

## Уточнение математической модели сигнала, отраженного от лопасти винта квадрокоптера, на основе экспериментальных исследований

Е. С. Плотницкая<sup>1✉</sup>, С. Р. Гейстер<sup>2</sup>, В. И. Веремьев<sup>1</sup>

<sup>1</sup> НИИ "Прогноз", Санкт-Петербург, Россия

<sup>2</sup> ОАО "Алевкурп", Королев Стан, Республика Беларусь

✉ [katya.plotnitskaya@yandex.ru](mailto:katya.plotnitskaya@yandex.ru)

### Аннотация

**Введение.** Для решения ряда задач, возникающих в процессе контроля воздушного пространства, необходимо определять класс (тип) наблюдаемых объектов. Кроме того, актуальна задача различения целей, находящихся в одном элементе пространственного разрешения РЛС. Построение радиолокационных изображений винтов летательного аппарата на основе метода обращенного синтеза апертуры антенны (ОСАА) может стать хорошим инструментом в решении поставленной задачи. При разработке алгоритмов разрешения с использованием метода ОСАА необходимо иметь достаточно точную модель отраженного сигнала, учитывающую конструктивные особенности лопасти винта летательного аппарата. Существующие на данный момент математические модели сигнала, отраженного от вращающихся винтов летательного аппарата, являются, как правило, упрощенными, что не позволяет реализовать адекватный алгоритм на основе метода ОСАА.

**Цель работы.** Уточнение математической модели сигнала, отраженного от винта квадрокоптера, на основе экспериментальных исследований в приложении к методу обратного синтеза апертуры антенны.

**Материалы и методы.** Лопасть винта в рассматриваемой модели представляется в виде совокупности точечных отражателей, расположенных на аппроксимирующих отрезках передней и задней кромок лопасти. При разработке модели отраженного сигнала учитываются изменения фазовой структуры отраженного сигнала, обусловленные поступательным движением квадрокоптера и вращением лопастей винтов, а также разносом винтов в пространстве.

**Результаты.** Получена математическая модель сигнала, отраженного от винтов квадрокоптера, существенно приближенная к реальности. С помощью моделирования получены реализации сигналов, отраженных от одного винта квадрокоптера. Выполнено сравнение временных и спектральных структур отраженных сигналов, полученных в результате моделирования и экспериментальных исследований.

**Заключение.** Уточненная математическая модель отраженного сигнала с учетом конструктивных особенностей лопасти квадрокоптера является основой для разработки алгоритма формирования изображений винтов квадрокоптера с помощью обратного синтеза апертуры антенны.

**Ключевые слова:** летательный аппарат, квадрокоптер, обращенный синтез апертуры антенны, радиолокационное распознавание

**Для цитирования:** Плотницкая Е. С., Гейстер С. Р., Веремьев В. И. Уточнение математической модели сигнала, отраженного от лопасти винта квадрокоптера, на основе экспериментальных исследований // Изв. вузов России. Радиоэлектроника. 2025. Т. 28, № 4. С. 73–85.

doi: 10.32603/1993-8985-2025-28-4-73-85

**Конфликт интересов.** Авторы заявляют об отсутствии конфликта интересов.

Статья поступила в редакцию 03.07.2025; принята к публикации после рецензирования 28.07.2025; опубликована онлайн 29.09.2025



## Experimental Refinement of a Mathematical Model of the Signal Reflected from Quadcopter Rotor Blade

Ekaterina S. Plotnitskaya<sup>1</sup>✉, Sergey R. Heister<sup>2</sup>, Vladimir I. Veremyev<sup>1</sup>

<sup>1</sup> Research Institute "Prognoz", St Petersburg, Russia

<sup>2</sup> JSC "ALEVKURP", Korolev Stan, Republic of Belarus

✉ katya.plotnitskaya@yandex.ru

### Abstract

**Introduction.** In order to solve a number of problems arising in the process of airspace control, it is necessary to determine the class (type) of the objects observed. In addition, differentiation between targets located in the same element of the spatial resolution of a radar system is highly relevant. Construction of radar images of aircraft blades based on the method of inverse synthetic aperture radar (ISAR) can become an efficient tool in solving this problem. The development of resolution algorithms using the ISAR method requires a sufficiently accurate model of the reflected signal that would take into account the design features of the aircraft rotor blade. The available mathematical models for the signal reflected from the rotating blades of an aircraft are, as a rule, over-simplified, thus inhibiting the implementation of an adequate ISAR-based algorithm.

**Aim.** Refinement of a mathematical model of the signal reflected from the quadcopter rotor blade based on experimental studies in application to the ISAR method.

**Materials and methods.** The rotor blade in the considered model is represented by a set of point reflectors located on the approximating segments of the front and rear edges of the blade. When developing a reflected signal model, changes in the phase structure of the reflected signal are taken into account due to the translational motion of the quadcopter and the rotation of the propeller blades, as well as the spread of the blades in space.

**Results.** A mathematical model of the signal reflected from the quadcopter rotor blade was obtained, which demonstrates good convergence with reality. By means of modeling, the implementations of signals reflected from one quadcopter blade are obtained. The temporal and spectral structures of the reflected signals obtained as a result of modeling and experimental studies are compared.

**Conclusion.** The refined mathematical model of the reflected signal, which takes into account the design features of the quadcopter blade, can serve as a basis for developing an algorithm for imaging quadcopter blades using the method of ISAR.

**Keywords:** aircraft, quadcopter, reversed antenna aperture synthesis, radar recognition

**For citation:** Plotnitskaya E. S., Heister S. R., Veremyev V. I. Experimental Refinement of a Mathematical Model of the Signal Reflected from Quadcopter Rotor Blade. Journal of the Russian Universities. Radioelectronics. 2025, vol. 28, no. 4, pp. 73–85.

doi: 10.32603/1993-8985-2025-28-4-73-85

**Conflict of interest.** The authors declare no conflicts of interest.

Submitted 03.07.2025; accepted 28.07.2025; published online 29.09.2025

**Введение.** Для решения различных задач, возникающих в процессе радиолокационного мониторинга пространства, требуется корректная идентификация наблюдаемых объектов. Кроме того, высока актуальность определения состава радиолокационной цели в случае, когда в один объем разрешения (элемент разрешения по дальности, азимуту и углу места) попадает сразу несколько объектов. В этом случае появляется задача различения, включая последующее распознавание каждого отдельного объек-

та. Как отмечалось в [1], метод обращенного синтеза апертуры антенны (ОСАА) [2–7] может стать хорошим инструментом для решения данной задачи. Создание алгоритмов сверхразрешения на основе ОСАА основано на ясном понимании особенностей сигналов, отраженных от объектов разрешения. В последнее время актуальность задач различения и распознавания связана с расширением использования дронов в группе, поэтому необходим детальный анализ отражений от их винтов. В [1] была

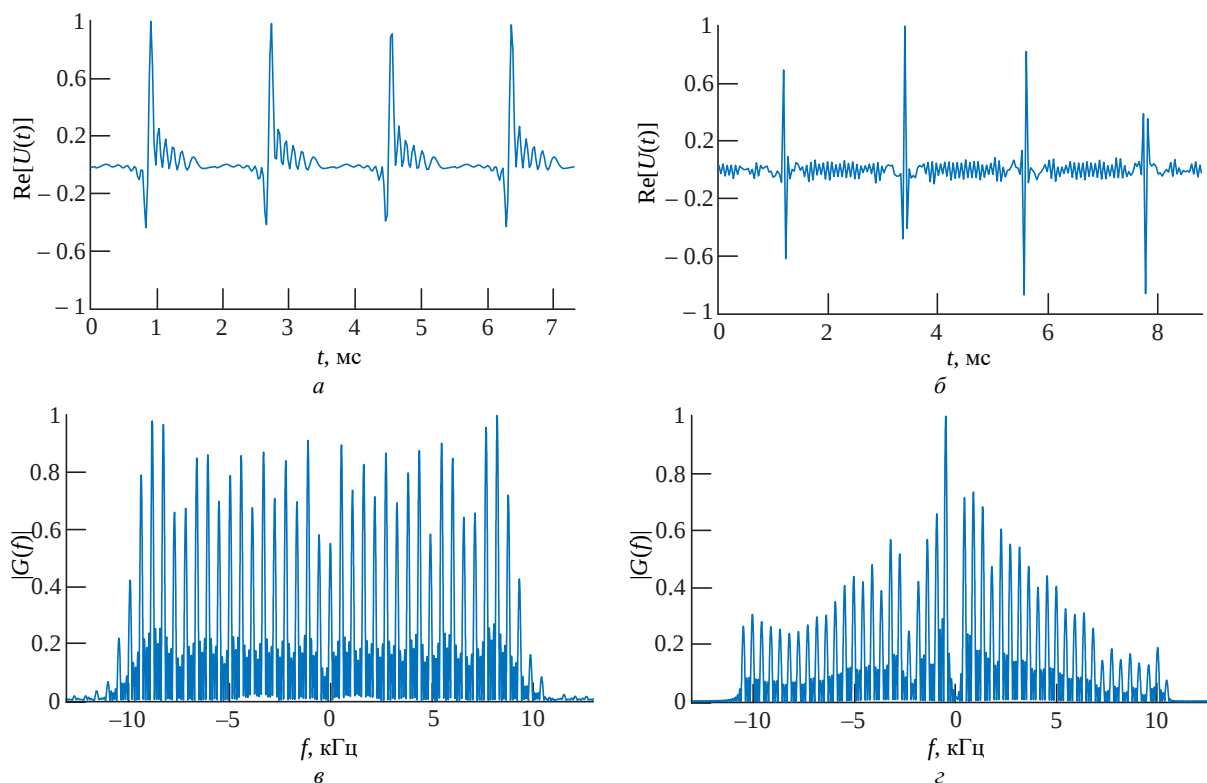


Рис. 1. Сравнение результатов математического моделирования и экспериментальных измерений: а – сигнал, отраженный от одного винта квадрокоптера, сформированный на основе модели 1 [1]; б – измеренный сигнал, отраженный от одного винта квадрокоптера в безэховой камере; в – нормированный спектр сигнала для модели 1; г – нормированный спектр измеренного сигнала

Fig. 1. Comparison of the results of mathematical simulation and experimental measurements: а – signal reflected from one quadcopter propeller, formed on the basis of model 1 [1]; б – measured signal reflected from one quadcopter propeller in an anechoic chamber; в – normalized signal spectrum for model 1; г – normalized spectrum of the measured signal

предложена простая модель лопасти винта квадрокоптера (далее – модель 1), аппроксимированная совокупностью отражателей, расположенных на двух прямых линиях, проходящих вдоль передней и задней кромок лопасти. На рис. 1 сравниваются результаты моделирования и экспериментальных исследований сигнала, отраженного от одного винта квадрокоптера DJI Phantom 3. Моделирование выполнено с помощью простой модели [1]. Частота зондирующего сигнала  $f_0 = 10$  ГГц.

Сопоставление результатов моделирования и экспериментальных исследований позволило выявить следующее:

- отражательные характеристики карбоновых и пластиковых винтов существенно различаются (для данного типа винта отраженные сигналы различаются на 15 дБ);

- отражения от передней и задней кромок практически равнозначны. Эту особенность подтверждают расчеты, выполненные с использованием [8] для кромок лопастей винта квадрокоптера, на основе экспериментальных исследований

ра DJI Phantom 3. При расчетах кромки лопастей представлялись цилиндрами с диаметрами, соответствующими толщине кромок. С учетом результатов эксперимента при моделировании (рис. 1) с помощью упрощенной модели [1] были использованы одинаковые значения эффективной площади рассеяния (ЭПР) отражателей. Это явилось первой коррекцией разработанной ранее модели;

- удельная ЭПР кромок спадает от центра винта к концу лопасти как для передней, так и для задней кромок. Это существенное отличие, которое будет учтено в модели;

- реальный сигнал, отраженный от кромки лопасти, имеет более изрезанную структуру по сравнению с сигналом простой модели. Анализ этого явления показывает, что кромку лопасти необходимо представлять не одним прямым отрезком, а набором отрезков, ориентация которых должна быть близка к линии кромки.

**Математическая модель сигнала, отраженного от лопасти винта квадрокоптера.** Как и в [1], рассматривается моностатическая

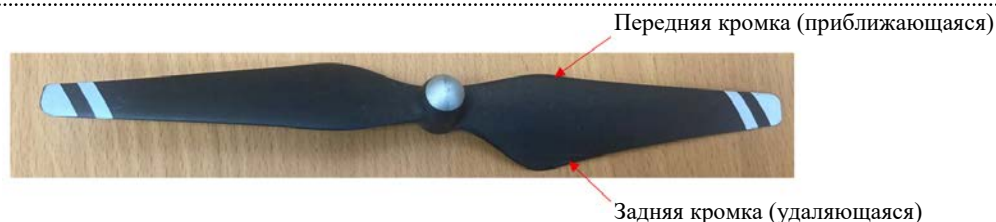


Рис. 2. Фото винта квадрокоптера с указанием кромок лопасти  
Fig. 2. Photo of a quadcopter blade with an indication of the blade edges

РЛС в прямоугольной системе координат ( $OXYZ$ ), центр которой совпадает с фазовым центром приемопередающей антенны. Полагая, что РЛС трехкоординатная, т. е. результатом измерений являются дальность до центра симметрии винтов квадрокоптера относительно фазового центра приемной антенны  $r_0$ , угол места  $\varepsilon$  и азимут  $\beta$ .

В качестве конкретного прототипа винта, позволяющего ввести количественную определенность, будем использовать винт квадрокоптера DJI Phantom 3, фото которого представлено на рис. 2.

В модели винта, разрабатываемой на основе экспериментальных измерений, лопасть представляется совокупностью точечных отражателей, расположенных (рис. 3) с шагом  $\lambda/4$ , где  $\lambda$  – длина волны:

– на двух отрезках, составляющих переднюю кромку;

– на трех отрезках, составляющих заднюю кромку.

Ориентация отрезков выбрана в соответствии с реальным строением лопасти винта квадрокоптера DJI Phantom 3. Лопасть рассматривается в местной системе координат  $O_{B1}X_{B1}Y_{B1}Z_{B1}$ , центр которой совмещен с центром симметрии вращающегося винта квадрокоптера.

Координаты центра симметрии винтов квадрокоптера, зависящего на расстоянии  $r_0$  относительно фазового центра приемной антенны:

$$\begin{cases} x_0 = r_0 \cos \varepsilon \cos \beta; \\ y_0 = r_0 \cos \varepsilon \sin \beta; \\ z_0 = r_0 \sin \varepsilon. \end{cases}$$

Исходя из рис. 4, координаты центра вращения каждого  $m$ -го винта относительно цен-

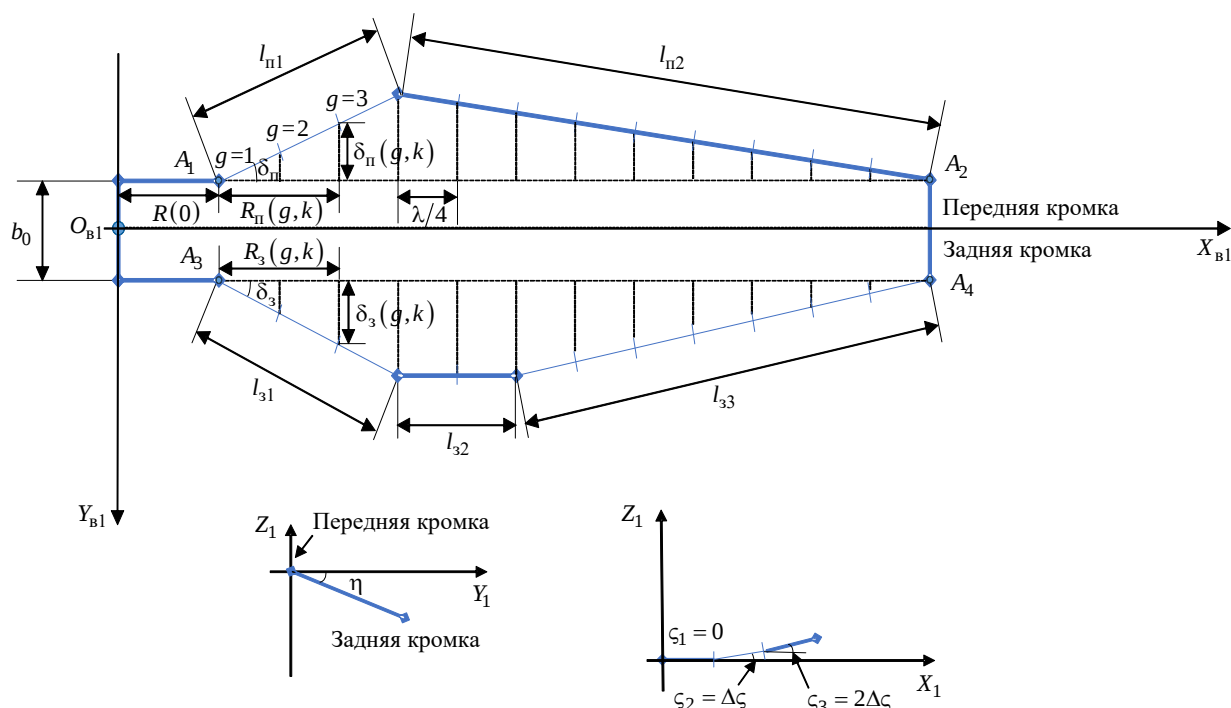


Рис. 3. Представление лопасти винта квадрокоптера в трех проекциях  
Fig. 3. Representation of a quadcopter blade in three projections

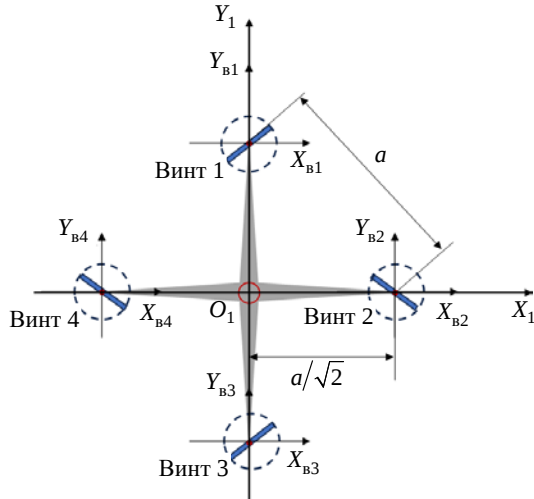


Рис. 4. Местная система координат, связанная с летательным аппаратом

Fig. 4. Local coordinate system associated with the aircraft

тра симметрии описываются выражениями

$$\begin{cases} x_{0\_в}(m) = x_0 + \frac{a}{\sqrt{2}} f_1(m); \\ y_{0\_в}(m) = y_0 \pm \frac{a}{\sqrt{2}} f_2(m); \\ z_{0\_в}(m) = z_0, \end{cases}$$

где  $a$  – расстояние между центрами двух соседних винтов квадрокоптера;  $f_1(m)$ ,  $f_2(m)$  – знакопеременные функции, описываемые выражениями

$$f_1(m) = \begin{cases} -1 & \text{при } m = 4; \\ 0 & \text{при } m = 1 \text{ и } 3; \\ 1 & \text{при } m = 2; \end{cases}$$

$$f_2(m) = \begin{cases} -1 & \text{при } m = 1; \\ 0 & \text{при } m = 2 \text{ и } 4; \\ 1 & \text{при } m = 3. \end{cases}$$

Для определенности будем полагать, что квадрокоптер перемещается со скоростью  $v$  вдоль оси  $OX$ . Введем законы изменения координат  $g$ -го отражателя  $k$ -го аппроксимационного отрезка на  $n$ -й лопасти  $m$ -го винта относительно фазового центра приемной антенны для рассматриваемой модели:

– для точечных отражателей на передней кромке лопасти:

$$\begin{cases} x_{\Pi}(t, g, k, n, m) = x_{0\_в}(m) + vt + \\ + \left\{ [R(0) + R_{\Pi}(g, k)] \cos \varphi(t, n, m) + \right. \\ \left. + \left[ \frac{b_0}{2} + b_{\Pi}(g, k) \right] \sin \varphi(t, n, m) \right\} \cos \varepsilon(t) \cos \beta(t); \\ y_{\Pi}(t, g, k, n, m) = y_{0\_в}(m) - \\ - (-1)^m \left\{ [R(0) + R_{\Pi}(g, k)] \sin \varphi(t, n, m) - \right. \\ \left. - \left[ \frac{b_0}{2} + b_{\Pi}(g, k) \right] \cos \varphi(t, n, m) \right\} \cos \varepsilon(t) \sin \beta(t); \\ z_{\Pi}(t, g, k, n, m) = z_{0\_в}(m) [1 + \sin \zeta(k)]; \end{cases}$$

– для точечных отражателей на задней кромке лопасти:

$$\begin{cases} x_3(t, g, k, n, m) = x_{0\_в}(m) + vt + \\ + \left\{ [R(0) + R_3(g, k)] \cos \varphi(t, n, m) - \right. \\ \left. - \left[ \frac{b_0}{2} + b_3(g, k) \right] \sin \varphi(t, n, m) \right\} \cos \varepsilon(t) \cos \beta(t); \\ y_3(t, g, k, n, m) = y_{0\_в}(m) - \\ - (-1)^m \left\{ [R(0) + R_3(g, k)] \sin \varphi(t, n, m) + \right. \\ \left. + \left[ \frac{b_0}{2} + b_3(g, k) \right] \cos \varphi(t, n, m) \right\} \cos \varepsilon(t) \sin \beta(t); \\ z_3(t, g, k, n, m) = z_{0\_в}(m) [1 + \sin \zeta(k)] - \\ - [b_0 + b_{\Pi}(g, k) + b_3(g, k)] \sin \eta, \end{cases}$$

где  $R(0)$  – расстояние от центра симметрии винта до начала отклонения кромки лопасти от горизонтальной прямой;  $R_{\Pi(3)}(g, k) = (n_{\Pi(3)}(g, k) - 1) \frac{\lambda}{4}$  – расстояние от начала отклонения кромки лопасти от горизонтальной прямой до  $g$ -го отражателя  $k$ -го аппроксимационного отрезка на передней (задней) кромке лопасти;  $n_{\Pi(3)}(g, k)$  – сквозной номер  $g$ -го отражателя  $k$ -го отрезка на передней (задней) кромке лопасти;  $\varphi(t, n, m)$  – угловое положение  $n$ -й лопасти  $m$ -го винта относительно оси  $O_1X_1$  в момент времени  $t$ ;  $b_{\Pi}(g, k) = R_{\Pi}(g, k) \operatorname{tg} \delta_{\Pi}(g, k)$  – отклонение  $k$ -го отрезка на передней кромке лопасти от прямой  $A_1A_2$ ,

$$\delta_{\Pi}(g, k) = \begin{cases} \delta_{\Pi} & \text{при } k = 1; \\ \delta_{\Pi} - g\delta_{\Pi} \left( \frac{l_{\Pi 2}}{\lambda/4} \right)^{-1} & \text{при } k = 2 \end{cases} \quad \text{– угол}$$

отклонения  $k$ -го отрезка на передней кромке лопасти относительно прямой  $A_1A_2$ ;  $b_3(g, k) = R_3(g, k) \operatorname{tg} \delta_3(g, k)$  – отклонение  $k$ -го отрезка на задней кромке лопасти от прямой  $A_3A_4$ ,

$$\delta_3(g, k) = \begin{cases} \delta_3 & \text{при } k = 1; \\ \delta_3 - g\Delta\delta_{31-2} \left( \frac{l_{32}}{\lambda/4} \right)^{-1} & \text{при } k = 2; \\ \delta_3 - \Delta\delta_{31-2} - \\ - g(\delta_3 - \Delta\delta_{31-2}) \left( \frac{l_{33}}{\lambda/4} \right)^{-1} & \text{при } k = 3 \end{cases} \quad \text{–}$$

угол отклонения  $k$ -го отрезка на задней кромке лопасти относительно прямой  $A_3A_4$ ,

$$\Delta\delta_{31-2} = \arccos \left( \frac{l_{31} + l_{32} \cos \delta_3}{\sqrt{l_{31}^2 + l_{32}^2 + 2l_{31}l_{32} \cos \delta_3}} \right);$$

$\zeta(k) = \Delta\zeta(k-1)$  – угол наклона лопасти относительно оси  $O_1X_1$ .

Угловое положение  $\varphi(t, n, m)$  зависит от частоты вращения винта  $F_B$  и изменяется по закону [9, 10]:

$$\varphi(t, n, m) = (-1)^m 2\pi F_B [t + (n-1)\Delta t] + \varphi_0(m),$$

где  $\varphi_0(m)$  – начальное угловое положение первой лопасти  $m$ -го винта в момент  $t=0$ ;

$\Delta t = \frac{1}{F_B N}$  – период следования лопастей.

Расстояние от  $g$ -го точечного отражателя для  $k$ -го отрезка на передней или задней кромке  $n$ -й лопасти каждого  $m$ -го винта до фазового центра приемной антенны:

$$r_{\Pi(3)}(t, g, k, n, m) = \left[ x_{\Pi(3)}^2(t, g, k, n, m) + y_{\Pi(3)}^2(t, g, k, n, m) + z_{\Pi(3)}^2(t, g, k, n, m) \right]^{1/2}.$$

В зависимости от приближения/удаления лопастей относительно фазового центра приемной антенны во время наблюдения отражен-

ная электромагнитная волна будет приниматься от соответствующих передних и задних кромок лопастей, ориентированных в сторону приемной антенны. Для винта, вращающегося против часовой стрелки (вид сверху), условия приближения/удаления передних/задних кромок лопастей относительно фазового центра приемной антенны будут зависеть от соотношения между угловым положением лопасти  $\varphi(t, n, m)$  и значением азимута  $\beta$ :

$$\begin{aligned} \beta \leq \varphi(t, n, m) &\leq \pi + \beta - \text{удаление;} \\ \pi + \beta < \varphi(t, n, m) &< 2\pi + \beta - \text{приближение.} \end{aligned}$$

Для винта, осуществляющего вращение по часовой стрелке, условия следования кромок будут обратными.

Фаза сигнала, отраженного от  $g$ -го отражателя для  $k$ -го отрезка на передней (задней) кромке  $n$ -й лопасти  $m$ -го винта:

$$\varphi_{c\_П(3)}(t, g, k, n, m) = 2k_B r_{\Pi(3)}(t, g, k, n, m),$$

где  $k_B = \frac{2\pi}{\lambda}$  – волновое число;  $\lambda$  – длина волны.

Мощность сигнала, отраженного от  $g$ -го точечного отражателя для  $k$ -го отрезка на передней (задней) кромке  $n$ -й лопасти  $m$ -го винта:

$$P_{c\_П(3)}(t, g, k, n, m) = \frac{P_0 G_{Tx} G_{Rx} \lambda^2 \sigma_{\Pi(3)}(g, k)}{(4\pi)^3 (r_{\Pi(3)}(t, g, k, n, m))^4},$$

где  $P_0$  – пиковая мощность зондирующего сигнала;  $G_{Tx}$ ,  $G_{Rx}$  – коэффициенты усиления приемной и передающей антенн;  $\sigma_{\Pi(3)}(g, k)$  – ЭПР  $g$ -го точечного отражателя для  $k$ -го отрезка на передней (задней) кромке лопасти.

Характеристики лопасти винта (форма и параметры) соответствуют условиям, гарантирующим аэродинамическую эффективность винта. Анализ сечения и линии кромки (как передней, так и задней) лопасти по мере удаления от ее корня к концу позволяет сделать следующие выводы:

– толщина кромки (передней и задней) в разных сечениях различна, однако закономерно уменьшается к концу лопасти;

– кромка меняет свою форму, отклоняясь от прямой линии, по мере удаления от корня лопасти.

Известно [8], что ЭПР проводящего цилиндра длиной  $L_{\text{ц}}$  и радиусом  $r_{\text{ц}}$  в сечении при угле падения  $90^\circ$  соответствует выражению

$$\sigma_{\text{ц}} = \frac{2\pi}{\lambda} r_{\text{ц}} L_{\text{ц}}^2.$$

Согласно этому выражению ЭПР фрагмента кромки, аппроксимированного прямой линией, будет уменьшаться по мере уменьшения ее радиуса и длины фрагмента.

На основе результатов экспериментальных исследований (см. рис. 1) можно предложить следующий вариант описания ЭПР отражателя:

$$\begin{aligned} \sigma_{\text{п}(3)}(g, k) = \\ = \sigma_{0\text{п}(3)} \left[ K_{\sigma 0} + \frac{N_{\text{п}(3)} - n_{\text{п}(3)}(g, k)}{N_{\text{п}(3)}} K_{\sigma 1} \right]^2, \end{aligned}$$

где  $\sigma_{0\text{п}(3)}$  – максимальное значение ЭПР одного отражателя на передней (задней) кромке лопасти;  $K_{\sigma 0}$  – коэффициент пьедестала ЭПР одного отражателя, который можно полагать в первом приближении одинаковым для передней и задней кромок лопасти винта квадрокоптера;  $K_{\sigma 1}$  – коэффициент спада ЭПР одного отражателя по мере удаления отражателя от центра лопасти к ее краю, который в первом приближении одинаков для передней и задней кромок лопасти винта квадрокоптера;  $N_{\text{п}(3)}$  – количество точечных отражателей на передней (задней) кромке лопасти;  $n_{\text{п}(3)}(g, k)$  – сквозной номер точечного отражателя на передней (задней) кромке лопасти, отсчитываемый от начала лопасти.

Для анализируемого винта квадрокоптера DJI Phantom 3 на основе экспериментальных исследований можно принять  $K_{\sigma 0} = 0.3$  и  $K_{\sigma 1} = 0.7$ . Эти значения будут использованы далее в ходе моделирования для сопоставительного анализа.

Закон изменения амплитуды сигнала, отраженного от  $g$ -го отражателя для  $k$ -го отрезка на передней (задней) кромке  $n$ -й лопасти:

$$E_{\text{с\_п}(3)}(t, g, k, n, m) = \sqrt{2P_{\text{с\_п}(3)}(t, g, k, n, m)}.$$

Полагая, что сигнал, отраженный от квадрокоптера, представляется совокупностью сигналов, отраженных от точечных отражателей, лежащих на поверхностях передних и задних кромок лопастей винтов [11–15], определим временную зависимость комплексной огибающей сигнала, отраженного от винтов квадрокоптера:

$$U(t) = U_{\text{п}}(t) + U_{\text{з}}(t),$$

где

$$\begin{aligned} U_{\text{п}}(t) = \sum_{m=1}^M \sum_{n=1}^N \sum_{k=1}^{N_k} \sum_{g=1}^{N_g} E_{\text{с\_п}}(t, g, k, n, m) \times \\ \times \exp[i(\varphi_{\text{с\_п}}(t, g, k, n, m))]; \\ U_{\text{з}}(t) = \sum_{m=1}^M \sum_{n=1}^N \sum_{k=1}^{N_k} \sum_{g=1}^{N_g} E_{\text{с\_з}}(t, g, k, n, m) \times \\ \times \exp[i(\varphi_{\text{с\_з}}(t, g, k, n, m))]. \end{aligned}$$

**Сравнение результатов моделирования и экспериментальных измерений.** С целью проверки адекватности разработанной модели был проведен эксперимент, схема которого приведена на рис. 5. Эксперимент проводился в

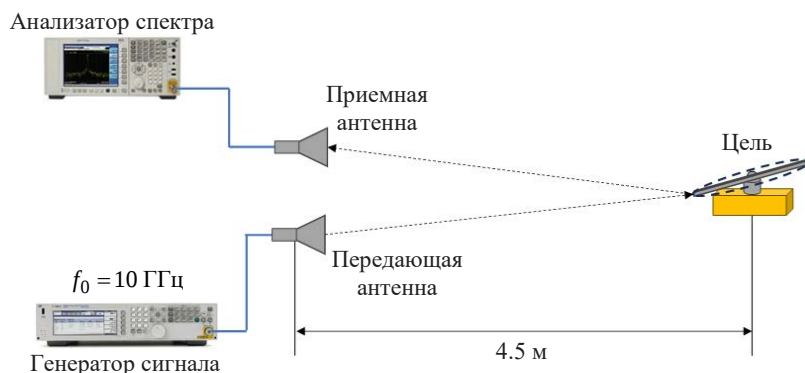


Рис. 5. Схема эксперимента

Fig. 5. Experimental scheme

условиях лаборатории. Объектом исследований являлся вращающийся двухлопастной карбоновый винт квадрокоптера DJI Phantom 3, вынесенный за пределы корпуса квадрокоптера. В качестве приемной и передающей антенн использовались рупорные антенны с вертикальной поляризацией. На приемной стороне фиксировался комплексный спектр, который использовался для восстановления принятого сигнала в комплексном виде.

При моделировании в качестве прототипа объекта (для корректного сравнения результатов) использовалась модель винта квадрокоптера DJI Phantom 3, созданная в соответствии с ранее описанной математической моделью.

Параметры винта: расположение горизонтальное (дополнительно учитывается наклон лопастей в разных проекциях); имеет две лопасти ( $N = 2$ ), частота вращения винта  $F_B = 275$  Гц; линейная скорость движения при моделировании  $v = 0$  м/с (зависший квадрокоптер). Параметры лопасти:  $l_{\Pi 1} = 0.031$  м;  $l_{\Pi 2} = 0.087$  м – длины отрезков на передней кромке;  $l_{31} = 0.029$  м;  $l_{32} = 0.01$  м;  $l_{33} = 0.08$  м – длины отрезков на

задней кромке; ширина лопасти на концах  $b_0 = 0.015$  м;  $\delta_{\Pi} = \frac{\pi}{20}$ ;  $\delta_3 = \frac{29\pi}{180}$  – углы отклонения передней и задней кромок лопасти от прямой линии вдоль лопасти. Максимальные значения ЭПР одного точечного отражателя на передней и задней кромках лопасти полагались одинаковыми и равными  $\sigma_{0\Pi(3)} = 1 \cdot 10^{-3}$  м<sup>2</sup>.

Длина волны при моделировании принималась равной  $\lambda = 0.03$  м, частота дискретизации  $F_d = 40$  кГц. Начальная дальность  $r_0 = 4.5$  м, угол  $\varepsilon = \frac{\pi}{18}$  и азимут  $\beta = \frac{\pi}{18}$  полагались не зависящими от времени (зависший квадрокоптер).

На рис. 6–8 приведены результаты моделирования и экспериментальных измерений сигнала, отраженного от приближающихся кромок лопастей, для четырех, двух и одного периодов следования лопастей соответственно.

Рис. 9–11 иллюстрируют результаты моделирования и экспериментальных измерений сигнала, отраженного от удаляющихся кромок лопастей, для четырех, двух и одного периодов следования лопастей соответственно.

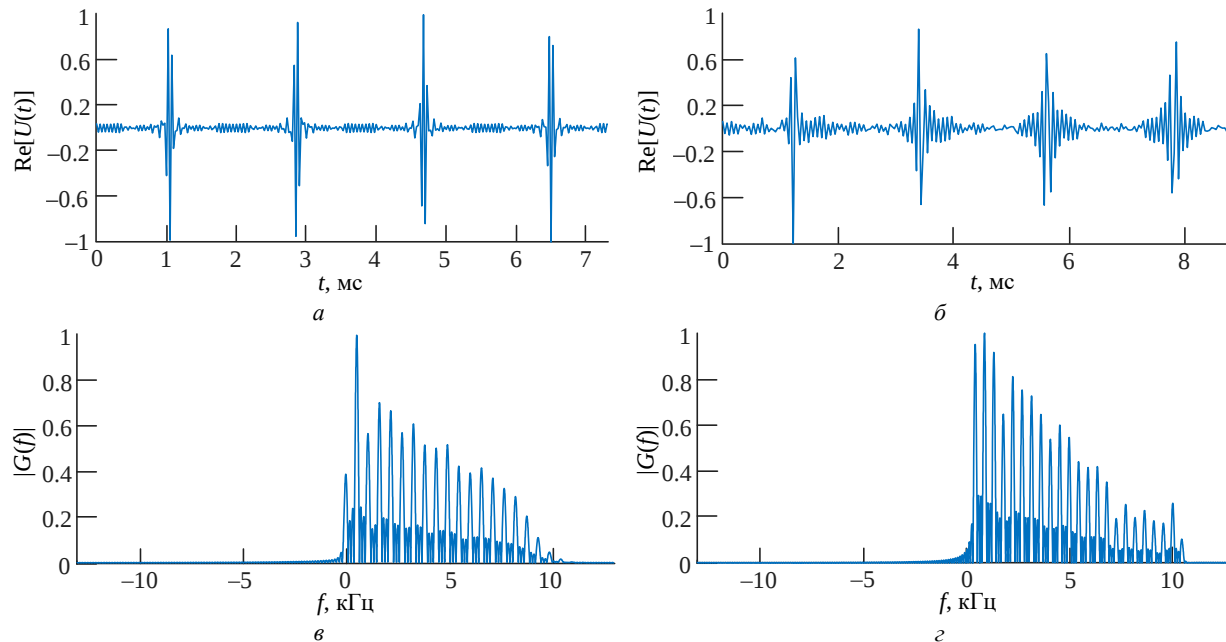


Рис. 6. Сравнение результатов моделирования и экспериментальных измерений (4 периода следования лопастей):  
а – действительная составляющая смоделированного сигнала, отраженного от приближающихся кромок лопастей винта квадрокоптера; б – действительная составляющая измеренного сигнала, отраженного от приближающихся кромок лопастей винта квадрокоптера; в – нормированный спектр смоделированного сигнала; г – нормированный спектр измеренного сигнала

Fig. 6. Comparison of the results of mathematical simulation and experimental measurements (4 blade follow-up periods):  
а – actual component of the simulated signal reflected from the approaching edges of the blades of the quadcopter propeller;  
б – actual component of the measured signal reflected from the approaching edges of the blades of the quadcopter propeller;  
в – normalized spectrum of the simulated signal; г – normalized spectrum of the measured signal

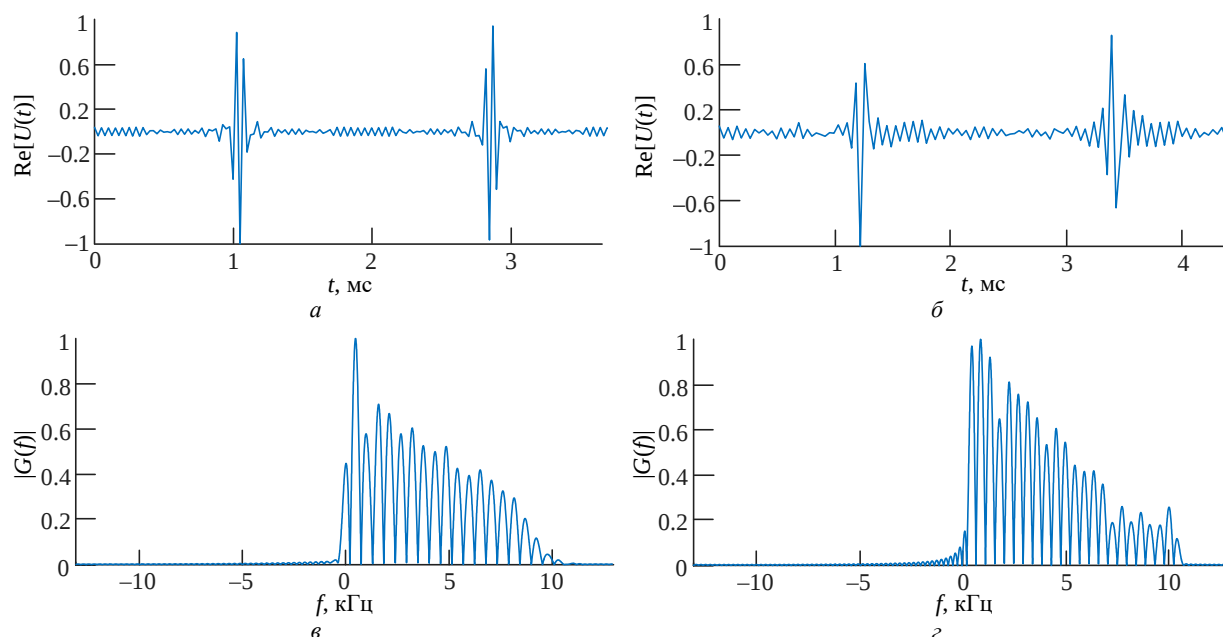


Рис. 7. Сравнение результатов моделирования и экспериментальных измерений (2 периода следования лопастей):  
а – действительная составляющая смоделированного сигнала, отраженного от приближающихся кромок лопастей винта квадрокоптера; б – действительная составляющая измеренного сигнала, отраженного от приближающихся кромок лопастей винта квадрокоптера; в – нормированный спектр смоделированного сигнала; г – нормированный спектр измеренного сигнала

Fig. 7. Comparison of the results of mathematical simulation and experimental measurements (2 blade follow-up periods):  
а – actual component of the simulated signal reflected from the approaching edges of the blades of the quadcopter propeller;  
б – actual component of the measured signal reflected from the approaching edges of the blades of the quadcopter propeller;  
в – normalized spectrum of the simulated signal; г – normalized spectrum of the measured signal

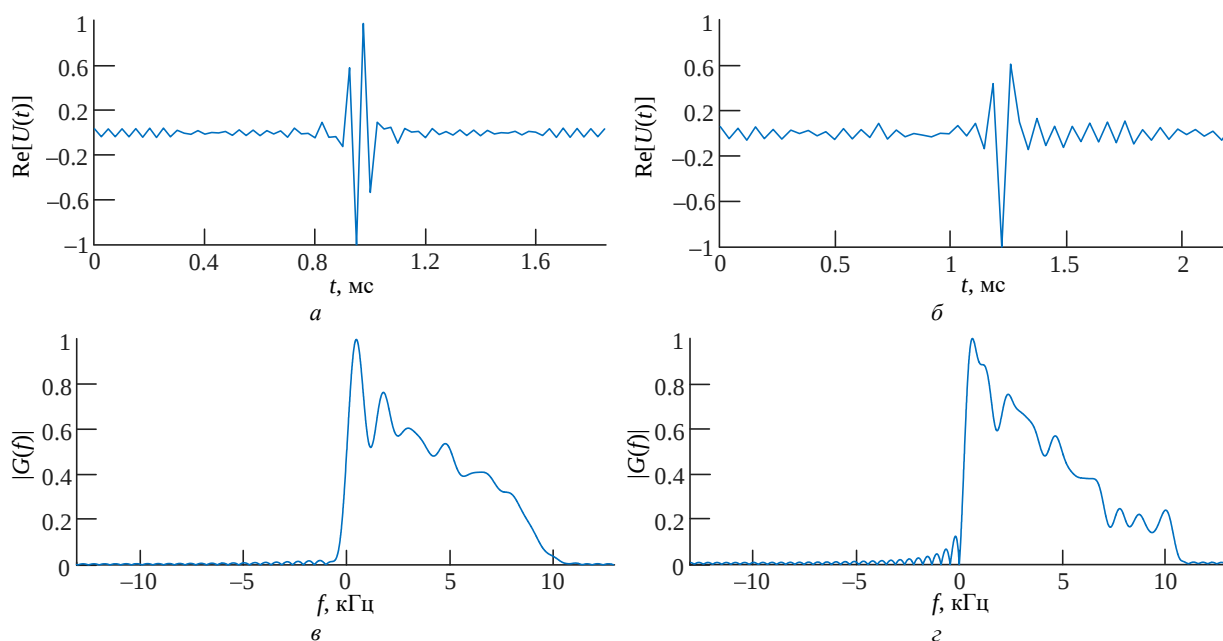


Рис. 8. Сравнение результатов моделирования и экспериментальных измерений (1 период следования лопастей):  
а – действительная составляющая смоделированного сигнала, отраженного от приближающихся кромок лопастей винта квадрокоптера; б – действительная составляющая измеренного сигнала, отраженного от приближающихся кромок лопастей винта квадрокоптера; в – нормированный спектр смоделированного сигнала;  
г – нормированный спектр измеренного сигнала

Fig. 8. Comparison of the results of mathematical simulation and experimental measurements (1 period of blade succession):  
а – actual component of the simulated signal reflected from the approaching edges of the blades of the quadcopter propeller;  
б – actual component of the measured signal reflected from the approaching edges of the blades of the quadcopter propeller;  
в – normalized spectrum of the simulated signal; г – normalized spectrum of the measured signal

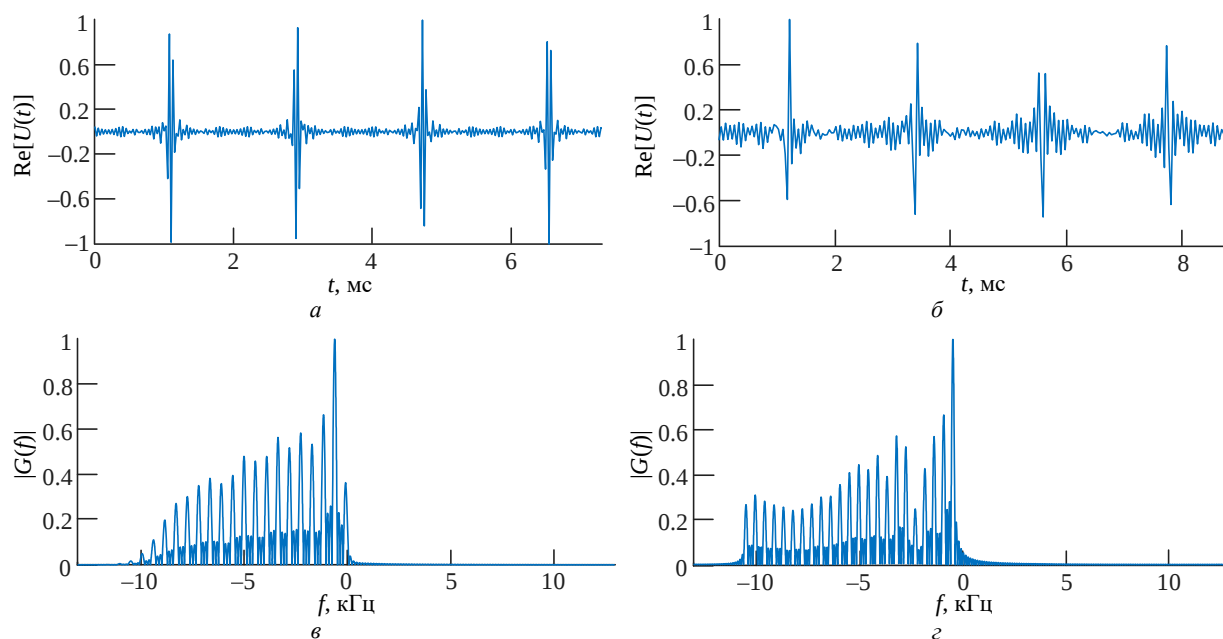


Рис. 9. Сравнение результатов моделирования и экспериментальных измерений (4 периода следования лопастей):  
а – действительная составляющая смоделированного сигнала, отраженного от удаляющихся кромок лопастей винта квадрокоптера; б – действительная составляющая измеренного сигнала, отраженного от удаляющихся кромок лопастей винта квадрокоптера; в – нормированный спектр смоделированного сигнала; г – нормированный спектр измеренного сигнала

Fig. 9. Comparison of the results of mathematical simulation and experimental measurements (4 blade follow-up periods):  
а – actual component of the simulated signal reflected from the receding edges of the blades of the quadcopter propeller;  
б – actual component of the measured signal reflected from the receding edges of the blades of the quadcopter propeller;  
в – normalized spectrum of the simulated signal; г – normalized spectrum of the measured signal

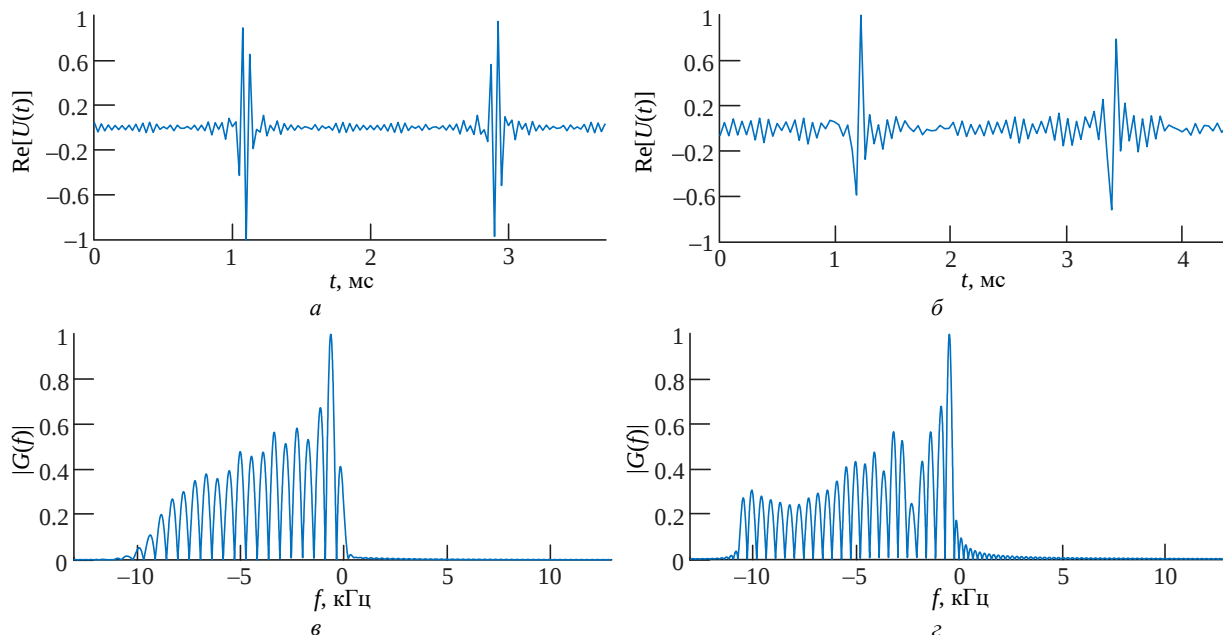


Рис. 10. Сравнение результатов моделирования и экспериментальных измерений (2 периода следования лопастей):  
а – действительная составляющая смоделированного сигнала, отраженного от удаляющихся кромок лопастей винта квадрокоптера; б – действительная составляющая измеренного сигнала, отраженного от удаляющихся кромок лопастей винта квадрокоптера; в – нормированный спектр смоделированного сигнала; г – нормированный спектр измеренного сигнала

Fig. 10. Comparison of the results of mathematical simulation and experimental measurements (2 blade follow-up periods):  
а – actual component of the simulated signal reflected from the receding edges of the blades of the quadcopter propeller;  
б – actual component of the measured signal reflected from the receding edges of the blades of the quadcopter propeller;  
в – normalized spectrum of the simulated signal; г – normalized spectrum of the measured signal

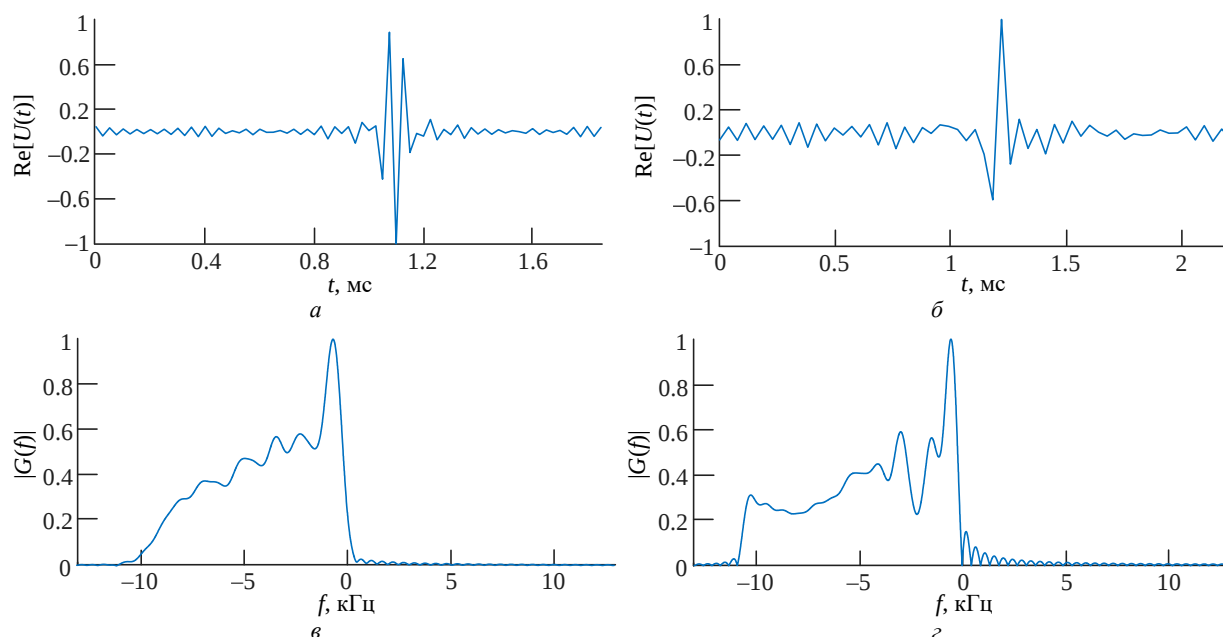


Рис. 11. Сравнение результатов моделирования и экспериментальных измерений (1 период следования лопастей):  
а – действительная составляющая смоделированного сигнала, отраженного от удаляющихся кромок лопастей винта квадрокоптера; б – действительная составляющая измеренного сигнала, отраженного от удаляющихся кромок лопастей винта квадрокоптера; в – нормированный спектр смоделированного сигнала; г – нормированный спектр измеренного сигнала

Fig. 11. Comparison of the results of mathematical simulation and experimental measurements (1 period of blade follow-up):  
а – actual component of the simulated signal reflected from the receding edges of the blades of the quadcopter propeller;  
б – actual component of the measured signal reflected from the receding edges of the blades of the quadcopter propeller;  
в – normalized spectrum of the simulated signal; г – normalized spectrum of the measured signal

**Заключение.** Экспериментальные исследования сигналов, отраженных от лопастей винта квадрокоптера, показали несоответствие простой модели отраженного сигнала реальности и необходимость ее совершенствования.

В основу новой модели были положены следующие особенности отражательных свойств лопасти винта квадрокоптера, выявленные в ходе экспериментальных исследований:

- структура реального сигнала, отраженного от кромки лопасти, существенно отличается от структуры сигнала, смоделированного с помощью простой модели. Отличия заключаются в том, что реальный отраженный сигнал содержит несколько сигналов, соответствующих нескольким областям локального отражения на кромке со своими фазовыми центрами. Анализ этого явления показывает, что кромку лопасти необходимо представлять не одним прямым отрезком, а набором отрезков, ориентация которых должна быть близка к линии кромки;
- амплитудно-частотные спектры сигналов, отраженных от передней и задней кромок ло-

пасти, очень схожи как по форме, так и по уровню. Это означает, что для винта квадрокоптера отражательные свойства передней и задней кромок примерно одинаковы;

– удельная ЭПР как на передней, так и на задней кромках падает от центра винта к концу лопасти. Это объясняется уменьшением радиусов передней и задней кромок лопасти к концу лопасти, а также отклонением кромки от прямой линии. Полученные закономерности изменения удельной ЭПР по кромке использованы в модели.

Результаты моделирования сигнала, отраженного от 2-лопастного винта квадрокоптера, с помощью новой модели, учитывающей перечисленные особенности, показали, что временные структуры и спектры смоделированного и полученного в ходе эксперимента сигналов близки.

Разработанная модель сигнала, отраженного от винта квадрокоптера, может быть использована в приложениях, связанных с различением и распознаванием квадрокоптеров.

### Список литературы

1. Плотницкая Е. С., Гейстер С. Р., Веремьев В. И. Математическая модель сигнала, отраженного от винтов квадрокоптера, в приложении к обращенному синтезу апертуры антенны в бистатической РЛС // Изв. вузов России. Радиоэлектроника. 2023. Т. 26, № 6. С. 41–53.  
doi: 10.32603/1993-8985-2023-26-6-41-53
2. Chen V. C., Martorella M. Inverse Synthetic Aperture Radar Imaging: Principles, Algorithms and Applications. Raleigh, USA: SciTech Publishing, 2014. 303 p.  
doi: 10.1049/SBRA504E
3. Ozdemir C. Inverse Synthetic Aperture Radar Imaging with MATLAB Algorithms. 2<sup>nd</sup> ed. Hoboken, USA: John Wiley and Sons, 2021. 672 p.
4. Research on Bi-ISAR Sparse Aperture High Resolution Imaging Algorithm under Low SNR / H. Zhu, W. Hu, B. Guo, L. Jiao, X. Zhu, C. Zhu // Electronics. 2022. Vol. 11, iss. 18. Art. № 2856.  
doi: 10.3390/electronics11182856
5. Rong J. J., Wang Y., Han T. Iterative Optimization-based ISAR Imaging with Sparse Aperture and Its Application in Interferometric ISAR Imaging // IEEE Sens. J. 2019. Vol. 19, iss. 19. P. 8681–8693.  
doi: 10.1109/JSEN.2019.2923447
6. Sayed A. N., Ramahi O. M., Shaker G. In the Realm of Aerial Deception: UAV Classification via ISAR Images and Radar Digital Twins for Enhanced Security // IEEE Sensors Let. 2024. Vol. 8, № 7. P. 1–4. Art. № 6007704.  
doi: 10.1109/LENS.2024.3416381
7. Removal of Micro-Doppler Effect in ISAR Imaging Based on Data-Driven Deep Network / H. Wang, K. Li, Y. Luo, Y. Liu, Q. Zhang, Q. Zhang // IEEE Sensors J. 2023. Vol. 23, № 12. P. 13198–13209.  
doi: 10.1109/JSEN.2023.3270226
8. Финкельштейн М. И. Основы радиолокации. 2-е изд. М.: Радио и связь, 1983. 536 с.
9. Гейстер С. Р., Нгуен Т. Т. Математические модели радиолокационного сигнала, отраженного от несущего винта вертолета, в приложении к обращенному синтезу апертуры // Изв. вузов России. Радиоэлектроника. 2019. Т. 22, № 3. С. 74–87.  
doi: 10.32603/1993-8985-2019-22-3-74-87
10. Гейстер С. Р., Нгуен Т. Т. Алгоритмы построения радиолокационного изображения винтов в горизонтальной и вертикальной плоскостях летательного аппарата в радиолокационном датчике с обращенным синтезом апертуры антенны // Докл. БГУИР. 2018. № 5 (115). С. 92–98.
11. Охрименко А. Е. Основы радиолокации и радиоэлектронная борьба. Ч. 1. Основы радиолокации. М.: Военное изд-во, 1983. 456 с.
12. Бартон Д. Радиолокационные системы / пер. с англ. П. Горохова, О. Казакова, А. Тупицына. М.: Воениздат, 1967. 480 с.
13. Радиоэлектронные системы. Основы построения и теория / Я. Д. Ширман, Ю. И. Лосев, Н. Н. Минервин, С. В. Москвитин, С. А. Горшков, Д. И. Леховицкий, Л. С. Левченко; под ред. проф. Я. Д. Ширмана. М.: МАКВИС, 1998. 828 с.
14. Бакулев П. А. Радиолокация движущихся целей. М.: Сов. радио, 1964. 336 с.
15. Radar handbook: ed by M. I. Skolnik. In 4 vol. Vol. 1. New York: McGraw-Hill, 1970. 1536 p.

### Информация об авторах

**Плотницкая Екатерина Сергеевна** – магистр по направлению "Радиотехника" (2023), аспирантка Санкт-Петербургского государственного электротехнического университета "ЛЭТИ" им. В. И. Ульянова (Ленина), младший научный сотрудник НИИ "Прогноз". Автор 9 научных публикаций. Сфера научных интересов – радиолокационное распознавание.

Адрес: Санкт-Петербургский государственный электротехнический университет "ЛЭТИ" им. В. И. Ульянова (Ленина), ул. Профессора Попова, д. 5 Ф, Санкт-Петербург, 197022, Россия  
E-mail: katya.plotnitskaya@yandex.ru.

**Гейстер Сергей Романович** – доктор технических наук (2004), профессор (2006), главный научный сотрудник ОАО "АЛЕВКУРП". Автор более 150 научных работ. Сфера научных интересов – построение радиотехнических систем различного назначения; радиолокационное распознавание; адаптивная обработка сигналов; радиоэлектронная защита.

Адрес: ОАО "АЛЕВКУРП", ул. Московская, д. 1а, Королев Стан, 223050, Республика Беларусь  
E-mail: hsr\_1960@yahoo.com

**Веремьев Владимир Иванович** – кандидат технических наук (2000), профессор кафедры радиотехнических систем Санкт-Петербургского государственного электротехнического университета "ЛЭТИ" им. В. И. Ульянова (Ленина), директор НИИ "Прогноз". Автор более 130 научных работ. Сфера научных интересов – комплексный экологический мониторинг; комплексные вопросы построения радиолокационных систем; многодиапазонные многопозиционные радиолокационные комплексы для мониторинга воздушного пространства и морской поверхности.

Адрес: Санкт-Петербургский государственный электротехнический университет "ЛЭТИ" им. В. И. Ульянова (Ленина), ул. Профессора Попова, д. 5 Ф, Санкт-Петербург, 197022, Россия  
E-mail: vervladiv@gmail.com  
<https://orcid.org/0000-0001-8167-6616>

## References

1. Plotnitskaya E. S., Heister S. R., Veremyev V. I. Mathematical Model for a Radar Signal Reflected from Drone Propellers as Applied to the Method of Inverse Synthetic Aperture Radar in Bistatic Radar. J. of the Russian Universities. Radioelectronics. 2023, vol. 26, no. 6, pp. 41–53.  
doi: 10.32603/1993-8985-2023-26-6-41-53
2. Chen V. C., Martorella M. Inverse Synthetic Aperture Radar Imaging: Principles, Algorithms, and Applications. Raleigh, USA, SciTech Publishing, 2014, 303 p.  
doi: 10.1049/SBRA504E
3. Ozdemir C. Inverse Synthetic Aperture Radar Imaging with MATLAB Algorithms. 2<sup>nd</sup> ed. Hoboken, USA, John Wiley and Sons, 2021, 672 p.
4. Zhu H., Hu W., Guo B., Jiao L., Zhu X., Zhu C. Research on Bi-ISAR Sparse Aperture High Resolution Imaging Algorithm under Low SNR. Electronics. 2022, vol. 11, iss. 18, art. no. 2856.  
doi: 10.3390/electronics11182856
5. Rong J. J., Wang Y., Han T. Iterative Optimization-based ISAR Imaging with Sparse Aperture and Its Application in Interferometric ISAR Imaging. IEEE Sens. J. 2019, vol. 19, iss. 19, pp. 8681–8693.  
doi: 10.1109/JSEN.2019.2923447
6. Sayed A. N., Ramahi O. M., Shaker G. In the Realm of Aerial Deception: UAV Classification via ISAR Images and Radar Digital Twins for Enhanced Security. IEEE Sensors Let. 2024, vol. 8, no. 7, pp. 1–4, art. no. 6007704.  
doi: 10.1109/LSSENS.2024.3416381
7. Wang H., Li K., Luo Y., Liu Y., Zhang Q., Zhang Q. Removal of Micro-Doppler Effect in ISAR Imaging Based on Data-Driven Deep Network. IEEE Sensors J. 2023, vol. 23, no. 12, pp. 13198–13209.  
doi: 10.1109/JSEN.2023.3270226
8. Finkelstein M. I. *Osnovy radiolokatsii* [Radar Basics]. 2<sup>nd</sup> ed. Moscow, Radio i svyaz, 1983, 536 p. (In Russ.)
9. Heister S. R., Thai T. Nguyen. Mathematical Models of the Radar Signal Reflected from a Helicopter Main Rotor in Application to Inverse Synthesis of Antenna Aperture. J. of the Russian Universities. Radioelectronics. 2019, vol. 22, no. 3, pp. 74–87.  
doi: 10.32603/1993-8985-2019-22-3-74-87
10. Heister, S. R., Nguyen T. T. The Radar Image Formation Algorithms for Screws of an Aerial Vehicle in Horizontal and Vertical Planes in the Radar Sensor with Inverse Synthesis of Antenna Aperture. *Doklady BGUIR*. 2018, vol. 115, no. 5, pp. 92–98. (In Russ.)
11. Okhrimenko A. Ye. *Osnovy radiolokatsii i radioelektronnaya bor'ba. Chast' 1. Osnovy radiolokatsii* [Fundamentals of Radar and Electronic Warfare. Pt 1. Fundamentals of Radar]. Moscow, Voennoye izdatel'stvo, 1983, 456 p. (In Russ.)
12. Barton D. K. Radar System Analysis. Englewood Cliffs, NJ: Prentice Hall, 1964.
13. Shirman Ya. D., Losev Yu. I., Minervin N. N., Moskvitin S. V., Gorshkov S. A., Lekhovitskii D. I., Levchenko L. S. *Radioelektronnnyye sistemy: Osnovy postroyeniya i teoriya* [Radio Electronic Systems. Basics of Construction and Theory] ed. by Ya. D. Shirman. Moscow, MAKVIS, 1998, 828 p. (In Russ.)
14. Bakulev P. A. *Radiolokatsiya dvizhushchikhsya tseley* [Radar Detection of Moving Targets]. Moscow, Sovetskoye radio, 1964, 336 p. (In Russ.)
15. Radar handbook: ed by M. I. Skolnik. In 4 vol. Vol. 1. New York, McGraw-Hill, 1970, 1536 p.

## Information about the authors

**Ekaterina S. Plotnitskaya** – Master in Radio Engineering (2023, Saint Petersburg Electrotechnical University). Postgraduate student of Saint Petersburg Electrotechnical University, Junior Research Fellow of the Research Institute "Prognoz". The author of 9 scientific publications. Area of expertise: radar recognition.  
Address: Saint Petersburg Electrotechnical University, 5F, Professor Popov St., Saint Petersburg 197022, Russia  
E-mail: katya.plotnitskaya@yandex.ru

**Sergey R. Heister**, Dr Sci. (Eng.) (2004), Professor (2006), Chief Researcher at the JSC "ALEVKURP". The author of more than 150 scientific publications. Area of expertise: construction of radio engineering systems for various purposes; radar recognition; adaptive signal processing; radioelectronic protective measures.  
Address: JSG "ALEVKURP", 1a, Moscow St., Korolev Stan 223050, Republic of Belarus  
E-mail: hsr\_1960@yahoo.com

**Vladimir I. Veremyev** – Cand. Sci. (2000), Professor of the Department of Radio Engineering Systems in Saint Petersburg Electrotechnical University, Director of the Research Institute "Prognoz". The author of more than 130 scientific publications. Area of expertise: integrated environmental monitoring; complex issues of building radar systems; multi-band multi-position radar systems for airspace and sea surface monitoring.  
Address: Saint Petersburg Electrotechnical University, 5F, Professor Popov St., Saint Petersburg 197022, Russia  
E-mail: vervladiv@gmail.com  
<https://orcid.org/0000-0001-8167-6616>