster, H. Zhao, W. Feng // IEEE Trans. on Aerospace and Electronic Systems. 2024. Vol. 60, № 4. P. 4601–4620. doi: 10.1109/TAES.2024.3382074

44. Zhang Y. D., Amin M. G., Wang B. Mitigation of sparsely sampled nonstationary jammers for multi-antenna GNSS receivers // IEEE Intern. Conf. on Acoustics, Speech and Signal Proc. (ICASSP), Shanghai, China, 20–25 March 2016. IEEE, 2016. P. 1–5. doi: 10.1109/ICASSP.2016.7472942

### Информация об авторе

**Коломенский Константин Юрьевич** – кандидат технических наук (1986), заместитель директора по науке Национального исследовательского центра телекоммуникаций им. М. И. Кривошеева, филиал в Санкт-Петербурге. Автор более 30 научных работ. Сфера научных интересов – гибридные наземно-спутниковые сети подвижной связи 5G/5GA и 6G; глобальные навигационные спутниковые системы; спутниковые и наземные системы радиосвязи и радиомониторинга; перспективные цифровые технологии. Адрес: Национальный исследовательский центр телекоммуникаций им. М. И. Кривошеева, филиал в Санкт-Петербурге, Большой Смоленский пр., д. 4А, Санкт-Петербург, 192029, Россия  
E-mail: [kkolomenskii@stc-spb.ru](mailto:kkolomenskii@stc-spb.ru)  
<https://orcid.org/0009-0002-4468-4857>

### References

1. Kolomensky K.Yu. GNSS Interference Mitigation Methods Based on Signal Processing in Time, Frequency and Time-Frequency Domains. Journal of the Russian Universities. Radioelectronics. 2025, vol. 28, no. 4, pp. 6–24. doi: 10.32603/1993-8985-2025-28-4-6-24

2. Paonni M., Jang J. G., Eissfeller B., Wallner S., J. A. Avila Rodriguez, J. Samson, F. A. Fernandez Innovative Interference Mitigation Approaches. Analytical Analysis, Implementation and Validation. 5<sup>th</sup> ESA Workshop on Satellite Navigation Technologies and European Workshop on GNSS Signals and Signal Processing (NAVITEC), Noordwijk, Netherlands, 08–10 Dec. 2010. IEEE, 2010. doi: 10.1109/NAVITEC.2010.5708055

3. Mosavi M. R., Pashaian M., Rezaei M. J., Mohammedi K. Jamming Mitigation in Global Positioning System Receivers Using Wavelet Packet Coefficients Thresholding. IET Signal Processing. 2015, vol. 9, no. 5, pp. 457–464. doi: 10.1049/iet-spr.2014.0280

4. Wang W., Guo M., Chen J. A New Narrowband Interference Mitigation Algorithm Based on Adaptive Wavelet Packet Decomposition. 4<sup>th</sup> Int. Conf. on Instrumentation and Measurement, Computer, Communication and Control, Harbin, China, 18–20 Sept. 2014. IEEE, 2014, pp. 6–11. doi: 10.1109/IMCCC.2014.10

5. Dovic F., Musumeci L. Use of Wavelet Transforms for Interference Mitigation. Intern. Conf. on Lo-

calization and GNSS (ICL-GNSS), Tampere, Finland, 29–30 June 2011. IEEE, 2011, pp. 116–121. doi: 10.1109/ICL-GNSS.2011.5955275

6. Merry R. J. E. Wavelet Theory and Applications: a Literature Study. Eindhoven University of Technology, Eindhoven, 2005, 41 p.

7. Policar R. The Engineer's Ultimate Guide to Wavelet Analysis. Available at: <https://web.iitd.ac.in/~sumeet/WaveletTutorial.pdf> (accessed 02.06.25).

8. Magiera J., Katulski R. Detection and Mitigation of GPS Spoofing Based on Antenna Array Processing. J. of Applied Research and Technology. 2015, vol. 13, no. 1, pp. 45–57. doi: 10.1016/S1665-6423(15)30004-3

9. Daneshmand S., Jafarnia-Jahromi A., Broumandan A., Lachapelle G. A GNSS Structural Interference Mitigation Technique Using Antenna Array Processing. 8<sup>th</sup> Sensor Array and Multichannel Signal Processing Workshop (SAM), A Coruna, Spain, 22–25 June 2014. IEEE, 2014, pp. 109–112. doi: 10.1109/SAM.2014.6882352

10. Broumandan A., Jafarnia-Jahromi A., Daneshmand S., Lachapelle G. Overview of Spatial Processing Approaches for GNSS Structural Interference Detection and Mitigation. Proc. of the IEEE. 2016, vol. 104, no. 6, pp. 1246–1257. doi: 10.1109/JPROC.2016.2529600

11. Falletti E., Falco G., Nguyen V. H., Nicola M. Performance Analysis of the Dispersion of Double Dif-

ferences Algorithm to Detect Single-Source GNSS Spoofing. *IEEE Transactions on Aerospace and Electronic Systems*. 2021, vol. 57, no. 5, pp. 2674–2688. doi: 10.1109/TAES.2021.3061822

12. Stenberg N., Axell E., Rantakokko J., Hendeby G. Results on GNSS Spoofing Mitigation Using Multiple Receivers. *Navigation. J. of Institute of Navigation*. 2022, vol. 69, no. 1, pp. 1–29. doi: 10.33012/navi.510

13. Zhang X., Ding C., Xia H., Liu H., Yao Y. INS-Aided Multi-Antenna GNSS Carrier Phase Double Difference Spoofing Detection. *IEEE Access*. 2023, vol. 11, pp. 19523–19533. doi: 10.1109/ACCESS.2023.3247968

14. Ratynsky M. V. *Adapttsiya i sverkhrazreshenie v antenykh reshetkakh* [Adaptation and Super-Resolution in Antenna Arrays]. 3<sup>rd</sup> ed. Moscow, Lennand, 2024, 240 p. (In Russ.)

15. Sklar J. R. Interference Mitigation Approaches for the Global Positioning System. Available at: [https://archive.ll.mit.edu/publications/journal/pdf/vol14\\_no2/14\\_2interferencemitigation.pdf](https://archive.ll.mit.edu/publications/journal/pdf/vol14_no2/14_2interferencemitigation.pdf) (accessed 29.03.25).

16. Kappen G., Haettich C., Meurer M. Towards a Robust Multi-Antenna Mass Market GNSS Receiver. *IEEE/ION Position, Location and Navigation Symp., Myrtle Beach, USA, 23–26 Apr. 2012. IEEE, 2012*, pp. 291–300. doi: 10.1109/PLANS.2012.6236894

17. Magiera J. A Multi-Antenna Scheme for Early Detection. *Sensors*. 2019, vol. 19, iss. 10, art. no. 2411. doi: 10.3390/s19102411

18. Carvalho A. P. S. D., Antreich F. Pre-Correlation GNSS Spoofing Mitigation. XXV Simp. De Aplicações Operacionais Em Áreas De Defesa (SIGE 2023), São José dos Campos, Brazil, 26–28 Sept. 2023. *IEEE, 2023*, pp. 1–6.

19. Sadler D. J. Accuracy of Adcock Watson-Watt DF in the Presence of Channel Errors. *Sensor Signal Processing for Defence Conf. (SSPD), Brighton, UK, 09–10 May 2019. IEEE, 2019*, pp. 1–5. doi: 10.1109/SSPD.2019.8751643

20. Liu L., Yu T. An Analysis Method for Solving Ambiguity in Direction Finding with Phase Interferometers. *Circuits, Systems, and Signal Processing*. 2021, vol. 40, pp. 1420–1437. doi: 10.1007/s00034-020-01536-1

21. Sengul H., Gürel A. E., Orduyilmaz A. Passive Direction Finding Using Correlative Interferometer. 29<sup>th</sup> Signal Processing and Communications Applications Conf. (SIU), Istanbul, Turkey, 09–11 June 2021. *IEEE, 2021*. doi: 10.1109/SIU53274.2021.9477965

22. Alsaleem N. A., Moskalets M., Teplitskaya S. The analysis of Methods for Determining Direction of Arrival of Signals in Problems of Space-Time Access. *Eastern-European J. of Enterprise Technologies*. 2016, vol. 4, no. 9 (82), pp. 36–44. doi: 10.15587/1729-4061.2016.75716

23. Kostromitsky S. M., Davydenko I. N., Dyatko A. A. Methods of Angular Super-Resolution Using Adaptive Antenna Arrays. *Basis*. 2021, no. 1 (9), pp. 39–46. (In Russ.) doi: 10.51962/2587-8042\_2021\_9\_39

24. Zhao Y., Shen F., Xu G., Wang G. A Spatial-Temporal Approach Based on Antenna Array for GNSS Anti-Spoofing. *Sensors*. 2021, vol. 21, iss. 3, p. 929. doi: 10.3390/s21030929

25. Al-Azzo M. F., Al-Sabaawi K. I. Comparison between Classical and Modern Methods of Direction of Arrival (DOA) Estimation. *Int. J. of Advances in Engineering & Technology*. 2014, vol. 7, iss. 3, pp. 1082–1090.

26. Gunjan T., Chaitanya G. Study of Various Algorithms for Direction of Arrival Estimation in Smart Antenna. *Int. J. of Scientific & Engineering Research*. 2014, vol. 5, iss. 3, pp. 440–443.

27. Lavate T. B., Kokate V. K., Sapkal A. M. Performance Analysis of MUSIC and ESPRIT DOA Estimation Algorithms for Adaptive Array Smart Antenna in Mobile Communication. 2<sup>nd</sup> Int. Conf. on Computer and Network Technology, Bangkok, Thailand, 23–25 Apr. 2010. *IEEE, 2010*, pp. 308–311. doi: 10.1109/ICCNT.2010.45

28. Liu J. Research on Time of Arrival Estimation Algorithm Based on ESPRIT. *Int. J. of Computer Science and Information Technology*. 2024, vol. 3, no. 3, pp. 192–198. doi: 10.62051/ijcsit.v3n3.19

29. Fante R. L., Vaccaro J. J. Wideband Cancellation of Interference in a GPS Receive Array. *IEEE Transactions on Aerospace and Electronic Systems*. 2000, vol. 36, no. 2, pp. 549–564. doi: 10.1109/7.845241

30. Konovaltsev A., De Lorenzo D. S., Hornbostel A., Enge P. Mitigation of Continuous and Pulsed Radio Interference with GNSS Antenna Arrays. *ION GNSS 21<sup>st</sup> Int. Technical Meeting of the Satellite Division, Savannah, GA, 16–19 Sept. 2008. Savannah International Convention Center, 2008*, pp. 2786–2795.

31. Carrie G., Vincent F., Deloues T., Pietin D., Renard A., Letestu F. Optimal STAP Algorithms to GNSS Receivers. *Proc. of the European Navigation Conf., Manchester UK, 2006. Manchester Intern. Convention Centre, 2006*, pp. 1–14.

32. Kolomensky K. Yu. Interference Detection for GNSS Receivers. Part I. *Ehlektrsvyaz'*. 2024, no. 10, pp. 44–51. (In Russ.) doi: 10.34832/ELSV.2024.59.10.007

33. Kolomensky K. Yu. Interference Detection for GNSS Receivers. Part II. *Ehlektrsvyaz'*. 2024, no. 11, pp. 39–48. (In Russ.) doi: 10.34832/ELSV.2024.60.11.006

34. Kolomensky K. Yu., Demidova A. Yu. Integration of Satellite Segment into 3GPP Specifications for 5G Networks. Part I. *Ehlektrsvyaz'*. 2023, no. 6, pp. 14–19. (In Russ.) doi: 10.34832/ELSV.2023.43.6.002

35. Kolomensky K. Yu., Demidova A. Yu. Integration of Satellite Segment into 3GPP Specifications for 5G Networks. Part II. *Ehlektrsvyaz'*. 2023, no. 7, pp. 13–19. (In Russ.) doi: 10.34832/ELSV.2023.44.7.002

36. Pastukh A. S., Kalugina D. I., Devyatkin E. E., Ivankovich M. V. Challenges of Using L- and S-bands for the Direct-to-Cellular Hybrid Satellite 5GA/6G Systems. *Ehlektrosvyaz'*. 2023, no. 7, pp. 2–12. (In Russ.)  
doi: 10.34832/ELSV.2023.44.7.001

37. Liu R., Yan Z., Chen Q., Liao G., Zhu Q. Localization of GNSS Spoofing Interference Source Based on a Moving Antenna. *Remote Sensing*. 2023, vol. 15, iss. 23, art. no. 5497.  
doi: 10.3390/rs15235497

38. Nielsen J., Broumandan A., Lachapelle G. Spoofing Detection and Mitigation with a Moving Handheld Receiver. Available at: <http://gpsworld.com/gnss-systemreceiver-designspoofing-detection-and-mitigation-10456/> (accessed 31.03.25).

39. Bin Q., Ziwen C., Yong X., Liang H., Sheng S. GPS Spoofing-Based Time Synchronization Attack in Advanced Metering Infrastructure and Its Protection. *The J. of Engineering*. 2020, vol. 2020, iss. 9, pp. 809–815.  
doi: 10.1049/joe.2020.0022

40. Mohanty A., Gao G. A Survey of Machine Learning Techniques for Improving Global Navigation

Satellite Systems. *EURASIP J. on Advances in Signal Processing*. 2024, art. no. 73, pp. 1–40.  
doi: 10.1186/s13634-024-01167-7

41. Mehr I. E., Dosis F. A Deep Neural Network Approach for Classification of GNSS Interference and Jamming. *IEEE Trans. on Aerospace and Electronic Systems*. 2024, vol. 61, no. 2, pp. 1660–1676.  
doi: 10.1109/taes.2024.3462662

42. Marchand G., Toumi A., Seco-Granados G., Lopez-Salcedo J. A. Machine Learning Assessment of Anti-Spoofing Techniques for GNSS Receivers. *Work-in-Progress in Hardware and Software for Location Computation*, Castellon, Spain, 6–8 Jun 2023. HAL Open Science, 2023, pp. 1–14.

43. Bai L., Sun C., Dempster A.G., Zhao H., Feng W. GNSS Spoofing Detection and Mitigation with a Single 5G Base Station Aiding. *IEEE Transactions on Aerospace and Electronic Systems*. 2024, vol. 60, iss. 4, pp. 4601–4620.  
doi: 10.1109/TAES.2024.3382074

44. Zhang Y. D., Amin M. G., Wang B. Mitigation of Sparsely Sampled Nonstationary Jammers for Multi-Antenna GNSS Receivers. *IEEE Intern. Conf. on Acoustics, Speech and Signal Proc. (ICASSP)*, Shanghai, China, 20–25 March 2016. IEEE, 2016, pp. 1–5.  
doi: 10.1109/ICASSP.2016.7472942

#### Information about the author

**Konstantin Yu. Kolomensky**, Cand. Sci. (Eng.) (1986), Deputy Director on Science of the M. I. Krivosheev National Research Centre for Telecommunication, St Petersburg Branch. The author more than 30 scientific publications. Area of expertise: 5G/5GA and 6G hybrid terrestrial-satellite mobile communication networks; global navigation satellite systems; satellite and terrestrial radio communication and radio monitoring systems; advanced digital technologies. Address: The M. I. Krivosheev National Research Centre for Telecommunication, St Petersburg Branch, 4A, Bolshoy Smolensky Ave., Saint Petersburg 192029, Russia  
E-mail: [kkolomenskii@stc-spb.ru](mailto:kkolomenskii@stc-spb.ru)  
<https://orcid.org/0009-0002-4468-4857>