

## Пространственная корреляционная функция сигналов в радиотехнических системах с фазированными антенными решетками

М. Р. Бибарсов<sup>1,2</sup>✉

<sup>1</sup> Санкт-Петербургский государственный университет  
аэрокосмического приборостроения, Санкт-Петербург, Россия

<sup>2</sup> Военная академия связи, Санкт-Петербург, Россия

✉ [bibarsovmr@rambler.ru](mailto:bibarsovmr@rambler.ru)

### Аннотация

**Введение.** В современных мобильных космических системах связи в настоящее время не всегда удастся добиться требуемой точности наведения главного луча диаграммы направленности на спутник-ретранслятор. В связи с этим актуальность задачи развития теории и методов построения систем наведения наземных станций особенно повышается. В статье представлен математический аппарат описания модели пространственной корреляционной функции (функции неопределенности) пространственно-временного сигнала, являющейся универсальной характеристикой, определяющей его влияние на основные качественные показатели радиотехнической системы.

**Цель работы.** На основе исследования формы объемного изображения модуля пространственной корреляционной функции в зависимости от направления прихода полезного сигнала определить размеры области высокой корреляции.

**Материалы и методы.** При исследовании функции неопределенности пространственно-временного сигнала использовались методы статистического моделирования. Расчеты проводились на ЭВМ с помощью пакета прикладной математики Mathcad 15.

**Результаты.** Обобщены результаты исследования объемного изображения модуля функции неопределенности пространственно-временного сигнала. Определены минимальные и максимальные значения ширины области высокой корреляции по угловым координатам, непосредственно влияющие на точность пеленгации спутника-ретранслятора графическим способом: при угле места равном нулю получено минимальное значение ширины функции корреляции  $\theta_{\text{кор}} = \theta_{\text{кор min}} = 7^\circ$  и максимальная неопределенность по отношению к истинному значению азимута;  $\theta_{\text{кор max}} = 12^\circ$  получено на границе области сканирования диаграммы направленности при  $\theta_0 = 60^\circ$ , при этом параметр  $A_{\text{кор min}} = 7^\circ$ . Аналитический способ позволил получить:  $A_{\text{кор min}} \approx 6^\circ$  при  $\theta_0 = 60^\circ$ ;  $A_0 = 90, 270^\circ$  и  $\theta_{\text{кор min}} \approx 5^\circ$  при  $\theta_0 = 0^\circ$ ;  $A_0 = 0, 180, 360^\circ$ . Сформулированы выводы.

**Заключение.** Результаты исследований можно обобщить и использовать в мобильных системах космической связи с фазированными антенными решетками на этапе их разработки. Дальнейшие направления исследований могут быть нацелены на разработку комформных фазированных антенных решеток с управляемой диаграммой направленности.

**Ключевые слова:** пространственная корреляционная функция, пространственно-временной сигнал, фазированная антенная решетка, угловые координаты источника излучения, функция раскрытия фазированной антенной решетки

**Для цитирования:** Бибарсов М. Р. Пространственная корреляционная функция сигналов в радиотехнических системах с фазированными антенными решетками // Изв. вузов России. Радиоэлектроника. 2025. Т. 28, № 3. С. 85–94. doi: 10.32603/1993-8985-2025-28-3-85-94

**Конфликт интересов.** Автор заявляет об отсутствии конфликта интересов.

Статья поступила в редакцию 18.04.2025; принята к публикации после рецензирования 20.05.2025; опубликована онлайн 30.06.2025



## Spatial Correlation Function of Signals in Radio Engineering Systems with Phased Antenna Arrays

Marat R. Bibarsov<sup>1,2✉</sup>

<sup>1</sup>Saint Petersburg State University of Aerospace Instrumentation, St Petersburg, Russia

<sup>2</sup>Military Telecommunications Academy, St Petersburg, Russia

✉ bibarsovmr@rambler.ru

### Abstract

**Introduction.** In modern mobile space communication systems, the required accuracy of pointing the main beam of the directional diagram to the satellite repeater is hard to achieve. In this regard, the development of a theory and methods for constructing ground-station guidance systems constitutes a relevant research task. This article presents a mathematical apparatus for describing a model of the spatial correlation function (uncertainty function) of a space–time signal, which is a versatile characteristic that determines its influence on the main quality indicators of a radio engineering system.

**Aim.** To determine the dimensions of the high correlation region by studying the shape of a volumetric image of the module of the spatial correlation function, depending on the direction of arrival of the signal of interest.

**Materials and methods.** The uncertainty function of the space–time signal was investigated using statistical simulation methods. Calculations were performed in the Mathcad 15 software package.

**Results.** A volumetric image of the ambiguity function module of a space–time signal is constructed. The minimum and maximum values of the width of the high correlation region are determined by angular coordinates, which directly affect the accuracy of direction finding of the repeater satellite using a graphical method. At an elevation angle equal to zero, the minimum value of the width of the correlation function is obtained, equal to  $\theta_{\text{кор}} = \theta_{\text{кор min}} = 7^\circ$  and the maximum uncertainty in relation to the true value of the azimuth. At the boundary of the scanning area of the radiation pattern  $\theta_0 = 60^\circ$ , we obtain  $\theta_{\text{кор max}} = 12^\circ$ , in this case, the parameter  $A_{\text{кор min}} = 7^\circ$ . The analytical method allowed us to obtain:  $A_{\text{кор min}} \approx 6^\circ$  at  $\theta_0 = 60^\circ$ ;  $A_0 = 90, 270^\circ$  and  $\theta_{\text{кор min}} \approx 5^\circ$  at  $\theta_0 = 0^\circ$ ;  $A_0 = 0, 180, 360^\circ$ .

**Conclusion.** The results obtained can be used when developing mobile space communication systems with phased antenna arrays. Further research directions include the development of conformal phased antenna arrays with a controllable directional diagram.

**Keywords:** spatial correlation function, space-time signal, phased antenna array, angular coordinates of radiation source, aperture function of phased antenna array

**For citation:** Bibarsov M. R. Spatial Correlation Function of Signals in Radio Engineering Systems with Phased Antenna Arrays. Journal of the Russian Universities. Radioelectronics. 2025, vol. 28, no. 3, pp. 85–94.  
doi: 10.32603/1993-8985-2025-28-3-85-94

**Conflict of interest.** The author declares no conflicts of interest.

Submitted 18.04.2025; accepted 20.05.2025; published online 30.06.2025

**Введение.** В настоящее время разработаны и продолжают значительными темпами развиваться мобильные земные станции космической связи (ЗКС), расположенные на движущейся транспортной базе (корабль, летательный аппарат, железнодорожный вагон, автомобиль и т. д.) [1–8]. Для устойчивого сопровождения спутника-ретранслятора (СР) с борта движущегося транспортного средства должно осуществляться

точное наведение узкого антенного луча мобильного комплекса на спутник в условиях маневрирования транспортного средства и различного рода колебаний. В связи с этим актуальность задачи развития теории и методов построения систем наведения наземных станций особенно повышается.

Необходимость решения задач наведения обусловлена тем, что в современных системах

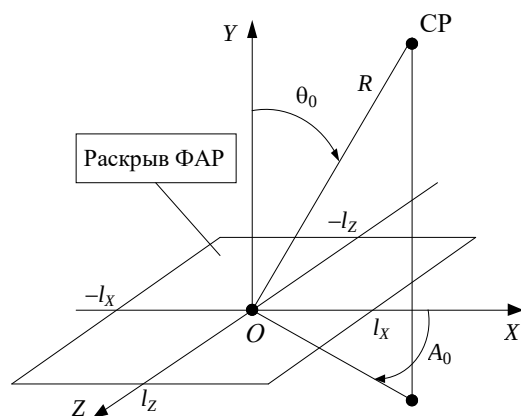


Рис. 1. ФАР

Fig. 1. Phased array antenna

космической связи используются спутники-ретрансляторы на геостационарной либо высокоэллиптической орбите. В этих условиях для обеспечения необходимого отношения сигнал/шум на входе приемника антенна ЗКС должна иметь высокий коэффициент усиления, чему соответствует малая ширина главного лепестка диаграммы направленности (ДН), составляющая по уровню 3 дБ десятки доли градуса [9–12]. Например, у отечественных антенн с диаметром зеркал 12 и 25 м, работающих в диапазоне 46 ГГц, ширина ДН по уровню 3 дБ составляет 16 и 7' соответственно. Если обратиться к рис. 1, на котором изображено положение СР в связанной системе координат  $OXYZ$ ,  $A_0, \theta_0$  – азимут и угол места СР, в точке  $O$  расположен электрический центр антенны, то можно отметить следующее. Во избежание существенных энергетических потерь при передаче полезного сигнала в радиолинии отклонение луча антенны не должно превышать десятой доли ширины ДН по уровню 3 дБ и может составлять десятки доли градуса. В рассматриваемом случае это составляет 1.6 и 0.7'. Еще более узкие ДН должны иметь антенны, предназначенные для работы в диапазонах 11...14 и 20...30 ГГц. Для наведения луча в столь узких секторах измерение угловых координат СР (пеленгацию) необходимо осуществлять с очень высокой точностью.

Известные методы, применяемые на ЗКС (программного наведения; автосопровождения; ручное наведение; комбинированный), разработаны для зеркальных антенн. В соответствии с этими методами любая система наведения

должна состоять из следующих элементов: устройства пеленгации СР, устройства управления электроприводами и самого электропривода, с помощью которого осуществляется разворот антенны по азимуту и углу места с целью слежения за СР в реальном масштабе времени.

С другой стороны, существуют технические решения в этой области, связанные с применением известных методов наведения зеркальных антенн стационарных ЗКС к условиям движущейся транспортной базы. Основой для таких решений послужило развитие теории и практики инерциальной навигации, фазированных антенных решеток (ФАР) и высокопроизводительных специализированных цифровых процессоров, способных сотни раз в секунду изменить положение максимума ДН ФАР в пространстве [13–17].

Известно, что при оптимальном приеме сигналов на фоне пространственно-временного (ПВ) белого шума сигнальная составляющая выходного эффекта оптимального приемника с точностью до константы совпадает с модулем корреляционной функции (КФ) (функцией неопределенности) ПВ-сигнала [18].

Таким образом, корреляционная функция является универсальной характеристикой пространственно-временного сигнала, определяющей его влияние на основные качественные показатели радиотехнической системы. Ширина главного максимума и уровень боковых лепестков модуля корреляционной функции ПВ-сигнала характеризуют селективные свойства системы: чем уже главный пик и меньше уровень боковых лепестков, тем лучше разрешение сигналов и подавление внешних помех. Точность оценки параметров сигнала при заданном отношении сигнал/шум зависит от остроты главного максимума корреляционной функции.

Цель настоящей статьи – определить размеры области высокой корреляции на основе исследования формы объемного изображения модуля пространственной корреляционной функции (ПКФ) в зависимости от направления прихода полезного сигнала.

**Постановка задачи.** Будем полагать, что на раскрыв ФАР (рис. 1) воздействует пространственно-временной сигнал  $u(t, x, z)$ , представ-

ляющий собой сумму поля полезного сигнала  $s(t, x, z, \lambda_0, \varphi_0)$  и поля помехи  $n(t, x, z)$ :

$$u(t, x, z) = s(t, x, z, \lambda_0, \varphi_0) + n(t, x, z), \quad (1)$$

где  $x, z$  – координаты точки раскрыва плоской ФАР;  $\lambda = \|A_0, \theta_0\|$  – вектор истинных значений угловых координат СР;  $\varphi_0$  – начальная фаза сигнала;  $s(t, x, z, \lambda_0, \varphi_0)$  – полезный сигнал, равный:

$$s(t, x, z, \lambda_0, \varphi_0) = \text{Re}\{\dot{I}(x, z) s_{\text{пад}}(t, x, z, \lambda_0, \varphi_0)\}. \quad (2)$$

Здесь  $\dot{I}(x, z)$  – непрерывная функция раскрыва, описывающая свойства антенн, влияющие на характеристики обрабатываемого ПВ-сигнала:

$$\dot{I}(x, z) = I(x, z) \exp[j\Phi(x, z)],$$

где  $I(x, z)$  – модуль функции раскрыва, характеризующий распределение усиления по раскрыву ФАР;  $\Phi(x, z)$  – аргумент функции раскрыва, характеризующий фазовое распределение по раскрыву ФАР;  $s_{\text{пад}}(t, x, z, \lambda_0, \varphi_0)$  – ПВ-сигнал, падающий на раскрыв ФАР. Выбор математической модели для описания этого сигнала зависит от формы орбиты СР. В случае геостационарной орбиты СР модель сигнала представляет собой плоскую радиоволну, описываемую выражением

$$s_{\text{пад}}(t, x, z, \lambda_0, \varphi_0) = \text{Re}\{\dot{s}_{\text{пад}}(t, x, z, \lambda_0, \varphi_0)\} = \text{Re}\{V\dot{u}(t - \tau) \exp[j\omega_0(t - \tau) - j\varphi_0]\}, \quad (3)$$

где  $V$  – амплитудный множитель;  $\dot{u}(t - \tau)$  – комплексная огибающая принимаемого сигнала;  $\omega_0$  – несущая частота;  $\tau$  – задержка сигнала, принимаемого в точке раскрыва ФАР с координатами  $(x, z)$ , отсчитанная относительно момента прихода сигнала в геометрический центр раскрыва ФАР, рассчитываемая по формуле

$$\tau = \frac{1}{c}(x \cos A_0 + z \sin A_0) \sin \theta_0, \quad (4)$$

где  $c$  – скорость света. Из (3), (4) следует, что информация об угловых координатах закодирована в задержке  $\tau$ .

Если СР движется по высокоэллиптической орбите, то математическая модель поля, воздействующего на раскрыв ФАР, усложняется и принимает вид

$$s_{\text{пад}}(t, x, z, \lambda_0, \lambda_m, \varphi_0) = \text{Re}\{V\dot{u}(t - \tau) \exp[j\omega_0(t - \tau) + j\Omega - j\varphi_0]\},$$

где  $\Omega$  – доплеровский сдвиг частоты:

$$\Omega = -\frac{\omega_0}{c} \times \{R'_0 + x[\cos \theta_0 \cos A_0 \theta'_0 - \sin \theta_0 \sin A_0 A'_0] + z[\cos \theta_0 \sin A_0 \theta'_0 + \sin \theta_0 \cos A_0 A'_0]\};$$

$R'_0 = dR_0/dt$  – радиальная скорость СР;  
 $A'_0 = dA_0/dt$  – скорость изменения азимута;  
 $\theta'_0 = d\theta_0/dt$  – скорость изменения угла места;  
 $\lambda_m = \|A'_0, \theta'_0, R'_0\|$  – вектор мешающих сигналов.

Считаем, что сигнал (2) принимается на фоне аддитивного гауссовского пространственно-временного шума  $n(t, x, z)$  (1) с односторонней спектральной плотностью  $N_0$ , а начальная фаза сигнала случайна и распределена равномерно в интервале  $[0, 2\pi]$ .

**Решение задачи.** Комплексную ПКФ сигнала (3) по параметрам  $A, \theta$  можно получить из общего выражения функции неопределенности неэнергетического параметра сигнала при пространственно-временной обработке:

$$\dot{\Psi}(\lambda, \lambda_0) = C_1 \int_{-l_x}^{l_x} \int_{-l_z}^{l_z} \int_{-T}^T |\dot{I}(x, z)|^2 \times \times \dot{s}_{\text{пад}}(t, x, z, \lambda_0, \varphi_{01}) \times \times \dot{s}_{\text{пад}}^*(t, x, z, \lambda_0, \varphi_{02}) dx dz dt, \quad (5)$$

где  $\lambda$  – вектор измеряемых параметров сигнала;  $\lambda_0$  – вектор истинных значений измеряемых параметров сигнала;  $C_1$  – нормирующий множитель;  $\varphi_{01}, \varphi_{02}$  – начальные фазы сигнала (3) и комплексно-сопряженного сигнала; \* – символ операции комплексного сопряжения.

Подставляя в (5) выражение (3) и определяя нормирующий множитель из условия  $\dot{\Psi}(\lambda_0, \lambda_0) = 1$ , получим

$$\dot{\Psi}(\lambda, \lambda_0) = \left| 2E \int_{-l_x}^{l_x} \int_{-l_z}^{l_z} |\dot{I}(x, z)|^2 dx dz \right|^{-1} \times \\ \times \int_{-l_x}^{l_x} \int_{-l_z}^{l_z} \int_{-T}^T |\dot{I}(x, z)|^2 \dot{u}(t) \dot{u}^*(t - \tau) \times \\ \times \exp[j\omega_0(\tau_0 - \tau)] dx dz dt, \quad (6)$$

где  $E = \frac{V}{2} \int_{-T}^T |\dot{u}(t)|^2 dt$  – энергия сигнала;  $\tau_0$  – задержка сигнала, рассчитанная по формуле (4), но при истинных значениях оцениваемых параметров.

Учитывая, что в выражении (6)

$$\frac{1}{2E} \int_{-T}^T \dot{u}(t) \dot{u}^*(t - \tau) e^{j\Omega t} dt = \dot{\rho}(\tau, \Omega) \quad (7)$$

– комплексная частотно-временная функция неопределенности сигнала;

$$\dot{\Psi}_L(\lambda, \lambda_0) = \frac{\int_{-l_x}^{l_x} \int_{-l_z}^{l_z} |\dot{I}(x, z)|^2 e^{j\omega_0(\tau_0 - \tau)} dx dz}{\int_{-l_x}^{l_x} \int_{-l_z}^{l_z} |\dot{I}(x, z)|^2 dx dz} \quad (8)$$

– комплексная пространственная корреляционная функция обрабатываемого ПВ-сигнала, корреляционная функция ПВ-сигнала, принимаемого заполненной ФАР с габаритными размерами, значительно меньшими расстояния  $R$  до источника полезного сигнала (рис. 1), факторизуется, т. е. может быть представлена с учетом (6)–(8) в виде

$$\dot{\Psi}(\lambda, \lambda_0) = \dot{\rho}(\tau, \Omega) \dot{\Psi}_L(\lambda, \lambda_0). \quad (9)$$

В (8) интегрирование осуществляется по конечным пределам раскрытия ФАР. При этом подразумевается, что функция тождественно равна нулю вне пространственно-временного интервала наблюдения.

Таким образом, (5) при нахождении точечной цели в дальней волновой зоне плоской

приемной ФАР факторизуется, т. е. представимо произведением сомножителей, описывающих в отдельности только временную и только пространственную обработку сигналов. Соотношения (5) и (9) учитывают как разрешение по времени запаздывания сигналов и их доплеровскому сдвигу (в случае движущейся точечной цели), так и пространственное разрешение их источников по угловым координатам.

Поскольку свойства частотно-временной КФ для широкого класса сигналов изучены достаточно хорошо [18], предметом исследования являются свойства пространственной корреляционной функции обрабатываемого ПВ-сигнала.

Полагая, что функция раскрытия ФАР удовлетворяет условию  $|\dot{I}(x, z)|^2 = 1$  в области  $L$ , после подстановки выражения (4) для  $\tau$  в (8) и последующего интегрирования получим

$$\Psi_L(\lambda, \lambda_0) = 4l_x l_z \frac{\sin \alpha l_x}{\alpha l_x} \frac{\sin \beta l_z}{\beta l_z}, \quad (10)$$

где

$$\alpha l_x = 2\pi \frac{l_x}{\lambda_p} (\sin \theta_0 \cos A_0 - \sin \theta \cos A); \quad (11)$$

$$\beta l_z = 2\pi \frac{l_z}{\lambda_p} (\sin \theta_0 \sin A_0 - \sin \theta \sin A); \quad (12)$$

$\lambda_p$  – рабочая длина волны.

Из соотношений (10)–(12) следует, что пространственная функция корреляции ПВ-сигнала, принимаемая ФАР, нестационарна, хотя параметры  $A = A_0$  и  $\theta = \theta_0$  являются неэнергетическими.

Остается нерешенным вопрос о том, как выбирать последовательные значения оцениваемых параметров  $\{A_{0i}, \theta_{0k}\}$ ,  $i = \overline{1, m}$ ,  $k = \overline{1, l}$  из области сканирования допустимых значений  $\Lambda_0: \{A_0 \in (A_{\min}, A_{\max}), \theta_0 \in (\theta_{\min}, \theta_{\max})\}$  функционала правдоподобия или любого другого оптимального выходного эффекта пространственно-временной обработки сигналов в виде функции  $F(u(t, x, z), \lambda_0)$ . Для плоской ФАР значения угловых координат находятся в пределах  $0 < A < 360^\circ$ ;  $-60 < \theta < 60^\circ$ .

Очевидно, что значения параметров  $m$  и  $l$  зависят от требуемой точности оценки азимута и

угла места точечной цели (СР). При фиксированных интервалах  $(A_{\min}, A_{\max})$  и  $(\theta_{\min}, \theta_{\max})$ , заданных размерах раскрыва ФАР и известной рабочей длине волны увеличение численных параметров  $m$  и  $l$  имеет смысл лишь до некоторых пределов. Общее число  $v = ml$  дискретных значений параметра  $\lambda_0$  должно быть таким, чтобы набор дискретных значений  $F(u(t, x, z), \lambda_{010}), \dots, F(u(t, x, z), \lambda_{0v0})$  с достаточной для практических приложений точностью воспроизводил функцию  $F(u(t, x, z), \lambda_0)$  на множестве  $\Lambda_0$ . Один из возможных подходов к выбору параметров  $m$  и  $l$ , а следовательно, и общего числа  $v = ml$  дискретных значений параметра  $\lambda_0$  состоит в том, что при любом значении измеряемого векторного параметра  $\lambda_0 \in \Lambda_0$  хотя бы одно его дискретное значение из множества  $\{\lambda_{0i}\}$ ,  $i = \overline{1, v}$  должно попасть в область пика сигнальной функции (сигнальной составляющей оптимального выходного эффекта пространственно-временной обработки сигналов  $F(u(t, x, z), \lambda_0)$ ). В рассматриваемом случае это соответствует максимуму функции неопределенности полезного сигнала по параметру  $\lambda_0$ .

При этом сдвиг между двумя соседними дискретными отсчетами  $\lambda_{0i}$  и  $\lambda_{0i+1}$  по углу места  $\theta_{0i+1} - \theta_{0i}$  и азимуту  $A_{0i+1} - A_{0i}$  не должен превышать ширины области высокой корреляции функции неопределенности по этому параметру. Обозначим ширину данной области по углу места  $\theta_{\text{кор}}$ , по азимуту –  $A_{\text{кор}}$ .

Для того чтобы определить размеры областей высокой корреляции, можно воспользоваться одним из трех подходов. Первый предполагает построение объемного графика модуля функции неопределенности  $|\Psi_L(\lambda, \lambda_0)|$  и определение по нему размеров соответствующих областей при заданных ограничениях на уровень отсчета области высокой корреляции (обычно 0.5...0.7).

Второй подход позволяет уточнить размеры области высокой корреляции аналитическим расчетом по формулам

$$\theta_{\text{кор}} = \int_{-\infty}^{\infty} |\Psi_L(\lambda, \lambda_0)|^2_{A=A_0} d\theta; \quad (13)$$

$$A_{\text{кор}} = \int_{-\infty}^{\infty} |\Psi_L(\lambda, \lambda_0)|^2_{\theta=\theta_0} dA.$$

Третий подход предусматривает расчет  $\theta_{\text{кор}}$  и  $A_{\text{кор}}$  на уровне 0.5 высокой корреляции по следующим приближенным формулам:

$$\theta_{\text{кор}} \approx 2 \sqrt{-(2 - \sqrt{2}) \left\{ \frac{\partial^2 \Psi(\lambda, \lambda_0)}{\partial \theta^2} \right\}_{\lambda=\lambda_0}}^{-1}, \quad (14)$$

$$A_{\text{кор}} \approx \frac{\sqrt{-(2 - \sqrt{2})}}{\left\{ \frac{\partial^2 \Psi(\lambda, \lambda_0)}{\partial A^2} \right\}_{\lambda=\lambda_0}}. \quad (15)$$

Если для расчета  $\theta_{\text{кор}}$  и  $A_{\text{кор}}$  воспользоваться приближенными формулами (14) и (15), то в них следует положить:

$$\frac{\partial^2 \Psi(\lambda, \lambda_0)}{\partial \theta^2} \Big|_{\lambda=\lambda_0} =$$

$$= -\frac{2}{3} \left( \frac{2\pi}{\lambda_p} \right) \cos^2 \theta_0 (l_x^2 \cos^2 A_0 + l_z^2 \sin^2 A_0); \quad (16)$$

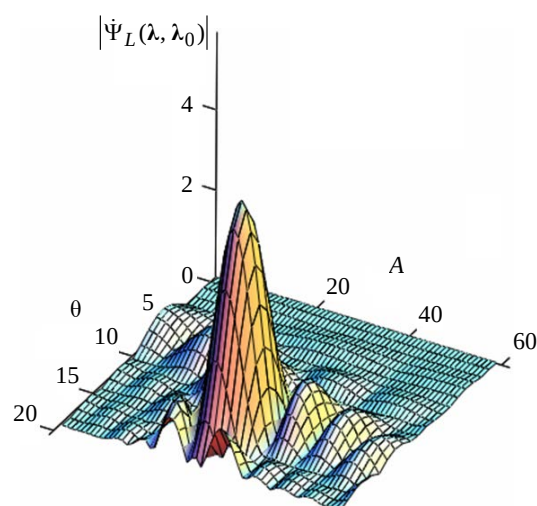


Рис. 2. ПКФ для азимута  $A_0 = 30^\circ$  и угла места  $\theta_0 = 15^\circ$   
Fig. 2. SCF for azimuth  $A_0 = 30^\circ$  and elevation angle  $\theta_0 = 15^\circ$

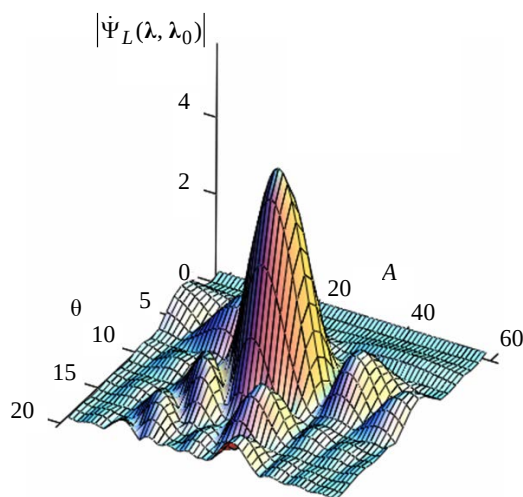


Рис. 3. ПКФ для азимута  $A_0 = 30^\circ$  и угла места  $\theta_0 = 10^\circ$   
Fig. 3. SCF for azimuth  $A_0 = 30^\circ$  and elevation angle  $\theta_0 = 10^\circ$

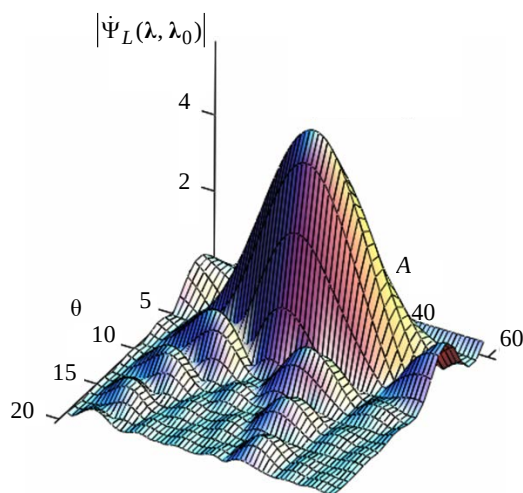


Рис. 4. ПКФ для азимута  $A_0 = 30^\circ$  и угла места  $\theta_0 = 5^\circ$   
Fig. 4. SCF for azimuth  $A_0 = 30^\circ$  and elevation angle  $\theta_0 = 5^\circ$

$$\left. \frac{\partial^2 \Psi(\lambda, \lambda_0)}{\partial A^2} \right|_{\lambda = \lambda_0} = -\frac{2}{3} \left( \frac{2\pi}{\lambda_p} \right) \sin^2 \theta_0 (l_x^2 \sin^2 A_0 + l_z^2 \cos^2 A_0). \quad (17)$$

**Результаты моделирования.** На рис. 2–4 приведены рельефы модуля нормированной пространственной функции корреляции ПВ-сигнала, рассчитанные по формулам (10)–(12) для азимута  $A_0 = 30^\circ$  и углов места  $\theta_0 = 15^\circ$  (рис. 2),  $\theta_0 = 10^\circ$  (рис. 3) и  $\theta_0 = 5^\circ$  (рис. 4). При расчетах введены следующие исходные данные:

– размеры прямоугольного антенного полотна  $l_x = 1.2$  м;  $l_z = 1.4$  м;

– рабочая длина волны  $\lambda_p = 0.3$  м. Расчет и построение графиков рельефа модуля ПКФ производился с помощью математического пакета Mathcad 15.

Объемное изображение модуля пространственной функции неопределенности как функции угловых координат показывает следующее. Так как коэффициент асимметрии приемной ФАР близок к единице ( $\chi = l_z/l_x = 0.868$ ), то внешний вид функции  $\Psi_L(\lambda, \lambda_0)$  практически не зависит от истинного значения азимута СР, но при каждом фиксированном значении параметра  $A_0$  существенно изменяется для различных значений угла места  $\theta_0$  местоположения СР.

Поэтому в качестве иллюстрации на рис. 2–4 приведены результаты расчета модуля пространственной функции неопределенности для одного фиксированного значения азимута  $A_0 = 30^\circ$  и трех значений угла места.

Анализируя измерение формы объемного изображения модуля пространственной функции неопределенности можно сделать следующие выводы:

– при  $\theta_0 = 0^\circ$ , т. е. когда СР расположен по направлению нормали к раскрытию ФАР, наблюдается минимальная ширина области высокой корреляции по углу места ( $\theta_{\text{кор}} = \theta_{\text{кор min}}$ ) около  $7^\circ$  и максимальная неопределенность по отношению к истинному значению азимута СР, т. е. ширина области высокой корреляции пространственной функции неопределенности полностью перекрывает априорный интервал ( $A_{\text{min}} = 0^\circ$ ,  $A_{\text{max}} = 360^\circ$ ), так как  $A_{\text{кор max}} = \infty$ ;

– по мере увеличения истинного значения угла места СР ширина области высокой корреляции пространственной функции неопределенности по углу места увеличивается и уменьшается по азимуту;

– максимальная ширина области высокой корреляции по углу места находится на границе области сканирования ДН приемной ФАР при  $\theta_0 = 60^\circ$  и составляет примерно  $\theta_{\text{max}} = 12^\circ$ , при этом параметр  $A_{\text{min}}$  достигает минимального значения  $A_{\text{кор min}} = 7^\circ$ .



К числу основных количественных характеристик пространственной КФ относятся размеры области высокой корреляции по углу места  $\theta_{\text{кор}}$  и азимуту  $A_{\text{кор}}$ . В ходе моделирования использовались 2 подхода к определению размеров области высокой корреляции ПКФ. Первый из них (графический) предполагает определение размеров области высокой корреляции по графику модуля пространственной КФ при заданных ограничениях на уровень отсчета области высокой корреляции (0.5...0.7). Этот способ отличается наглядностью, но требует достаточно большого объема графических построений и не обеспечивает высокую точность оценки параметров  $A_{\text{кор}}$  и  $\theta_{\text{кор}}$ . Второй подход, определяемый выражениями (13), в работе не использовался ввиду большого объема вывода окончательных выражений для выполнения расчетов и сложности вычислений. Более выигрышным в этом плане представляется расчет параметров  $A_{\text{кор}}$  и  $\theta_{\text{кор}}$  по приближенным формулам (14), (15) с учетом выражений (16), (17) для вторых производных от ПКФ по оцениваемым угловым координатам, вычисленным в "точке"  $\lambda = \lambda_0$ . Точность третьего аналитического подхода к определению ширины области высокой корреляции пространственной функции неопределенности подтверждается проведенными расчетами минимальных значений параметров  $A_{\text{кор}}$  и  $\theta_{\text{кор}}$ :

$$A_{\text{кор min}} \Big|_{\theta_0 = 60^\circ, A_0 = 90, 270^\circ} \approx 6^\circ;$$

$$\theta_{\text{кор min}} \Big|_{\theta_0 = 0^\circ, A_0 = 0, 180, 360^\circ} \approx 5^\circ.$$

**Заключение.** Таким образом, с достаточной наглядностью подтверждены следующие выводы:

- пространственная функция корреляции ПВ-сигнала нестационарна;

- с уменьшением истинного значения угла места источника излучения полезного сигнала ширина области высокой корреляции пространственной КФ по углу места уменьшается, а по азимуту увеличивается;

- ПКФ сигнала имеет один ярко выраженный максимум, что позволяет однозначно (без аномальных ошибок) определить угловые координаты источника излучения. Этот факт обуславливает ряд особенностей обработки ПВ-сигналов в ФАР, рассмотрение которых выходит за рамки описываемой работы.

Дальнейшее изучение вопросов повышения эффективности функционирования сложных многоэлементных антенных систем автор связывает с исследованиями адаптивных антенных решеток, влияния нарушений амплитудно-фазового распределения в раскрыве ФАР на целевые характеристики радиотехнических систем [19–24]. Кроме того, представляет интерес исследование остронаправленных комформных ФАР с управляемой ДН, элементы которых размещены на криволинейной поверхности в соответствии с формой спутника, летательного аппарата либо другого подвижного объекта.

### Список литературы

1. Устройства СВЧ и антенны / Д. И. Воскресенский, В. Л. Гостюхин, В. М. Максимов, Л. И. Пономарев; под ред. Д. И. Воскресенского. 2-е изд., доп. и перераб. М.: Радиотехника, 2006. 376 с.
2. Хансен Р. С. Фазированные антенные решетки. 2-е изд. М.: Техносфера, 2012. 560 с.
3. Balanis C. A. Antenna Theory: Analysis and Design. 3<sup>rd</sup> ed. N. J.: John Wiley & Sons, 2005. 1136 p.
4. Milligan T. A. Modern Antenna design. N. J.: John Wiley & Sons, 2005. 630 p.
5. Levin B. Antenna Engineering Theory and Problems. Boca Raton: CRC Press, 2017. 406 p.
6. Elliott R. S. Antenna Theory & Design. Wiley-IEEE Press, 2003. 612 p.
7. Пономарев Л. И., Степаненко В. И. Сканирующие многочастотные совмещенные антенные решетки. М.: Радиотехника, 2009. 328 с.
8. Вендик О. Г., Парнес М. Д. Антенны с электрическим сканированием. М.: Сайнс-пресс, 2001. 232 с.
9. Прокис Дж. Цифровая связь / пер. с англ.; под ред. Д. Д. Кловского. М.: Радио и связь, 2000. 800 с.
10. Скляр Б. Цифровая связь: Теоретические основы и практическое применение. М.: Вильямс, 2007. 1104 с.
11. Теоретические предложения по повышению помехоустойчивости приема многопозиционных сигналов в каналах с переменными параметрами / С. В. Дворников, А. В. Пшеничников, А. Ф. Крячко, М. Р. Бибарсов, Г. Ш. Бибарсова // Изв. вузов России. Радиоэлектроника. 2023. Т. 26, № 2. С. 6–15. doi: 10.32603/1993-8985-2023-26-2-6-15
12. Научно-технические предложения по повышению помехоустойчивости приема многопозиционных сигналов в каналах с переменными параметрами



рами / М. Р. Бибарсов, С. В. Дворников, А. Ф. Крячко, А. В. Пшеничников // Изв. вузов России. Радиоэлектроника. 2023. Т. 26, № 6. С. 6–15.

doi: 10.32603/1993-8985-2023-26-6-6-15

13. Григорьев Л. Н. Цифровое формирование диаграммы направленности в фазированных антенных решетках. М.: Радиотехника, 2010. 144 с.

14. Тяпичев Г. Спутники и цифровая радиосвязь. М.: ТехБук, 2004. 288 с.

15. Бибарсов М. Р., Невейкин М. Е. Алгоритм оптимизации управления диаграммой направленности фазированной антенной решетки // Математические методы и модели в высокотехнологичном производстве: тез. докл. IV Междунар. форума: в 2 ч. / СПбГУАП. Санкт-Петербург, 2024. С. 351–352.

16. Бибарсов М. Р. Анализ функционирования цифровой фазированной антенной решетки при сокращении количества каналов адаптации // Волновая электроника и инфокоммуникационные системы: материалы XXVII Междунар. науч. конф. / СПбГУАП. Санкт-Петербург, 2024. С. 31–34.

17. Бибарсов М. Р. Обоснование применения адаптивных антенных решеток в системе управления летательными аппаратами. // Метрологическое обеспечение инновационных технологий: сб. ст. VI Междунар. форума / СПбГУАП. Санкт-Петербург, 2024. С. 52–53.

18. Фалькович С. Е. Оценка параметров сигналов. М.: Сов. радио, 1970. 336 с.

19. Синтез амплитудно-фазового распределения в квазикольцевой антенной решетке / М. Р. Бибарсов, Е. В. Грибанов, Д. Д. Габриэльян, Ден. С. Фе-

доров, Дан. С. Федоров // Изв. вузов России. Радиоэлектроника. 2017. Вып. 2. С. 28–33.

20. Влияние локально плоских искажений излучающего раскрыва на диаграмму направленности фазированной антенной решетки / М. Р. Бибарсов, Г. Ш. Бибарсова, Д. Д. Габриэльян, С. В. Дворников, Д. С. Федоров // Изв. вузов России. Радиоэлектроника. 2023. Т. 26, № 1. С. 17–25.

doi: 10.32603/1993-8985-2023-26-1-17-25

21. Влияние ошибок формирования амплитудно-фазового распределения в раскрыве фазированной антенной решетки на точность пеленгации / М. Р. Бибарсов, Г. Ш. Бибарсова, Д. Д. Габриэльян, В. Н. Шацкий // Информация и космос. 2023. № 2. С. 18–23.

22. Бибарсов М. Р. Исследование влияния отказов фазовращателей на характеристики волноводно-щелевой фазированной антенной решетки // Изв. вузов России. Радиоэлектроника. 2024. Т. 27, № 1. С. 57–66.

doi: 10.32603/1993-8985-2024-27-1-57-66

23. Синтез алгоритма оценки характеристик волноводно-щелевой антенной решетки при изменении фазировки антенных элементов / А. Ф. Крячко, Н. А. Гладкий, М. Р. Бибарсов, Б. А. Аюков // Изв. вузов России. Радиоэлектроника. 2024. Т. 27, № 3. С. 42–51.

doi: 10.32603/1993-8985-2024-27-3-42-51

24. Крячко А. Ф., Бибарсов М. Р., Аюков Б. А. Алгоритм моделирования изменения характеристик волноводно-щелевой антенной решетки при неисправностях фазовращателей // Тр. междунар. симп. "Надежность и качество", Пенза, 27 мая – 1 июня 2024 / Пензенский гос. ун-т. 2024. Т. 2. С. 472–474.

## Информация об авторе

**Бибарсов Марат Рашидович** – кандидат технических наук (1999), доцент (2007), старший преподаватель кафедры радиосвязи Военной академии связи им. Маршала Советского Союза С. М. Буденного, доцент кафедры радиотехнических и оптоэлектронных комплексов Санкт-Петербургского государственного университета аэрокосмического приборостроения. Автор 205 научных работ. Сфера научных интересов – системы передачи и приема информации; адаптивные антенные системы.

Адрес: Военная академия связи, пр. Тихорецкий, д. 3, Санкт-Петербург, 194064, Россия

E-mail: Bibarsovmr@rambler.ru

## References

1. Voskresensky D. I., Gostyukhin V. L., Maksimov V. M., Ponomarev L. I. *Ustrojstva SVCh i anteny* [Microwave Devices and Antennas]. Ed. by D. I. Voskresensky. 2<sup>nd</sup> ed. Moscow, Radiotekhnika, 2006, 376 p. (In Russ.)

2. Hansen R. S. *Phased Antenna Arrays*. 2<sup>nd</sup> ed. New Jersey, John Wiley & Sons, 2009, 551 p.

3. Balanis C. A. *Antenna Theory: Analysis and Design*. 3<sup>rd</sup> ed. New Jersey, John Wiley & Sons, 2005, 1136 p.

4. Milligan T. A. *Modern Antenna Design*. New Jersey, John Wiley & Sons, 2005, 630 p.

5. Levin B. *Antenna Engineering Theory and Problems*. Boca Raton, CRC Press, 2017, 406 p.

6. Elliott R. S. *Antenna Theory & Design*. Wiley-IEEE Press, 2003, 612 p.

7. Ponomarev L. I., Stepanenko V. I. *Skanirovushchie mnogochastotnye sovmeshchennye antennnye resh-*

*etki* [Scanning Multi-Frequency Combined Antenna Arrays]. Moscow, Radio engineering, 2009, 328 p. (In Russ.)

8. Vendik O. G. Parnes M. D. [*Antenny s elektricheskimi skaniruvaniem*] Antennas with Electrical Scanning. Moscow, Science Press, 2001, 232 p. (In Russ.)

9. Proakis J. *Digital Communication*. New York, McGraw-Hill, 2000, 905 p.

10. Sklar B. *Digital Communications: Fundamentals and Applications*. New Jersey, Prentice Hall, 2001, 1079 p.

11. Dvornikov S. V., Pshenichnikov A. V., Kryachko A. F., Bibarsov M. R., Bibarsova G. Sh. Theoretical Proposals for Improving the Noise Immunity of Receiving Multi-Position Signals in Channels with Variable Parameters. J. of the Russian Universities. Radioelectronics. 2023, vol. 26, no. 2, pp. 6–15. (In Russ.)

doi: 10.32603/1993-8985-2023-26-2-6-15

12. Bibarsov M. R., Dvornikov S. V., Kryachko A. F., Pshenichnikov A. V. Scientific and Technical Proposals for Improving the Noise Immunity of Receiving Multi-Position Signals in Channels with Variable Parameters. J. of the Russian Universities. Radioelectronics. 2023, vol. 26, no. 2, pp. 6–15. (In Russ.)

doi: 10.32603/1993-8985-2023-26-6-15

13. Grigoriev L. N. *Cifrovoe formirovanie diagrammy napravlenosti v fazirovannykh antennoy reshetkah* [Digital Beamforming in Phased Antenna Arrays]. Moscow, Radiotekhnika, 2010, 144 p. (In Russ.)

14. Tyapichev G. *Sputniki i tsifrovaya radiosvyaz'* [Satellites and Digital Radio Communications]. Moscow, TekhnBook, 2004, 288 p. (In Russ.)

15. Bibarsov M. R., Neveikin M. E. *Algoritmi optimizatsii upravleniya diagrammoi napravlenosti fazirovannoy antennoy reshetki* [Algorithm for Optimization of Control of the Radiation Pattern of a Phased Antenna Array]. In the book: Mathematical methods and models in high-tech production. Collection of abstracts of reports of the IV Intern. Forum. In 2 parts. St Petersburg, Saint Petersburg State University of Aerospace Instrumentation, 2024, pp. 351–352. (In Russ.)

16. Bibarsov M. R. *Analiz funktsionirovaniya tsifrovoy fazirovannoy antennoy reshetki pri sokrashchenii kolichestva kanalov adaptatsii* [Analysis of the Functioning of a Digital Phased Antenna Array with a Reduction in the Number of Adaptation Channels]. In: Wave Electronics and Infocommunication Systems. Proc. of the XXVII Intern. Scientific Conf. St Petersburg, Saint Petersburg State University of Aerospace Instrumentation, 2024, pp. 31–34. (In Russ.)

17. Bibarsov M. R. *Obosnovanie primeneniya adaptivnykh antennoy reshetok v sisteme upravleniya letatel'nyimi apparatami* [Justification for the Use of Adaptive Antenna Arrays in the Aircraft Control System]. In: Metrological support of innovative technologies. Collection of articles of the VI Intern. Forum.

St Petersburg, Saint Petersburg State University of Aerospace Instrumentation, 2024, pp. 52–53. (In Russ.)

18. Falkovich S. E. *Otsenka parametrov signalov* [Estimation of Signal Parameters]. Moscow, Sov. Radio, 1970, 336 p. (In Russ.)

19. Bibarsov M. R., Gribanov E. V., Gabrielyan D. D., Fedorov Den. S., Fedorov Dan. S. Synthesis of Amplitude-Phase Distribution in Quasiconcave an Antenna Array. J. of the Russian Universities. Radioelectronics. 2017, iss. 2. pp. 28–33. (In Russ.)

20. Bibarsov M. R., Bibarsova G. Sh., Gabriel'ean D. D., Dvornikov S. V., Fedorov D. S. Effect of Locally Flat Distortions in the Radiating Aperture on the Radiation Pattern of a Phased Antenna Array. J. of the Russian Universities. Radioelectronics. 2023, vol. 26, no. 1, pp. 17–25. (In Russ.)  
doi: 10.32603/1993-8985-2023-26-1-17-25

21. Bibarsov M. R., Bibarsova G. Sh., Gabrielyan D. D., Shatsky V. N. Influence of Errors in the Formation of the Amplitude-Phase Distribution in the Aperture of a Phased Array Antenna on the Accuracy of Direction Finding. Information and Space. 2023, no. 2, pp. 18–23.

22. Bibarsov M. R. Research into the Impact of Phase Shifter Failures on the Characteristics of Slotted Waveguide Array Antenna. J. of the Russian Universities. Radioelectronics. 2024, vol. 27, no. 1. pp. 57–66. (In Russ.)  
doi: 10.32603/1993-8985-2024-27-1-57-66

23. Kryachko A. F., Gladkiy N. A., Bibarsov M. R., Ayukov B. A. Algorithm for Assessing the Characteristics of a Waveguide Slot Antenna Array when Changing Antenna Element Phasing. J. of the Russian Universities. Radioelectronics. 2024, vol. 27, no. 3, pp. 42–51. (In Russ.)  
doi: 10.32603/1993-8985-2024-27-3-42-51

24. Kryachko A. F., Bibarsov M. R., Ayukov B. A. Algorithm for Modeling Changes in the Characteristics of a Waveguide-Slot Antenna Array in Case of Phase Shifter Failures. Proc. of the Intern. Symp. "Reliability and Quality", Penza, 27 May – 1 June 2024. Penza State University, 2024, vol. 2, pp. 472–474. (In Russ.)

### Information about the author

**Marat R. Bibarsov**, Cand. Sci. (Eng.) (1999), Associate Professor (2007), Senior Lecturer of the Radio Communications Department of the Military Telecommunications Academy, Associate Professor of the Department of Radio-engineering and Optoelectronic Complexes of the Saint Petersburg State University of Aerospace Instrumentation. The author of 205 scientific publications. Area of expertise: information transmission and reception systems; adaptive antenna systems.

Address: Military Telecommunications Academy, 3, Tikhoretsky Ave., St Petersburg 194064, Russia

E-mail: bibarsovmr@rambler.ru